УДК 533.6.011.55

# АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ

© 2019 г. И. Г. Брыкина<sup>а,\*</sup>, Л. А. Егорова<sup>а</sup>

<sup>а</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия \* E-mail: shantii@mail.ru

> Поступила в редакцию 17.12.2018 г. После доработки 18.12.2018 г. Принята к публикации 18.12.2018 г.

Цель работы — получение аналитического выражения для коэффициента радиационной теплопередачи в точке торможения затупленного тела в зависимости от его скорости, размера и плотности атмосферы в диапазоне этих параметров, характерных для входа крупного метеороида в атмосферу Земли. Представлены имеющиеся в литературе аналитические аппроксимации численных расчетов радиационного теплового потока в точку торможения тела с неразрушающейся поверхностью, полученные в ограниченных диапазонах высот, скоростей и радиусов затупления. Проведено тестирование этих формул в более широком диапазоне параметров обтекания путем сравнения с расчетами других авторов. На основании анализа этих сравнений и сделанных корреляций по скорости тела, его радиусу и плотности атмосферы предложено новое аппроксимационное соотношение для радиационного теплового потока в точке торможения.

*Ключевые слова:* радиационный тепловой поток, коэффициент теплопередачи, метеороид, большие скорости, аппроксимация

DOI: 10.1134/S0568528119040030

Большие скорости входа космических тел естественного происхождения (метеороидов) в атмосферу порождают высокотемпературные физико-химические процессы, не проявляющиеся при обтекании космических аппаратов. Под действием интенсивных, главным образом радиационных, тепловых потоков метеороид нагревается, плавится, испаряется и, таким образом, теряет значительную часть своей массы. Абляция является одним из основных процессов, наряду с разрушением, влияющих на взаимодействие метеороида с атмосферой. Моделирование такого взаимодействия обычно проводится с использованием системы дифференциальных уравнений физической теории метеоров — уравнений для расчета траектории, торможения и абляции, определяющих изменение скорости и массы метеороида вдоль траектории. В эти уравнения входит важный параметр — коэффициент теплопередачи.

Для его определения необходимо, во-первых, знать радиационный тепловой поток к поверхности тела. Во-вторых, для решения уравнений физической теории метеоров надо представить его в виде аналитической зависимости от скорости тела, его размера и плотности атмосферы. Это очень сложная задача, поэтому до сих пор практически во всех работах, в которых решаются уравнения физической теории метеоров, коэффициент теплопередачи полагается постоянным. Обычно он подбирается так, чтобы результаты расчетов соответствовали данным наблюдений за полетом и свечением космических тел. (Крайне редко для коэффициента теплопередачи использовались очень приближенные зависимости, полученные в узком диапазоне параметров обтекания, и при этом результаты расчетов не сравнивались с наблюдательными данными).

Сложность проблемы заключается еще и в том, что большинство исследований по радиационной газовой динамике относится к теплообмену возвращаемых космических аппаратов и зондов, поэтому диапазон рассматриваемых в них параметров обтекания довольно ограничен. В большинстве исследований значения скорости в основном не превышали 16 км/с, редко рассматривались скорости до 20 км/с, и в совсем единичных статьях — более 20 км/с. То же самое относится к размеру тела — в основном значения радиуса затупления лежали в диапазоне 0.3—3 м, редко рассматривались значения до 5 м, и крайне редко — более 5 м. Так же очень ограничен был

### БРЫКИНА, ЕГОРОВА

и диапазон высот — в основном рассматривались высоты 55—65 км, как наиболее теплонапряженная часть траектории космических аппаратов, и высоты, прилегающие к этому диапазону. Обзор имеющихся в литературе корреляционных формул, их применение к расчету радиационных тепловых потоков в диапазоне параметров, характерных для космических аппаратов, — при скоростях, меньших 12 км/с, сравнение с численными расчетами и данными летного эксперимента даны в [1, 2].

В данной работе было рассмотрено большое количество литературных данных по расчету радиационного теплового потока при скоростях более 11 км/с. Выделены статьи [3–8], в которых получены аппроксимации численных расчетов радиационного теплового потока в точке торможения затупленного тела без учета экранирования его слоем паров, т.е. фактически к неразрушающейся поверхности. Аппроксимационные формулы этих публикаций получены в некоторых ограниченных диапазонах высот, скоростей и радиусов затупления. По ним выполнены расчеты в более широком диапазоне параметров обтекания и проведены сравнения с наиболее точными из найденных в литературе численными решениями других авторов [9–15]. На основании анализа этих сравнений и сделанных корреляций получено новое соотношение для радиационного теплового потока в зависимости от скорости, радиуса тела и плотности атмосферы и оценена его точность.

### 1. АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ, ИМЕЮЩИЕСЯ В ЛИТЕРАТУРЕ

Проанализировано большое количество публикаций по расчету радиационного теплового потока к затупленным телам в метеорном диапазоне скоростей. Найдены шесть статей [3–8], в которых имеются аналитические аппроксимации численных расчетов радиационного теплового потока  $q_r$  в точке торможения затупленного тела без учета влияния на него продуктов разрушения тела. Эти аппроксимации для  $q_r$  получены в зависимости от скорости тела V, его радиуса затупления R и плотности атмосферы  $\rho$ . В этих работах предполагалось, что газ перед ударной волной не излучает и что течение в ударном слое локально термодинамически равновесное; при расчете переноса излучения ударный слой принимался плоскопараллельным. Ниже приводятся аппроксимационные формулы [3–8] для радиационного теплового потока  $q_r$ , а также формулы для коэффициента теплопередачи в точке торможения  $C_{Hr}$ 

1. В статье [3] рассчитывалось невязкое течение излучающего газа в ударном слое около затупленного тела без учета теплопроводности и радиационно-конвективного теплообмена. Вводилась упрощенная спектральная модель с 10 интервалами, внутри которых коэффициенты поглощения осреднялись с применением функции Планка [16]. Учет излучения сильных атомных линий производился по найденному полю газодинамических параметров с использованием интегральных излучательных характеристик этих линий [17]. Получена аппроксимация расчетов радиационного теплового потока  $q_r$  в точке торможения сферы (расчеты проводились в диапазоне параметров 11  $\leq V \leq 15$  км/с,  $1 \leq R \leq 5$  м,  $45 \leq h \leq 60$  км, h – высота)

$$q_r = 0.918 \times 10^3 R^n \left[ \frac{\rho(h)}{\rho(60)} \right]^m \left( \frac{V}{11} \right)^l, \quad C_{Hr} = \frac{4.1868 \times 10^{-6} q_r}{\rho V^3 / 2} (1.1)$$
$$n = \left[ 0.414 - 0.465 \left( \frac{V - 11}{11} \right)^{1.5} \right] (1 + 0.003 R^2)$$
$$m = \left[ 1.19 + 0.2 \left( \frac{\rho(60)}{\rho(h)} \right)^2 \right] (1 + 0.078 R^{-2}), \quad l = 8.72 - 3.5 \left( \frac{V - 11}{11} \right) + \lg \frac{\rho(h)}{\rho(60)}$$

Здесь [R] = M, [V] = KM/c,  $[q_r] = KKAJ/(M^2 c)$ .

2. В статье [4] рассчитывалось течение в ударном слое вязкого теплопроводного излучающего газа. В основу расчетов переноса излучения были положены таблицы оптических свойств воздуха [18], которые отличаются достаточно малым шагом по частоте и приближенно позволяют получить суммарный коэффициент поглощения с учетом спектральных линий, в том числе и сильных. Рассматриваемый спектральный интервал (диапазон волновых чисел с *n* от 250 до 140 000 см<sup>-1</sup>) разбивался на ряд зон, в которых коэффициент поглощения осреднялся по функции Планка. В зонах, содержащих сильные линии, интегрирование в их окрестности проводилось с табличным шагом без усреднения. Для каждого табличного значения температуры и давления задавалось 60 значений коэффициента поглощения по частоте. Аппроксимация расчетов радиационного

Таблица 1.

<i>V</i> , км/с	10	10.25	10.5	10.75	11	11.5	12	12.5	13	13.5	14	14.5	15	15.5	16
f(V)	35	55	81	115	151	238	359	495	660	850	1065	1313	1550	1780	2040

теплового потока  $q_r$  в точке торможения сферы имеет вид (расчеты проводились в диапазоне  $10 \le V \le 20$  км/с,  $0.1 \le R \le 3$  м,  $20 \le h \le 80$  км)

$$q_r = 1.25 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1.2} (R - 0.0433)^{0.36} 10^{\varphi - \psi}, \quad C_{Hr} = \frac{4.1868 \times 10^{-6} q_r}{\rho V^3 / 2}$$
(1.2)  
$$\varphi = [43.44 + 161.4(\lg V - 1) - 216.9(\lg V - 1)^2]^{1/2}$$
$$\psi = \frac{(V - 14)^3 (R - 1)}{100V} + \frac{221}{(V - 2.2)^{4.82} R^{1.43}}$$

Здесь [R] = M, [V] = KM/c,  $[q_r] = KKan/(M^2c)$ ;  $\rho_0 = 1.225 \ Kr/M^3 - плотность атмосферы Земли на уровне моря.$ 

Формулы (1.2) использовались в [19] для расчета теплопередачи и уноса массы некоторых конкретных метеороидов.

3. В статье [5] рассчитывалось невязкое течение излучающего газа около сферы и сфероидов. При расчете переноса излучения использовалась модель RATRAP [20], учитывающая непрерывный спектр (86 интервалов по частоте), включая молекулярные полосы, и вклад 289 атомных линий, разбитых на 21 группу. В точке торможения сферы получено следующее выражение для радиационного теплового потока  $q_r$ , аппроксимирующее численные расчеты, проводившиеся в диапазоне  $11 \le V \le 16 \text{ км/с}, 0.3 \le R \le 4.5 \text{ м}, 55 \le h \le 70 \text{ км}$ 

$$q_r = \varphi \rho^n R^m, \quad C_{Hr} = \frac{10^{-8} q_r}{\rho V^3 / 2}$$
 (1.3)

 $\phi = 9.7878 \times 10^{-31} V^{51.89 - 1.558V + 0.02659V^2}$ 

n = 1.32 - 0.01223V,  $m = 1.688 - 0.1796V + 0.00538V^2$ 

Здесь  $[\rho] = \Gamma/cM^3$ , [R] = cM, [V] = KM/c,  $[q_r] = BT/cM^2$ .

В [21] предлагалось использовать формулы (1.3) при решении уравнений физической теории метеоров и расширить их область применимости для больших скоростей и размеров следующим образом. При R > 450 см радиационный тепловой поток перестает зависеть от R, т.е.  $q_r(R, V, \rho) = q_r$  (450 см,  $V, \rho$ ); при V > 20 км/с он перестает зависеть от V, т.е.  $q_r(R, V, \rho) = q_r(R, 20 \text{ км/с}, \rho)$ .

4. В статье [6] рассчитывалось невязкое течение излучающего газа около полусферы. При расчете переноса излучения использовалась модель RAD/EQUIL [22], которая учитывает атомные линии, непрерывный спектр (до 50 интервалов по частоте) и перекрытия молекулярных полос. Рассматривался спектр длин волн, начиная с 0.0775 мкм. В диапазоне параметров  $54 \le h \le 72$  км,  $10 \le V \le 16$  км/с,  $0.3 \le R \le 3$  м получена аппроксимация радиационного теплового потока  $q_r$  в точке торможения с использованием табличной функции f(V) (табл. 1)

$$q_r = 4.736 \times 10^4 R^a \rho^{1.22} f(V), \quad C_{Hr} = \frac{10^4 q_r}{\rho V^3 / 2}$$

$$a = \min\{1.072 \times 10^6 V^{-1.88} \rho^{-0.325}, a \max\}$$

$$a \max = 1, \quad R < 1; \quad 0.6, \quad 1 \le R \le 2; \quad 0.5, \quad 2 \le R \le 3$$

$$(1.4)$$

Здесь [R] = M, [V] = M/c,  $[\rho] = K\Gamma/M^3$ ,  $[q_r] = BT/CM^2$ .

В [23] дано подробное сравнение моделей RATRAP и RAD/EQUIL (RADICAL), использовавшихся в [5] и [6] при расчетах  $q_r$ .

Для табличной функции f(V) в [24] подобрано аналитическое выражение

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 4 2019

$$f(V) = -3.93206793 \times 10^{-12}V^4 + 1.61370008 \times 10^{-7}V^3 - -2.43598601 \times 10^{-3}V^2 + 16.1078691V - 39494.8753, \quad 9000 < V < 11500 \text{ Km/c}$$

$$f(V) = -1.00233100 \times 10^{-12}V^4 + 4.89774670 \times 10^{-8}V^3 - 8.429825796 \times 10^{-4}V^2 + +6.25525796V - 17168.3333, \quad 11500 < V < 16000 \text{ Km/c}$$

$$(1.5)$$

5. В книге [7] рассчитывалось невязкое течение излучающего газа в ударном слое около затупленного тела. Аппроксимационные формулы получены в диапазоне 10 < V < 20 км/с, 0.3 < R < 3 м (не приводится ограничение на высоту) в зависимости от параметра высвечивания  $\Gamma$  (числа Гуларда [25])

$$C_H = 0.111\Gamma^{0.53}, \quad q_r = 10^8 \rho V^3/2$$
 (1.6)

Для зависимости Г от определяющих параметров найдены приближенные выражения, которые для воздуха имеют вид

$$\Gamma = C_i(R) (3.2657 \times 10^6 \rho)^{1.3228} R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)}, \quad \rho \le 0.2 \times 10^{-6} \, \text{r/cm}^3$$

$$\Gamma = C_i(R) \left(10^6 \rho\right)^{0.35} R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)}, \quad 0.2 \times 10^{-6} < \rho \le 1.3 \times 10^{-6} \, \text{r/cm}^3$$

$$\Gamma = C_i(R) \left(1.096\right)^{0.35} R^{1/2} \left(\frac{V}{10}\right)^{n_i(R)}, \quad \rho > 1.3 \times 10^{-6} \, \text{r/cm}^3$$

$$(1.7)$$

$$C_1(R) = 0.00344 (0.00436R + 0.0878)^{1/4}, \quad n_1(R) = 10 (0.0079R + 1.3079)^{-1/4}$$

$$C_2(R) = 0.00344 (0.3215R + 61.76)^{1/4}, \quad n_2(R) = 10 (0.4355R + 57.49)^{-1/4}$$

Здесь индекс *i* = 1 соответствует диапазону скоростей  $10 \le V \le 13$  км/с, индекс *i* = 2 – диапазону  $13 \le V \le 20$  км/с; [R] = см, [V] = км/с,  $[\rho] =$  г/см<sup>3</sup>,  $[q_r] =$  Вт/см<sup>2</sup>.

6. В статье [8] вязкое течение химически реагирующего воздуха в ударном слое рассчитывалось с помощью программы LAURA [26] совместно с расчетом переноса излучения с помощью программы HARA [27, 28]. Для расчета излучения атомов и оптически толстых молекул применялся подход, учитывающий спектральные линии, а для оптически тонких молекул — модель размазанных полос. Для радиационного теплового потока  $q_r$  в точке торможения получена формула, аппроксимирующая более 300 расчетов в диапазоне  $0.2 \le R \le 10$  м,  $9.5 \le V \le 17$  км/с, плотность воздуха менялась от  $1 \times 10^{-5}$  до  $5 \times 10^{-3}$  кг/м<sup>3</sup>, что примерно соответствует 38.5  $\le h \le 83.5$  км

$$q_r = 3.416 \times 10^4 R^a \rho^{1.261} f(V), \quad C_{Hr} = \frac{10^4 q_r}{\rho V^3 / 2}$$

$$a = \min\{3.175 \times 10^6 V^{-1.80} \rho^{-0.1575}, a \max\}$$

$$a \max = 0.61, \quad R \le 0.5; \quad 1.23, \quad 0.5 < R \le 2; \quad 0.49, \quad 2 < R \le 10$$

$$f(V) = -53.26 + \frac{6555}{1 + (16000/V)^{8.25}}$$
(1.8)

Здесь [R] = M, [V] = M/c,  $[\rho] = \kappa \Gamma/M^3$ ,  $[q_r] = BT/cM^2$ .

В табл. 2 приведены данные по диапазону параметров — высот h, скоростей V и радиусов R, в котором проводились расчеты и их аппроксимации в каждой из публикаций [3–8].

Сравнение значений коэффициента радиационной теплопередачи  $C_{Hr}$ , рассчитанных по формулам (1.1)–(1.8) для разных высот, скоростей и радиусов затупления, показало значительный разброс значений  $C_{Hr}$  при варьировании этих параметров. Для оценки точности этих формул и возможности расширения диапазона их применимости необходимо провести их тестирование путем сравнения с расчетами других авторов.

## 2. СРАВНЕНИЕ АППРОКСИМАЦИЙ С РАСЧЕТАМИ ДРУГИХ АВТОРОВ

Проведено сравнение расчетов по приведенным в предыдущем разделе аппроксимационным формулам с наиболее точными численными расчетами радиационного теплового потока [9–15], найденными в литературе для диапазона параметров, соответствующего движению крупных метеороидов в плотных слоях атмосферы Земли (на высотах ниже 80 км).

### АППРОКСИМАЦИОННЫЕ ФОРМУЛЫ

Авторы	<i>V</i> , км/с	<i>R</i> , м	<i>h</i> , км
Елькин [3]	11-15	1-5.5	45-60
Румынский, Чуркин [4]	10-20	0.1-3	20-80
Саттлз, Салливан, Марголис [5]	11-16	0.3-4.5	55-70
Таубер, Саттон [6]	10-16	0.3-3	54-72
Стулов, Мирский, Вислый [7]	10-20	0.3-3	_
Брэндис, Джонстон [8]	9.5-17	0.2-10	38.5-83.5

#### Таблица 3.

Таблина 2.

<i>V</i> , км/с	14	12
Белоцерковский и др. [10]	0.89	0.34
Брэндис, Джонстон [8]	0.814	0.26
Румынский, Чуркин [4]	0.82	0.26
Саттлз, Салливан, Марголис [5]	1.1	0.36
Таубер, Саттон [6]	1.09	0.37
Стулов, Мирский, Вислый [7]	0.74	0.30
Елькин [3]	1.1	0.36

Таблица 4.

<i>V</i> , км/с	13.7	15.25	16.8
Уилсон, Хошизаки [13]	1.67	3.22	4.7
Брэндис, Джонстон [8]	1.63	2.85	4.03
Румынский, Чуркин [4]	1.53	2.82	4.14
Саттлз, Салливан, Марголис [5]	1.81	3.19	5.07
Таубер, Саттон [6]	1.88	3.17	4.50
Стулов, Мирский, Вислый [7]	1.48	2.38	3.66
Елькин [3]	2.60	4.82	7.41

В табл. 3 представлены результаты сравнения расчетов радиационного теплового потока  $q_r$  по формулам с численными расчетами [10]. В этой статье рассматривалось течение вязкого, теплопроводного, излучающего газа в ударном слое около затупленного тела вблизи критической линии. При расчете переноса излучения оптические свойства горячего воздуха определялись из [29]. Учитывались континуумы, связанные с фотоионизацией основных и возбужденных состояний, с фотоотрывом от отрицательных ионов, с тормозными процессами на ионах и нейтральных системах. Также учитывались молекулярные полосы и спектральные линии атомов и ионов. Данные в табл. 2 соответствуют давлению атмосферы  $10^{-4}$  атм (высота примерно 65.8 км) и R = 1 м. Плотность атмосферы определялась по данным атмосферы ГОСТ 4401-81 1981 г., близких к данным US Standart Atmosphere 1976 г.; значения  $q_r$  приведены в кВт/см<sup>2</sup>.

Сравнение расчетов  $q_r$  по формулам с численными расчетами [13] приведено в табл. 4. В [13] рассматривалось течение вязкого, теплопроводного, излучающего газа в ударном слое около затупленного тела. При расчете переноса излучения учитывался непрерывный спектр и дискретные спектральные линии, которые разбивались на группы с некоторыми средними параметрами; учитывалось наложение линий друг на друга. Данные в табл. 4 соответствуют R = 2.75 м и плотности атмосферы  $2.06 \times 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup> (высота около 63 км); значения  $q_r$  приведены в кВт/см<sup>2</sup>.

В табл. 5 приведены результаты сравнения расчетов  $q_r$  (в кВт/см<sup>2</sup>) по формулам с расчетами [14, 15] при разных значениях скорости тела, радиуса затупления и высоты полета. В статьях [14, 15] рассчитывалось течение невязкого газа в ударном слое около затупленного тела вместе с переносом излучения. Для упрощения ударный слой разбивался на ряд подслоев, внутри которых радиационные свойства воздуха считались постоянными. При расчете переноса излучения непрерывный спектр излучения воздуха разбивался на спектральные интервалы (до 21), в которых коэффициент поглощения осреднялся. Излучение в 75 дискретных атомных линиях учитыва-

<i>V</i> , км/с		12.2	12.2	12.2	15.2	2 1	15.2	15.	2	15.2	15.2	17.4	17.4	17.4	
<i>R</i> , м		0.3	2.56	2.50	6 0.3	3	0.3	0.	3	1.22	2.56	0.3	2.56	2.56	
<i>h</i> , км		64.6	53.3	76.2	53.3	6	64.6	76.	2	64.6	64.6	64.6	53.3	76.2	
Чин [14, 15]		0.39	3.4	0.11	7.9	)	1.8	0.	17	2.6	3.0	3.4	22.0	0.92	
Брэндис, Джонстон [8]		0.23	3.29	0.11	6.9	)	1.27	0.	14	2.1	2.73	2.3	20.1	0.59	
Румынский, Чуркин [4]		0.26	2.92	0.0	9 5.5	5	1.2	0.	17	2.1	2.71	2.1	20.2	0.62	
Саттлз, Салливан, Марго.	лис [5]	0.41	3.5	0.12	8.5	5	2.02	0.	32	2.67	3.10	3.9	24.1	0.97	
Таубер, Саттон [6]		0.40	3.6	0.15	5 10.0	)	1.92	0.	22	2.66	3.15	3.2	20.9	0.72	
Стулов, Мирский, Вислы	ıй [7]	0.39	3.32	0.0	5 6.3	3	1.38	0.	.09	1.93	2.30	2.6	18.7	0.26	
Елькин [3]		0.4	5.7	0	46		2.0	1.	1	3.6	4.6	4.3	51	0	
Таблица 6.				•											
<i>V</i> , км/с	12	12	12	12	14	14	14	1	14	15	15	18	18	18	
<i>ps</i> , атм	0.3	1	3	10	0.3	1	í	3	10	1	10	0.3	1	3	
Ролин, Юревич [11, 12]	0.44	2.0	7.7	31.6	0.92	3.9	91 14	<b>1</b> .1	56.	3 5.0	) 66.1	1.7	6.9	23.2	
Брэндис, Джонстон [8]	0.40	1.8	7.3	33.3	0.85	3.9	9 1:	5.5	70.	7 4.8	8 87.6	1.3	6.1	24.0	
Румынский, Чуркин [4]	0.39	1.4	6.2	26.3	0.84	3.0	6 13	3.3	56.	6 4.5	5 71.3	1.5	6.2	23.0	
Саттлз, Салливан,	0.53	22	8.0	32 7	12	4	7 1	55	66	1 5 3	7 78 5	5 25	94	31.5	
Марголис [5]	0.55	2.2	0.0	52.1	1.2				00.	1 5.1	/ /0.2	, 2.5	2.1	51.5	
Таубер, Саттон [6]	0.56	2.4	9.3	40.2	1.1	4.9	9 18	8.8	81.	9 6.2	2 99.1	1.6	7.0	26.7	
Стулов, Мирский,	0.52	2.2	8.1	33.9	0.79	3.1	7 1.	3.8	58.	3 4.3	3 67.3	1.1	6.7	24.2	
Вислый [7]	0.00	2.5	14.0	72.2	1.2	7.0			107	10	255	0.7	15	76.0	
ЕЛЬКИН [3]	0.69	3.5	14.8	12.3	1.2	7.5	9 3.	0.2	180	10	255	0.7	15	/6.0	
Таблица 7.															
<i>V</i> , км/с							12			12		18	1	8	
<i>R</i> , м							0.3			3		0.3		3	
Ролин, Юревич [11, 12]							1.2			3.1		5.0		8.9	
Брэндис, Джонстон [8]							1.0			3.0		4.5		7.9	
Румынский, Чуркин [4]							1.0			2.6		4.0		7.9	
Саттлз, Салливан, Марго	олис [3	5]					1.5		3.0			7.4		11.7	
Таубер, Саттон [6]							1.8		3.1			5.9		8.2	
Стулов, Мирский, Висли	ый [7]						1.5		2.9			6.3		10.2	
Елькин [3]						6.1		5.0			16		18		

лось путем разбиения их на группы и введения понятия эквивалентной ширины группы линий и среднего коэффициента пропускания.

В табл. 6 и 7 приведены результаты сравнения расчетов  $q_r$  по формулам с расчетами [11, 12]. В этих работах рассчитывалось течение воздуха в ударном слое около затупленного тела в окрестности линии торможения с учетом вязкости, теплопроводности, многокомпонентной диффузии с равновесно протекающими химическими реакциями и переноса излучения. Весь рассматриваемый спектральный диапазон от 0.05 до 10 мкм разбивался на 96 участков, в которых осреднялись коэффициенты поглощения сплошного спектра. Учитывались взаимные наложения сплошного и линейчатого спектров, мультиплетная структура линий и слияние линий у порогов фотоионизации. Наиболее интенсивные спектральные линии атомов и ионов учитывались индивидуально, а совокупности большого числа слабых линий, сходящихся к порогам фотоионизации основных электронных состояний атомов, учитывались совместно, т.е. выделялись группы линий с осредняемыми параметрами. Сечения оптического поглощения для компонент высокотемпературного воздуха брались из [18]. Использовался также более точный метод расчета радиационных тепловых потоков, в котором проводилось численное интегрирование по длине волны, при этом учитывались все спектральные линии атомов и ионов кислорода и азота, параметры которых представлены в [18].



**Рис. 1.** Зависимость *q<sub>r</sub>* от плотности атмосферы при скоростях *V* = 12, 14 и 18 км/с (а–в) и *R* = 1 м: *1* – [9]; расчеты по формулам: *2* – [3]; *3* – [4]; *4* – [5]; *5* – [6]; *6* – [7], *7* – [8]

Сравнение с расчетами при R = 1 м и разных значениях скорости тела и давления за ударной волной  $p_s = 0.3$ , 1, 3 и 10 атм (h около 61, 52, 44 и 36 км при V = 12 км/с) приведено в табл. 6. Данные табл. 7 соответствуют  $p_s = 1$  атм. Значения  $q_r$  даны в кВт/см<sup>2</sup>.

Рисунки 1—3 демонстрируют результаты сравнения расчетов радиационного теплового потока по формулам с расчетами статьи [9]. В [9] рассматривалось течение воздуха в ударном слое около затупленного тела в окрестности критической линии с учетом вязкости, теплопроводности и переноса излучения. Непрерывный спектр излучения (фон) разбивался на 21 спектральный интервал, в каждом интервале коэффициент поглощения заменялся на среднее значение, зависящее от давления и температуры и тем самым от координат. При рассмотрении спектральных линий учитывались мультиплетность, зависимость формы линий от давления и температуры, а также наложение линий на фон. Всего было учтено 57 наиболее активных мультиплетов. Излучение в сливающихся линиях спектральных серий, сходящихся к соответствующим фотоионизационным порогам, учитывалось путем соответствующего сдвига фотоионизационных порогов, зависящего от давления и температуры. Оптические свойства горячего воздуха были взяты из [18].

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 4 2019



**Рис. 2.** Зависимость  $q_r$  от скорости полета на высотах h = 64, 56 и 48 км (а–в), R = 1 м; обозначения как на рис. 1

На рис. 1 приведены зависимости радиационного теплового потока  $q_r$  (в логарифмическом масштабе) от безразмерной плотности атмосферы  $\rho/\rho_0$  ( $\rho_0 = 1.29 \times 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>) на высотах более 32 км при R = 1 м и разных скоростях полета V. На рис. 2 приведены зависимости  $q_r$  от скорости полета V при R = 1 м на разных высотах h. На рис. 3 приведены зависимости  $q_r$  от радиуса затупления R на высоте 56 км при скорости V = 18 км/с. Рисунки 1–3 демонстрируют, как и табл. 3–7, довольно значительный разброс значений  $q_r$ , полученных по разным формулам, при расширении диапазона параметров обтекания.

## 3. ФОРМУЛА ДЛЯ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОВОГО ПОТОКА В ТОЧКЕ ТОРМОЖЕНИЯ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

Анализ проведенных в предыдущем разделе сравнений показал, что ни одна из шести формул не дает удовлетворительного согласования с численными расчетами радиационного потока других авторов во всем рассмотренном диапазоне параметров обтекания (скорости, размера и высоты полета тела). В наиболее широком диапазоне параметров к результатам других авторов близки результаты расчетов по формулам публикаций [5] и [8]. При этом формула статьи [5] дает почти во всех случаях более высокие значения  $q_r$ , чем формула статьи [8], что хорошо видно на пред-



**Рис. 3.** Зависимость  $q_r$  (кВт/см<sup>2</sup>) от радиуса затупления при h = 56 км, V = 18 км/с; обозначения как на рис. 1.



**Рис. 5.** Зависимость  $q_r$  от скорости полета на высотах h = 48, 56 и 64 км (линии 1-3), R = 1 м; обозначения как на рис. 4.



**Рис. 4.** Зависимость  $q_r$  от плотности атмосферы при V = 12, 14 и 18 км/с (линии *1–3*), R = 1 м; I – формула (3.1), II – [9].



**Рис. 6.** Зависимость *q*<sub>*r*</sub> от радиуса, *h* = 56 км, *V* = 18 км/с; обозначения как на рис. 4.

ставленных рисунках. Это можно объяснить частично тем, что в [5] рассматривалось невязкое течение, без учета радиационно-конвективного взаимодействия, а в [8] — вязкое.

Для того, чтобы получить выражение для  $q_r$ , удовлетворительно согласующееся с наиболее точными численными расчетами радиационного потока, за основу была взята комбинация формул [5] и [8]. Поскольку эти формулы были получены для ограниченного диапазона параметров обтекания, они дают при расширении этого диапазона некорректные результаты, например, из рис. 2 видно, что при значениях скорости *V* более 17 км/с формула статьи [5] дает явно завышенные, а формула статьи [8] – заниженные значения  $q_r$ . Поэтому были проведены коррекции по параметрам *V*, *R* и  $\rho$ , ориентируясь на результаты публикации [9], представленные на рис. 1–3. В

# БРЫКИНА, ЕГОРОВА

Таблица 8.

<i>V</i> , км/с	14	12
Белоцерковский и др. [10]	0.89	0.34
Формула (3.1)	0.88	0.29

Таблица 9.

<i>V</i> , км/с	13.7	15.25	16.8
Уилсон, Хошизаки [13]	1.67	3.2	4.7
Формула (3.1)	1.6	2.8	4.3

# Таблица 10.

<i>V</i> , км/с	12.2	12.2	12.2	15.2	15.2	15.2	15.2	15.2	17.4	17.4	17.4
<i>R</i> , м	0.3	2.56	2.56	0.3	0.3	0.3	1.22	2.56	0.3	2.56	2.56
<i>h</i> , км	64.6	53.3	76.2	53.3	64.6	76.2	64.6	64.6	64.6	53.3	76.2
Чин [14, 15]	0.385	3.4	0.106	7.9	1.8	0.17	2.6	3.0	3.4	22.0	0.92
Формула (3.1)	0.30	3.8	0.09	7.3	1.5	0.17	2.4	2.9	2.8	22.9	0.64

#### Таблица 11.

<i>V</i> , км/с	12	12	15	15	18	18
<i>R</i> , м	0.3	3	0.3	3	0.3	3
Ролин, Юревич [11, 12]	1.2	3.1	3.2	6.6	5.0	8.9
Формула (3.1)	1.2	3.16	3.4	6.9	5.2	9.4

# Таблица 12.

<i>V</i> , км/с	12	12	12	12	12	14	14	14	14	15	15	18	18	18
<i>ps</i> , атм	0.3	1	3	5	10	0.3	1	3	10	1	10	0.3	1	3
Ролин, Юревич [11, 12]	0.44	2.0	7.7	14.4	31.6	0.92	3.91	14.1	56.3	5.0	66.1	1.7	6.9	23.2
Формула (3.1)	0.44	2.1	7.8	13.9	29.7	0.91	4.26	15.5	57.9	5.2	70.4	1.7	7.5	26.7

результате предлагается следующая формула для расчета радиационного теплового потока  $q_r$  в точке торможения затупленного тела

$$q_{r} = 0.5(q_{r1} + q_{r2}) \left( 1 - 0.2 \left| \lg \frac{\rho}{\rho^{*}} \right|^{1.5} \right) \left( 1 - 0.22 \lg^{2} \frac{R}{1.5} \right) \left( 1 - 4 \lg \frac{V}{17} \left| \lg \frac{V}{17} \right| \right)$$

$$\rho^{*} = \rho(50 + 15(V - 12)/V), \quad C_{Hr} = \frac{10^{-5}q_{r}}{\rho V^{3}/2}$$

$$[\rho] = \kappa \Gamma/M^{3}, \quad [R] = M, \quad [V] = \kappa M/c, \quad [q_{r}] = B T/c M^{2}(3.2)$$
(3.1)

Здесь  $\rho^*$  – плотность воздуха на высоте 50 + 15(V – 12)/Vкм,  $q_{r1}$  и  $q_{r2}$  определяются с помощью формул статей [5] и [8], которые, после приведения их к переменным с единой размерностью (3.2), можно представить в виде

$$q_{r1} = \varphi_1 \rho^{n_1} R^{m_1}, \quad q_{r2} = \varphi_2 \rho^{n_2} R^{m_2} (3.3)$$
  

$$\varphi_1 = 2.55 \times 10^{-31 - 0.3225V + 0.01076V^2} V^{51.89 - 1.558V + 0.02659V^2}$$
  

$$n_1 = 1.32 - 0.01223V, \quad m_1 = 1.688 - 0.1796V + 0.00538V^2$$
  

$$\varphi_2 = 10^4 \left(\frac{22392}{1 + (16/V)^{8.25}} - 181.94\right), \quad n_2 = 1.261,$$
  

$$m_2 = \min\{12.64V^{-1.80}\rho^{-0.1575}, a\max\}$$
  

$$a\max = 0.61, \quad R \le 0.5; \quad 1.23, \quad 0.5 < R \le 2; \quad 0.49, \quad 2 < R \le 10$$

Значения радиационного теплового потока, полученные по аппроксимационной формуле (3.1), сравнивались с результатами численных расчетов разных авторов в широком диапазоне параметров обтекания:  $32 \text{ км} \le h \le 76.2 \text{ км}$ ,  $0.3 \text{ м} \le R \le 10 \text{ м}$ ,  $11 \text{ км/с} \le V \le 19 \text{ км/с}$ . Сравнение расчетов  $q_r$  по формуле (3.1) (кривые I) с расчетами [9] (II) показано на рис. 4–6, на которых приведены зависимости радиационного теплового потока  $q_r$ : от плотности атмосферы при разных скоростях полета V (рис. 4), от скорости V на разных высотах h (рис. 5) и от радиуса R (рис. 6). Рисунки демонстрируют удовлетворительную точность формулы (3.1).

В табл. 8–12 представлены сопоставления расчетов  $q_r$  по формуле (3.1) с численными расчетами исследований [10, 13–15] и [11, 12]. Значения  $q_r$  приведены в кВт/см<sup>2</sup>; в табл. 8 данные соответствуют давлению атмосферы  $10^{-4}$  атм (h около 65.8 км) и R = 1 м; в табл. 9 – R = 2.75 м и плотности атмосферы  $2.06 \times 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup> (h около 63 км); в табл. 11 – давлению за ударной волной  $p_s =$ = 1 атм, в табл. 12 – R = 1 м. Таблицы 8–12, так же как и рис. 4–6, демонстрируют вполне удовлетворительную точность формулы (3.1). Так, ее погрешность по сравнению с наиболее точными расчетами радиационного теплового потока, проведенными в исследовании [11, 12], в основном не превышала 10%, и только в одном варианте составляла около 15%. Погрешность формулы (3.1) по сравнению с расчетами статей [10], [13] и [14, 15] (за исключением двух вариантов сравнения) также не превышала 15%.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены имеющиеся в литературе аналитические аппроксимации численных расчетов радиационного теплового потока в точку торможения затупленного тела без учета экранирования его слоем паров в некоторых диапазонах высот, скоростей и радиусов затупления, характерных для входа в атмосферу крупных метеороидов. Эти формулы протестированы в более широких диапазонах параметров обтекания путем сравнения с расчетами других авторов. В результате анализа этих сравнений и сделанных корреляций получено новое аппроксимационное выражение для радиационного теплового потока в точке торможения в зависимости от плотности атмосферы, скорости и радиуса тела. Оценена точность этого выражения, которая оказалась удовлетворительной в широком диапазоне изменения этих параметров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 18-01-00740 а.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Суржиков С.Т., Шувалов М.П.* Тестирование расчетных данных по радиационному и конвективному нагреву спускаемых космических аппаратов нового поколения // Теплофизика высоких температур. 2013. Т. 51. № 3. С. 456–470.
- 2. Суржиков С.Т., Шувалов М.П. Анализ радиационно-конвективного нагрева четырех типов спускаемых космических аппаратов // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2014. Т. 15. № 4. С. 1–18.
- 3. *Елькин Ю.Г.* Обтекание сферически затупленных конусов гиперзвуковым потоком невязкого излучающего газа // Уч. Зап. ЦАГИ. 1971. Т. III. № 4. С. 120–125.
- 4. *Румынский А.Н., Чуркин В.П*. Обтекание затупленных тел гиперзвуковым потоком вязкого излучающего газа // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 1974. Т. 14. № 6. С. 1553–1570.
- 5. *Suttles J.T., Sullivan E.M., Margolis S.B.* Curve fits of predicted inviscid stagnation-point radiative heating rates, cooling factors, and shock standoff distances for hyperbolic earth entry // NASA CR-1548. 1974. 45 p.
- 6. *Tauber M.E., Sutton K.* Stagnation-Point Radiative Heating Relations for Earth and Mars Entries // J. Space-craft and Rockets. 1991. V. 28. № 1. P. 40–42.
- 7. Стулов В.П., Мирский В.Н., Вислый А.И. Аэродинамика болидов. М.: Наука, 1995. 236 с.
- 8. *Brandis A.M., Johnston C.O.* Characterization of Stagnation-Point Heat Flux for Earth Entry // 45th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conf. AIAA 2014–2374. 2014. 20 p.
- 9. *Биберман Л.М., Бронин С.Я., Лагарьков А.Н.* Радиационно-конвективный теплообмен при гиперзвуковом обтекании затупленных тел // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 5. С. 112–123.
- 10. Белоцерковский О.М., Биберман Л.М., Бронин С.Я., Лагарьков А.Н., Фомин В.Н. Обтекание и нагрев затупленных тел гиперзвуковым потоком газа с учетом переноса излучения // Теплофизика высоких температур. 1969. Т. 7. № 3. С. 529–541.
- Ролин М.Н., Юревич Ф.Б. Радиационно-конвективный теплообмен при вдуве в гиперзвуковой сжатый слой продуктов разрушения графита // Тепломассообмен – VI. Материалы к VI Всесоюзной конф. по тепломассообмену. АН БССР. Ин-т тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова. Минск. 1980. Т. II. С. 12– 23.

## БРЫКИНА, ЕГОРОВА

- 12. *Ролин М.Н., Юревич Ф.Б.* Оценки некоторых неопределенностей результатов расчетов радиационноконвективного теплообмена при гиперзвуковом обтекании // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23. № 2. С. 340–345.
- 13. *Wilson K.H., Hoshizaki H.* Effect of ablation product absorption and line transitions on shock layer radiative transport // NASA CR-1264. 1969. 103 p.
- 14. *Chin J.H.* Radiation transport for blunt-body flows including the effects of lines, and ablation layer // NASA CR-73223. 1967. 175 p.
- 15. *Chin J.H.* Radiation transport for stagnation flows including effects of lines and ablation layer // AIAA J. V. 7. No 7. 1969. P. 1310–1318.
- 16. *Боголепов В.В., Елькин Ю.Г.* Обтекание сферически затупленных конусов гиперзвуковым потоком невязкого излучающего газа // Уч. зап. ЦАГИ. 1971. Т. II. № 2. С. 24–33.
- 17. Каменщиков В.А., Пластинин Ю.А., Николаев В.М. Новицкий Л.А. Радиационные свойства газов при высоких температурах. М.: Машиностроение, 1971. 440 с.
- 18. Авилова И.В., Биберман Л.М., Воробьев В.С., Замалин В.М., Кобзев Г.А., Лагарьков А.Н., Мнацаканян А.Х., Норман Г.Э. Оптические свойства горячего воздуха / Под ред. Бибермана Л.М. М.: Наука, 1970. 320 с.
- 19. *Овсянников В.М.* Расчеты разрушения метеоритов Лост Сити, Грант, Пршибрам при входе в атмосферу Земли // Астроном. вестник. 1976. Т. 10. № 8. С. 151–157.
- 20. *Wilson K.H.* RATRAP a radiation transport code. 6-77-67-12, Lockheed Missiles & Space Co., Mar. 14. 1967. 21. *ReVelle D.O.* Dynamics and thermodynamics of large meteor entry: a quasi-simple ablation model. Planetary
- Science SR-76-1. Ottawa: Herzberg institute of astrophysics, National Research Council Canada, 1976. 90 p.
- 22. *Nicolet W.E.* User's manual for RAD/EQUIL/1973, a general purpose radiation transport program // NASA CR132470. 1973. 208 p.
- 23. *Suttles J.T.* Comparison of the radiation flux profiles and spectral detail from three detailed nongray radiation models at conditions representative of hypervelocity Earth entry // NASA TM X-2447. 1972. 27 p.
- 24. Johnson J.E., Starkey R.P., Lewis M.J. Aerothermodynamic Optimization of Reentry Heat Shield Shapes for a Crew Exploration Vehicle // J. Spacecraft and Rockets. 2007. V. 44. № 4. P. 849–859.
- 25. *Goulard R*. The Coupling of Radiation and Convection in Detached Shock Layers // J. Quant. Spectrosc. Radiation Transfer. 1961. V. 1. P. 249–254.
- 26. Mazaheri A., Gnoffo P., Johnston C., Kleb B. LAURA users manual // Tech. Rep. NASA TM 2010-216836. 2010.
- 27. Johnston C., Hollis B., Sutton K. Spectrum modeling for air shock-layer radiation at Lunar-return conditions // J. Spacecraft and Rockets. 2008. V. 45. № 5. P. 865–878.
- 28. Johnston C.O., Hollis B., Sutton K. Non-Boltzmann modeling for air shock layers at Lunar return conditions // J. Spacecraft and Rockets. 2008. V. 45. № 5. P. 879–890.
- 29. Авилова И.В., Биберман Л.М., Воробьев В.С., Замалин В.М., Кобзев Г.А., Лагарьков А.Н., Мнацаканян А.Х., Норман Г.Э. Оптические свойства горячего воздуха // J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer. 1969. V. 9. № 1. Р. 89–122.