

УДК 532.5.032

РАСЧЕТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО КАВИТАЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ ЛОПАТКИ НАПРАВЛЯЮЩЕГО АППАРАТА ГИДРОТУРБИНЫ

© 2019 г. А. А. Гаврилов^{a,b}, А. В. Сентябов^{a,b,*}, К. А. Финников^{a,b}

^a Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН (ИТ СО РАН), Новосибирск, Россия

^b Сибирский федеральный университет (СФУ), Красноярск, Россия

* E-mail: sentyabov_a_v@mail.ru

Поступила в редакцию 02.10.2018 г.

После доработки 20.11.2018 г.

Принята к публикации 18.12.2018 г.

Представлены результаты численного моделирования кавитационного обтекания модели лопатки направляющего аппарата гидротурбины, выполненные для условий экспериментальных исследований. Анализируются возможности метода моделирования отсоединенных вихрей (DES) для расчета динамики обтекания гидрокрыла в различных режимах для двух углов атаки: 3 и 9°. Приводится сопоставление средней скорости течения внутри пограничного слоя с экспериментальными данными, а также величина и форма трехмерной паровой каверны в различных режимах. Анализируется динамика паровой каверны и генерируемые при этом пульсации.

Ключевые слова: кавитация, гидрокрыло, численное моделирование, турбулентность, DES

DOI: 10.1134/S0568528119040054

Явление кавитации нередко встречается в потоках жидкости в технических системах и установках, что вызвано высокими скоростями течения в них. Среди таких систем можно назвать гидравлические турбины, центробежные насосы, судовые винты и др. Как правило, кавитация оказывает серьезное негативное влияние на работу таких систем, ухудшая характеристики работы оборудования и повышая износ конструкций в результате кавитационной эрозии. Зачастую кавитации подвергаются отдельные участки проточного тракта гидравлических турбин. Формирование кавитации за передними кромками лопаток направляющего аппарата и лопастей рабочего колеса в гидротурбине вызвано падением давления на стороне разрежения при высокой скорости обтекания соответствующего профиля. Такая кавитация, называемая профильной [1], активно изучается экспериментальными и расчетными методами с помощью двумерных и квазидвумерных моделей. Получаемые результаты наиболее применимы к лопаткам направляющего аппарата, форма которых зачастую близка к квазидвумерной. В то же время как лопатки направляющего аппарата, так и лопасти рабочего колеса в поперечном направлении имеют размер, сопоставимый с продольным, что вносит серьезное влияние угловых трехмерных эффектов на кавитационное течение.

Простейшее описание кавитационного течения базируется на анализе зон пониженного (т.е. ниже давления насыщенных паров) абсолютного давления вблизи гидрокрыла. Вместе с тем появление паровой каверны оказывает значительное влияние на весь поток: изменяется структура пограничного слоя, в частности, появляются отрывные зоны и возникают новые виды неустойчивостей. Существующие методы моделирования кавитирующих течений достаточно разнообразны. Однако до сих пор не существует универсального подхода, который одинаково хорошо описывал бы все кавитационные явления. В настоящее время наиболее широкое распространение получили модели сплошной среды, в которых двухфазная система рассматривается состоящей из двух компонент (жидкости и пара) и имеющей непрерывное распределение плотности. Свойства такой двухфазной смеси пространственно неоднородны и зависят от локального значения объемной доли пара. С прикладной точки зрения кавитация наилучшим образом описывается моделями квазигомогенной двухфазной среды, в которых рассматриваются процессы образования пара, его переноса и конденсации, поскольку с их помощью можно отслеживать из-

менение неравновесного состояния двухфазной системы во времени. В их основе лежит уравнение переноса объемной или массовой доли одной из фаз, включающее источниковое слагаемое, которое описывает испарение и конденсацию. Соотношения, связывающие скорость изменения массы пара и параметры течения, суть модель кавитации. Большой класс моделей кавитации основан на решении уравнения Рэлея–Плессета, описывающего динамику размера одиночного парового пузыря [2]. При их построении уравнение Рэлея–Плессета упрощается, и принимается, что каждый пузырек в области кавитации расширяется или схлопывается так же, как одиночный пузырек в неограниченном объеме жидкости, а давление на бесконечном удалении от пузырька равно локальному осредненному давлению. При этом пар в пузырьке считается насыщенным, и, следовательно, равновесие между процессами испарения и конденсации считается установившимся.

Вследствие кавитации в потоке проявляются крупномасштабные нестационарные эффекты, которые оказывают большое воздействие на турбулентный перенос импульса и паровой фазы. Ввиду этого при моделировании кавитации оказывается очень важным изучить динамику паровой каверны, что, однако, требует применения нестационарных методов расчета, таких как URANS (нестационарные усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса), DES (метод моделирования отсоединенных вихрей) или LES (метод моделирования крупных вихрей), позволяющих явно разрешать крупномасштабные нестационарные процессы. В то же время турбулентный пограничный слой испытывает влияние трехмерных эффектов из-за наличия каверны и, как следствие, может сильно отличаться от однофазного случая.

На модельных гидропрофилях было проведено множество как экспериментальных, так и численных исследований. Многие ранние исследования по численному моделированию кавитации при обтекании гидропрофилей были проведены в двумерных или периодических в поперечном направлении постановках [3–7]. В частности, в данных работах анализировались механизмы схода вихрей за паровой каверной [3]. В статье [8] отмечается роль моделирования турбулентности при расчете кавитации. Как правило, при моделировании использовались RANS модели турбулентности, такие как $k-\epsilon$ RNG или $k-\omega$ SST [5, 6, 8], а в ряде исследований – LES, в том числе ILES (неявный LES) [5, 7].

В данной статье анализируются результаты численного моделирования кавитационного обтекания масштабной модели лопатки направляющего аппарата высоконапорной гидротурбины с помощью гибридного RANS/LES метода моделирования отсоединенных вихрей в модификации DES с задержкой в сравнении с данными экспериментального исследования. Рассматривается влияние паровой каверны на развитие турбулентного пограничного слоя на стороне разрежения гидропрофиля и динамику паровой каверны.

1. РАСЧЕТНАЯ МОДЕЛЬ

Исследования проводились на масштабной модели лопатки направляющего аппарата высоконапорной ГЭС с длиной главной хорды $C = 100$ мм. Расчетная область представляла собой часть рабочего канала кавитационного гидравлического стенда, экспериментальные исследования на котором подробно описаны в статьях группы ИТ СО РАН [9–11]. Вход расчетной области был расположен на расстоянии $6.9C$ от центра гидрокрыла, а выход – на расстоянии $4.6C$ от него. Вход и выход соответствовали положениям датчиков статического давления P_1 и P_2 в экспериментальном стенде. Ось крыла была расположена посередине высоты рабочего участка, равной $2.5C$, а ширина крыла составляла $0.8C$, совпадая с шириной рабочего участка.

Рабочей жидкостью служила дистиллированная вода. Число кавитации $\sigma = (p_1 - p_v)/(\rho U_0^2/2)$ определялось в экспериментах [12] разницей статического давления на входе в рабочий канал и давлением насыщенных паров воды, отнесенной к динамическому напору потока. В качестве характерной скорости U_0 принималась средняя скорость в канале, измеренная методом PIV на некотором расстоянии от крыла вверх по потоку. Массовый расход (табл. 1) рассчитывался как произведение средней скорости, плотности воды в данных условиях (табл. 2) и площади сечения рабочего канала. В расчете было фиксировано давление на выходе. На входе в расчетную область задавались распределения компонент скорости и турбулентных характеристик, полученные из расчета предшествующей области гидравлического стенда, которая включала в себя конфузор и часть рабочего канала [13]. Параметры среды в соответствии с условиями эксперимента были взяты при температуре 30°C (табл. 2).

В серии расчетных исследований были рассмотрены несколько кавитационных режимов для двух углов атаки $\alpha = 3$ и 9° . Режимы течения (табл. 1) расположены в порядке уменьшения кави-

Таблица 1.

σ	$\sigma/(2\alpha)$	U_0 , м/с	G , кг/с	режим
$\alpha = 3^\circ$				
1.35	11.8	11.6	230	докавитационный
0.9	7.8	12.9	257	кавитационный
$\alpha = 9^\circ$				
3.76	11.3	8.1	161.4	докавитационный
2.49	7.9	9.45	188.1	кавитационный
1.86	5.5	10.47	208.6	кавитационный

Таблица 2

p_v , кПа	ρ , кг/м ³	μ , Па·с
4.2	996	0.79×10^{-3}

тационного числа σ , т.е. увеличения количества паровой фазы в канале. Первые режимы для обоих углов атаки, $\sigma = 1.35$ и 3.76 , докавитационные и позволяют рассмотреть модель без учета кавитации.

Моделирование кавитационного обтекания лопатки было основано на решении трехмерных уравнений Рейнольдса, описывающих турбулентное течение несжимаемой жидкости, с помощью метода контрольного объема в переменных скорость–давление. Для моделирования кавитации использовался подход, основанный на решении уравнения переноса доли пара, и применялась модель из статьи [14], основанная на упрощенном уравнении Рэлея–Плессета. В ней скорости парообразования и конденсации обратно пропорциональны среднему радиусу кавитационных зародышей R_0 , который принимается постоянным

$$\dot{m}_V^+ = +F^v \frac{3f_L f_{nuc} \rho_V}{R_0} \sqrt{\frac{2|p_{vap} - p|}{3\rho_L}}, \quad p_{vap} > p$$

$$\dot{m}_V^- = -F^c \frac{3f_V f_V}{R_0} \sqrt{\frac{2|p_{vap} - p|}{3\rho_L}}, \quad p_{vap} < p$$

где f_{nuc} – объемная доля зародышей, F^c и F^v – эмпирические константы. Для решения задач настоящего исследования были взяты следующие параметры: радиус зародышей $R_0 = 5 \times 10^{-6}$ м, объемная доля зародышей $f_{nuc} = 5 \times 10^{-4}$, значения констант $F^c = 0.01$, $F^v = 50.0$. Для моделирования турбулентности использовалась модификация метода моделирования отсоединенных вихрей (метод DDES) на основе модели $k-\omega$ SST [15].

Для моделирования использовались трехмерные расчетные сетки, состоящие из гексаэдральных ячеек. Вблизи крыла был выделен пристеночный слой со сгущением координатных линий к поверхности крыла, а в остальной области – более разреженная блочно-структурированная сетка С-типа со сгущением в области следа за крылом. В среднем безразмерное расстояние от стенки крыла до первого расчетного узла составляет $y^+ \sim 1$, т.е. пограничный слой разрешался до стенки. В направлении размаха крыла сетка была сгущена к боковым стенкам, однако вблизи них y^+ первого расчетного узла был достаточно большим, поэтому использовались стандартные пристеночные функции. Для угла атаки $\alpha = 3^\circ$ расчетная сетка содержала 770 тыс. ячеек, для $\alpha = 9^\circ$ количество ячеек расчетной сетки составляло около 1 млн. Предварительные расчеты на более детальных сетках не показали значимого изменения результатов.

Связь полей скорости и давления осуществлялась с помощью процедуры SIMPLEC [16–18]. Для аппроксимации конвективных членов в уравнении переноса импульса применялась ограниченная центрально-разностная схема, а для уравнений переноса турбулентных характеристик и доли пара – противопоточная схема первого порядка. Нестационарные расчеты проводились с шагом по времени 10^{-4} с, что соответствовало числу Куранта $C_{CFL} < 10$.

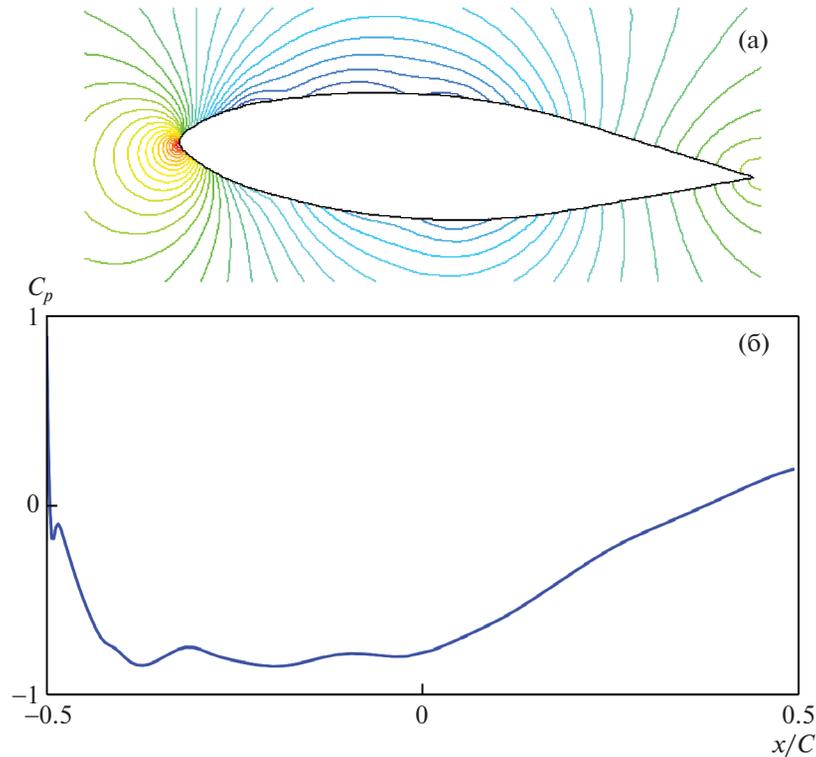


Рис. 1. Минимумы давления на поверхности лопатки ($\alpha = 3^\circ$): а – изолинии давления в центральной плоскости; б – коэффициент давления на стороне разрежения

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Угол атаки 3°

Форма данной лопатки направляющего аппарата имеет отличительные черты, значительно влияющие на характер кавитационного обтекания профиля. Для примера, на рис. 1 приведены изолинии поля давления вблизи лопатки, а также коэффициент давления $C_p = (p - p_1)/(\rho U_0^2/2)$ для бескавитационного обтекания при угле атаки 3° , рассчитанные с помощью модели $k-\omega$ SST. Как видно из рисунка, на стороне разрежения находятся три минимума давления, обусловленные небольшими изменениями кривизны профиля. Кавитационные пузырьки по мере движения над стороной разрежения последовательно проходят через эти области и то растут, то снова уменьшаются, что можно наблюдать в эксперименте [12]. Кроме того, отчетливая область пониженного давления формируется со стороны сжатия примерно посередине лопатки. В этом месте при достаточно низких числах кавитации может формироваться паровая каверна.

На рис. 2 приведены графики продольной компоненты скорости в различных сечениях. По вертикальной оси отложено расстояние до стенки крыла вдоль оси Oy , а по горизонтальной оси – скорость, нормированная на среднерасходную скорость через проходное сечение U_0 (см. табл. 1). Поскольку числа Рейнольдса достаточно велики, толщина пограничного слоя оказывается крайне малой (не более $0.03C$), и данные представлены для тонкого слоя вблизи поверхности лопатки. Как видно из рисунков, в докавитационном режиме ($\sigma = 1.35$) скорость хорошо совпадает с экспериментальными данными (рис. 2а). На этом режиме абсолютное давление не достигает давления насыщенных паров, как и следует ожидать, исходя из экспериментальных данных.

В кавитационном режиме ($\sigma = 0.9$) появляется паровая область длиной $0.57C$, простирающаяся от $x/C \approx -0.4$ до 0.17 в центральном сечении (рис. 3а). Хорошее совпадение средней скорости наблюдается для первых двух сечений $x/C = -0.4$ и -0.25 (рис. 2б). Безразмерные профили скорости в этих сечениях близки к докавитационным, так как кавитация в этой области еще слабо влияет на формирование пограничного слоя. Объемная доля пара близка к нулю в сечении $x/C = -0.4$. В сечении $x/C = -0.25$ она достигает 0.7 , а толщина каверны приближается к толщине пограничного слоя. В последующих сечениях (за каверной) расчетные данные хуже соответству-

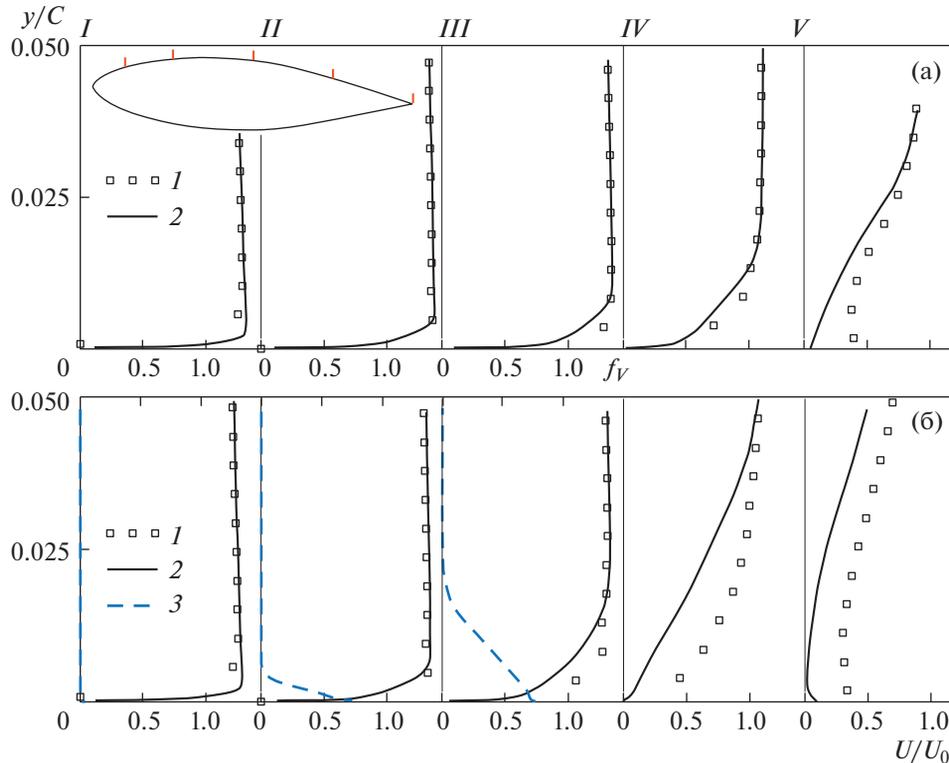


Рис. 2. Средние продольная компонента скорости для $\alpha = 3^\circ$: а – $\sigma = 1.35$ (докавитационный режим); б – $\sigma = 0.9$ (нестационарная каверна: 1 – эксперимент, 2 – расчет) и объемная доля пара (3 – расчет) для сечений: I – V – $x/C = -0.4, -0.25, 0, 0.25, 0.5$

ют экспериментальным: расчет недооценивает среднюю скорость внутри пограничного слоя в сечениях $x/C = 0; 0.25; 1$.

Мониторинг давления в точке m1 в центральной плоскости с координатами (0.05; 0.015) над задней кромкой лопатки показывает отчетливый периодический характер течения в кавитационном режиме, в отличие от докавитационного (рис. 4). Если для докавитационного режима пульсации давления происходят в широком диапазоне частот, то в кавитационном режиме имеется одна доминантная частота около 19 Гц. Число Струхала $St = fC/U_0$, рассчитываемое по длине лопатки D и среднерасходной скорости U_0 , составляло $St = 0.15$ (табл. 3), что несколько выше экспериментальных данных.

На рис. 5 показана эволюция паровой каверны в течение одного периода, а также поле скорости в центральном сечении и изменения коэффициента подъемной силы C_l и давления в точке m1 вблизи задней кромки; коэффициент подъемной силы определялся следующим образом:

Таблица 3

	L/C	St
расчет	0.57	0.15
эксперимент	1.07	0.11

Таблица 4

	L/C	St
расчет	0.3	0.11
эксперимент	0.65	0.45

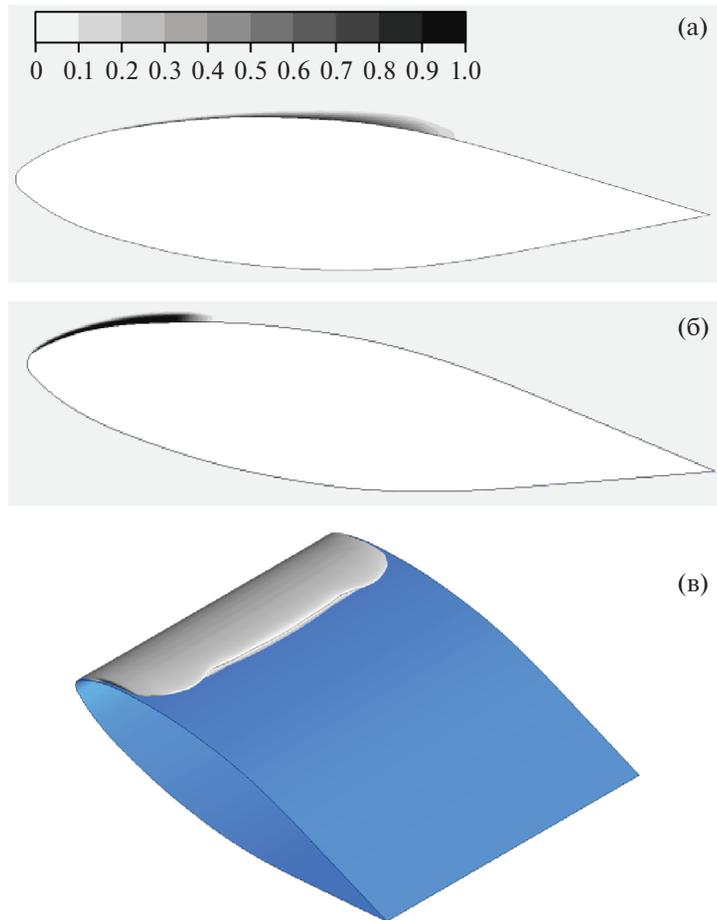


Рис. 3. Средняя объемная доля пара: изолинии в центральном сечении ($\alpha = 3^\circ$, $\sigma = 0.9$ (а), $\alpha = 9^\circ$, $\sigma = 1.86$ (б)); изоповерхность $f_v = 0.3$ (в) для $\alpha = 9^\circ$, $\sigma = 1.86$

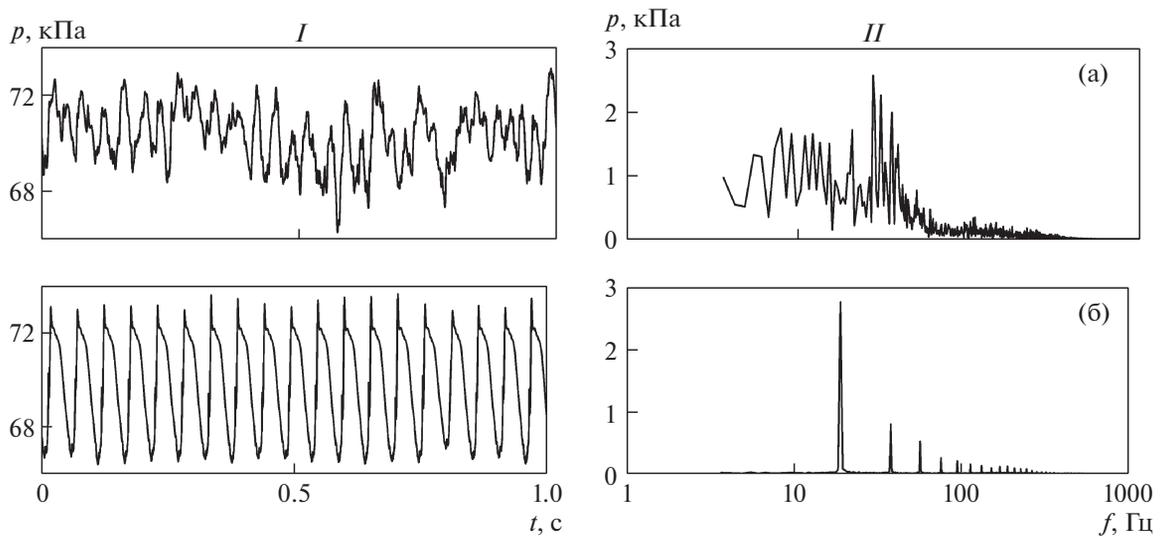


Рис. 4. Пульсации давления (I) и спектры пульсации давления (II) для $\alpha = 3^\circ$: а – $\sigma = 1.35$ (докавитационный режим); б – $\sigma = 0.9$ (нестационарная каверна)

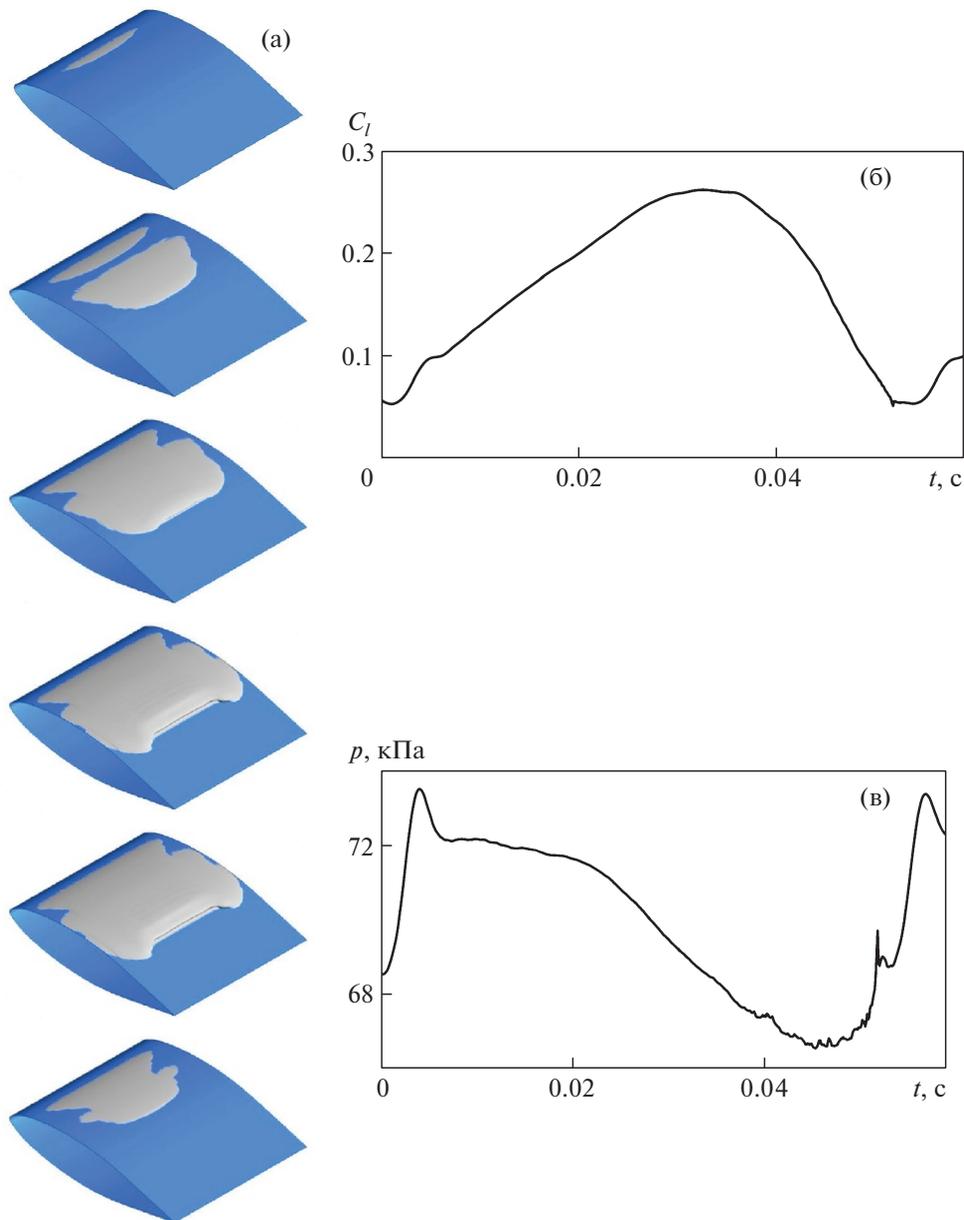


Рис. 5. Эволюция паровой каверны в течение одного периода ($\sigma = 0.9$): а - изоповерхность доли пара ($f_V = 0.3$) через каждые 0.01 с, б – изменение коэффициента подъемной силы, в – изменение давления в точке m1 для $\alpha = 3^\circ$

$C_l = F / (\rho U_0^2 Cl / 2)$, где F – подъемная сила, а l – длина лопатки в направлении z . В начале периода пар занимает минимальный объем над поверхностью лопатки, а подъемная сила минимальна (рис. 5 б). Вблизи задней кромки происходит отрыв потока, которому соответствует минимум давления (в). Далее каверна начинает постепенно расти, причем ввиду особенностей геометрии появляются две паровые области на стороне разрежения лопатки. Отрыв потока при этом исчезает, а давление быстро возрастает. Каверна имеет выраженный трехмерный характер, демонстрируя сильное влияние боковых стенок на кавитацию: вблизи стенок пар практически отсутствует. Ближе к концу периода каверна достигает максимальных размеров, а за ней снова формируется возвратное течение, после чего она схлопывается за короткий промежуток времени. Эволюция паровой каверны в целом соответствует экспериментальным данным [11], однако максимальная длина каверны заметно меньше.

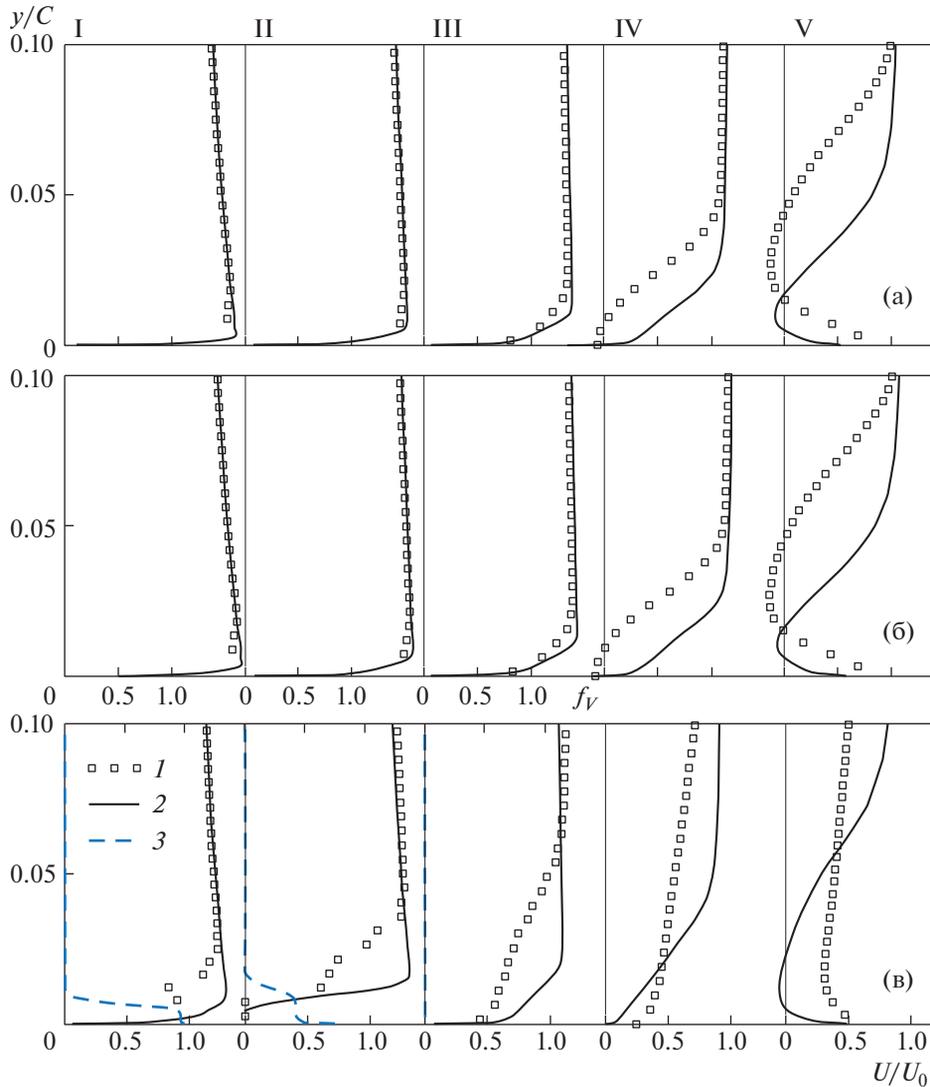


Рис. 6. Средние продольная компонента скорости (1 – расчет, 2 – эксперимент) и объемная доля пара (3 – расчет): а – $\sigma = 3.76$ (докавитационный режим); б – $\sigma = 2.49$; в – $\sigma = 1.86$ – для $\alpha = 9^\circ$ и сечений: 1–V – $x/C = -0.4, -0.25, 0, 0.25, 0.5$

2. Угол атаки 9°

При угле атаки 9° , так же, как и 3° , наблюдается хорошее совпадение профилей скорости за пределами пограничного слоя (рис. 6). Для докавитационного режима и для режима $\sigma = 2.49$ расчетные графики скорости близки к экспериментальным над передней половиной лопатки (сечения $x/C = -0.4, -0.25$ и 0), однако вблизи задней кромки эксперимент показывает в среднем более широкую и длинную область рециркуляции, чем расчет. Как экспериментальные, так и расчетные графики скорости для режимов $\sigma = 3.76$ и 2.49 мало отличаются друг от друга, вследствие малости паровой каверны и соответственно ее влияния на поток. Сама каверна расположена вблизи передней кромки. В режиме $\sigma = 1.86$ каверна достаточно велика, чтобы влиять на развитие пограничного слоя (в), и простирается в центральной плоскости от $x/C = -0.5$ до -0.2 (рис. 3б). Как показывают графики средней доли пара, толщина каверны достигает примерно $0.02C$, что соответствует толщине пограничного слоя в расчете. В то же время экспериментальные данные показывают более высокую длину каверны и толщину пограничного слоя.

В спектре пульсаций для режимов $\sigma = 3.76$ и 2.49 нельзя выделить доминантной частоты (рис. 7). В режиме $\sigma = 1.86$ пульсации давления вблизи задней кромки происходят в широком диапазоне частот с максимумом при частоте 12 Гц, что соответствует числу Струхала $St = 0.11$ (табл. 4). Сама

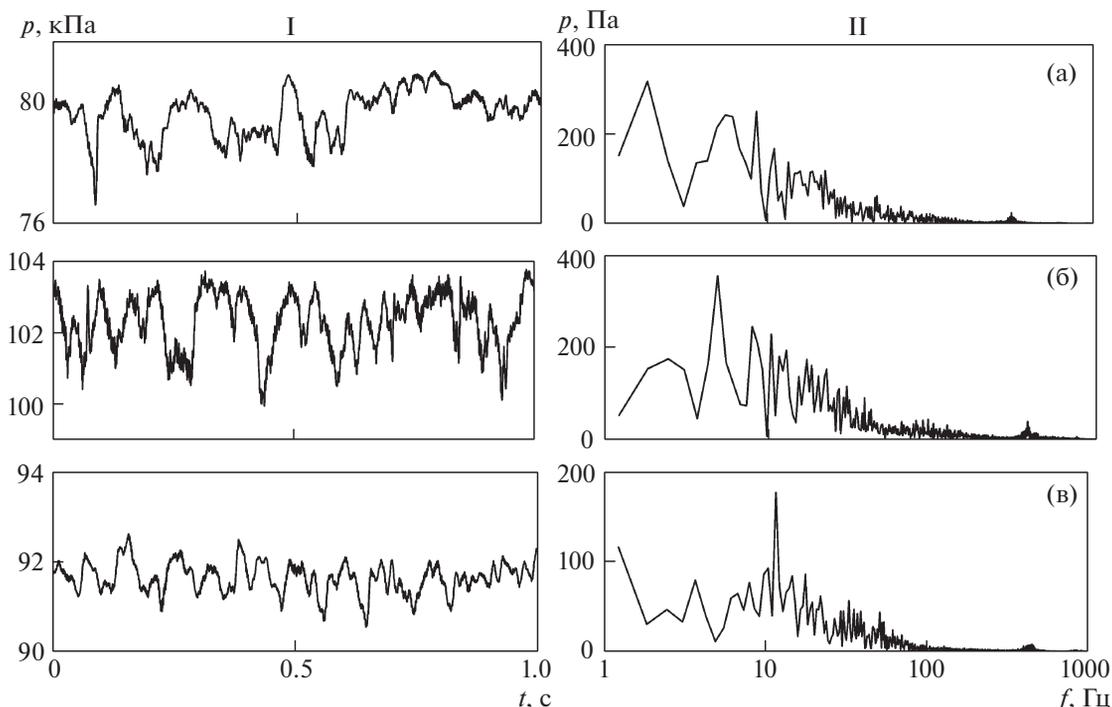


Рис. 7. Пульсации давления (I) и спектры пульсации давления (II) для $\alpha = 9^\circ$: а – $\sigma = 3.76$ (докавитационный режим); б, в – $\sigma = 2.49; 1.86$

каверна при этом не показывает заметной динамики, немного колеблясь вокруг среднего положения (рис. 3в).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное численное исследование обтекания модели лопатки направляющего аппарата высокоскоростным потоком установило следующие особенности. Функционирование элементов проточного тракта гидравлической электростанции сопряжено с возникновением кавитации различного типа. В частности, при обтекании лопаток направляющего аппарата и лопастей рабочего колеса на стороне разрежения возникает профильная кавитация. Особенности геометрии обтекаемых поверхностей могут оказывать сильное влияние на процессы кавитации. Так, у рассматриваемой в работе лопатки направляющего аппарата высоконапорной ГЭС профиль передней части имеет резкие изменения кривизны, что приводит к чередованию областей повышенного и пониженного давления вдоль лопатки. Таким образом, паровые пузырьки, двигаясь вдоль лопатки, проходят несколько циклов роста и сжатия. Кроме того, в процессе эволюции паровой каверны при малом угле атаки она периодически разбивается на две отдельных области, соответствующие двум локальным минимумам давления.

Для исследования кавитационного обтекания лопатки направляющего аппарата были рассмотрены различные кавитационные и докавитационные режимы обтекания лопатки при двух углах атаки $\alpha = 3$ и 9° . Использование метода DDES позволило провести анализ нестационарной картины течения, эволюции каверны и отрыва потока, пульсаций давления и подъемной силы. Сравнение локальных профилей скорости в кавитационных режимах при $\alpha = 3^\circ$ показывает хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных в пограничном слое над первой половиной лопатки, а над второй половиной расчет показывает более интенсивное возвратное течение, чем эксперимент. При $\alpha = 9^\circ$, наоборот, – возвратное течение вблизи задней кромки менее интенсивное в расчете, чем в эксперименте.

При $\alpha = 3^\circ$ кавитационный режим выделяется строгой периодичностью, которая связана с колебаниями размера паровой каверны. При этом за период пульсаций каверна достигает размера, сопоставимого с длиной лопатки, а затем практически полностью исчезает. Колебания дав-

ления на стороне разрежения лопатки, вызывая изменение размеров каверны, также приводят к сильным пульсациям коэффициента подъемной силы от 0.05 до 0.27.

При $\alpha = 9^\circ$ в кавитационном режиме $\sigma = 1.86$ расчет также показывает доминантные частоты в спектре пульсаций давления, однако диапазон частот очень широк, а пульсации давления имеют в значительной мере стохастический характер. Каверна расположена вблизи передней кромки, она имеет небольшую длину, которая мало меняется со временем.

Работа была выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-19-00138).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кривченко Г.И.* Гидравлические машины: турбины и насосы. М.: Энергия, 1978. 320 с.
2. *Brennen C.E.* Fundamentals of multiphase flows. Cambridge.: Univ. Press. 2005. 410 p.
3. *Arndt R., Wosnik M., Qin Q.* Experimental and Numerical Investigation of Large Scale Structures in Cavitating Wakes // 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit 5–8 June 2006, San Francisco, California, AIAA 2006-3046.
4. *Wang G., Ostoja-Starzewski M.* Large eddy simulation of a sheet/cloud cavitation on a NACA0015 hydrofoil // Appl. Mathem. Modelling. 2007. V. 31. P. 417–447. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2005.11.019>
5. *Gosset A., Lema M., Pena F.L.* Periodic phenomena on a partially cavitating hydrofoil // Proceedings of the Eighth International Symposium on Cavitation (CAV 2012). 2012. 277. P. 685–690. https://doi.org/10.3850/978-981-07-2826-7_277
6. *Huang B., Ducoin A., Young Y.L.* Evaluation of Cavitation Models for Prediction of Transient Cavitating Flows around a Stationary and a Pitching Hydrofoil // Proceedings of the Eighth International Symposium on Cavitation (CAV 2012). 2012. 284. P. 601–608.
7. *Ji B., Luo X.W., Arndt R.E.A., Peng X., Wu Y.* Large eddy simulation and theoretical investigations of the transient cavitating vertical flow structure around a NACA66 hydrofoil // Intern. J. Multiphase Flow. 2015. V. 68. P. 121–134. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2014.10.008>
8. *Li D.-Q., Grekula M., Lindell P.* A modified SST $k-\omega$ Turbulence Model to Predict the Steady and Unsteady Sheet Cavitation on 2D and 3D Hydrofoils // Proc. 7th Intern. Symposium on Cavitation CAV2009, August 17–22, 2009, Ann Arbor, Michigan, USA, 13 P.
9. *Kravtsova A.Yu., Markovich D.M., Pervunin K.S., Timoshevskiy M.V., Hanjalic K.* High-speed visualization and PIV measurements of cavitating flows around a semi-circular leading-edge flat plate and NACA0015 hydrofoil // Intern. J. Multiphase Flow. 2014. V. 60. P. 119–134. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2013.12.004>
10. *Кравцова А.Ю., Маркович Д.М., Первунин К.С., Тимошевский М.В., Ханъялич К.* Кавитация на пластине с закругленной носовой частью и гидрокрыле NACA0015: визуализация и измерение скорости // Изв. РАН. Энергетика. 2014. № 4. С. 96–106.
11. *Тимошевский М.В., Чуркин С.А., Кравцова А.Ю., Первунин К.С., Семенов Г.А., Маркович Д.М., Ханъялич К.* Особенности кавитационного обтекания уменьшенной модели направляющих лопаток радиально-осевой турбины // Изв. Томского политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. 2015. Т. 326. № 6. С. 79–94.
12. *Timoshevskiy M., Churkin S., Kravtsova A., Pervunin K., Markovich D., Hanjalic K.* Cavitating Flow around a Scaled-Down Model of Guide Vanes of a High-Pressure Turbine // Intern. J. Multiphase Flow. 2016. V. 78. P. 75–87. <https://doi.org/10.1016/j.ijmultiphaseflow.2015.09.014>
13. *Сентябов А.В., Тимошевский М.В., Первунин К.С., Гаврилов А.А., Маркович Д.М., Дектерев А.А.* Расчетно-экспериментальное исследование кавитационного обтекания гидрокрыла NACA0015 // Изв. Томского политехн. ун-та. Инжиниринг георесурсов. 2016. Т. 327. № 8. С. 28–43.
14. *Zwart P.J., Gerber A.G. and Belamri T.* A two-phase flow model for predicting cavitation dynamics. // In 5th Intern. Conf. on Multiphase Flow, Yokohama, Japan. 2004. 2 p.
15. *Strelets M.* Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows // AIAA Paper. 2001. 2001-0879. P. 19.
16. *Patankar, S.* Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corporation, New York. 1980. 205 p. Пер. с англ.: *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 124 с.
17. *Ferziger J.H., Peric M.* Computational methods for fluid dynamics. Berlin- Heidelberg: Springer–Verlag, 2002. 423 p.
18. *Быстров Ю.А., Исаев С.А., Кудрявцев Н.А., Леонтьев А.И.* Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. С.-Пб.: Судостроение. 2005. 392 с.