

УДК 532.526.2

## ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ В ОКРЕСТНОСТИ ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ ПЛОСКОГО КРЫЛА С ИЗЛОМОМ ПО ПЕРЕДНЕЙ КРОМКЕ

© 2019 г. Г. Н. Дудин<sup>a,b</sup>, А. В. Ледовский<sup>a,b,\*</sup>

<sup>a</sup> *Центральный аэрогидродинамический институт им. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия*

<sup>b</sup> *Московский физико-технический институт (государственный университет), Долгопрудный, Московская обл., Россия*

\* *E-mail: avledovsky@gmail.com*

Поступила в редакцию 04.10.2018 г.

После доработки 19.10.2018 г.

Принята к публикации 19.10.2018 г.

Исследовано течение в пространственном ламинарном пограничном слое в окрестности плоскости симметрии полубесконечного плоского крыла с изломом по передней кромке при сильном взаимодействии с внешним гиперзвуковым потоком. Выполнено асимптотическое разложение функций течения в степенные ряды по угловой координате в окрестности плоскости симметрии. Сформулирована и решена соответствующая краевая задача для первых членов разложения. Показана возможность существования нескольких решений в окрестности плоскости симметрии. Рассмотрено влияние угла стреловидности на особенности течения.

*Ключевые слова:* пограничный слой, треугольное крыло, сильное гиперзвуковое взаимодействие, асимптотические методы

**DOI:** 10.1134/S0568528119030034

Первые теоретические исследования течения в гиперзвуковом трехмерном пограничном слое на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия были выполнены в статьях [1, 2]. Пространственные течения в гиперзвуковом пограничном слое на плоском треугольном крыле впервые были исследованы в статье [3], в которой была показана возможность приведения задачи к автомодельной. Исследованию особенностей течения в окрестности плоскости симметрии на треугольном крыле была посвящена статья [4], в которой была показана возможность возникновения области невязкого течения и локальной неприменимости уравнений пограничного слоя. При этом для гиперзвукового пограничного слоя с сильным взаимодействием с внешним потоком решение оказывается неединственным [5]. В [6] выполнены исследования течения вблизи плоскости симметрии треугольного крыла с помощью асимптотических разложений и показана неединственность решения краевой задачи. В настоящей работе с использованием цилиндрической системы координат впервые построены решения в плоскости симметрии крыла с обратной стреловидностью передней кромки [7] и показана возможность существования неединственного решения.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается симметричное течение в пограничном слое на полубесконечном плоском крыле с изломом передней кромки в плане на режиме сильного гиперзвукового вязко-невязкого взаимодействия. Набегающий поток имеет скорость  $U_\infty$ . Газ рассматривается совершенным с постоянным отношением удельных теплоемкостей  $\gamma = C_p/C_v$ . Динамический коэффициент вязкости задается линейно зависящим от температуры:  $\mu^0/\mu_\infty = C_\infty T^0/T_\infty$ . Верхний индекс “0” означает размерные величины, а нижний индекс  $\infty$  соответствует параметрам набегающего потока. Крыло находится под нулевым углом атаки и имеет постоянную температуру поверхности  $T_w$ . Задача рассматривается в цилиндрической системе координат  $(r^0, \theta^0, y^0)$ , начало которой располо-

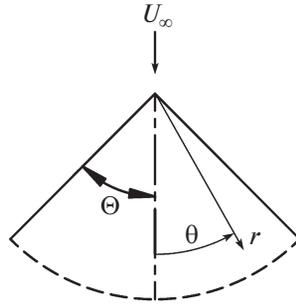


Рис. 1. Схема крыла и система координат.

жено в точке излома передней кромки, а ось  $y^0$  – по нормали к поверхности. Форма крыла определяется углом  $\Theta$  (рис. 1), который может меняться в пределах  $0^\circ < \Theta < 180^\circ$ . Угол скольжения отсутствует (задача симметричная).

Рассматривается асимптотический гиперзвуковой предел:  $M \rightarrow \infty$ ,  $p_\infty \rightarrow 0$ ,  $a_\infty \rightarrow 0$ ,  $T_\infty \rightarrow 0$  [3]. В этом случае распределение давления на крыле можно определить с большой точностью по формуле касательного клина для режима сильного взаимодействия [7]

$$p^0 = \frac{\gamma+1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 \left[ \cos(\theta^0) \frac{\partial \delta_e^0}{\partial r^0} - \sin(\theta^0) \frac{1}{r^0} \frac{\partial \delta_e^0}{\partial \theta^0} \right]^2$$

В соответствии с оценками для ламинарного пограничного слоя в гиперзвуковом потоке вводятся безразмерные переменные

$$r^0 = Lr, \quad y^0 = L\delta y, \quad \theta^0 = \Theta\theta$$

$$u^0 = U_\infty u, \quad v^0 = U_\infty \frac{\delta}{\Theta} V, \quad w^0 = U_\infty w, \quad H^0 = \frac{U_\infty^2}{2} H$$

$$p^0 = \rho_\infty U_\infty^2 \delta^2 p, \quad \delta_e^0 = L\delta \delta_e, \quad \rho^0 = \rho_\infty \delta^2 \rho, \quad \mu^0 = \mu_0 \mu, \quad \delta = \sqrt[4]{\frac{\Theta}{\text{Re}_0}}, \quad \text{Re}_0 = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_0}$$

Здесь  $L$  – характерный размер крыла, который при рассмотрении полубесконечного крыла не входит в конечные результаты,  $\mu_0$  – динамический коэффициент вязкости при температуре торможения  $T_0$ ,  $\delta$  – характерная безразмерная толщина пограничного слоя,  $\text{Re}_0$  – число Рейнольдса.

В уравнения пограничного слоя вводятся новые переменные с использованием преобразования Дородницына

$$\lambda = \int_0^y \rho dy, \quad v_\delta = \rho V + \Theta u \frac{\partial \lambda}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial \lambda}{\partial \theta} \quad (1.1)$$

Выражение для толщины вытеснения пограничного слоя с учетом (1.1) принимает вид

$$\delta_e = \frac{\gamma-1}{2\gamma p} \int_0^\infty (H - u^2 - w^2) d\lambda$$

При рассмотрении обтекания полубесконечных треугольных на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия краевая задача может быть сведена к автомодельной, если ввести соответствующие “автомодельные” переменные, которые позволяют учесть особенности поведения функций течения в окрестности точки излома ( $r=0$ )

$$\lambda^* = r^{-1/4} \lambda, \quad v^* = v_\delta r^{3/4} + \Theta r u \frac{\partial \lambda^*}{\partial r}$$

$$p = r^{-1/2} p^*(r, \theta), \quad \rho = r^{-1/2} \rho^*(r, \theta, \lambda^*), \quad \delta_e = r^{3/4} \delta_e^*(r, \theta)$$

Для упрощения записи выполнена замена

$$N = (H - u^2 - w^2)^{\omega-1} = \left( \frac{2\gamma p^*}{\gamma - 1} \right)^{\omega-1} = \frac{\mu}{H - u^2 - w^2} = \frac{\mu p^* \gamma - 1}{p^* 2\gamma},$$

где  $\omega$  – показатель степени в степенной зависимости коэффициента вязкости от температуры  $\mu \sim T^\omega$ . В случае линейной зависимости, то есть при  $\omega = 1$ , получаем  $N = 1$ .

Для учета поведения функций течения вблизи передних кромок выполняются следующие преобразования:

$$\eta_* = \lambda^* \left( \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \sqrt{1 - \theta^2} \right)^{-1/2}, \quad v_*(\eta_*, \theta) = v^* \frac{(1 - \theta^2)^{3/4}}{p^*} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} + (1 - \theta^2) \frac{w}{p^*} \frac{\partial \eta_*}{\partial \theta}$$

$$p_* = (1 - \theta^2)^{1/2} p^*(r, \theta), \quad \Delta = (1 - \theta^2)^{-3/4} \delta_e^*(r, \theta)$$

В результате этих преобразований система уравнений нестационарного пространственного пограничного слоя и граничные условия принимают вид

$$\frac{\partial v_*}{\partial \eta_*} - \frac{w\theta}{2p_*} + \frac{1 - \theta^2}{p_*} \left( \Theta r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{5}{4} \Theta u \right) = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{1 - \theta^2}{p_*} \left( \Theta r u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial \theta} - \Theta w^2 \right) + v_* \frac{\partial u}{\partial \eta_*} = \Theta \frac{1 - \theta^2}{p_*} \frac{\gamma - 1}{2\gamma} (H - u^2 - w^2) \left( \frac{1}{2} - \frac{r}{p_*} \frac{\partial p_*}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta_*^2} \quad (1.4)$$

$$\frac{1 - \theta^2}{p_*} \left( \Theta r u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial \theta} + \Theta u w \right) + v_* \frac{\partial w}{\partial \eta_*} = -\frac{\gamma - 1}{2\gamma} (H - u^2 - w^2) \left( \frac{\theta}{p_*} + \frac{1 - \theta^2}{p_*^2} \frac{\partial p_*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta_*^2} \quad (1.5)$$

$$\frac{1 - \theta^2}{p_*} \left( \Theta r u \frac{\partial H}{\partial r} + w \frac{\partial H}{\partial \theta} \right) + v_* \frac{\partial H}{\partial \eta_*} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 H}{\partial \eta_*^2} + \left( 1 - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{\partial^2 (u^2 + w^2)}{\partial \eta_*^2} \quad (1.6)$$

$$\Delta = \frac{1}{p_*} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \int_0^\infty (H - u^2 - w^2) d\eta_* \quad (1.7)$$

$$p_* = \frac{\gamma + 1}{2} \left\{ (1 - \theta^2) \left( \frac{3}{4} \Delta + r \frac{\partial \Delta}{\partial r} \right) \cos(\Theta \theta) + \frac{1}{\Theta} \sin(\Theta \theta) \left( \frac{3}{2} \theta \Delta - (1 - \theta^2) \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) \right\}^2 \quad (1.8)$$

$$\eta_* = 0: u = v_* = w = 0, \quad H = H_w$$

$$\eta_* \rightarrow \infty: u \rightarrow \cos(\Theta \theta), \quad w \rightarrow -\sin(\Theta \theta), \quad H \rightarrow 1$$

Здесь  $\sigma$  – число Прандтля. Следует отметить также, что в систему уравнений (1.3)–(1.8) входят производные  $\partial^2 \Delta_e / \partial r^2$  и  $\partial^2 \Delta_e / \partial \theta^2$ , и, следовательно, эта система уже не относится к параболическому типу и может допускать распространение возмущений против потока. В точке излома  $r = 0$ , и поэтому для полубесконечного крыла система вырождается в автомодельную с функциями течения, зависящими только от переменных  $\eta_*$  и  $\theta$ .

Для исследования поведения функций течения в пространственном пограничном слое в окрестности плоскости симметрии оказывается удобным дополнительно ввести новые переменные

$$\eta = \eta_* p_*^{-1/2}, \quad v = v_* p_*^{1/2} - \frac{1}{2} w (1 - \theta^2) \frac{\eta}{p_*} \frac{dp_*}{d\theta}$$

При таком преобразовании в уравнениях переноса и неразрывности в системе (1.3)–(1.8) давление в знаменателе останется только при производной от индуцированного давления.

В результате получается система уравнений

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{w\theta}{2} + (1 - \theta^2) \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{w}{2p_*} \frac{dp_*}{d\theta} + \frac{5}{4} \Theta u \right) = 0 \quad (1.9)$$

$$q \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} - q \Theta w = \Theta(1 - \theta^2) \frac{\gamma - 1}{4\gamma} (H - u^2 - w^2) + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \quad (1.10)$$

$$q \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial \eta} + q \Theta u = -\frac{\gamma - 1}{2\gamma} (H - u^2 - w^2) \left( \theta + \frac{1 - \theta^2}{p_*} \frac{dp_*}{d\theta} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \quad (1.11)$$

$$q \frac{\partial H}{\partial \theta} + v \frac{\partial H}{\partial \eta} = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} + \left( 1 - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{\partial^2 (u^2 + w^2)}{\partial \eta^2}, \quad (1.12)$$

$$p_* = \frac{\gamma + 1}{2} \left\{ \frac{3}{4} \Delta (1 - \theta^2) \cos(\Theta \theta) + \frac{1}{\Theta} \sin(\Theta \theta) \left( \frac{3}{2} \theta \Delta - (1 - \theta^2) \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) \right\}^2 \quad (1.13)$$

$$\Delta = \frac{1}{\sqrt{p_*}} \sqrt{\frac{\gamma - 1}{2\gamma}} \int_0^\infty (H - u^2 - w^2) d\eta. \quad (1.14)$$

Граничные условия

$$\eta = 0: u = v = w = 0, \quad H = H_w; \quad \eta \rightarrow \infty: u \rightarrow \cos(\Theta \theta), \quad w \rightarrow -\sin(\Theta \theta), \quad H \rightarrow 1 \quad (1.15)$$

## 2. РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ ТЕЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТИ ПЛОСКОСТИ СИММЕТРИИ

Для исследования поведения функций течения в окрестности плоскости симметрии предполагается справедливость следующих разложений по угловой координате  $\theta$  для функций течения

$$u(\eta, \theta) = u_0(\eta) + u_2(\eta)\theta^2 + O(\theta^4)$$

$$v(\eta, \theta) = v_0(\eta) + v_2(\eta)\theta^2 + O(\theta^4)$$

$$w(\eta, \theta) = w_1(\eta)\theta + w_3(\eta)\theta^3 + O(\theta^5)$$

$$H(\eta, \theta) = H_0(\eta) + H_2(\eta)\theta^2 + O(\theta^4)$$

$$p_*(\theta) = p_0 + p_2\theta^2 + p_4\theta^4 + O(\theta^6)$$

$$\Delta(\theta) = \Delta_0 + \Delta_2\theta^2 + O(\theta^4)$$

При подставлении разложения в систему уравнений (1.9)–(1.14) с граничными условиями (1.15) получается следующая краевая задача (автомодельная) для членов нулевого порядка по  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \frac{dv_0}{d\eta} + w_1 + \frac{5}{4} \Theta u_0 &= 0 \\ v_0 \frac{du_0}{d\eta} &= \Theta \frac{\gamma - 1}{4\gamma} (H_0 - u_0^2) + \frac{d^2 u_0}{d\eta^2} \\ v_0 \frac{dw_1}{d\eta} + w_1(w_1 + \Theta u_0) &= -\frac{\gamma - 1}{2\gamma} (H_0 - u_0^2) \left( 1 + \frac{2p_2}{p_0} \right) + \frac{d^2 w_1}{d\eta^2} \\ v_0 \frac{dH_0}{d\eta} &= \frac{1}{\sigma} \frac{d^2 H_0}{d\eta^2} + \left( 1 - \frac{1}{\sigma} \right) \frac{d^2 u_0^2}{d\eta^2}, \\ p_0 &= \frac{3}{8} \sqrt{\frac{(\gamma + 1)(\gamma - 1)}{\gamma}} \int_0^\infty (H_0 - u_0^2) d\eta, \quad \Delta_0 = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2p_0}{\gamma + 1}}. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Граничные условия

$$\eta = 0: u_0 = v_0 = w_1 = 0, \quad H_0 = H_w; \quad \eta \rightarrow \infty: u_0 \rightarrow 1, \quad w_1 \rightarrow -\Theta, \quad H_0 \rightarrow 1$$

Для правильного задания граничных условий на внешней границе пограничного слоя необходимо исследовать асимптотическое поведение функций течений при  $\eta \rightarrow \infty$ . Из уравнения неразрывности в системе (2.1) можно получить оценки для функции  $v_0$

$$\frac{dv_0}{d\eta} = -w_1 - \frac{5}{4}\Theta u_0 \xrightarrow{\eta \rightarrow \infty} \Theta - \frac{5}{4}\Theta = -0.25\Theta$$

$$v_0 \xrightarrow{\eta \rightarrow \infty} -0.25\Theta\eta + \text{const}$$

Рассматривается уравнение для продольного импульса

$$u_0'' - v_0 u_0' + \Theta \frac{\gamma-1}{4\gamma} (H_0 - u_0^2) = 0$$

Здесь штрих означает производную по  $\eta$ . Далее выполняется замена  $u = 1 - u_0$

$$(1-u)'' + v_0(1-u)' + \Theta \frac{\gamma-1}{4\gamma} u(1+u_0) = 0$$

$$u'' - v_0 u' - \lambda u(1+u_0) = 0, \quad \text{где } \lambda = \Theta(\gamma-1)/4\gamma$$

Второй член в последнем уравнении можно исключить с помощью замены

$$u = \xi \times \exp\left(\int_0^\eta \frac{v_0(s)}{2} ds\right)$$

Тогда уравнение принимает вид

$$\xi'' - q(\eta)\xi = 0, \quad q(\eta) = \frac{v_0^2}{4} - \frac{v_0'}{2} + \lambda(1+u_0)$$

В соответствии с [8] это уравнение имеет асимптотику

$$\xi \sim q^{-1/4} \exp\left(\int_0^\eta q^{1/2}(s) ds\right)$$

$$q^{-1/4}(\eta) \sim v_0^{-1/2} \sim \eta^{-1/2}, \quad \eta \rightarrow \infty$$

$$q^{1/2}(\eta) = \frac{1}{2}v_0 - \frac{v_0'}{2v_0} + \frac{2\lambda}{v_0} + O\left(\frac{1}{\eta^3}\right)$$

$$\int_0^\eta \frac{v_0(s)}{2} ds = \frac{1}{2} \int_0^\eta v_0 d\eta - \frac{1}{2} \ln v_0 + \int_0^\eta \frac{2\lambda}{v_0} d\eta + O(1)$$

Тогда

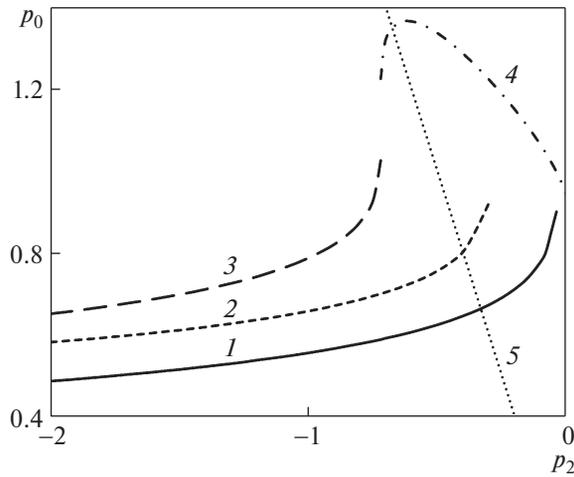
$$u_0 = 1 - \xi \exp\left(\int_0^\eta \frac{v_0}{2} ds\right) \sim 1 - c\eta^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{2} \int_0^\eta v_0 ds - \frac{1}{2}\right) \sim 1 - c\eta^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{8}\Theta\eta^2 - \frac{1}{2}\right), \quad \eta \rightarrow \infty \quad (2.2)$$

В (2.2) входит неизвестная константа  $c$ , которую можно определить итерационной процедурой при численном решении системы (2.1).

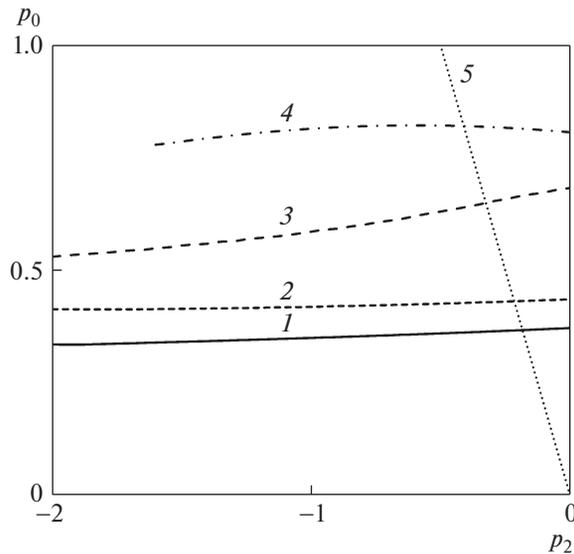
Аналогичным образом, рассмотрев уравнение для продольного импульса, можно получить асимптотическую оценку поведения функции  $w_1$ , которая является производной по  $\theta$  от поперечной компоненты скорости

$$w_1 \sim -\Theta + a\eta^3 \exp\left(-\frac{1}{8}\Theta\eta^2 - b\eta\right) \quad (2.3)$$

Здесь  $a$  и  $b$  – константы, определяемые итерационно в процессе решения уравнений.



**Рис. 2.** Зависимость давления  $p_0$  от параметра  $p_2$  для угла стреловидности передней кромки  $\Theta = 45^\circ$ : 1–4 – номера решений, 5 – линия  $p_2 = -2p_0$ .

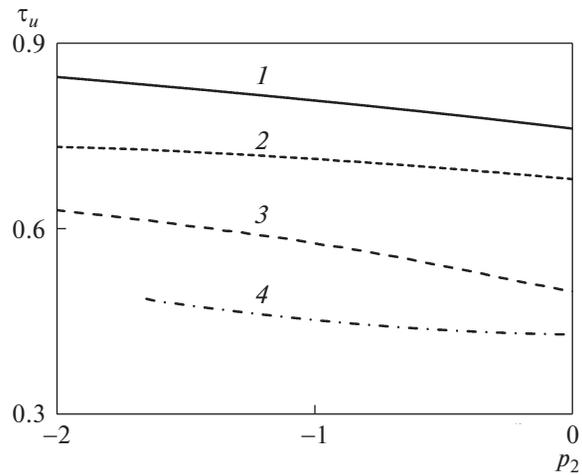


**Рис. 3.** Зависимость давления  $p_0$  от параметра  $p_2$  для угла стреловидности передней кромки  $\Theta = 135^\circ$ , обозначения как рис. 2.

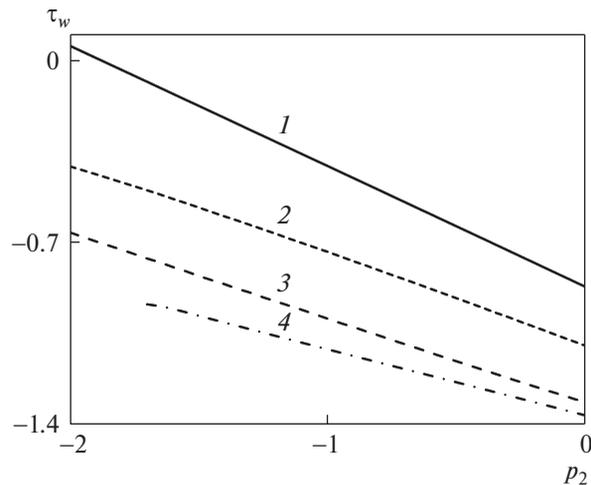
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Решения краевой автомодельной задачи (2.1) для членов нулевого порядка получены численно с помощью метода Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Размер шага поперек пограничного слоя равнялся  $\Delta\eta = 0.01$ , а количество точек составляло 1000. Для нахождения всех решений краевая задача сводилась к задаче с начальными условиями на поверхности крыла. При этом производные на поверхности крыла подбирались итерационно для удовлетворения условиям на внешней границе пограничного слоя в соответствии с оценками (2.2), (2.3). Задача считалась сошедшейся при относительном изменении давления  $p_0$  между итерациями меньше, чем  $10^{-5}$ . Результаты расчетов приведены для параметров  $\gamma = 1.4$ ,  $\sigma = 1$ ,  $H_w = 1$ .

На рис. 2 для крыла с углом  $\Theta = 45^\circ$  показана зависимость давления  $p_0$  от параметра  $p_2$ , который есть вторая производная давления по поперечной координате и может быть однозначно определен из решения краевой задачи для следующих членов асимптотического разложения. Найдено 4 различных решения для значений  $p_2$  в диапазоне от  $-2$  до  $0$ , которые соответствующи-



**Рис. 4.** Зависимость напряжения трения  $\tau_u$  в продольном направлении от параметра  $p_2$  для угла стреловидности передней кромки  $\Theta = 135^\circ$ : 1–4 – номера решений, 5 – линия  $p_2 = -2p_0$ .

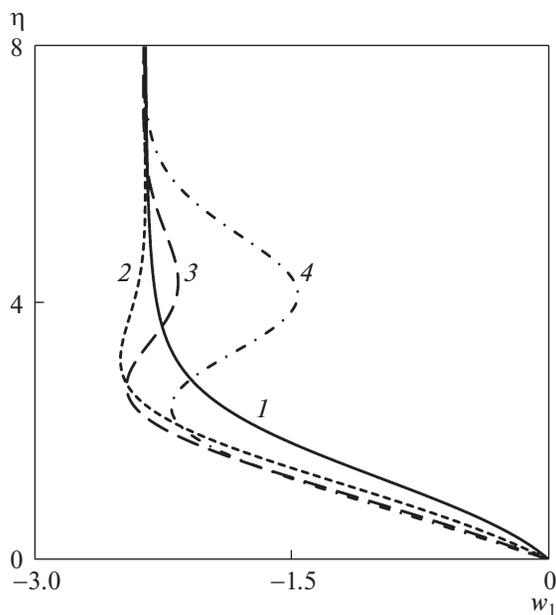


**Рис. 5.** Зависимость напряжения трения  $\tau_w$  в поперечном направлении от параметра  $p_2$  для угла стреловидности передней кромки  $\Theta = 135^\circ$ , обозначения как на рис. 4.

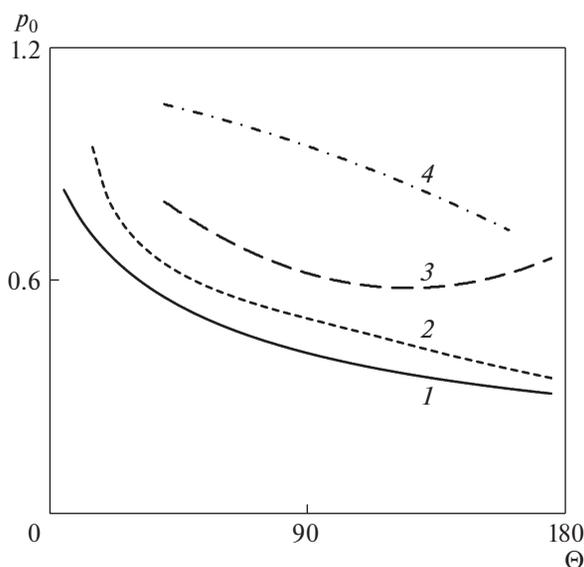
ми цифрами обозначены на рисунке. Обрыв кривых на графиках связан с неустойчивостью решений при заданных параметрах. Полученные результаты хорошо согласуются с результатами исследования тонких треугольных крыльев в прямоугольной декартовой системе координат [6]. На рис. 2 кривая 5 ( $p_0 = -2p_2$ ) соответствует изменению знака градиента давления в решаемой краевой задаче (2.1) в уравнении для  $w_1$ .

Для исследования крыла с передними кромками обратной стреловидности был выбран угол  $\Theta = 135^\circ$ . На рис. 3–5 для этого крыла показаны зависимости  $p_0$ ,  $\tau_u$ ,  $\tau_w$  при разных значениях  $p_2$ . Следует отметить немонотонное поведение давления, в особенности для решения 4, что говорит о перестроении решения в пограничном слое. Для значения параметра  $p_2 = -1$  на рис. 6 показаны профили производной от поперечной скорости  $w_1$  для всех найденных решений.

Кроме того, также было исследовано влияние угла  $\Theta$  на поведение функций течения. На рис. 7 представлено изменение давления  $p_0$  для всех найденных решений при разных углах стреловидности передней кромки. Угол  $\Theta$  рассматривался в диапазоне от  $5^\circ$  до  $175^\circ$ , но не для всех значений удалось подобрать начальные условия и константы. Наименее устойчивыми являются решения 3 и 4, так как они соответствуют наибольшей толщине пограничного слоя и имеют две точки



**Рис. 6.** Профили  $w_1$  для параметра  $p_2 = -1$  и угла стреловидности передней кромки  $\Theta = 135^\circ$ , обозначения как на рис. 4.



**Рис. 7.** Индуцированное давление  $p_0$  в зависимости от параметра  $\Theta$ , обозначения как на рис. 4.

перегиба в профиле скорости. Наблюдаемая нелинейность поведения давления связана с перестроением течения в плоскости симметрии – от стекания к плоскости симметрии до растекания.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построены координатные разложения для функций течения вблизи плоскости симметрии плоского крыла с изломом передней кромки с использованием цилиндрической системы координат. Сформулирована и численно решена соответствующая краевая задача для главных членов разложения. Показана неединственность решения уравнений пограничного слоя в окрестности плоскости симметрии. Для однозначного поиска решения необходимо выполнить асимптотиче-

ское сращивание с решениями в окрестности передних кромок. Исследование влияния угла стреловидности передней кромки на особенности течения показало сильную немонотонность поведения функций, связанную с перестроением течения в пограничном слое.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lees L.* On the Boundary-layer equations in hypersonic flow and their approximate solutions // *J. Aeronautical Sciences*. 1953. P. 143–145.
2. *Stewartson K.* On the motion of a flat plate at high speed in a viscous compressible fluid. I. Impulsive motion // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1955. V. 51. Iss. 1. P. 202–219.
3. *Ладыженский М.Д.* О пространственном гиперзвуковом течении около тонких крыльев // *ПММ*. 1964. Т. 28. Вып. 5. С. 835–844.
4. *Нейланд В.Я.* К теории взаимодействия гиперзвукового потока с пограничным слоем для отрывных двумерных и пространственных течений. Ч. 2. Двумерные течения и треугольное крыло // *Уч. зап. ЦАГИ*. 1974. Т. V. № 3. С. 28–39.
5. *Brown S.N., Stewartson K.* A non-uniqueness of the hypersonic boundary layer // *Q. J. Mech. Appl. Math.* 1975. V. XXVIII. Pt. 1. P. 75–90.
6. *Дудин Г.Н., Нгуен Ф.Х.* Обтекание треугольного крыла на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия // *Изв. РАН. МЖГ*. 2015. № 4. С. 68–82.
7. *Дудин Г.Н., Нейланд В.Я.* Теплообмен в окрестности точки излома передней кромки пластины при гиперзвуковом полете // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1980. № 3. С. 40–45.
8. *Хартман Ф.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Мир, 1970. 720 с.