

УДК 532.546

ОСРЕДНЕННАЯ АСИМПТОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

© 2019 г. А. А. Афанасьев*

МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: afanasyev@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 23.01.2019 г.

После доработки 27.02.2019 г.

Принята к публикации 12.03.2019 г.

Рассмотрено решение классической в теории фильтрации задачи Баклея–Левретта, обобщенной на случай двухфазных течений в трещиновато-пористых средах. В этом случае несмешивающееся вытеснение жидкостей в пористой среде осложняется отсутствием локального капиллярного равновесия между поровыми пространствами различного масштаба, а решение задачи в случае общего положения не автомодельное. Рассмотрена фильтрация в предельном случае больших масштабов по времени, когда устанавливается капиллярное равновесие, а распределения параметров течения, как показано в работе, стремятся к автомодельной асимптотике. Получены осредненные уравнения равновесной фильтрации для эффективной одинарной пористой среды, описывающие данную асимптотику.

Ключевые слова: трещиновато-пористая среда, фильтрация, двойная пористость, сильный разрыв, эволюционность

DOI: 10.1134/S0568528119050013

Фильтрационные течения могут осложняться наличием различных масштабов порового пространства. Например, пористая среда может содержать высокопроницаемые трещины или каналы, между которыми располагаются низкопроницаемые пористые блоки (рис. 1). Такие среды называют трещиновато-пористыми, а для прогнозирования фильтрации в них часто используют модели двойной пористости. В этих моделях трещиновато-пористая среда рассматривается в виде двух взаимопроницающих континуумов (пористых сред) – трещин, Φ^f , и блоков, Φ^m , между которыми происходит массообмен жидкостью [1]. В практических приложениях часто рассматривается предельный случай, когда Φ^f имеет малую пористость и высокую проницаемость, а Φ^m , наоборот, – высокую пористость и малую проницаемость [2–5]. В этом случае течение жидкости в основном происходит по трещинам, тогда как больший ее объем находится в блоках. В настоящей работе для общности исследования данных предположений о Φ^f и Φ^m не делается, а суще-

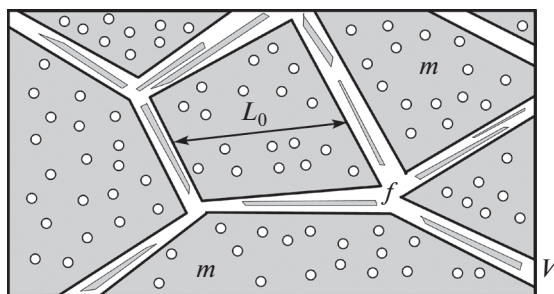


Рис. 1. Схема элементарного объема V трещиновато-пористой среды. Жирные линии – границы между континуумами трещин (f) и блоков (m). Серым цветом выделены области, занятые скелетом пористой среды, а белым – насыщающими жидкостями.

ственным для дальнейшего изложения является только наличие двух различных масштабов порового пространства.

Впервые модель двойной пористости была сформулирована в работе [1], где для случая однофазной фильтрации получено уравнение, описывающее распределение давления в Φ^f и Φ^m . В данном направлении позднее проводились исследования [2] и др. с целью интерпретации гидродинамических исследований скважин, вскрывающих трещиновато-пористые пласты. Показано, что существование пор различного размера приводит к неравновесному распределению давления в пласте, что в свою очередь влияет на забойное давление и приток жидкости к скважине. Двухфазное вытеснение в трещиновато-пористых средах рассматривалось в работах [3, 6, 7] и др., в которых были разработаны осредненные уравнения фильтрации в эффективной одинарной пористой среде. При этом предполагалось, что проницаемость в среде блоков Φ^m настолько низкая, что течением жидкости по Φ^m можно пренебречь, а исследования были сосредоточены на получении простых эффективных соотношений для перетоков между Φ^f и Φ^m в условиях отсутствия локального равновесия между средами.

В настоящей работе более подробно, по сравнению с [3, 6, 7], рассмотрен предельный случай, когда в трещиновато-пористой среде устанавливается капиллярное равновесие, а также определены критерии подобия, описывающие на больших временах стремление параметров течения к равновесной асимптотике.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Поровое пространство трещиновато-пористой среды охарактеризуем параметром $\gamma = V^f/V$ – относительным объемом среды Φ^f , где $V = V^f + V^m$ – полный элементарный объем среды, а V^j , $j = f, m$ – объем, относящийся к континууму Φ^j . Тогда относительный объем среды Φ^m равен $1 - \gamma = V^m/V$. Для каждого континуума зададим пористость $\phi^j = V_{por}^j/V^j$ и абсолютную проницаемость K^j , где V_{por}^j – объем порового пространства в соответствующем континууме. Тогда поровые пространства в Φ^f и Φ^m занимают соответственно доли $\gamma\phi^f$ и $(1 - \gamma)\phi^m$ элементарного объема V .

Двухфазная фильтрация несмешивающихся несжимаемых жидкостей в тонком горизонтальном слое трещиновато-пористой среды описывается системой уравнений [2–7]

$$\partial_t(\gamma\phi^f s_i^f) + \nabla \mathbf{w}_i^f = q_i^{mf}, \quad i = 1, 2 \quad (1.1)$$

$$\partial_t((1 - \gamma)\phi^m s_i^m) + \nabla \mathbf{w}_i^m = -q_i^{mf} \quad (1.2)$$

$$P_2^j - P_1^j = P_c^j \quad (1.3)$$

$$\mathbf{w}_i^j = -K^j \frac{K_{ri}^j}{\mu_i} \nabla P_i^j, \quad j = f, m \quad (1.4)$$

$$q_i^{mf} = \sigma K^m \frac{K_{ri}^{mf}}{\mu_i} (P_i^m - P_i^f) \quad (1.5)$$

где $\partial_t = \partial/\partial t$, s – насыщенность фазы, \mathbf{w} – скорость фильтрации, q^{mf} – функция перетоков [8, 9], т.е. объемный поток из среды Φ^m в Φ^f , P – давление, P_c – капиллярное давление, K_{ri} – относительная проницаемость i -й фазы, $\mu = \text{const}$ – вязкость, $\sigma = 4/3L_0^2$ – параметр формы блоков в континууме Φ^m [8, 9], а L_0 – характерный размер блоков в изотропной среде. Нижний индекс $i = 1, 2$ обозначает параметры одной из двух фаз, а верхний индекс $j = f, m$ – параметры, относящиеся к среде Φ^j .

Учитывая, что плотности жидкостей постоянны, $\rho_i = \text{const}$, уравнения (1.1) и (1.2) – законы сохранения массы каждой фазы в континуумах f и m , соответственно соотношение (1.3) определяет капиллярное давление, (1.4) – закон фильтрации Дарси, а (1.5) задает массообмен между взаимопроникающими континуумами Φ^f и Φ^m .

В каждой среде насыщенности удовлетворяют соотношению

$$s_1^j + s_2^j = 1 \tag{1.6}$$

Учитывая (1.6), далее нижний индекс у насыщенности первой фазы опускаем $s^j \equiv s_1^j$, тогда для насыщенности второй фазы выполняется равенство $s_2^j = 1 - s^j$.

В настоящей работе относительные фазовые проницаемости и капиллярные давления задаются в виде следующих функций от насыщенности фазы $i = 1$ [10]:

$$K_{r1}^f = s^f, \quad K_{r2}^f = 1 - s^f, \quad P_c^f = 0$$

$$K_{r1}^m = (s^m)^{2.5}, \quad K_{r2}^m = 0.5(1 - s^m)^{1.5}, \quad P_c^m = P_{\max}(1 - s^m) \tag{1.7}$$

$$P_i^f \geq P_i^m: \quad K_{ri}^{mf} = K_{ri}^f(s^f)$$

$$P_i^f < P_i^m: \quad K_{ri}^{mf} = K_{ri}^m(s^m) \tag{1.8}$$

где P_{\max} – константа. Согласно соотношениям (1.7), в среде Φ^f фазовые проницаемости равны насыщенности соответствующей фазы, а капиллярное давление равно нулю [4, 5]. В соответствии с (1.8), в функциях q^{mf} относительные фазовые проницаемости K_{ri}^{mf} сносятся против потока. Если фаза i течет из Φ^f в Φ^m ($q_i^{mf} \leq 0$; $P_i^f \geq P_i^m$), то $K_{ri}^{mf} = K_{ri}^f(s^f)$, а если, наоборот, она течет из Φ^m в Φ^f ($q_i^{mf} > 0$; $P_i^f < P_i^m$), то $K_{ri}^{mf} = K_{ri}^m(s^m)$.

Подставляя (1.4)–(1.8) в (1.1)–(1.3), получим замкнутую систему 5 уравнений относительно неизвестных s^f, s^m, P_1^m, P_2^m и $P^f = P_1^f = P_2^f$.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И УРАВНЕНИЯ В БЕЗРАЗМЕРНОМ ВИДЕ

Рассмотрим одномерную задачу фильтрации в трещиновато-пористой среде, заполняющей полубесконечную область $x \geq 0$. В момент времени $t = 0$ среда насыщена фазой $i = 2$, т.е. $s^f = 0$ и $s^m = 1$. При $t = 0$ через границу $x = 0$ в область $x > 0$ начинается закачка фазы $i = 1$ с постоянным объемным расходом Ω , т.е.

$$x = 0: \quad s^f = 1, \quad s^m = 1, \quad w_1^f + w_1^m = \Omega, \quad w_2^f = w_2^m = 0$$

причем, согласно закону Дарси (1.4), предполагается, что на границе $x = 0$ скорости фильтрации пропорциональны проницаемости соответствующей среды: $w_1^f/w_1^m = K_1^f/K_1^m$. По постановке данная задача аналогична классической задаче Баклея–Левретта [11, 12], а отличается от нее неравновесными процессами, обусловленными существованием двух масштабов порового пространства Φ^f и Φ^m .

Учитывая сформулированную задачу, введем безразмерные параметры в виде

$$x = x_*L, \quad t = t_*T, \quad w = w_*\Omega, \quad P = P_*\Delta P \tag{2.1}$$

где звездочкой обозначены безразмерные переменные, а L, T, Ω и ΔP – характерные масштабы длины, времени, скорости фильтрации и давления соответственно. Далее предполагается, что данные масштабы связаны соотношениями

$$L = \frac{\Omega T}{\bar{\phi}}, \quad \Omega = \frac{\bar{K}\Delta P}{\bar{\mu}L}, \quad \bar{\mu} = \frac{2\mu_1\mu_2}{\mu_1 + \mu_2}$$

$$\bar{\phi} = \gamma\phi^f + (1 - \gamma)\phi^m, \quad \bar{K} = K^f + K^m \tag{2.2}$$

где $\bar{\phi}$ и \bar{K} – эффективные (т.е. осредненные по масштабам Φ^f и Φ^m) пористость и проницаемость трещиновато-пористой среды. Согласно соотношениям (2.2), L – перемещение за время T частицы жидкости в одномерном однофазном течении с истинной скоростью $\Omega/\bar{\phi}$ [12], а, согласно закону Дарси (1.4), ΔP – характерный перепад давления на масштабе L , обеспечивающий течение со скоростью фильтрации Ω .

Подставляя (1.4), (1.5), (2.1), (2.2) в уравнения (1.1)–(1.3) и всюду далее опуская символ звездочки у безразмерных величин, систему уравнений фильтрации в трещиновато-пористой среде представим в виде

$$(-1)^{i+1} \Gamma \partial_t s^f + (1 - \kappa) M_i \nabla(-K_{ri}^f \nabla P^f) = \frac{M_i}{B} K_{ri}^{mf} (P_i^m - P^f) \quad (2.3)$$

$$(-1)^{i+1} (1 - \Gamma) \partial_t s^m + \kappa M_i \nabla(-K_{ri}^m \nabla P_i^m) = -\frac{M_i}{B} K_{ri}^{mf} (P_i^m - P^f) \quad (2.4)$$

$$P_2^m - P_1^m = C P_c^m, \quad P^f = P_1^f = P_2^f \quad (2.5)$$

где введены параметры подобия

$$\Gamma = \frac{\gamma \Phi^f}{\bar{\Phi}}, \quad M_i = \frac{\bar{K} \Delta P}{\mu_i L \Omega}, \quad \kappa = \frac{K^m}{\bar{K}}, \quad B = \frac{1}{\sigma L^2 \kappa}, \quad C = \frac{P_{\max}}{\Delta P}$$

Согласно определениям (2.2), выполняется равенство $M_1 + M_2 = 2$, поэтому из двух параметров подобия M_1 и M_2 только M_1 независимый, а $M_2 = 2 - M_1$.

Параметр подобия C характеризует влияние капиллярного давления на распределение насыщенности s^m в среде Φ^m . При $C \rightarrow 0$ капиллярным давлением можно пренебречь.

Параметр подобия B характеризует интенсивность массообмена между Φ^f и Φ^m . Если $B \rightarrow 0$, то множители перед разностями давлений $P_i^m - P^f$ в правых частях уравнений (2.3) и (2.4) стремятся к бесконечности, а следовательно, разности давлений стремятся к нулю. Это означает, что при $B \rightarrow 0$, $C = 0$ давления в средах Φ^f и Φ^m быстро выравниваются. Чем больше B , тем сильнее могут различаться давления P_i^f и P_i^m при отсутствии локального равновесия. Таким образом, B характеризует неравновесность течения из-за различной динамики процессов в средах Φ^f и Φ^m при $C = 0$.

Для оценки влияния капиллярного давления ($C \neq 0$) на локальное равновесие, подставим соотношение (2.5) в уравнения (2.3), (2.4), исключив P_2^m (или P_1^m). В результате получим, что в правой части (2.3), (2.4) член перед P_c^m обратно пропорционален отношению

$$E = \frac{B}{C} = \frac{\Delta P}{\sigma L^2 \kappa P_{\max}} = \frac{\Omega \bar{\mu}}{\sigma L K_m P_{\max}}$$

Это означает, что скорость установления капиллярного равновесия между Φ^f и Φ^m пропорциональна $1/E$. При $E \rightarrow 0$ равновесие устанавливается мгновенно. Чем больше E , тем течение имеет более неравновесный характер из-за $P_c^m \neq 0$.

Складывая попарно, при $i = 1$ или 2 , уравнения (2.3) и (2.4), получим следующее следствие из системы (2.3)–(2.5):

$$(-1)^{i+1} \partial_t \bar{s} - M_i \nabla((1 - \kappa) K_{ri}^f \nabla P_i^f + \kappa K_{ri}^m \nabla P_i^m) = 0 \quad (2.6)$$

где

$$\bar{s} = \Gamma s^f + (1 - \Gamma) s^m \quad (2.7)$$

среднее значение насыщенности фазы $i = 1$. Уравнения (2.6) – законы сохранения массы i -й фазы, записанные для трещиновато-пористой среды в целом, с учетом обоих континуумов Φ^f и Φ^m .

3. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ СЛУЧАЙ $L \rightarrow \infty$

Обозначим $X = L/L_0$ – число вовлеченных в течение блоков в среде Φ^m . Рассмотрим фильтрацию на больших пространственных масштабах $X \rightarrow \infty$ ($L \rightarrow \infty$) или, что с учетом (2.2) эквивалентно, на больших временах $T \rightarrow \infty$. Далее выведем уравнения, которыми описывается течение в предельном случае $X \rightarrow \infty$, и исследуем, как происходит стремление его параметров к данной асимптотике.

Заметим, что параметры подобия Γ , M_i и κ не зависят от X , тогда как B , C и E монотонно убывают при возрастании X :

$$B = B_0 X^{-2}, \quad C = C_0 X^{-1}, \quad E = E_0 X^{-1}$$

$$B_0 = \frac{3}{4\kappa}, \quad C_0 = \frac{\bar{K} P_{\max}}{\bar{\mu} \Omega L_0}, \quad E_0 = \frac{3\bar{\mu} \Omega L_0}{4K_m P_{\max}}$$

где константы B_0 , C_0 и E_0 не зависят от X . Таким образом, возрастание X соответствует уменьшению влияния капиллярного давления, т.е. уменьшению C , и все более равносному течению, т.е. уменьшению B и E . Причем локальное равновесие из-за динамических процессов устанавливается быстрее, чем из-за капиллярной разности давлений: $B/E \rightarrow 0$. В предельном случае $B \rightarrow 0$ ($E \rightarrow 0$), левыми частями уравнений (2.3), (2.4) можно пренебречь по сравнению с правыми частями, записав

$$B \rightarrow 0: \quad K_{ri}^{mf} (P_i^m - P_i^f) = 0 \tag{3.1}$$

Уравнения (3.1) – условия локального равновесия между Φ^f и Φ^m , так как если выполняется (3.1), то, согласно (1.5), перетоки q_i^{mf} равны нулю.

Используя систему уравнений (1.8), (3.1), определим при $C \neq 0$ равновесное распределение жидкостей $i = 1, 2$ между Φ^f и Φ^m в зависимости от эффективной насыщенности \bar{s} . Заметим, что при $\bar{s} = 0$ насыщенности фазы $i = 1$ равны нулю: $s^f = 0$, $s^m = 0$. Далее, так как $P_c^m \geq 0$ и $P_c^f = 0$, то при возрастании \bar{s} от нуля до единицы сначала фазой $i = 1$ заполняется среда Φ^m (так как из-за капиллярного давления $P_c^m \geq 0$ фаза $i = 1$ полностью впитывается в Φ^m из Φ^f) и когда Φ^m полностью заполнится (т.е. при $s^m = 1$), начнет заполняться Φ^f . Таким образом, учитывая (2.7), имеем:

$$\bar{s} < 1 - \Gamma: \quad s^f = 0, \quad s^m = \frac{\bar{s}}{1 - \Gamma}, \quad P_1^m < P_2^m = P^f$$

$$\bar{s} \geq 1 - \Gamma: \quad s^f = \frac{\bar{s} - 1 + \Gamma}{\Gamma}, \quad s^m = 1, \quad P_1^m = P_2^m = P^f \tag{3.2}$$

В соответствии с (1.8), здесь учтено, что при $\bar{s} < 1 - \Gamma$ выполняются равенства $K_1^{mf} = 0$ и $q_1^{mf} = 0$, а при $\bar{s} \geq 1 - \Gamma$ – равенства $K_2^{mf} = 0$ и $q_2^{mf} = 0$.

Из уравнений (2.6) следует, что полный поток каждой фазы $i = 1, 2$ имеет вид

$$-M_i \bar{K}_{ri} \nabla \bar{P}_i = -M_i ((1 - \kappa) K_{ri}^f \nabla P_i^f + \kappa K_{ri}^m \nabla P_i^m) \tag{3.3}$$

где \bar{K}_{ri} и \bar{P}_i – эффективные относительные фазовые проницаемости и давления. Учитывая (3.2), положим, что при $\bar{s} < 1 - \Gamma$ выполняются равенства $\bar{P}_1 = P_1^m$, $\bar{P}_2 = P^f = P_2^m$, а при $\bar{s} \geq 1 - \Gamma$ – равенства $\bar{P}_i = P_i^f = P_i^m$, тогда эффективные функции \bar{K}_{ri} и \bar{P}_i , удовлетворяющие (3.3), имеют вид

$$\bar{K}_{ri}(\bar{s}) = (1 - \kappa) K_{ri}^f(s^f) + \kappa K_{ri}^m(s^f)$$

$$C \bar{P}_i(\bar{s}) = \bar{P}_2 - \bar{P}_1 = C P_c^m(s^m) \tag{3.4}$$

где s^f и s^m выражаются через \bar{s} из соотношений (3.2).

Таким образом, подставляя (3.3) в (2.6), получим, что при $B, E \ll 1$ фильтрация в трещиновато-пористой среде описывается следующей системой уравнений относительно \bar{s} , \bar{P}_1 и \bar{P}_2 :

$$(-1)^{i+1} \bar{\phi} \partial_i \bar{s} - M_i \nabla (\bar{K}_{ri} \nabla \bar{P}_i) = 0, \quad \bar{P}_2 - \bar{P}_1 = C \bar{P}_c \tag{3.5}$$

где фазовые проницаемости и капиллярное давление заданы в виде (3.4). Из решения уравнений (3.5) распределения параметров в средах Φ^f и Φ^m восстанавливаются по соотношениям (3.2).

Равновесная асимптотическая модель (3.5) проще полной модели (2.3)–(2.5), так как она позволяет свести исследование фильтрации в трещиновато-пористой среде к решению уравнений для эффективной одинарной среды, которые были подробно рассмотрены ранее в литературе [12]. Если в дополнение к условиям $B, E \ll 1$ выполняется неравенство $C \ll 1$, то в уравнениях

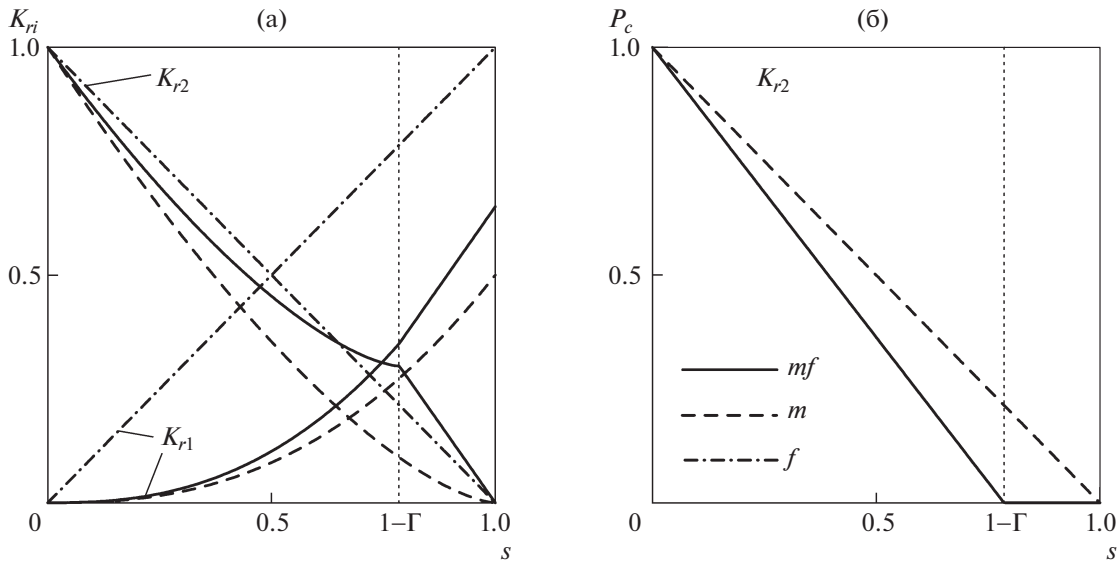


Рис. 2. Кривые относительной фазовой проницаемости (а) и капиллярного давления (б) для эффективной модели одинарной пористости (mf), среды Φ^m (m) и Φ^f (f). Функции K_{r1} возрастают, а K_{r2} убывают.

(3.5) можно пренебречь капиллярным давлением, положив $\bar{P} = \bar{P}_1 = \bar{P}_2$. В этом случае исследование сводится к решению задачи Баклея–Леверетта, в которой насыщенность имеет автомодельное распределение от переменной $\xi = x/t: \bar{s}(x, t) = \bar{s}(\xi)$ [11, 12]. В случае общего положения из-за действия капиллярных сил ($C \rightarrow 0$) и неравновесных процессов ($E \rightarrow 0$) система уравнений (2.3)–(2.5) не имеет автомодельных решений.

4. ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Рассмотрим фильтрацию при следующих значениях параметров подобия

$$\Gamma = 0.214, \quad M_1 = 1.818, \quad \kappa = 0.7, \quad C_0 = 26.8, \quad E_0 = 0.04 \quad (4.1)$$

В этом случае эффективные функции \bar{K}_{ri} и \bar{P}_c изображены на рис. 2. В соответствии с (3.2) и (3.4), при $\bar{s} = 1 - \Gamma$ эти функции имеют излом, что качественно согласуется с экспериментальными данными для ряда горных пород [13]. Соответствующие \bar{K}_{ri} и K_{ri}^j – функции потоков [12]:

$$\bar{F}(\bar{s}) = \frac{M_1 \bar{K}_{r1}}{M_1 \bar{K}_{r1} + M_2 \bar{K}_{r2}}, \quad F^j(s^j) = \frac{M_1 K_{r1}^j}{M_1 \bar{K}_{r1}^j + M_2 \bar{K}_{r2}^j} \quad (4.2)$$

приведены на рис. 3, где видно, что излом кривых \bar{K}_{ri} при $\bar{s} = 1 - \Gamma$ наследуется функцией \bar{F} (точка O_*). Для решения задачи Баклея–Леверетта в асимптотическом случае $C, E \ll 1$ необходимо построить огибающую сверху к кривой $\bar{F}(\bar{s})$ (точечная линия $O_1 O_2 O_3 O_4 O_5$ на рис. 3). Отрезки данной огибающей, совпадающие с $\bar{F}(\bar{s})$ ($O_2 O_3$ и $O_4 O_5$), соответствуют центрированным волнам Римана, а прямые отрезки ($O_1 O_2$ и $O_3 O_4$) – сильным разрывам насыщенности [12]. В классическом случае, если кривые фазовой проницаемости не имеют излома, а график функции потоков есть S -образная кривая (см. F^m на рис. 3), решение содержит только один фронт вытеснения с присоединенной к нему волной Римана [11, 12]. Существование у $\bar{F}(\bar{s})$ точки излома O_* приводит к появлению второго сильного разрыва. Действительно, решение задачи при $C, E \ll 1$ есть кривая 5 на рис. 4а, а соответствующая ему волновая картина изображена на рис. 4в. Сначала в область $x > 0$ распространяется быстрый разрыв S_1 , которому соответствует отрезок огибающей $O_1 O_2$. На этом разрыве скачком изменяется s^m , а насыщенность $s^f = 0$ непрерывна. К S_1 присоединена волна Римана R_1 , которой соответствует отрезок $O_2 O_3$ на кривой $\bar{F}(\bar{s})$. Далее распространяется медлен-

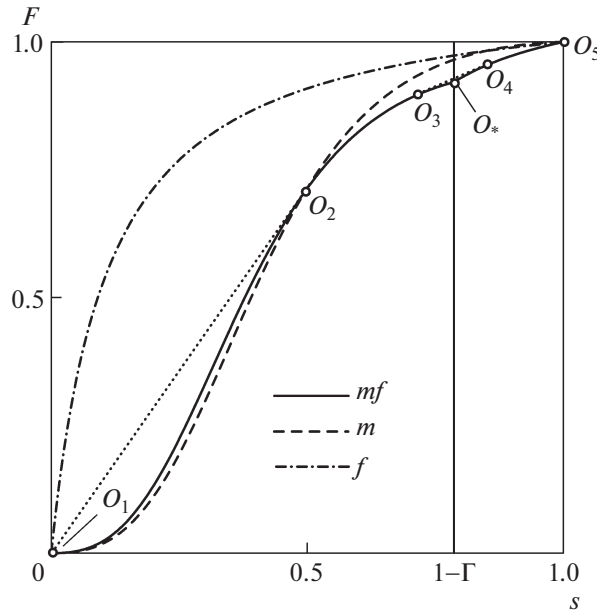


Рис. 3. Функции потоков $F(s)$ для асимптотической модели (mf), среды $\Phi^m(m)$ и $\Phi^f(f)$.

ный разрыв S_2 (отрезок O_3O_4), появление которого обусловлено наличием точки излома O_* . К фронту S_2 , на котором терпят разрыв насыщенности в обеих средах (s^f и s^m), присоединены волны Римана R_1 и R_2 (отрезок O_4O_5), распространяющиеся перед и за ним соответственно.

На рис. 4а,б показано стремление при возрастании X решения полной задачи к описанной автомодельной асимптотике (кривая 5). Решение получено в рамках расчета фильтрации по модели (2.3)–(2.5) в авторском комплексе программ [5], а на рис. 4 найденные распределения насыщенностей построены в зависимости от переменной $\xi = x/t$. При малых X (кривые 1 и 2), когда нарушаются условия $C, E \ll 1$, решение полной задачи для трещиновато-пористой среды существенно отклоняется от асимптотического распределения. Это связано с тем, что капиллярное давление приводит как к отсутствию локального равновесия жидкости, так и влияет на распределение жидкости в пространстве. В результате вместо сильных разрывов S_1 и S_2 параметры течения изменяются непрерывно в переходных слоях (структурах разрывов [14]), определяющихся капиллярным давлением и неравновесными процессами. Протяженность данных слоев уменьшается при возрастании X , обращаясь в ноль при $X \rightarrow \infty$. При этом, оценивая степени t и x в членах уравнений (2.3), (2.4), можно показать, что протяженность слоя, образованного только капиллярным давлением ($C \neq 0, E = 0$) убывает с X как $\sqrt{C/X}$, а слоя, образованного только неравновесными процессами ($C = 0, E \neq 0$), как $\max(B, E)/X$.

Так как, согласно (4.1), выполняется неравенство $E_0 \ll C_0$, то при возрастании параметра X (см. рис. 4, кривые 3) сначала исчезает влияние неравновесных эффектов: ($E \ll 1$), тогда как влияние капиллярного давления на распределения в пространстве (в частности, на протяженность переходных слоев S_1 и S_2) сохраняется ($C \sim 1$). Наконец, при больших значениях X (кривые 4 и 5) выполняются условия: $C, E \ll 1$. При этом решение полной задачи для трещиновато-пористой среды слабо отличается от автомодельной асимптотики: $X \rightarrow \infty$ для эффективной одинарной среды.

5. ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ И ЭВОЛЮЦИОННОСТЬ РАЗРЫВОВ

Эволюционность и структура разрывов при значениях $B = 0, C \rightarrow 0$ рассматривалась ранее в [12]. Здесь исследуем эволюционность разрывов в построенном решении (рис. 4) при $X \rightarrow \infty, B \rightarrow 0, C = 0$ в рамках двух моделей: равновесной ($B = 0$) и неравновесной ($B \neq 0$). Для этого сначала определим типы малых возмущений, допускаемых моделями. В случае $B \neq 0, C = 0$

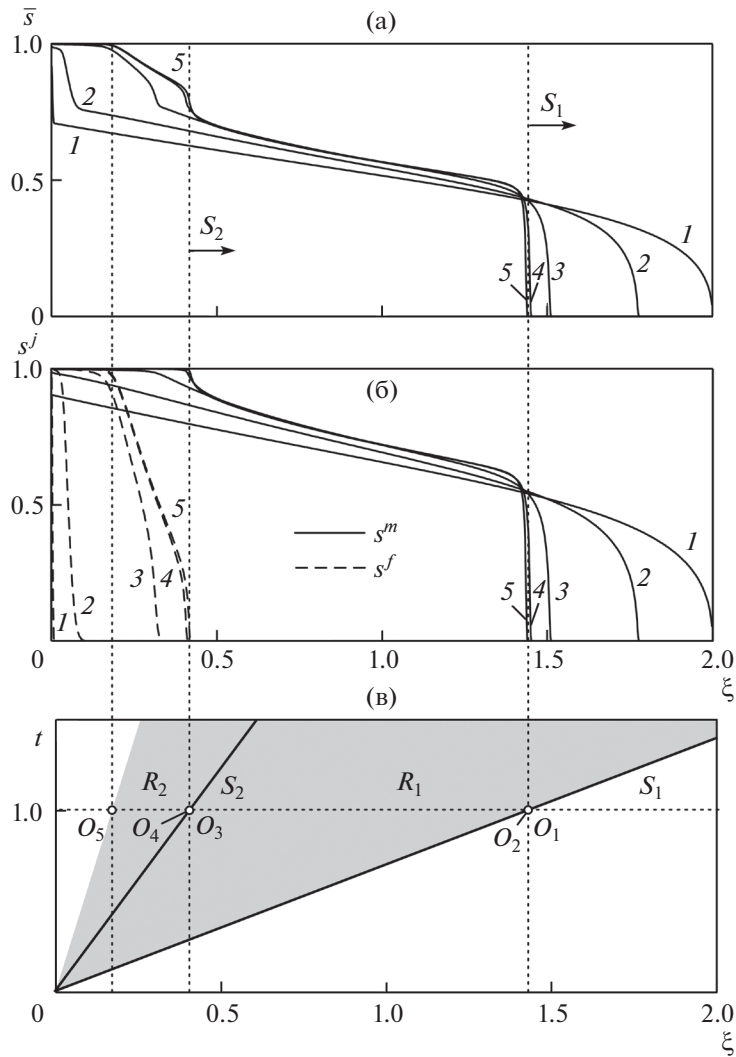


Рис. 4. Распределение средней насыщенности $\bar{s}(\xi)$ (а), $s^f(\xi)$ и $s^m(\xi)$ (б) при $X = 10^{0.6}, 10^1, 10^2, 10^3$ и $10^{3.5}$ (кривые 1–5 соответственно) и волновая картина решения при $X \rightarrow \infty$ (в). Закрашены области, соответствующие волнам Римана, а жирные наклонные прямые – траектории разрывов S_1 и S_2 .

ищем решение системы (2.3)–(2.5), соответствующее одномерному течению вдоль оси x , в виде простых гармонических волн

$$s^j = s_0^j + \delta s^j \theta, \quad P^j = P_0^j + ux + \delta P^j \theta \tag{5.1}$$

где $\theta = \exp i(kx - \omega t)$, $k \rightarrow \infty$ – волновое число, $\omega \rightarrow \infty$ – частота, а $\delta s^j \rightarrow 0$, $\delta P^j \rightarrow 0$ – малые амплитуды возмущения. Подставляя (5.1) в систему (2.3)–(2.5), получим следующее дисперсионное уравнение:

$$yBk^4(\omega - c^f k)(\omega - c^m k) + k^2(\omega - \bar{c}k) = 0 \tag{5.2}$$

$$c^f = -\frac{1 - \alpha \frac{\partial F^f}{\partial s^f}}{\Gamma} u, \quad c^m = -\frac{\alpha}{1 - \Gamma} \frac{\partial F^m}{\partial s^m} u, \quad \bar{c} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial s} u \tag{5.3}$$

где c – характеристическая скорость, а y – некоторая функция параметров течения, вид которой несущественен для дальнейших рассуждений.

В случае равновесной фильтрации ($B = 0$) уравнение (5.2) упрощается к виду

$$k^2(\omega - \bar{c}k) = 0$$

В точности такое же дисперсионное уравнение имеет и эффективная модель одинарной пористости (3.5) [15]. Таким образом, при $B = 0$ существует одно решение эллиптического типа $k^2 = 0$, описывающее мгновенное распространение возмущений давления в несжимаемой среде (по одному в положительном и отрицательном направлениях оси x). При этом имеется и одно возмущение гиперболического типа (т.е. характеристика) $\omega = \bar{c}k$, описывающее распространение бесконечно малых фронтов вытеснения. При значениях $B = 0$ на каждом из разрывов S_i выполняются три условия: два закона сохранения массы каждой из жидкостей $i = 1, 2$ и условие непрерывности давления. В каждую сторону от разрыва S_i уходит по малому возмущению типа $k^2 = 0$, поэтому для эволюционности S_i необходимо потребовать, чтобы характеристика \bar{c} (как перед разрывом, так и за ним) от него не уходила [14]. Так как $O_1O_2O_3O_4O_5$ – огибающая к кривой $\bar{F}(\bar{s})$ (см. рис. 3), то это условие выполняется для каждого S_i [12], т.е. при значениях $B = 0$ оба разрыва S_i эволюционны.

Учитывая, что $\omega \rightarrow \infty$ и $k \rightarrow \infty$, в случае неравновесной фильтрации ($B \neq 0$) дисперсионное уравнение (5.2) сводится к виду

$$k^4(\omega - c^f k)(\omega - c^m k) = 0$$

В этом случае существует два решения типа $k^2 = 0$, соответствующих двум несжимаемым средам Φ^f и Φ^m и две характеристики $\omega = c^j k$, $j = f, m$, описывающие распространение бесконечно малых фронтов вытеснения в Φ^f и Φ^m соответственно. При $B \neq 0$ на разрывах S_i выполняется 6 условий: в каждой среде Φ^f и Φ^m по два закона сохранения массы жидкостей $i = 1, 2$ и условие непрерывности давления. В каждую сторону от S_i уходит по два малых возмущения типа $k^2 = 0$, поэтому для эволюционности разрыва S_i необходимо потребовать, чтобы от него уходила только одна из характеристик c^f или c^m перед разрывом S_i или за ним [14]. Используя соотношения (5.3), можно показать, что при (4.1) от каждого разрыва S_i уходит по две характеристические скорости, т.е. при $B \neq 0$ разрывы не эволюционны. Это объясняется тем, что в рамках полной модели (2.3)–(2.5) S_i нужно рассматривать не как разрывы, а как узкие переходные слои толщины порядка $\max(B, E)/X$, в которых из-за неравновесных эффектов насыщенности непрерывно изменяются от значений перед разрывом до значений за ним. Разрывы S_i – узкие, но имеют достаточно протяженные переходные слои, несмотря на то, что у модели (2.3)–(2.5) есть две характеристические скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках обобщенной постановки задачи Баклея–Левретта исследованы нелинейные волны при двухфазной фильтрации в трещиновато-пористых средах. Определены критерии подобия, характеризующие влияние капиллярного давления на распределение параметров течения в пространстве и на локальное равновесие между трещинами и блоками. Показано, что эти параметры убывают обратно-пропорционально характерному пространственному масштабу течения (или его характерному времени). Получены уравнения эффективной модели одинарной пористости, описывающие параметры равновесного течения в предельном случае бесконечно большого пространственного масштаба. Показано, что в условиях локального равновесия течение в трещиновато-пористой среде может сопровождаться формированием последовательности двух фронтов вытеснения. Продемонстрировано, что распределения параметров течения в переходных слоях, соответствующих данным фронтам, определяется не только капиллярным давлением, но и неравновесными перетоками между трещинами и блоками. Даны оценки влияния капиллярного давления и неравновесных процессов на протяженность переходных слоев.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (МД-3567.2018.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баренблатт Г.И., Желтов Ю.П., Кочина И.Н.* Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах // ПММ. 1960. Т. 24. Вып. 5. С. 852–864.
2. *Warren J.E., Root P.J.* The behavior of naturally fractured reservoirs // SPE J. 1963. V. 3. N 3. P. 245–255.
3. *de Swaan A.* Theory of waterflooding in fractured reservoirs // SPE J. 1978. V. 18. P. 117–122.
4. *Firoozabadi A., Kent L.T.* Sixth SPE comparative solution project: dual-porosity simulators // J. Pet. Tech. 1989. V. 43. № 6. P. 710–764.
5. *Afanasyev A.* Reservoir simulation with MUFITS code: Extension for double porosity reservoirs and flows in horizontal wells // Energy Proc. 2017. V. 125. P. 596–603.
6. *Douglas J.Jr., Paes-Leme P.J., Hensley J.L.* A limit form of the equations for miscible displacement in a fractured reservoir // Transp. Porous Media. 1991. V. 6. P. 549–565.
7. *Kazemi H., Gillman J.R., Eisharkawy A.M.* Analytical and numerical solution of oil recovery from fractured reservoirs with empirical transfer functions // SPE Res. Eng. 1992. V. 7. № 2. P. 219–227.
8. *Дмитриев Н.М., Максимов В.М.* Модели фильтрации в трещиновато-пористых анизотропных средах // Изв. РАН МЖГ. 2007. № 6. С. 78–84.
9. *Kazemi H., Merrill L.S., Porterfield K.L., Zeman P.R.* Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs // SPE J. 1976. V. 16. № 6. P. 317–326.
10. *Brooks A.N., Corey A.T.* Hydraulic properties of porous media. Hydrology Papers 3. Colorado State University, 1964.
11. *Buckley S.E., Leverett M.C.* Mechanism of fluid displacement in sands // Trans. AIME. 1942. V. 146. P. 107–116.
12. *Баренблат Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 211 с.
13. *Erlich R.* Relative permeability characteristics of vugular cores – their measurements and significance// 1971. SPE-paper N SPE-3553-MS.
14. *Куликовский А.Г., Свешникова Е.И.* Нелинейные волны в упругих средах. М.: Моск. лицей, 1998. 412 с.
15. *Афанасьев А.А.* Математическая модель неизотермической многофазной фильтрации бинарной смеси // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 1. С. 104–115.