

УДК 533.6.013.16: 533.697.4/5: 544.452: 534.222.2

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА ПУЛЬСАЦИЙ ТЯГИ И ДАВЛЕНИЯ ГАЗА В СОПЛАХ С ДЕФЛЕКТОРОМ

© 2019 г. Н. Е. Афонина^{a,*}, В. Г. Громов^a, В. А. Левин^{a,b,c},
И. С. Мануйлович^{a,b}, В. В. Марков^{a,b,d}, А. Н. Хмелевский^{a,b}

^a МГУ М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

^b Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия

^c Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток, Россия

^d Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва, Россия

* E-mail: afonina@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 02.10.2018 г.

После доработки 18.10.2018 г.

Принята к публикации 18.10.2018 г.

Представлены результаты расчетно-экспериментального исследования пульсаций силы тяги и давления газа на поверхности тяговой стенки в кольцевом и линейном двухщелевом соплах в условиях ламинарного режима течения. Эксперименты проведены в импульсной аэродинамической установке с использованием продуктов сгорания ацетилено-воздушной смеси в качестве рабочего газа. Расчеты выполнены на основе уравнений Навье–Стокса для многокомпонентной реагирующей газовой среды с использованием химически неравновесной термодинамической модели. Представлено сравнение расчетного и измеренного спектрального состава пульсирующего давления газа в центре тяговой стенки кольцевого сопла. Установлены зависимости частоты и амплитуды колебаний давления в центре тяговой стенки и силы тяги от давления газа на входе и выходе сопла, от размера его критического сечения, а также формы дефлектора.

Ключевые слова: кольцевое (линейное двухщелевое) сопло, уравнения Навье–Стокса, спектр Фурье, пульсации давления (тяги), доминантная частота, измерения

DOI: 10.1134/S0568528119030010

ВВЕДЕНИЕ

Кольцевые и линейные двухщелевые сопла с внутренним дефлектором рассматриваются в качестве перспективных для реализации пульсирующего, в том числе детонационного, режима сжигания топлив [1–3]. Как показали эксперименты [4–14], существуют различные режимы течения газа в подобных устройствах. В стационарном режиме течения они принадлежат к классу сопел с центральным телом [9–11, 14]. В нестационарном пульсирующем режиме течения газа это высокочастотные (десятки килогерц) пульсирующие выходные устройства [4, 6, 12–13]. Исследование сигналов пульсаций тяги и давления газа в них актуально для выяснения зависимости спектра пульсаций от геометрических параметров сопел и условий течения в них с целью управления частотой процесса при реализации пульсирующего режима сжигания горючих газовых смесей по инновационной технологии двухстадийного горения [1]. Эта технология предполагает инжекцию подготовленной (на первой стадии) энергонасыщенной газовой смеси во внутреннюю полость дефлектора соплового устройства – газодинамический резонатор, в котором периодически инициируется ее самовоспламенение и реализуется эффективное пульсирующее сжигание смеси (на второй стадии процесса). Наличие незатухающего пульсирующего режима течения газа с колебаниями давления значительной амплитуды является необходимым условием для практической реализации заявленной инновационной технологии сжигания смесей применительно, например, к созданию пульсирующих детонационных двигателей [1], функционирующих по схеме двухстадийного горения. Также представляет интерес выяснение влияния пульсаций давления газа в потоке на тяговые характеристики заявленных сопел.

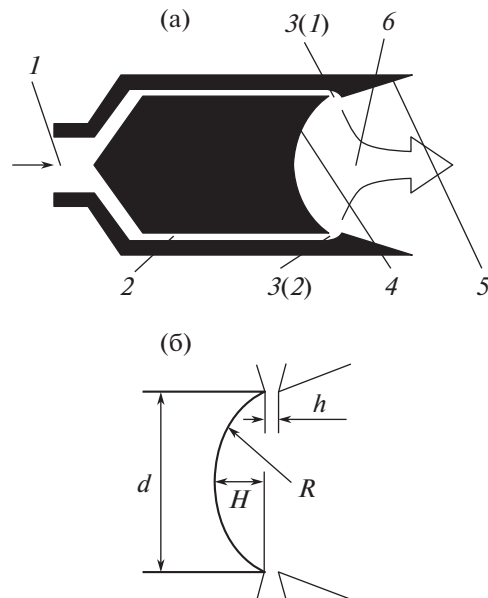


Рис. 1. (а) Схема течения газа в сопле (а): 1 – цилиндрический (плоский) канал; 2 – кольцевой (плоский) поток, 3(1)–3(2) – критическое сечение кольцевого (двухщелевого) сопла (для линейного двухщелевого сопла, номера 3(1) и 3(2) соответствуют каждой из двух линейных щелей с длиной L , расположенных перпендикулярно к плоскости фигуры); 4 – тяговая стенка; 5 – выхлопное коническое (плоское) сопло; 6 – выхлопная реактивная струя. Обозначения характерных размеров поверхности внутреннего дефлектора в виде сферического сегмента и критического сечения сопла (б): R , H и d – радиус, высота и диаметр основания сегмента соответственно; h – высота критического сечения кольцевого (линейного двухщелевого) сопла.

Особенностью настоящей работы являлось комплексное расчетно-экспериментальное исследование спектров пульсаций силы тяги и давления газа на поверхности дефлектора сопла, предполагавшее выполнение расчетных параметрических исследований и проведение ряда экспериментальных измерений. В работе представлены результаты исследования зависимости частоты и амплитуды колебаний параметров течения в кольцевом и линейном двухщелевом соплах от условий на входе и выходе из сопла и его геометрии. Эксперименты с кольцевыми соплами проводились в импульсной аэродинамической установке (ИАУ) с использованием в качестве рабочего газа продуктов сгорания стехиометрической ацетилено-воздушной смеси. Расчеты были выполнены на основе уравнений Навье–Стокса для многокомпонентной реагирующей газовой среды с использованием химически неравновесной термодинамической модели, включающей все основные продукты горения смеси ацетилена в воздухе. Приведены результаты сравнения расчетного и измеренного спектрального состава квазипериодического пульсирующего давления на тяговой стенке кольцевого сопла, полученные методом дискретного преобразования Фурье (ДПФ) на интервале времени 0.5–2.5 мс.

АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТАНОВКА И СОПЛА С ДЕФЛЕКТОРОМ

Экспериментальные исследования базовой по геометрическим размерам модели кольцевого сопла с внутренним дефлектором, схематически представленного на рис. 1а, были выполнены в ИАУ. Ее подробное описание представлено в [4, 9]. Исследуемая модель монтировалась в установке за разрывной диафрагмой, отделяющей камеру высокого давления установки – реактор (в нем сжигалась стехиометрическая ацетилено-воздушная смесь) от дозвуковой полости сопла. Дозвуковая полость образуется сразу за диафрагмой цилиндрический канал с диаметром 50 мм, обозначенный цифрой 1 (рис. 1а).

В ИАУ могут использоваться кольцевые сопла с различной высотой критического сечения и кольцевые подводящие каналы различной формы. При продувках сопел в ИАУ процесс нестационарного запуска сопла сопровождается ударно-волновыми взаимодействиями в дозвуковой полости модели сопла и, в момент выхода на квазистационарный режим течения, завершается формированием вихревых застойных зон, форма и положение которых определяются профилем стенок дозвукового канала [14].

В опытах настоящей работы на оси цилиндрического канала располагался конический обтекатель, обеспечивающий формирование кольцевого потока, обозначенного цифрой 2 (рис. 1а), на входе сопла. Внешний и внутренний диаметры кольцевого канала составляли 140 и 100 мм соответственно. Затем в плавно сужающемся кольцевом канале поток разворачивается в сторону оси на 90° и через кольцевое критическое сечение высотой в 4.4 мм, параллельное оси симметрии и обозначенное цифрой 3 (рис. 1а), вдувается радиально в полузамкнутую полость кольцевого сопла. Полузамкнутая полость кольцевого сопла ограничена поверхностью дефлектора в форме сферического сегмента. Эта поверхность является тяговой стенкой. Она обозначена цифрой 4 (рис. 1а). Для случая линейного двухщелевого сопла цифры 3(1) и 3(2) на рис. 1а соответствуют каждой из двух линейных щелей длиной L , расположенных перпендикулярно плоскости чертежа. В случае линейного двухщелевого сопла поверхность дефлектора имеет форму цилиндрического сегмента.

Используемые в работе обозначения характерных размеров соплового сегмента и критического сечения сопла показаны на рис. 1б. Для базового по геометрическим размерам варианта модели кольцевого сопла $R = R_b = 36.0$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм.

Дозвуковая зона горловины кольцевого сопла вплоть до критического сечения имела плавные сглаженные по радиусу и отшлифованные при изготовлении верхнюю и нижнюю кромки. Подобная конструкция дозвукового подводящего канала в обозначениях работы [14] соответствовала конфигурации T . В такой конфигурации к моменту начала квазистационарного истечения из сопла в дозвуковой полости формируется одна торообразная рециркуляционная зона, примыкающая к внешней стенке кольцевого канала. При этом поступление газа из реактора происходит вдоль линий тока, расположенных вблизи внутренней стенки кольцевого канала. Предполагалось, что использование указанной конструкции подводящего канала наряду с применением шлифования и частичной полировки при изготовлении трансзвуковых областей сопловой модели позволит обеспечить в экспериментах ламинарность потока на квазистационарной фазе истечения.

Наращение давления в реакторе приводило к разрыву диафрагмы и поступлению продуктов сгорания в подводящий канал. По нему газ поступал на вход кольцевого сопла. Через выхлопное коническое сопло, обозначенное цифрой 5 (рис. 1а), происходило истечение газа в предварительно откачанный до форвакуума приемный ресивер. Направление истечения выхлопной струи в ресивер обозначено цифрой 6 (рис. 1а). В исследованных режимах время продувки сопла составляло не менее 50 мс.

В процессе проведения опытов контролировалось изменение сигналов с высокочастотных пьезоэлектрических (собственные частоты не превышали 60 кГц) и тензометрических датчиков давлений, установленных на боковых стенках в различных точках проточного канала. Тяга, развиваемая соплом, измерялась тензометрическим датчиком силы с временем разрешения 1 мс. Сигналы записывались цифровыми осциллографами. Указанный набор измеряемых параметров позволял проводить сопоставление измеренных величин с соответствующими расчетными значениями и контролировать условия течения в проточном канале.

Типичные сигналы изменения давления на стенке дефлектора в режимах течения с пульсациями параметров потока подобны сигналам, приведенным авторами ранее в работах [4, 13]. Здесь же отметим, что в процессе продувки сопла в фазе квазистационарного истечения давление торможения на входе сопла и на стенке дефлектора непрерывно уменьшается за счет расхода высокотемпературного газа, поступающего из реактора, через критическое сечение. При обработке осциллограмм сигналов давления использовались значения сигналов на интервалах времени, превышающих 10 мс после разрыва диафрагмы, отделяющей камеру сгорания от дозвуковой полости модели (областей 1 и 2 на рис. 1а). Это время превышало время запуска сопла и гарантировало выход его на режим квазистационарного истечения [14]. Для анализа спектрального состава сигналов давления были исследованы отдельные участки сигнала давления на стенке дефлектора на быстрых развертках осциллографа. Для этого наряду с регистрацией общего характера изменения сигнала с датчика давления в ходе измерений можно было получать быстрые развертки процесса с момента, определяемого регулируемой задержкой относительно начала процесса истечения.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ В СОПЛОВОМ УСТРОЙСТВЕ

Для описания течения использовались двумерные уравнения Навье–Стокса для термически равновесной модели многокомпонентной реагирующей газовой среды. Предполагалось, что те-

чение ламинарное, а поверхность соплового устройства химически нейтральна, имеет заданную температуру и на ней выполнены условия прилипания и непроницаемости. Численное решение уравнений получено методом конечного объема на структурированной криволинейной сетке, ячейки которой построены пересечением двух наборов дискретных кривых. Подробное описание газофазной модели и методики расчета приведено в [9, 11, 13].

В расчетах использовалась 10-компонентная газофазная модель, включающая все основные продукты горения стехиометрической смеси ацетилена с воздухом: O, H, O₂, H₂, OH, CO, CO₂, NO₂, H₂O, N₂. Кинетическая схема включала 6 реакций диссоциации-рекомбинации и 13 обменных реакций. Значения констант скоростей реакций заимствованы из монографии [15].

Нестационарные уравнения движения газа решались численно с помощью неявной разностной схемы. При таком подходе система разностных уравнений состоит из численных аналогов уравнений сохранения для четырехгранных ячеек, покрывающих расчетную область, и разностных аппроксимаций граничных условий. Уравнения записаны относительно значений исходных переменных $\mathbf{Z} = \{p, u, v, T, \gamma_i\}$ в центрах ячеек и в центрах сторон ячеек, лежащих на поверхности обтекаемого тела. Ячейки сетки образованы пересечением двух дискретных семейств кривых. Невязкие потоки $\mathbf{F}_G^{\text{inv}}$ через границы ячеек вычисляются по результату решения задачи о распаде произвольного разрыва $\mathbf{Z}_G = \mathfrak{R}(\mathbf{Z}_G^L, \mathbf{Z}_G^R)$, где \mathfrak{R} – оператор решения задачи [16]. В схеме второго порядка точности \mathbf{Z}_G^L и \mathbf{Z}_G^R определяются с помощью одномерной интерполяции (экстраполяции) значений \mathbf{Z} в центрах соседних ячеек на рассматриваемую границу между ячейками с использованием ограничителя *minmod* [17]. Вязкие потоки $\mathbf{F}_G^{\text{vis}}$ через грани ячеек вычисляются с использованием центральных или односторонних разностных формул второго порядка точности. Производные по времени аппроксимированы односторонними двухточечными формулами первого порядка точности. На каждом временном слое разностные уравнения решаются с помощью двухслойной итерационной схемы.

Расчеты выполнены для области течения, включавшей:

- внутреннюю полузамкнутую полость сопла, ограниченную тяговой стенкой – дефлектором;
- входное кольцевое (линейное двухщелевое) сопло с высотой критического сечения h ;
- выхлопное коническое (плоское) сопло с полууглом раствора 45° и длиной 15 мм в базовом варианте;
- достаточно большую разлетную область.

Тяговая стенка – дефлектор кольцевого сопла имеет форму сферического сегмента радиуса R , высотой H и диаметром основания d . Тяговая стенка – дефлектор двухщелевого сопла имеет форму цилиндрического сегмента радиуса R , высотой H и длиной L . Длина щелевого сопла L выбиралась так, чтобы площадь критического сечения двухщелевого сопла совпадала с площадью критического сечения соответствующего кольцевого сопла. Расчеты проводились на сетке с числом узлов 200×186 . Узлы сетки сгущались вблизи поверхности тяговой сетки. При этом учитывались требования, установленные в [13] к размерам ячеек расчетной сетки и порядку точности вычислений по пространственным координатам для получения в расчетах режимов течений с незатухающими колебаниями параметров потока. Эти требования сводились к необходимости использования в расчетах схемы второго порядка точности по пространственным переменным и сетки с достаточно подробным разрешением пограничного слоя.

Границы расчетной области и распределение узлов разностной сетки для базового варианта кольцевого сопла показаны на рис. 2 справа от оси симметрии. Слева от оси симметрии показаны полученные в расчетах линии тока на квазистационарной фазе истечения в воздушное пространство с атмосферным противодавлением. Контур осевого сечения кольцевого сопла показан на рис. 2 кривой линией (A–B–C–0–D–E–F), отдельные части которой соответствуют тяговой стенке дефлектора – (C–O–D), критическому сечению сопла – (B–C)/(D–E) и выхлопному коническому соплу – (A–B)/(D–E).

Снизу расчетная область ограничена тяговой стенкой дефлектора (линия (0–D)), слева – осью симметрии соплового устройства, справа последовательно – критическим сечением кольцевого сопла (линия (D–E)), стенкой выхлопного конического сопла (линия (E–F)) и горизонтальной стенкой вакуумной камеры, сверху – координатной линией соответствующего семейства кривых. Конфигурация и размеры расчетной области в точности соответствовали параметрам экспериментальной установки.

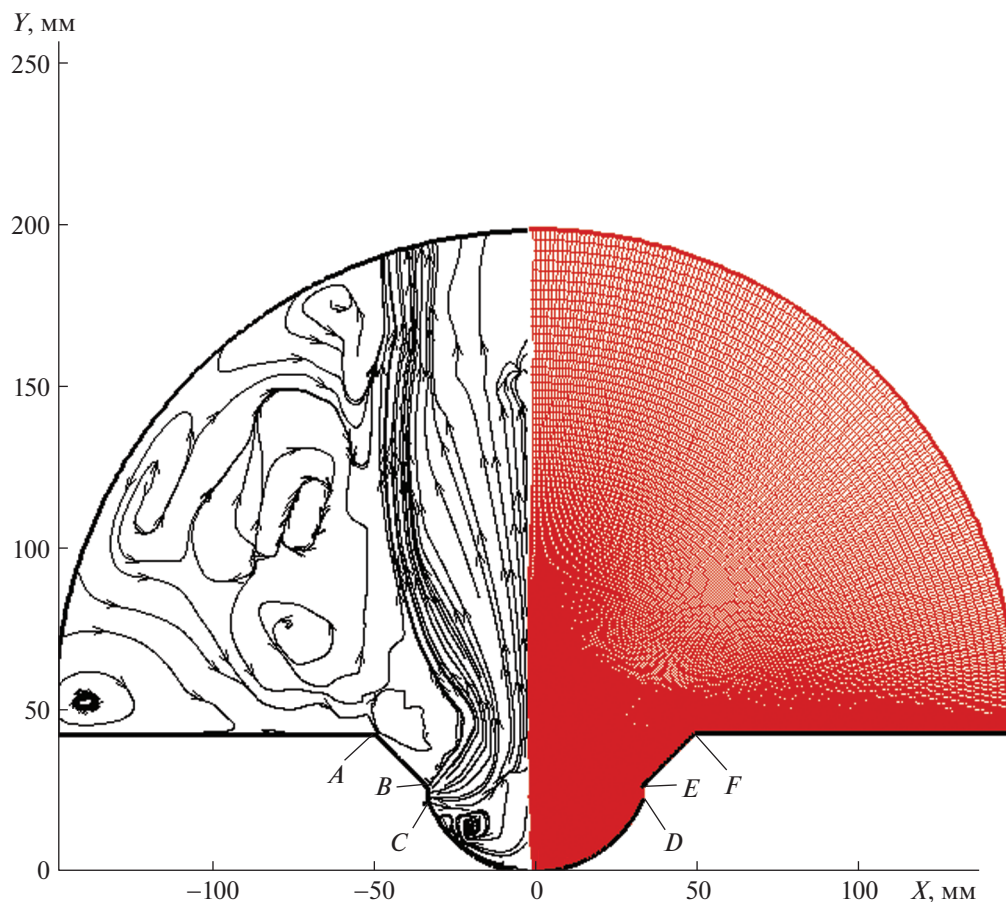


Рис. 2. (В цвете онлайн.) Расчетная область и распределение узлов разностной сетки (справа от оси симметрии), а также линии тока (слева) для базового по геометрическим размерам кольцевого сопла на квазистационарной фазе истечения в воздушное пространство с атмосферным противодавлением. Контур поперечного сечения сопла вдоль оси симметрии показан линией (A–B–C–D–E–F), тяговая стенка дефлектора – (C–D), критическое сечение – (B–C)/(E–D), а выхлопное сопло – (B–A)/(E–F).

Предполагалось, что вдув продуктов сгорания ацетилена через кольцевое сопло во внутреннюю полость дефлектора – резонатор происходил со звуковой скоростью при заданных постоянных значениях давления и температуры торможения P_0 и T_0 . Истечение газа из устройства через коническое выхлопное сопло происходило в воздушную газовую среду с давлением P_e и температурой $T_e = 300$ К. Для замыкания задачи на внешней границе использовались мягкие граничные условия экстраполяционного типа. Параметры газа в критическом сечении сопла находились из решения задачи о распаде произвольного разрыва, определяемого, с одной стороны, условиями истечения со звуковой скоростью при заданных постоянных давлении и температуре торможения, а с другой – параметрами газа в ячейках, примыкающих к соплу.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В расчетах варьировались условия на входе и выходе из сопла, а также размеры соплового устройства. Рассмотренные варианты приведены в табл. 1. Параметры варианта 1.1 являлись базовыми, они соответствовали условиям эксперимента с кольцевым соплом – вариант 1.6 (он выделен заливкой соответствующей строки в табл. 1). Предполагалось, что запуск сопла, первоначально заполненного неподвижным воздухом с давлением P_e и температурой T_e , происходил внезапно, что приводило к генерации интенсивных нестационарных газодинамических процессов и значительному повышению давления. Во всех вариантах расчета стартовое возмущение вызывало появление незатухающих квазипериодических пульсаций, различающихся частотой и амплитудой.

Таблица 1

Вариант	P_0 , атм	T_0 , К	P_e , атм	R , мм	H , мм	d/L , мм	h , мм	F_p , кГц	F_D , кГц
1.1	19.84	2991	0.01	36	22.13	66.4	4.4	30 (60; 90)	30 (60; 90)
1.2	19.84	2991	0.01	72	44.26	132.8	8.8	15 (—)	15 (7; 23)
1.3	19.84	2991	0.01	110.7	22.13	132.8	4.4	7 (22)	7 (22)
1.4	19.84	2991	1.0	36	22.13	66.4	4.4	30 (60; 90)	30 (60; 90)
1.5	9.78	2991	0.01	36	22.13	66.4	4.4	30 (60; 90)	30 (60)
1.6	19.48	2991	0.01	36	22.13	66.4	4.4	22 (44)	—
2.1	19.48	2991	0.01	36	22.13	104.2	4.4	25 (50; 41)	25 (50; 41)
2.2	19.48	2991	1.0	36	22.13	104.2	4.4	25 (32; 39)	25 (7; 13)

Для каждого варианта, представленного в табл. 1, были выполнены расчеты пульсирующего давления в центре тяговой стенки $P_a(t)$ и спектра его пульсаций, полученного методом ДПФ на интервале времени 0.5–2.5 мс. Одновременно с давлением рассчитывались сила тяги $D(t)$ и спектр ее пульсаций. Вычисленные и измеренные основные – доминантные частоты пульсаций давления – F_p и силы тяги – F_D представлены в двух последних колонках табл. 1 (в скобках приведены значения дополнительных наблюдаемых в спектре частот сателлитов основной частоты, имеющих меньшую спектральную амплитуду). Варианты 1.1–1.6 соответствовали кольцевым соплам, а варианты 2.1–2.2 – линейным двухщелевым соплам.

На рис. 3а–3г приведены результаты расчета для базового варианта 1.1 кольцевого сопла ($R = R_b = 36.0$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм) при давлении торможения – $P_0 = 19.84$ атм в высотных условиях, когда противодействие в пространстве истечения составляло $P_e = 0.01$ атм. В этих условиях, начиная примерно с 1 мс, устанавливался квазипериодический режим как для давления в центральной точке тяговой стенки – $P_a(t)$, так и для силы тяги – $D(t)$, в целом с основной доминирующей частотой в спектрах соответствующих сигналов – $F_p = 30$ кГц и $F_D = 30$ кГц.

Кроме этой частоты, в спектрах колебаний давления имелись выбросы меньшей амплитуды на частотах сателлитов основной частоты, равные 60 и 90 кГц, которые оказались кратными с коэффициентами 2 и 3 значениям основной частоты. В спектре колебаний силы тяги, помимо выбросов на частотах 60 и 90 кГц, наблюдались дополнительные выбросы еще более малой амплитуды на частотах, некратных основной: с коэффициентом кратности 0.6 – на частоте 18 кГц и 1.57 – на частоте 48 кГц. В скобках в табл. 1 за доминантной частотой F_D в варианте 1.1 указаны значения двух частот сателлитов с наибольшими амплитудами. Наличие дополнительных частот в спектре колебаний силы тяги обусловлено интегральным характером суммарного сигнала силы тяги, определяемого не только видом сигнала давления в центре тяговой стенки $P_a(t)$, но и изменениями давления на других участках ее поверхности. Поэтому спектр тяги имел более сложный вид. Давление в пределах периода развертки изменялось в пределах 5–25 атм, сила тяга – 2.5–2.6 кН. Таким образом, диапазон изменения давления в пульсациях практически равнялся давлению торможения, а для силы тяги составил примерно 4% от ее среднего значения.

В варианте 2.1 было рассмотрено линейное двухщелевое сопло, эквивалентное кольцевому соплу в базовом варианте 1.1 по форме поперечного сечения, расходу газа, величине критического сечения и условиям на входе и выходе сопел ($R = R_b = 36.0$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм). При этом длина его линейной части составляла $L = 104.2$ мм. Результаты расчетов для варианта 2.1 представлены на рис. 4а–4г. Качественно результаты расчетов для линейного двухщелевого и кольцевого сопел совпадали, но имелись некоторые количественные различия. Так, давление в центре тяговой стенки двухщелевого сопла изменялось приблизительно в пределах от 3.5 до 13 атм (в отличие от 5–25 атм в варианте 1.1), а сила тяги – в пределах примерно 2.4–2.8 кН (в отличие от 2.5–2.6 кН в варианте 1.1). В итоге диапазон изменения давления в пульсациях составил примерно половину от давления торможения, а силы тяги – 15% от ее среднего значения. Показательно, что средние расчетные значения силы тяги для линейного двухщелевого сопла (2.6 кН) в варианте 2.1 и эквивалентного кольцевого сопла (2.55 кН) в базовом варианте 1.1, как видно из рис. 3в и рис. 4в, совпадают с точностью 2%.

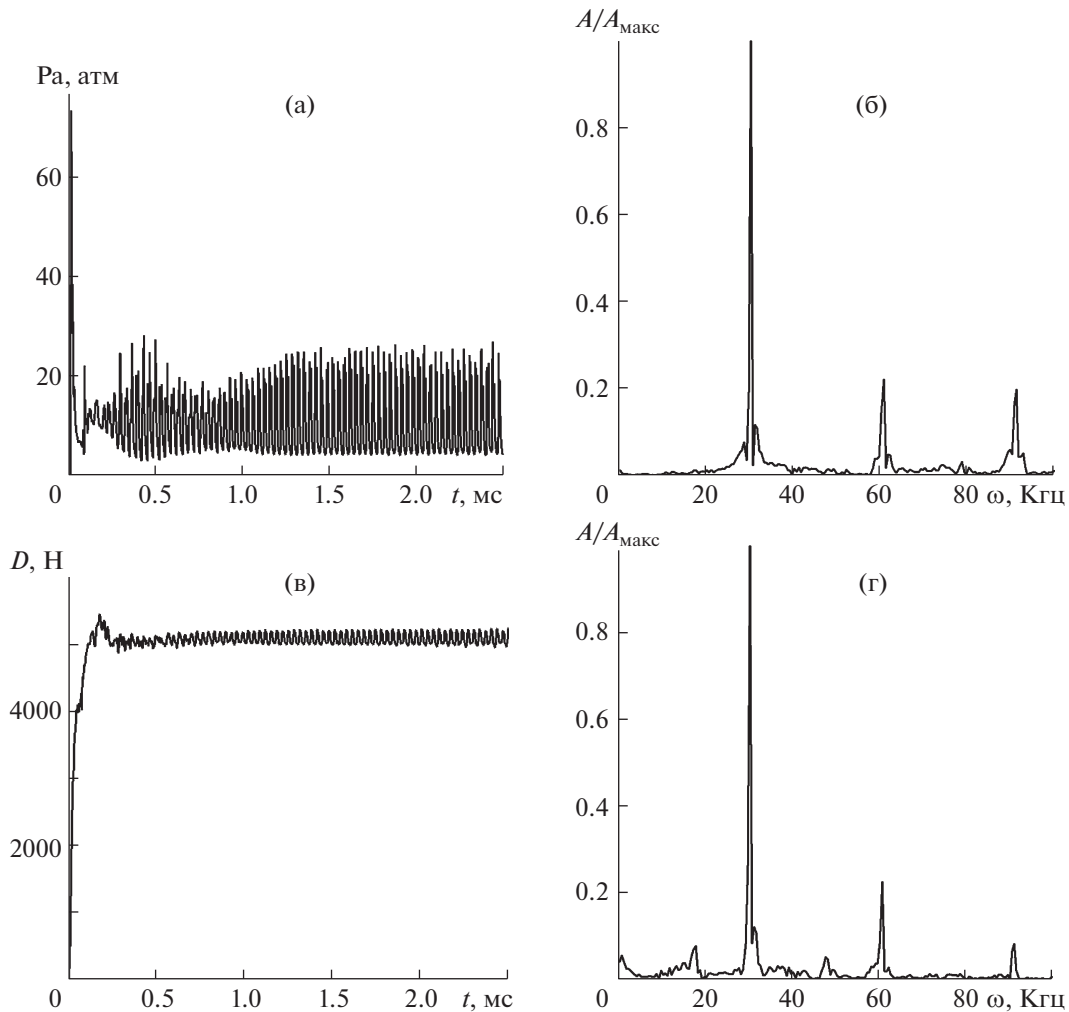


Рис. 3. Результаты расчетов для базового по геометрическим размерам кольцевого сопла (вариант 1.1): $R = R_b = 36$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм. Давление торможения $P_0 = 19.84$ атм. Противодавление в пространстве истечения $P_e = 0.01$ атм; (а) – давление $P_a(t)$, (б) – спектр $P_a(t)$, (с) – сила тяги $D(t)$, (д) – спектр $D(t)$.

Доминирующие частоты в спектрах сигналов пульсаций давления и тяги составляли 25 кГц. В обоих спектрах сигналов $P_a(t)$ и $D(t)$ наблюдались сателлиты основной частоты. Они имели меньшие спектральные амплитуды и частоты, как с кратными, так и с некратными к основной частоте значениями, с коэффициентами кратности больше и меньше единицы (два значения частот сателлитов с наибольшими амплитудами в спектре приведены в скобках за значениями F_p и F_D в табл. 1). Как и в варианте 1.1, спектр колебаний силы тяги имел при этом более сложный, по сравнению со спектром колебаний давления, вид и характеризовался наличием сателлита на удвоенной частоте – 50 кГц, имевшего значительную амплитуду (более 40% от амплитуды основной частоты).

Для сравнения с расчетами на рис. 5а, 5б приведены данные эксперимента для базового кольцевого сопла при условиях течения, близких к варианту 1.1. Измеренная в эксперименте основная доминирующая частота пульсаций давления, равная 22 кГц, оказалась примерно на 27% ниже расчетной в варианте 1.1–30 кГц. В измеренном спектре колебаний давления, также как и в расчетах для варианта 1.1, кроме главного максимума на основной доминирующей частоте наблюдался один дополнительный максимум гораздо меньшей амплитуды на частоте 44 кГц, кратной основной частоте пульсаций. Вероятно, относительно невысокая собственная частота датчика (≤ 60 кГц), использованного в измерениях давления, не позволила зафиксировать в опытах третий максимум в измеренном спектре, который присутствует в расчетах. В целом наблюдалось

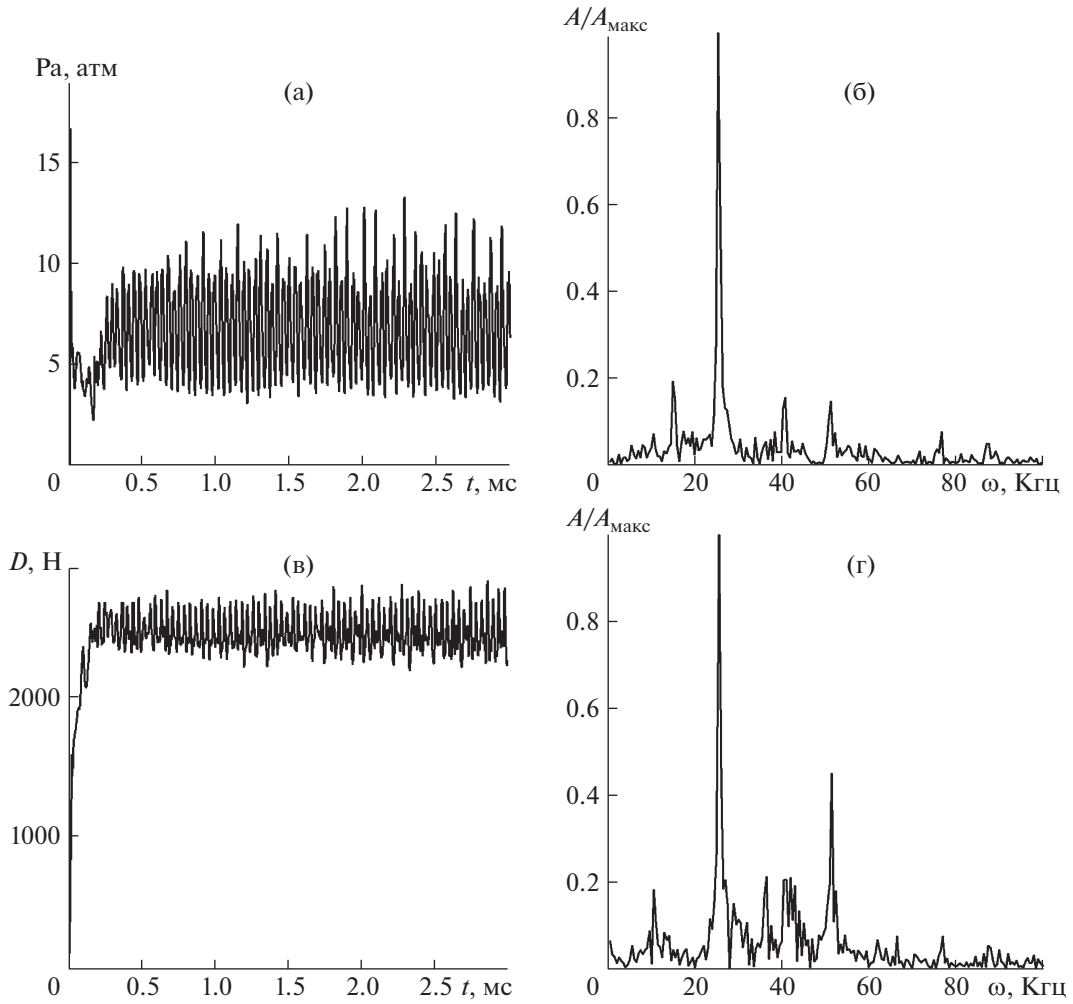


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но сопло линейное двухщелевое (вариант 2.1): $L = L_b = 104.2$ мм.

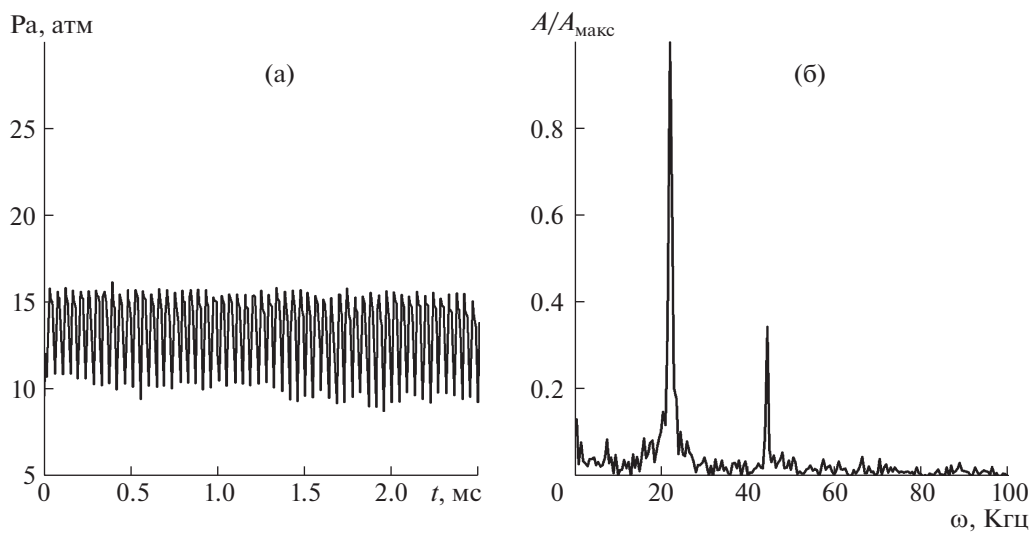


Рис. 5. Экспериментальные данные для кольцевого сопла базового варианта 1.1: $R = R_b = 36$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм. Давление торможения $P_0 = 19.84$ атм. Противодавление в пространстве истечения $P_e = 0.01$ атм, (а) – давление $P_a(t)$, (б) – спектр $P_a(t)$.

удовлетворительное количественное (с точностью 27% по доминирующей частоте) и качественное (по наличию дополнительных максимумов в спектре) соответствие измеренных и расчетных параметров спектра колебаний давления.

Следует отметить, что основная доминирующая частота, которая наблюдалась в опытах, приближенно определялась по расчету периода повторения максимумов на сигнале $P_a(t)$ без использования процедуры ДПФ.

В вариантах расчетов 1.2–1.5 и 2.2, представленных в табл. 1, исследовалось влияние изменения размеров дефлектора и высоты критического сечения сопла (1.2–1.3), а также давления на входе сопла и в пространстве истечения (1.4, 1.5 и 2.2) на спектры пульсаций давления и тяги, представленные в последних столбцах табл. 1.

Вариант 1.2 отличается от базового – 1.1 тем, что все размеры кольцевого сопла были увеличены в два раза ($R = 2R_b = 72$ мм; $H = 2H_b = 44.26$ мм; $d = 2d_b = 132.8$ мм; $h = 2h_b = 8.8$ мм). Как показал анализ сигналов, такая модификация приводит к некоторому увеличению времени выхода на квазипериодический режим и изменению средних значений, как давления, так и силы тяги на рассматриваемом интервале времени. Как и в базовом варианте, имелась доминирующая частота колебаний, как давления, так и силы тяги, равная 15 кГц, что в два раза меньше основной частоты базового варианта. Спектр пульсаций тяги был, как и ранее, более сложный, по сравнению со спектром колебаний давления, и характеризовался наличием сателлитов, в том числе с некротными по отношению к доминирующей частотами.

Давление в центре тяговой стенки сопла изменялось в пределах от 5 до 20 атм (5–25 атм в варианте 1.1), тяга – в пределах 10–10.5 кН (2.5–2.6 кН в варианте 1.1). Двукратное увеличение геометрических размеров в варианте 1.2 привело, очевидно, к четырехкратному увеличению расхода газа через критическое сечение кольцевого сопла (в сравнении с базовым вариантом 1.1) и соответственно к четырехкратному увеличению среднего значения силы тяги, развиваемой соплом. При этом диапазон пульсаций давления газа в центре тяговой стенки составил 15 атм и несколько уменьшился, по сравнению с 20 атм в варианте 1.1. В относительных величинах диапазон изменения давления в пульсациях равнялся примерно 76% от величины давления торможения, а силы тяги – примерно 5% от ее среднего значения.

Вариант 1.3 отличается от предыдущего – 1.2 уменьшением размера критического сечения кольцевого сопла и высоты сегмента внутренней полости дефлектора до их величин в базовом варианте, при увеличенном вдвое диаметре основания базового сопла ($R = 3.075$, $R_b = 110.7$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = 2d_b = 132.8$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм). Таким образом, в варианте 1.3 диаметр кольцевого сопла был увеличен в два раза по сравнению с базовым вариантом при неизменной высоте сферического сегмента и критическом сечении. Радиус сегмента при этом естественно возрос в 3.075 раза. Как показал анализ, характер колебаний давления и тяги при этом заметно изменился. Доминирующая частота колебаний давления и тяги уменьшилась до 7.5 кГц.

В сигнале пульсаций давления наблюдались редкие выбросы значений давления, в два–три раза превышающие средний уровень. Также в спектре пульсаций давления наблюдалась группа заметных (до 40% от максимума) сигналов сателлитов к основной частоте. Эта группа имела колоколообразное распределение амплитуды вблизи максимума. Он соответствовал примерно трехкратной основной частоте – 22.5 кГц. Наблюдался также отдельный пик на частоте 42 кГц. Давление в центре тяговой стенки сопла изменялось в пределах от 5 до 15 атм (5–25 атм в варианте 1.1).

Спектр пульсаций тяги, как и ранее, отличался от спектра пульсаций давления. Помимо доминирующей частоты – 7.5 кГц, он содержал группу частот сателлитов. Ее максимум соответствовал примерно трехкратной основной частоте – 22.5 кГц и составлял около 25% от амплитуды доминирующей частоты. Тяга изменялась в пределах 4.9–5.4 кН (2.5–2.6 кН в варианте 1.1), то есть диапазон ее изменения в варианте 1.3 составил примерно 10% от среднего значения.

Двукратное уменьшение критического сечения кольцевого сопла в варианте 1.3 по сравнению с соплом в варианте 1.2 привело, очевидно, к двукратному уменьшению расхода газа через критическое сечение кольцевого сопла и соответственно к двукратному уменьшению среднего значения силы тяги, развиваемой соплом. Сравнение с вариантом 1.1 показывает, что увеличение диаметра основания сегмента внутренней полости дефлектора при неизменной его высоте и критическом сечении кольцевого сопла увеличивает тягу сопла (в варианте 1.3) вдвое по сравнению с базовым вариантом – 1.1, что связано с двукратным ростом расхода газа в варианте 1.3 по сравнению с базовым – 1.1. При этом в варианте 1.3 диапазон пульсаций давления газа в центре тяговой стенки составил 10 атм и заметно уменьшился, по сравнению с 20 атм в варианте 1.1.

В варианте 1.4 истечение газа из базового (вариант 1.1) по размерам кольцевого сопла ($R = R_b = 36$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм) происходило в воздух при атмосферном давлении, в отличие от истечения в вакуум в варианте 1.1. Увеличение противодавления приводило к резкому увеличению стартового возмущения (до 1000 атм). В квазипериодическом режиме в спектрах $P_a(t)$, и $D(t)$ доминирующими остались частоты 30 кГц (основная) и сателлиты на кратных к основной частотах 60 и 90 кГц.

При атмосферном давлении запуск сопла и выход истечения на квазипериодический режим занимали около 1.5–2 мс и характеризовался значительным повышением амплитуды сигналов давления и силы тяги. Особенности спектра пульсаций давления характеризовались, во-первых, уширением линий основной частоты и дополнительных кратных основной частот спектра (ширина линий по 30% высоте от амплитуды соответствующей линии составляла около 7 кГц). Во-вторых, в спектре колебаний давления наблюдались пульсации с амплитудами до 15% от максимума в диапазоне нескольких килогерц, чего не было при истечении в вакуум. Диапазон колебаний давления на части стадии запуска сопла в интервале от 0.5 до 1.5 мс составлял от 7–12 атм до 7–20 атм. С выходом истечения на квазистационарную фазу – начиная с 2 мс, диапазон колебаний давления в пульсациях составлял 5–25/30 атм.

Спектр пульсаций тяги отличался от спектра пульсаций давления значительными амплитудами спектра с частотами до 10 кГц, обусловленными, вероятно, условиями запуска сопла, которые заметно затухали к моменту выхода истечения на квазистационарную фазу – после 2 мс. Далее в спектре $D(t)$ на колебания с частотами до 10 кГц накладывались колебания сравнительно небольшой амплитуды с доминирующей частотой 30 кГц и сателлитами с меньшей амплитудой спектральных составляющих на частотах вблизи 60 и 90 кГц. Среднее значение силы тяги составляло ≈ 2.2 кН, что несколько ниже, чем в базовом варианте, где средняя тяга составляла ≈ 2.55 кН. Диапазон изменения силы тяги в пульсациях на квазистационарной фазе истечения (после 2 мс от старта) составил примерно 6% от ее среднего значения.

В варианте 1.5 давление торможения на входе базового кольцевого сопла было уменьшено в два раза по сравнению с расчетным вариантом 1.1. Оно равнялось 9.78 атм. В обоих случаях рассматривалось истечение в вакуум. Основные частоты в спектре $P_a(t)$ и $D(t)$ в варианте 1.5 практически не изменились по сравнению с вариантом 1.1. При этом пульсации давления наблюдались в диапазоне от 2 до 15 атм (5–25 атм в варианте 1.1), а в спектре давления – острые пики на доминантной частоте 30 кГц с максимальной амплитудой и сателлиты меньшей амплитуды на кратных основной частотах – 60 и 90 кГц. Диапазон изменения давления в пульсациях составил (2–15 атм).

Не изменялся и спектр пульсаций сигнала тяги. Значения тяги при этом изменялись в пределах 1.2–1.275 кН (2.5–2.6 кН в варианте 1.1), что составило примерно 5% от величины ее среднего значения. Таким образом, двукратное уменьшение давления торможения на входе базового кольцевого сопла (вариант 1.1) привело примерно к двукратному уменьшению давления и силы тяги сопла, но не повлияло на спектры сигналов пульсаций.

В варианте 2.2 для линейного двухщелевого сопла его форма и геометрические размеры, а также расход газа, критическое сечение и параметры торможения соответствовали кольцевому базовому соплу – варианту 1.1. Однако в варианте 2.2 истечение газа происходило в пространство с атмосферным противодавлением (в отличие от рассмотренных выше вариантов 1.1 и 2.1, где газ истекает в вакуум). Вариант 2.2 для линейного двухщелевого сопла соответствовал по противодавлению в пространстве истечения варианту 1.4 для кольцевого сопла. В спектре $P_a(t)$ имелась одна доминирующая частота 24 кГц, сателлиты на частотах 32 и 39 кГц и составляющие спектра с частотами ниже 20 кГц. В спектре $D(t)$, помимо этой основной частоты – 24.5 кГц, имелись выбросы значительной амплитуды на частотах 6.5, 13, 38 и 49 кГц.

Как и в варианте 1.4, процесс запуска двухщелевого сопла при истечении в пространство с атмосферным противодавлением увеличивался и завершался примерно к 1.5 мс, сопровождаясь значительным повышением амплитуды сигналов давления и силы тяги. Особенности спектра пульсаций давления (как и в варианте 1.4 для кольцевого сопла) характеризовались уширением линии основной частоты (ширина линий по 30% высоте от амплитуды соответствующей линии составляла около 5 кГц). В спектре колебаний давления наблюдались также пульсации с частотами ниже 20 кГц с амплитудами в спектре до 20–30% от максимума, чего не было при истечении газа в вакуум (для варианта 2.1). Диапазон колебаний давления на части стадии запуска сопла в интервале от 0.5 до 1.5 мс лежал в пределах от 6–9 МПа до 4–13 атм. С выходом истечения на квазистационарную фазу – начиная примерно с 1.5 мс, диапазон колебаний давления составлял от

5–12 атм, то есть приблизительно совпадал со значениями диапазона колебаний давления при истечении газа в вакуум (3.5–13 атм для варианта 2.1).

Спектр пульсаций тяги (как и в варианте 1.4) отличался от спектра пульсаций давления значительными амплитудами спектра с частотами до 20 кГц. В нем имелись два сателлита значительной амплитуды с максимумами на частотах 6.5 и 13.5 кГц и один сателлит с меньшей амплитудой на частоте примерно 49 кГц, кратной к основной частоте. К моменту завершения запуска сопла – 1.5 мс амплитуда колебаний тяги $D(t)$ уменьшалась и значение силы тяги колебалось примерно в пределах 2.0–2.4 кН, что несколько ниже, чем в варианте 2.1, где тяга колебалась в пределах 2.4–2.8 кН. Таким образом, диапазон изменения силы тяги в пульсациях составлял примерно 18% от ее среднего значения.

Представленные результаты позволили выявить параметры, определяющие спектры пульсаций силы тяги и давления газа в центре тяговой стенки соплового дефлектора. Согласно данным из табл. 1, таковыми, во-первых, являются параметры, определяющие геометрическую форму внутренней полужамкнутой полости сопла – сферического (цилиндрического) сегмента: диаметр его основания, высота и радиус. Во-вторых, это высота критического сечения сопла. Указанные управляющие параметры характеризуют особенности конфигурации соплового устройства. Как видно из табл. 1, с помощью их изменений удается эффективно управлять спектрами частот пульсаций силы тяги и давления газа: для доминирующей частоты в спектрах в пределах от 7 до 30 кГц, практически независимо от противодавления в пространстве истечения (высоты полета) и давления торможения.

Анализ параметрических расчетов, представленный выше, показал, что:

1. Диапазон максимальных изменений давления газа в центре тяговой стенки наблюдался для базовой по размерам модели кольцевого сопла (5–25/30 атм в вариантах 1.1 и 1.4). При этом с уменьшением давления торможения диапазон абсолютных значений изменения сигналов в пульсациях давления газа уменьшался примерно пропорционально (2–15 атм в варианте 1.5), а с уменьшением высоты полета – роста давления в пространстве истечения незначительно возрастал (5–30 атм в варианте 1.4).

2. Средняя величина силы тяги для кольцевых сопел в исследованных режимах истечения с пульсациями параметров потока эффективно регулировалась в пределах 1.24–10.25 кН (варианты 1.1–1.5) за счет изменения расхода газа через критическое сечение сопла.

3. Диапазон максимальных изменений силы тяги в пульсациях для исследованных кольцевых сопел не превышал 10% (в варианте 1.3) от величины среднего значения тяги и 18% (в варианте 2.2) для линейных двухщелевых сопел.

4. Средние расчетные значения силы тяги для линейного двухщелевого сопла (2.6 кН) в варианте 2.1 и эквивалентного кольцевого сопла (2.55 кН) в базовом варианте 1.1 совпадают с точностью 2%.

В процессе расчетного моделирования были получены поля изолиний параметров течения. Так, в варианте 1.4 для базового кольцевого сопла на фазе роста давления в пределах периода пульсации устанавливается картина течения с линиями тока, показанными на рис. 2. Видно, что во внутренней полости кольцевого сопла – области (С–0–D) формируется рециркуляционная зона в виде торообразного вихря, а газ, поступающий через кольцевое критическое сечение (В–С)/(Е–D), обтекает рециркуляционную зону, разворачивается и истекает в окружающее пространство в виде осесимметричной струи. В зависимости от давления в пространстве истечения вид распределения термогазодинамических параметров струи изменяется. На рис. 6а–6г представлены поля чисел Маха и температуры в струях за срезом базового кольцевого сопла при истечении в высотных ($P_e = 0.01$ атм) – рис. 6а, 6б (вариант 1.1) и наземных ($P_e = 1$ атм) – рис. 6в, 6г (вариант 1.4) условиях. Видно, что с увеличением противодавления заметное расширение струи, которое присутствует на рис. 6а, 6б, уменьшается, и она приобретает характерную бочкообразную структуру (рис. 6в, 6г) с появлением диска Маха на расстоянии примерно одного калибра от среза сопла. В рециркуляционной зоне течения вблизи тяговой стенки кольцевого сопла формируются зоны повышенной температуры (рис. 6б, 6г), максимальные расчетные значения которой близки к температуре торможения и составляют 2800–3000 К.

Двумерные поля чисел Маха и температуры в случае истечения газа из линейного двухщелевого сопла, эквивалентного кольцевому соплу в базовом варианте 1.1 по форме поперечного сечения, расходу газа и величине критического сечения, представлены на рис. 7а–7г. При истечении в высотных условиях ($P_e = 0.01$ атм) – рис. 7а, 7б (вариант 2.1) картины поля чисел Маха и температуры аналогичны соответствующим полям для кольцевого сопла. Истекающая струя

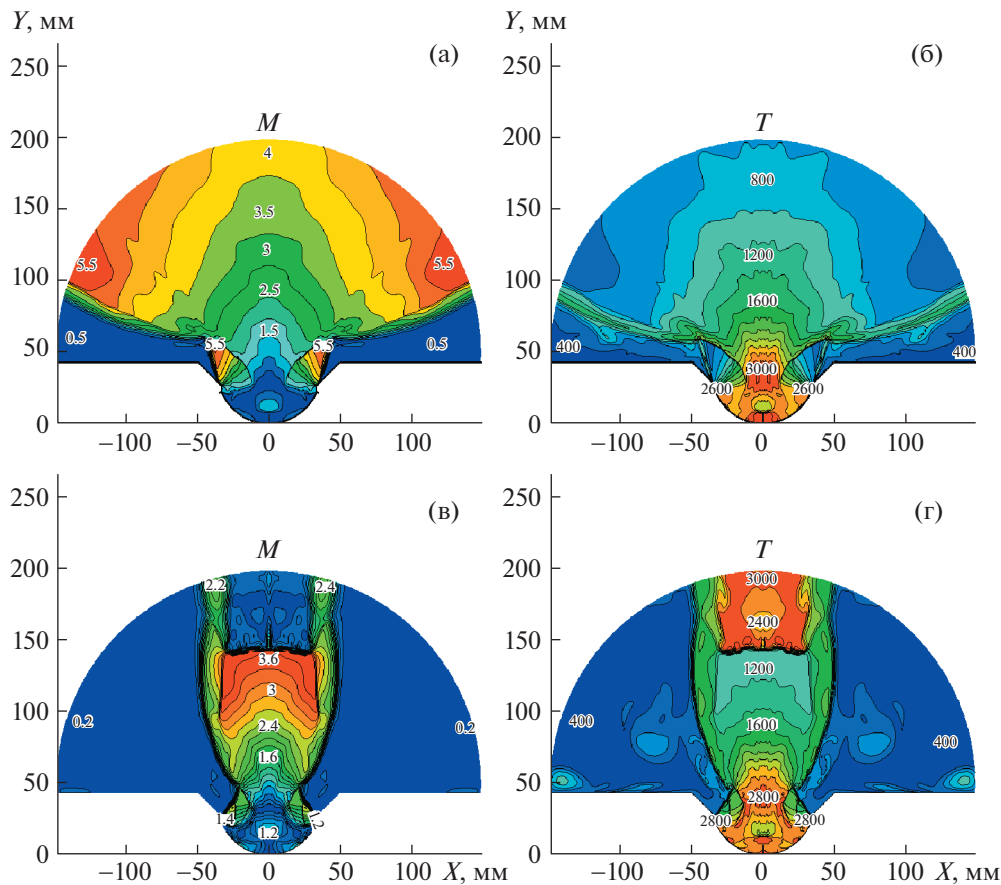


Рис. 6. (В цвете онлайн.) 2-D-картины распределения изолиний чисел Маха – M и температуры в меридиональной плоскости базового кольцевого сопла ($R = R_b = 36$ мм; $H = H_b = 22.13$ мм; $d = d_b = 66.4$ мм; $h = h_b = 4.4$ мм) при давлении торможения $P_0 = 19.84$ атм и различных величинах противодавления P_e в пространстве истечения: (а, б) – $P_e = 0.01$ атм (вариант 1.1), (в, г) – $P_e = 1$ атм (вариант 1.4).

имеет значительное расширение, однако число Маха на оси симметрии границы расчетной области (полутора калибров от среза) составляет $M = 3.5$, что несколько ниже, чем для кольцевого сопла – $M = 4.0$. Температура у тяговой стенки составляет 2800 К.

В условиях истечения вблизи земли ($P_e = 1$ атм) – рис. 7в, 7г (вариант 2.2) разгон струи происходит до значений чисел Маха – $M = 3.4$, струя заметно сужается, прижимаясь к оси сопла. При этом потеря скорости потока вблизи оси симметрии происходит в косых скачках уплотнения, отражающихся от границы струи. Максимальная температура вблизи стенки достаточно высокая и составляет 2600 К.

Представленные на рис. 6 и рис. 7 поля параметров потока наглядно демонстрируют замечательное свойство заявленных сопел – авторегулируемость или изменение формы струи в зависимости от высоты полета (условий в пространстве истечения), присущее соплам с центральным телом. При этом в рециркуляционной зоне течения – вблизи тяговой стенки во всех случаях имеется высокотемпературная область, потенциально благоприятная для обеспечения условий самовоспламенения, либо догорания горючих компонентов газовой смеси. Форма рециркуляционной зоны – по сути автоматически образуемого газового центрального тела и особенности структуры течения, формирующегося при ее обтекании поступающим из критического сечения потоком газа, зависят от типа сопла (кольцевое или линейное двухщелевое) и подробно рассмотрены авторами ранее [9–11].

При дальнейшем увеличении времени на интервале фазы роста давления в пределах периода пульсаций, отсчитываемом от момента достижения минимального значения давления на тяговой стенке, амплитуда пульсаций достигает максимума за период. В этот момент происходит рез-

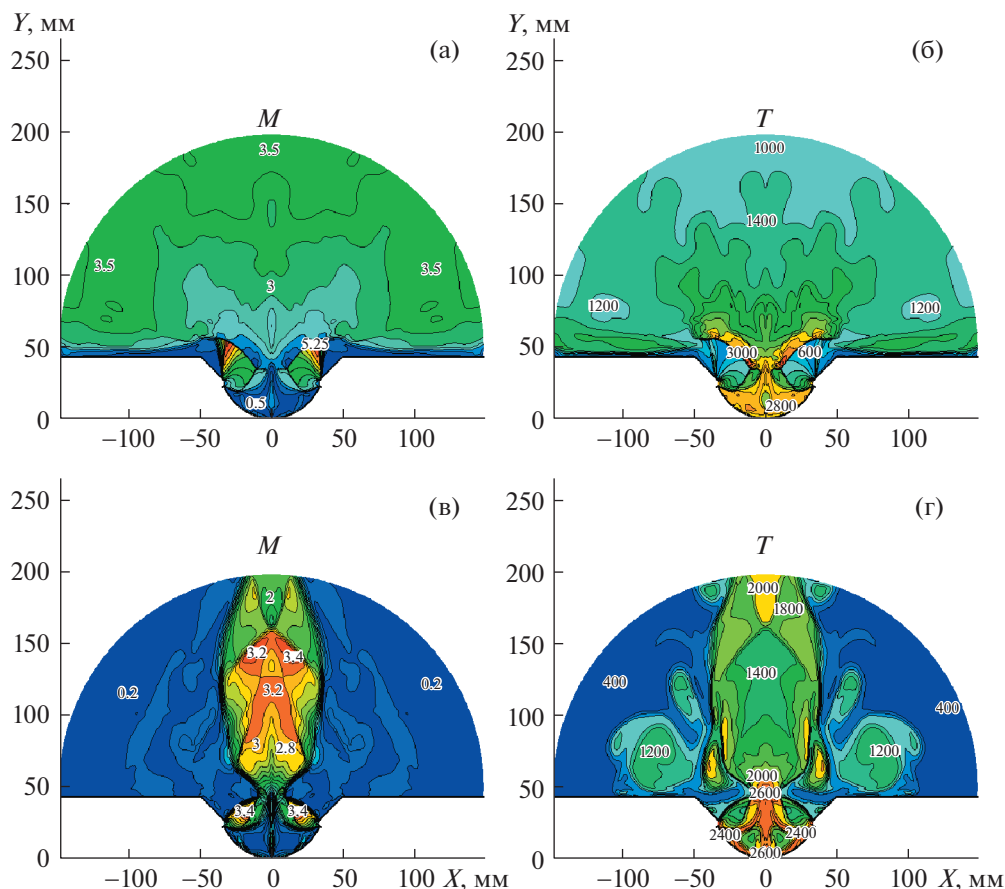


Рис. 7. (В цвете онлайн.) То же, что на рис. 6, но сопло линейное двухщелевое: (а, б) – вариант 2.1; (в, г) – вариант 2.2.

кая перестройка потока из-за разрушения рециркуляционной области течения. После чего процесс пульсаций повторяется.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено комплексное расчетно-экспериментальное исследование спектров пульсаций силы тяги и давления газа на тяговой стенке дефлектора в кольцевых и линейных двухщелевых соплах в режимах ламинарного течения газа. Для базовой по геометрическим размерам конфигурации кольцевого сопла экспериментально установлена основная доминирующая частота спектра – 22 кГц с одним спутником на двукратной частоте – 44 кГц. В соответствующих расчетах доминантная частота спектра равнялась 30 кГц и имелось два спутника на частотах – 60 и 90 кГц, кратных к основной частоте спектра.

Численное исследование зависимости частоты и амплитуды колебаний параметров течения в указанных соплах показало, что управление основной доминирующей частотой пульсаций давления и силы тяги наиболее эффективно может осуществляться как за счет пропорционального увеличения масштаба сопла (частота уменьшается пропорционально), так и размера критического сечения и высоты полости дефлектора, практически независимо от высоты полета – про- тиводавления в пространстве истечения и давления торможения. Использование указанных регулировок позволило продемонстрировать возможность изменения основной доминирующей частоты пульсаций давления и силы тяги в исследованных соплах и режимах в пределах 7–30 кГц.

Средняя величина силы тяги для кольцевых сопел в исследованных режимах истечения с пульсациями параметров потока эффективно регулировалась в пределах 1.24–10.25 кН за счет изменения расхода газа через критическое сечение сопла, как при масштабном росте соплового устройства, так и за счет изменения размера критического сечения и давления торможения при незначительном влиянии на тягу давления в пространстве истечения – высоты полета.

Средние значения силы тяги для линейного двухщелевого сопла и эквивалентного по форме поперечного сечения, расходу газа, величине критического сечения и условиям на входе и выходе сопел кольцевого сопла в базовом по геометрическим размерам варианте совпадают с точностью 2%.

Спектры пульсаций силы тяги – интегрального параметра имели более сложную форму по сравнению со спектрами пульсаций давления газа в центре тяговой стенки и содержали в своем составе большее количество составляющих значительной амплитуды на некротных к доминирующей частоте участках спектра.

Диапазон абсолютных значений пульсаций давления газа достигал максимальных значений для базовой по размерам модели кольцевого сопла. При этом с уменьшением давления торможения диапазон абсолютных значений пульсаций уменьшался примерно пропорционально, а с уменьшением высоты полета – роста давления в пространстве истечения незначительно возрастал.

Диапазон максимальных изменений сигналов силы тяги в пульсациях не превышал 10 и 18% от величины среднего значения силы тяги для кольцевых и линейных двухщелевых сопел соответственно.

В расчетах впервые предсказано существование квазипериодических пульсирующих режимов ламинарного течения газа в линейных двухщелевых соплах с дефлектором и определена основная доминирующая частота пульсаций силы тяги и давления газа (≈ 25 кГц).

Работа выполнена в соответствии с планом исследований НИИ механики МГУ при частичной финансовой поддержке гранта Министерства образования и науки РФ (договор № 14.G39.31.0001 от 13.02.2017 г.) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 16-29-01092 и № 18-01-00883).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Levin V.A., Nechaev J.N., Tarasov A.I.* A new approach to organizing operation cycles in pulsed detonation engines. In: High-Speed Deflagration and Detonation: Fundamentals and Control / Eds. Roy G.D., Frolov S.M., Netzer R.W., Borisov A.A. М.: ELEX-KM Publ., 2001. P. 223–238.
2. *Taki S., Fujiwara T.* A Numerical Study of Detonation Resonator // Application of Detonation to Propulsion / Eds. Roy G., Frolov S., Shepherd J. М.: Torus Press, 2004. P. 257.
3. *Taki S., Fujiwara T.* A Numerical Study of Detonation Resonator // Pulse and Continuous Detonation Propulsion / Eds. Roy G., Frolov S. М.: Torus Press, 2006. P. 309.
4. *Левин В.А., Пережогин В.Н., Хмелевский А.Н.* Особенности структуры течения продуктов сгорания в сферической полужамкнутой полости // ФГВ. 1995. Т. 31. № 1. С. 32–40.
5. *Nechaev Yu.N., Polev A.S., Tarasov A.I.* Results of an experimental study of kerosene-air pulse detonation engines and problems associated with their practical implementation. In: Advances in confined detonations / Eds. Roy G.D., Frolov S.M., Santoro R.J., Tsyganov S.A. М.: Torus Press, 2002. P. 221–224.
6. *Leyva I.A., Tangirala V.E., Dean A.J.* Investigation of unsteady flow field in a 2-stage PDE resonator // AIAA Paper № 2003–0715 (41st Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 6–9 January, 2003, Reno, Nevada, 10 p).
7. *McManus K.R., Dean A.J.* Experimental evaluation of a two stage pulse detonation combustor // AIAA Paper № 2005–3773 (41st AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, 10–13 July, 2005, Tucson, Arizona, 8 p).
8. *Marchukov E.Yu., Tarasov A.I., Wagner A.V.* Testing results of valve less pulse engine demonstrator and numerical simulation / Pulse and Continuous Detonation Propulsion / Eds. Roy G., Frolov S.M.: Torus Press, 2006. P. 294–298.
9. *Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н., Марков В.В.* Газодинамика и тяга выходного устройства реактивного двигателя с кольцевым соплом // ФГВ. 2012. Т. 48. № 4. С. 38–50.
10. *Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Марков В.В., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н.* Исследование кольцевого сопла на продуктах сгорания углеводородных топлив // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20. № 3. С. 269–276.
11. *Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Марков В.В., Мануйлович И.С., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н.* Экспериментальное и численное моделирование течения в тяговом модуле с кольцевым и линейным двухщелевым соплом // ТВТ. 2013. Т. 51. № 5. С. 755–763.
12. *Hao Zeng, Li-ming He, Wei Chen.* Investigation on shock wave focusing in 2-stage PDE. Papers of 25th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems, 2–7 August, 2015, Leeds, UK, Paper № 309, 6 p.

13. Левин В.А., Афонина Н.Е., Громов В.Г., Мануйлович И.С., Марков В.В., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н. Не-стационарные ламинарные течения газа в кольцевом сопле // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54. № 6. С. 1–5.
14. Афонина Н.Е., Громов В.Г., Левин В.А., Мануйлович И.С., Смехов Г.Д., Хмелевский А.Н., Марков В.В. Исследование запуска кольцевого сопла в натурной и виртуальной импульсной аэродинамической установке // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 2. С. 158–165.
15. Варнатц Ю., Маас У., Диббл Р. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ / Пер. с англ. Г.Л. Агафонова / Под ред. П.А. Власова. М.: Физматлит, 2003. 352 с.
16. Годунов С.К. Разностный метод численного расчета разрывных решений гидродинамики // Матем. сб. 1959. Вып. 47(89). № 3. С. 271.
17. Harten A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws // J. Comput. Phys. 1983. V. 49. P. 357.