УДК 532.5.013.4:536.25:541.18

# О ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССАХ В МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНЫХ КАНАЛАХ

© 2019 г. А. Ф. Глухов<sup>а,\*</sup>, А. С. Сидоров<sup>а,\*\*</sup>

<sup>а</sup> Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

\* E-mail: glua@mail.ru \*\* E-mail: sidorovaliksandr@mail.ru Поступила в редакцию 24.10.2018 г. После доработки 28.12.2018 г. Принята к публикации 12.01.2019 г.

Анализируются причины наблюдаемых в эксперименте периодических переходов между двумя возможными направлениями течения магнитной жидкости в подогреваемых снизу связанных вертикальных каналах. Показано, что ключевая роль принадлежит термодиффузии коллоидных частиц за счет горизонтальных градиентов температуры в сечении узких каналов. Конвекция, с одной стороны, способствует перемешиванию жидкости, а с другой стороны, сама выступает в роли генератора концентрационных неоднородностей. Гравитационная седиментация частиц исключена из списка возможных причин таких колебаний.

*Ключевые слова:* магнитная жидкость, тепловая конвекция, коэффициент Соре, седиментация

DOI: 10.1134/S0568528119040066

При конвекции магнитных жидкостей в подогреваемых снизу связанных вертикальных каналах вблизи порога неустойчивости механического равновесия наблюдаются специфические колебания почти прямоугольной формы, связанные с периодической сменой направления течения жидкости [1]. В экспериментах использовались магнитные жидкости на базе керосина, т.е. основой выступала многокомпонентная жидкость. В жидких бинарных растворах (например, раствор сульфата натрия в воде) также наблюдались похожие процессы. Для бинарных растворов построена теоретическая модель [2] и в численных расчетах получены колебания похожей формы. Ключевой элемент модели нормальная термодиффузия молекул тяжелой компоненты за счет горизонтальных температурных градиентов в узких каналах.

В настоящей работе анализируются причины описываемых явлений в магнитных жидкостях. Оценена роль гравитационной седиментации и термодиффузионного дрейфа коллоидных частиц. Предлагается формула, связывающая период колебаний с числом Релея и с диффузионными и термодиффузионными свойствами среды.

#### 1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Использовалась экспериментальная установка, описанная в [1], но оснащенная более современной измерительной техникой. Главная часть установки состояла из латунной пластины  $70 \times 6.2 \times 21$  мм<sup>3</sup>, вдоль которой были вырезаны два параллельных канала квадратного сечения шириной 2d = 3.2 мм и высотой h = 50 мм. Каналы сверху и снизу соединялись друг с другом короткими перемычками того же профиля, так что расстояние между центрами каналов составляло 6 мм. Вертикальный градиент температуры создавался при помощи электрического нагревателя внизу пластины и обдуваемого радиатора в ее верхней части. Терморегулятор "Термодат 16ЕЗ" поддерживал заданную разность температур с точностью  $\pm 0.2$  К, так что в пластине и в жидкости, находящейся в равновесии, создавалось однородное в сечении и линейное по длине каналов распределение температуры. При достижении критических условий подогрева возникало конвективное течение: в одном канале восходящий поток, а в другом – нисходящий. Интенсивность течения определялась по разности температур 2 $\Theta$  между восходящим и нисходящим потоками при помощи дифференциальной медь-константановой термопары из проводов диаметром



**Рис. 1.** Периодические переходы магнитной жидкости между двумя ветвями конвекции в подогреваемых снизу связанных вертикальных каналах при Ra = 36

0.1 мм. Спаи термопары были установлены в средней части каналов на высоте h/2, а ее сигнал измерялся цифровым прибором "Термодат 29БМ1" с разрешением 0.01°С. Приборы подключались к USB порту компьютера, показания датчиков измерялись программой TermodatNet и сохранялись в виде термограмм.

Описываемые эксперименты отличаются от опытов с магнитными жилкостями на основе керосина [1, 3] тем, что исключена возможная термодиффузия молекул тяжелых фракций керосина, которые гипотетически могли бы обеспечить описываемые колебания. Для этого в каналы заливалась магнитная жидкость на основе ундекана, где тяжелых фракций нет, а коллоидные частицы есть. Один из образцов магнитной жидкости характеризуется следующими параметрами: средняя концентрация  $C_0 = 0.16$ ; вязкость  $\eta = 8.5 \times 10^{-3}$  Па·с;  $\rho = 1.46 \times 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; кинематическая вязкость  $\nu = 5.8 \times 10^{-6}$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>; температуропроводность среды  $\chi = 1.1 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>; концентрационный коэффициент плотности  $\beta_c = 5.2$ ; температурный коэффициент  $\beta_t = 1.0 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ . Плотность и концентрация частиц измерялись при помощи пикнометра и аналитических весов. вязкость определялась вибрационным вискозиметром SV-10. Коэффициент температуропроводности определяли методом регулярного режима, путем записи кривых остывания образца в вертикальном канале диаметром 6.0 мм и длиной 42 мм, окруженном толстыми латунными стенками. Размеры частиц находили из анализа кривой намагничивания жидкости [4]. Вместе с защитным слоем радиус частиц r = 5 нм. Скорость седиментации вычислена по формуле Стокса  $v_{\rm c} = 2.4 \times 10^{-11}$  м/с, а коэффициент диффузии оценен формулой Эйнштейна  $D = 5.2 \times 10^{-12}$  м<sup>2</sup> с<sup>-1</sup>. В эксперименте определен критический перепад температур для возникновения конвекции в обсуждаемом образце  $\Delta T_0 = 9.0$  K, что соответствует критическому числу Релея Ra<sub>0</sub> =  $=g\beta_{\rm T}d^4\Delta T_0/(hv\chi)$  = 18, здесь g – ускорение свободного падения. Для сопоставления с теорией использовалось относительное число Релея  $\mu = Ra/Ra_0$ .

График экспериментальной интенсивности течения  $\Theta(0.5h)/\Delta T$  в зависимости от числа Релея Ra в магнитной жидкости на основе ундекана качественно не отличается от графиков для жидкостей на базе керосина. Термограмма, показанная на рис. 1, также похожа на термограммы колебаний жидкостей на основе керосина. Вблизи порога неустойчивости равновесия уже возникшее почти стационарное конвективное течение оказывается неустойчивым и за время  $\tau/2$  путем быстрого переходного процесса подъемное конвективное течение в левом канале и опускное в правом меняется на конвекцию в обратном направлении. Далее все повторяется с периодом  $\tau \sim 1$  час. Периодические переходы между двумя ветвями конвекции, так называемые перебросы, наблюдались во всех образцах. Причину описанных периодических процессов могут прояснить оценки, выполненные на основе параметров среды.

#### 2. АНАЛИЗ РОЛИ СЕДИМЕНТАЦИИ

Эксперименты показали, что в каналах появляются вертикальные градиенты концентрации еще до возникновения конвекции. Это проявляется в колебательной неустойчивости механического равновесия и в гистерезисе возникновения конвекции в каналах. Имеется несколько причин появления вертикальных неоднородностей до возникновения конвекции. Прежде всего это неполное перемешивание исходного образца. В результате более концентрированные неоднородности оседают вниз (концентрационная конвекция). Медленнее оседают агрегаты частиц, а самой медленной является седиментация одиночных частиц за время  $h/v_s \sim 6 \times 10^5$  ч.

Рост концентрации в нижней части сосуда в слое высотой δ за счет оседания частиц со скоростью *v* можно описать формулой

$$C = C_0 \left( 1 + \frac{v_s t}{\delta} \right) \tag{2.1}$$

Формула актуальна, пока можно пренебречь диффузией частиц в обратном направлении, т.е. когда  $t < \delta^2/(\pi^2 D)$ . Седиментация дает весьма медленный прирост концентрации вблизи дна каналов. Например, при  $v_s \sim 10^{-11}$  м/с за время подготовки эксперимента  $t \sim 10^4$  с в слое высотой  $\delta \sim 0.01$  м концентрация увеличится всего на  $\Delta C/C_0 \sim 10^{-5}$ , но этого достаточно, чтобы наблюдать колебательный переход от механического равновесия с периодом  $\tau_t$ , который можно оценить из теории колебательной неустойчивости механического равновесия [3]

$$\tau_t = \frac{4d^2}{\pi\chi} \sqrt{\frac{\beta_t \nabla T_c}{\beta_c \nabla C}} \sim 10^2 c$$
(2.2)

Здесь  $\nabla T_c$  — вертикальный градиент температуры, при котором наблюдается колебательная неустойчивость механического равновесия,  $\nabla C$  — вертикальный градиент концентрации, возникший, например, за счет седиментации. Из формулы видно, что  $\tau_t$  не зависит от диффузионных параметров магнитной жидкости, а определяется только температуропроводностью среды. Также важно отметить, что период переходных колебаний на порядок меньше, чем период перебросов (рис. 1).

Гравитационная седиментация частиц оказывает влияние на конвекцию магнитных жидкостей в каналах только на начальном этапе перехода от равновесия к конвективному течению. Время релаксации вертикальных концентрационных неоднородностей на пять порядков превышает период перебросов  $\tau$ , а скорость оседания частиц на семь, восемь порядков меньше конвективной скорости. Только в очень узком пристеночном слое ~  $10^{-7}$  м скорость оседания частиц может сравниться с конвективной скоростью [5]. За время  $\tau/2$  частицы продвинутся за счет седиментации на ничтожное расстояние одинаково и в правом, и в левом каналах. При этом в центральной части канала жидкие частицы успеют совершить десятки оборотов по замкнутому контуру. Гравитационная высота для применявшихся жидкостей составляет  $kT/mg \sim 0.1$  м, здесь m масса частицы за вычетом массы вытесненной жидкости. Равновесное больцмановское распределение частиц по высоте достигается в каналах за время порядка года, а само это распределение характеризуется столь большой стратификацией по плотности, что делает невозможным возникновение конвекции при разумных градиентах T.

Приведенные оценки позволяют утверждать, что природа периодических переходов системы между двумя направлениями течения в каналах никак не связана с седиментацией.

#### 3. АНАЛИЗ РОЛИ ТЕРМОДИФФУЗИИ

Седиментация частиц и термодиффузия за счет вертикального перепада температур уходят на второй план на фоне более сильного термодиффузионного потока частиц поперек узких каналов. Это связано с тем, что в канале горизонтальный температурный градиент на порядок превышает вертикальный, т.к. конвекция создает в узком канале поперечный перепад температуры  $\Theta$  между стенкой и центром канала [5], сравнимый с вертикальной разностью  $\Delta T$ . Скорость термодиффузионного дрейфа частиц  $v_r$  в горизонтальном сечении каналов определяется формулой

$$v_t = -D\alpha \nabla T \tag{3.1}$$

Здесь α – коэффициент термодиффузии Соре. При положительном коэффициенте α частицы дрейфуют в направлении стенок в канале с течением вверх, а в канале с течением вниз направление дрейфа обратное, от горячих стенок к холодному центру.

Время релаксации гидродинамических возмущений поперек каналов  $(2d)^2/(2\pi^2 v) \sim 0.1$  с, а время релаксации температурного поля  $(2d)^2/(2\pi^2 \chi) \sim 5$  с, т.е. эти времена существенно меньше периода перебросов  $\tau \sim 1$  ч. Это означает, что на каждом из полупериодов в каналах реализуется установившееся, почти стационарное конвективное течение, аналогичное течению однокомпонентной жидкости.



**Рис. 2.** Период перебросов в зависимости от относительного числа Релея:  $I - \phi$ ормула (3.4) при  $\alpha = 0.19 \text{ K}^{-1}$ ; 2 -эксперимент с магнитной жидкостью на основе ундекана C = 0.16, r = 5 нм; 3 -сечение каналов, оси координат и направление дрейфа частиц (стрелки) в каналах с течением вверх (+) и вниз (-)

Диффузионное время релаксации концентрационных неоднородностей поперек канала  $(2d)^2/(2\pi^2 D) \sim 30$  ч, т.е. на много порядков больше гидродинамического и температурного времен релаксации, а также более чем на порядок превышает период перебросов. Это дает возможность применить формулу (2.1) для описания накопления частиц у стенки в канале с восходящим потоком, и убыли частиц вблизи стенки в канале с нисходящим течением, но вместо скорости седиментации  $v_s$  использовать скорость термодиффузионного дрейфа  $v_t$ . Толщина пристеночного слоя  $\delta$  для оценок выбирается, исходя из гармонического профиля скорости [5], так чтобы полупериод перебросов  $\tau/2$  соответствовал времени пробега жидкой частицей длины канала h. Таким образом, линия уровня  $V = 2h/\tau$  отсекает пристеночную область (рис. 2), где магнитные частицы накапливаются в течение полупериода и канал в среднем становится тяжелее. Канал с течением вниз будет терять магнитные частицы из пристеночного слоя, т.е. станет легче. Когда концентрационная подъемная сила в достаточной мере вырастет, произойдет смена направления конвекции.

Для дальнейших оценок используется аналитическое решение нелинейной стационарной задачи о конвекции однокомпонентной жидкости в подогреваемых снизу каналах квадратного сечения конечной высоты [5]. Координатные оси в сечении каналов показаны на фрагменте рис. 2, где ось *z* перпендикулярна рисунку и направлена вверх. Скорость и температура в канале описываются формулами

$$V(x, y) = V_0 \sin(\pi x/2d) \cos(\pi y/2d)$$
  

$$T(x, y, z) = \Theta(z) \sin(\pi x/2d) \cos(\pi y/2d)$$
(3.2)

При этом во втором канале  $\Theta_2(z) = -\Theta(h - z), V_2 = -V$ . Скорость течения имеет только вертикальную компоненту *V*, которая не зависит от *z*, а вертикальное распределение  $\Theta(z)$  постоянно вдоль большей части длины канала только при небольших числах Релея вблизи порога неустойчивости. Последний факт подтвержден в [5] экспериментально и это позволяет упростить последующие оценки.

Подставляя скорость термодиффузионного дрейфа (3.1) в формулу (2.1), используя средний по горизонтали градиент температуры  $\Theta/d$  вблизи любой из четырех стенок канала, можно найти рост концентрации со временем *t* в слое толщиной  $\delta$ 

$$\Delta C = C_0 \frac{t D \alpha \Theta}{\delta d}$$

В канале с течением вниз эта формула описывает убыль концентрации у стенок в слое толщиной  $\delta$ . Таким образом, между каналами разница пристеночных концентраций составит 2 $\Delta C$ .

Концентрационная подъемная сила Архимеда находится умножением  $\rho g \beta_c \Delta C$  на объем пристеночного слоя  $8d\delta h$ . Эта сила растет со временем *t* и тормозит поток, а жидкость течет благодаря температурной подъемной силе, которую можно найти путем интегрирования  $\rho g \beta T$  по объему канала с учетом гармонического профиля *T* и постоянства  $\Theta$  по высоте (3.2). При  $t = \tau/2$  концентрационная сила сравняется с температурной силой и тогда происходит смена направления потока. Баланс сил в этот момент представляется соотношением

$$\rho g \beta_c C_0 \frac{\tau D \alpha \Theta}{2\delta d} 8 d\delta h = \rho g \beta_t \Theta (2d)^2 h \frac{4}{\pi^2}$$

Толщина слоя  $\delta$  и температура  $\Theta$  исключаются из уравнения баланса сил в каналах, и получается формула для оценки коэффициента термодиффузии через параметры жидкости и экспериментальный период перебросов  $\tau$ 

$$\alpha = \frac{4\beta_t d^2}{\pi^2 \beta_c C_0 D \tau} \sim 0.1 \text{ K}^{-1}$$
(3.3)

Приведенное число совпадает по порядку величины с экспериментальными измерениями коэффициента α для магнитной жидкости в исследованиях других авторов [6].

Пример расчета прироста концентрации с учетом профилей (3.2) в слое, очерченном линией  $V = 2h/\tau = 3 \times 10^{-5}$  м/с при  $\mu = 1.2$ , дает термодиффузионный коэффициент на 10% ниже приведенной оценки. При  $\alpha \sim 0.1$  K<sup>-1</sup> для  $\mu = 1.2$  скорость термодиффузионного дрейфа  $v_t \sim 3 \times 10^{-10}$  м/с, что на порядок больше скорости седиментации, но меньше конвективной скорости  $V_0 = 1.3 \times 10^{-3}$  м/с. Дрейф коллоидных частиц со скоростью  $v_t$  происходит перпендикулярно траекториям жидких частиц и в противоположные стороны в разных каналах. Концентрационный коэффициент плотности более чем на три порядка больше температурного коэффициента, поэтому генерируемые конвекцией в тонком пристеночном слое неоднородности концентрации весьма малы  $\Delta C/C_0 \sim 10^{-4}-10^{-3}$  и недоступны обычным средствам измерения. В описываемых экспериментах чувствительным элементом служит слабая конвекция в узких каналах, а через легко измеряемый период перебросов можно определить термодиффузионный коэффициент  $\alpha$ .

Оценка (3.3) и характер экспериментальных зависимостей  $\tau(\mu)$  дает возможность предложить эмпирическую формулу для периода перебросов

$$\tau = \frac{4\beta_t d^2}{\pi^2 \beta_c C_0 D \alpha} \mu \tag{3.4}$$

Следует отметить, что период перебросов полностью определяется диффузионными и термодиффузионными свойствами среды в отличие от периода переходных колебаний (2.2), который зависит только от тепловых свойств жидкости. Формула (3.4) годится только для таких сред и таких значений µ, при которых можно выделить пристеночный пограничный слой, в котором частицы накапливаются в течение полупериода в канале с течением вверх (и убывают в противоположном канале) и при этом можно пренебречь диффузией коллоидных частиц в обратном направлении.

Диффузия способствует размыванию приграничного слоя, поэтому можно ожидать более быстрого роста периода с увеличением µ в средах с большим коэффициентом диффузии, чем у обсуждаемого образца. Однако зависимость периода перебросов от параметров среды формула (3.4) задает правильно и это подтверждает эксперимент.

На рис. 2 показаны результаты измерений периода перебросов при разных числах Релея в обсуждаемом образце магнитной жидкости. Линия *1* соответствует формуле (3.4) при значении коэффициента Соре  $\alpha = 0.19 \text{ K}^{-1}$ . Приведенное число — это фактически подгоночное значение и его желательно измерить независимым методом. Однако необходимо отметить, что в экспериментах [6] получены для магнитных жидкостей значения этого коэффициента, близкие к приведенному числу.

В эксперименте перебросы наблюдаются только вблизи порога неустойчивости равновесия, а при  $\mu > 1.5 - 2$  сменяются стационарным течением. По-видимому, объяснить этот факт может то, что суммарное термодиффузионное накопление частиц вблизи стенок канала пропорционально интегралу от температуры  $\Theta$  вдоль канала. С ростом числа Релея температура  $\Theta(z)$  становится неоднородной по вертикали [5], при этом ее интеграл сначала увеличивается с повышением  $\mu$ , а после  $\mu = 2$  начинает убывать. В результате сгенерированных конвекцией неоднородностей концентрации становится недостаточно, чтобы сменить направление конвективного потока.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проанализирована роль седиментации и термодиффузии коллоидных частиц в периодически повторяющейся неустойчивости конвективного течения магнитной жидкости в подогреваемых снизу связанных вертикальных каналах. Эти периодические переходы между двумя возможными направлениями конвективного потока наблюдаются в эксперименте вблизи порога неустойчивости механического равновесия. Показано, что седиментация не может служить причиной описанных периодических процессов. Главной причиной явления выступает термодиффузия коллоидных частиц за счет температурных градиентов, направленных поперек узких каналов. Предложена и подтверждена экспериментально формула для периода переходов в зависимости от числа Релея и от диффузионных и термодиффузионных параметров магнитной жидкости. Найден коэффициент термодиффузии частиц. Дано объяснение ограниченности диапазона относительных чисел Релея 1 <  $\mu$  < 2 для существования описанных нестационарных явлений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Глухов А.Ф., Путин Г.Ф*. Конвекция магнитных жидкостей в связанных каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 5. С. 41–48.
- 2. *Глухов А.Ф., Демин В.А., Путин Г.Ф.* Конвекция бинарной смеси в связанных каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 2. С. 13–23.
- 3. *Глухов А.Ф., Демин В.А., Попов Е.А.* Тепловая конвекция магнитной наносуспензии в узких каналах // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 1. С. 41–51.
- 4. *Пшеничников А.Ф., Лебедев А.В., Радионов А.В., Ефремов Д.В.* Магнитная жидкость для работы в сильных градиентных полях // Коллоид. журн. 2015. Т. 77. С. 207–213.
- 5. *Glukhov A.F., Zorin S.V., Putin G.F., Petukhova E.S.* Thermal convection in connected vertical channels of finite height // Heat transfer. Soviet research. 1988. V. 20. № 2. P. 167–173.
- 6. *Sprenger L., Lange A., and Odenbach S.* Thermodiffusion in concentrated ferrofluids // J. Phys. Fluids. 2013. 25. 122002.