

УДК 532.526.3

ЛАМИНАРИЗАЦИЯ ПОТОКА ПРИ ТЕЧЕНИИ С ТЕПЛООБМЕНОМ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ С КОНФУЗОРОМ

© 2019 г. В. Г. Лущик^{a,*}, М. С. Макарова^{a,**}, А. И. Решмин^{a,***}

^aМГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

* e-mail: vgl_41@mail.ru

** e-mail: april27_86@mail.ru

*** e-mail: alexreshmin@rambler.ru

Поступила в редакцию 04.04.2018 г.

После доработки 20.06.2018 г.

Принята к публикации 20.06.2018 г.

Путем численного моделирования исследован процесс ламинаризации турбулентного течения с теплоподводом в плоском конфузоре с постоянным углом сужения. Показано влияние отрицательного продольного градиента давления на характеристики течения и теплообмена. Проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными по теплообмену. Определена величина параметра ускорения, при котором в канале происходит полная ламинаризация течения.

Ключевые слова: плоский конфузор, ламинаризация течения, дифференциальная модель турбулентности

DOI: 10.1134/S0568528119010092

Продольный градиент давления является параметром, который оказывает существенное влияние на турбулентное течение, приводя в пределе в случае большого отрицательного градиента давления к ламинаризации пограничного слоя.

Эффект ламинаризации (или реламинаризации) исходного турбулентного течения в пограничных слоях в случае внешних течений с отрицательным градиентом давления был обнаружен Штернбергом в 1954 г. [1]. Впоследствии исследованию процессов ламинаризации уделялось значительное внимание и на сегодняшний день имеется обширная литература (например, обзоры [2–5]). Известно несколько локальных критериев параметра ускорения, которые были предложены для определения необходимого градиента скорости (или давления), обеспечивающего реламинаризацию [6–8]

$$K = \frac{v}{u_e^2} \frac{du_e}{dx} > 3 \times 10^{-6}, \quad \Delta_p = \frac{v}{\rho u_*^2} \frac{dp}{dx} > 0.02 \quad (0.1)$$

Здесь u_e — скорость набегающего потока, u_* — динамическая скорость, v — кинематическая вязкость, p — давление.

В статье [9] показано, что условий (0.1) недостаточно, чтобы гарантировать реламинаризацию пограничного слоя. Для полной реламинаризации согласно [9] требуется, чтобы локальное число Рейнольдса $Re_\theta = u_e \theta / \nu$, определенное по толщине потери импульса θ , стало меньше критического $Re_\theta = 200 \dots 300$. Величина Re_θ , как следует из [2], станет меньше критической, если протяженность участка, на котором воздействует градиент давления, превышает длину релаксации характеристик турбулентности, зависящую от предыстории течения. С учетом этого критериями типа (0.1) или их комбинациями, согласно [2], нельзя однозначно предсказать реламинаризацию турбулентного пограничного слоя. Так, в [5] путем численного моделирования получено, что для значения величины $K = 4 \times 10^{-6}$ число Re_θ заметно убывает по длине, приближаясь к критическому значению $Re_\theta = 200$, что свидетельствует о тенденции к ламинаризации пограничного слоя при сильном ускорении потока, однако полная ламинаризация на расчетной длине получения не была.

Тем не менее во многих исследованиях (например, [10, 11]) критерии типа (0.1) или их комбинации используются, и значения их уточняются при определении условий реламинаризации

турбулентных пристеночных пограничных слоев. Так, в [11], где представлен обзор работ по исследованию влияния отрицательного градиента давления на течение в пограничном слое и перечислены параметры реламинаризации, экспериментально получено значение параметра ускорения $K = 4.4 \times 10^{-6}$, обеспечивающего реламинаризацию турбулентного пограничного слоя.

Следует отметить, что значительная часть экспериментов в этой области посвящена исследованию эволюции пограничных слоев, подверженных отрицательному градиенту давления (например, [12]), и не описывает процесс реламинаризации. Как указано в [13], сложность экспериментов по исследованию реламинаризации может быть вызвана наличием широкого диапазона скоростей, который требуется поддерживать: от низких значений скорости на входе до очень высоких скоростей и сравнительно тонких пограничных слоев на выходе из экспериментального участка.

Исследованию ламинаризации внутренних турбулентных течений посвящено значительно меньше работ по сравнению с исследованием для случая внешних течений. Так, достаточно подробно исследовано течение в трубах с сильным подогревом теплоносителя, создающим большой отрицательный градиент давления (например, [14]). В [14] предполагается, что начало ламинаризации в обогреваемой трубе можно определять также с помощью параметра ускорения $K(0.1)$, в котором вместо скорости внешнего течения u_e подставляется средняя скорость течения в трубе U .

Что касается течения в конфузорах, то оно исследовано еще меньше. Так, в [15] проведено экспериментальное исследование течения и теплообмена в круглом конфузоре с углом сужения 8° . В [16, 17] исследованы течение и теплообмен в двумерном канале с плоским конфузуром. Детальный обзор опубликованных экспериментальных работ по реламинаризации течения в плоских конфузорах показывает, что в итоге большая их часть сводится к исследованию задачи внешнего обтекания плоской пластины при наличии отрицательного градиента, который в свою очередь задается при помощи сужения конфузурного канала [18–20]. При этом основной особенностью течения в каналах с плоским конфузуром является то обстоятельство, что число Рейнольдса $Re = d_h U / \nu$, определенное по средней скорости течения U и гидравлическому диаметру $d_h = 2h$, равному двойной высоте конфузора h , в случае двумерного течения остается постоянным по длине канала. Это позволяет записать параметр ускорения потока $K(0.1)$ в виде

$$K = \frac{\nu}{U^2} \frac{dU}{dx} = \frac{2\beta}{Re} \quad (0.2)$$

Здесь $\beta = -dh/dx = \tan \alpha$ – тангенс угла наклона верхней стенки конфузора.

В [17] при исследовании влияния ламинаризации потока на теплообмен при течении в плоском конфузоре экспериментально установлено, что на выходе из конфузора число Нуссельта значительно меньше числа Нуссельта для развитого турбулентного течения при том же числе Рейнольдса, что свидетельствует о ламинаризации течения. Однако полной ламинаризации течения в [17] для чисел Рейнольдса $Re = 7300$ и $10\,500$ на длине конфузора 200 мм даже при $K = 10^{-5}$ достигнуто не было, поскольку число Нуссельта на выходе из конфузора было заметно больше ламинарного значения.

В [18] экспериментально исследовано течение в плоском конфузоре с углом сужения 9° для числа Рейнольдса, определенного по гидравлическому диаметру конфузора, $Re = 10^5$. При этом параметр ускорения потока составлял $K = 3.1 \times 10^{-6}$. В [18] детально измерены осредненные профили скоростей, проведено их сравнение с известным автомодельным решением для ламинарного пограничного слоя [21]. Показано, что повышенный уровень турбулентности на входе в конфузурный участок не оказывает существенного влияния на процессы реламинаризации.

Численному исследованию ускоренных пограничных слоев уделяется существенно больше внимания, нежели экспериментальному. При этом исследование в первую очередь сводится к проблеме выбора модели турбулентности, которая может адекватно описать процессы реламинаризации. Так, в [22] выполнено моделирование течений с отрицательным градиентом давления с использованием линейных и нелинейных RANS-моделей. Диапазон изменения параметра ускорения при этом составлял $K = (1.5..3.0) \times 10^{-6}$. Показано, что лучшие из одно- и двухпараметрических моделей турбулентности, рассмотренных в [22], в их стандартных формах нечувствительны к ускорению потока. Модификации этих моделей, предложенные их авторами, позволили улучшить результаты.

Цель настоящей работы – численное моделирование течения с отрицательным градиентом давления в условиях внутренней задачи – в плоском канале с конфузуром при постоянном числе

Рейнольдса. Численное моделирование течения с теплообменом проведено с использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности [23], обобщенной на течение с теплообменом [24] и дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла [25]. Основанием для использования этой модели турбулентности явилось то, что результаты расчетов для внешнего течения — в пограничном слое на пластине в потоке с отрицательным градиентом давления [5], показали хорошее согласование результатов расчета с известными экспериментальными данными.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнения неразрывности, движения и энергии, описывающие дозвуковое (число Маха $M \ll 1$) течение в плоском конфузоре в приближении узкого канала имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) &= 0 \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right] \\ c_p \left(\rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} + \rho q_T \right) \right] \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь x — направление вдоль конфузора, y — координата, отсчитываемая от одной из стенок конфузора, u и v — компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, p — давление, $\rho \tau = -\rho \langle u'v' \rangle$ — турбулентное трение, $\rho q_T = -\rho c_p \langle v'T' \rangle$ — турбулентный поток тепла, ρ — плотность, η — динамическая вязкость, c_p — изобарная теплоемкость, λ — теплопроводность.

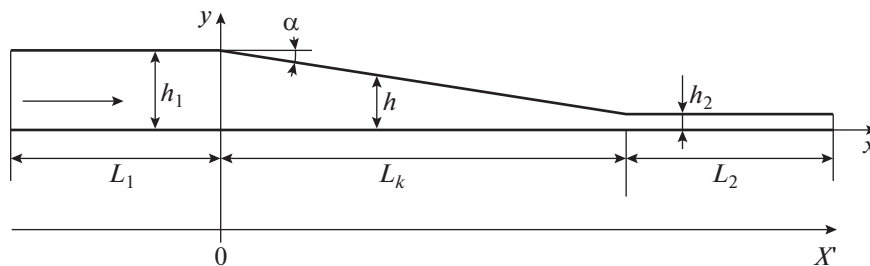
Для вычисления величин τ и q_T используем трехпараметрическую модель турбулентности [23], обобщенную на течение с теплообменом [24], в которой уравнения переноса записываются для энергии турбулентности $E = 0.5 \langle u_i'^2 \rangle$, величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$ и предложенного А.Н. Колмогоровым параметра $\omega = E/L^2$ (L — поперечный интегральный масштаб турбулентности), а также уравнение переноса для величины $q_T = -c_p \langle v'T' \rangle$ [25]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} &= -(c_p \sqrt{E} L + c_1 \eta) \frac{E}{L^2} + \rho \tau \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_E \frac{\partial E}{\partial y} \right) \\ \rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial y} &= -(3c_p \sqrt{E} L + 9c_1 \eta) \frac{\tau}{L^2} + c_2 \rho E \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \\ \rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial y} &= -(2c_p \sqrt{E} L + 1.4c_1 \eta f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \left[\frac{\tau}{E} - 2c_3 \operatorname{sign} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \rho \omega \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \\ \rho u \frac{\partial q_T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial q_T}{\partial y} &= -[3c_p \sqrt{E} L + 9c_1 \eta f(\operatorname{Pr})] \frac{q_T}{L^2} + c_4 c_p \rho E \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_q \frac{\partial q_T}{\partial y} \right) \\ D_\phi &= a_\phi \sqrt{E} L + \alpha_\phi \eta \quad (\phi = E, \tau, \omega, q_T), \quad L = \sqrt{E/\omega} \\ f_\omega &= 1 - \frac{1}{2c_1} \left(\frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial y} \right)^2, \quad f(\operatorname{Pr}) = \frac{1 + c_5 \sqrt{\operatorname{Pr}} + 1/\sqrt{\operatorname{Pr}}}{2 + c_5 \sqrt{\operatorname{Pr}}} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Значения констант [23–25]: $c = 0.3$; $c_1 = 5\pi/4$; $c_2 = 0.2$; $c_3 = 0.04$; $c_4 = 0.235$; $c_5 = 0.25$; $a_E = a_\omega = 0.06$; $a_\tau = a_{q_T} = 3a_E = 0.18$; $\alpha_E = \alpha_\tau = 1$; $\alpha_\omega = 1.4$; $\alpha_{q_T} = f(\operatorname{Pr})$.

Граничные условия на стенках канала ($y = 0, h$) и на входе ($x = x_{in}$) для рассматриваемой задачи имеют вид

$$\begin{aligned} u = v = 0, -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right) &= 0, \quad E = \frac{\partial \omega}{\partial n} = \tau = q_T = 0, \quad y = 0 \\ u = v = 0, -\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right) &= q_w, \quad E = \frac{\partial \omega}{\partial n} = \tau = q_T = 0, \quad y = h \\ p = p_1, \quad u = U_1, \quad T = T_1, \quad E = E_1, \quad \tau &= 0, \quad \omega = \omega_1, \quad q_T = 0, \quad x = x_{in} \end{aligned} \quad (1.3)$$



Фиг. 1. Расчетная схема

В качестве граничных условий на входе (1.3) используются постоянные по сечению профили скорости, температуры и характеристик турбулентности.

Таким образом, система уравнений (1.1), (1.2) с граничными условиями (1.3) позволяет решить задачу и найти распределения как средних, так и турбулентных характеристик течения и теплообмена.

Отметим, что использование приближения узкого канала достаточно адекватно эксперименту описывает течение на начальном участке трубы, в частности, немонотонное изменение скорости и характеристик турбулентности по длине [26]. Это позволяет надеяться, что приближение узкого канала окажется столь же продуктивным и при расчете течения и теплообмена в конфузоре.

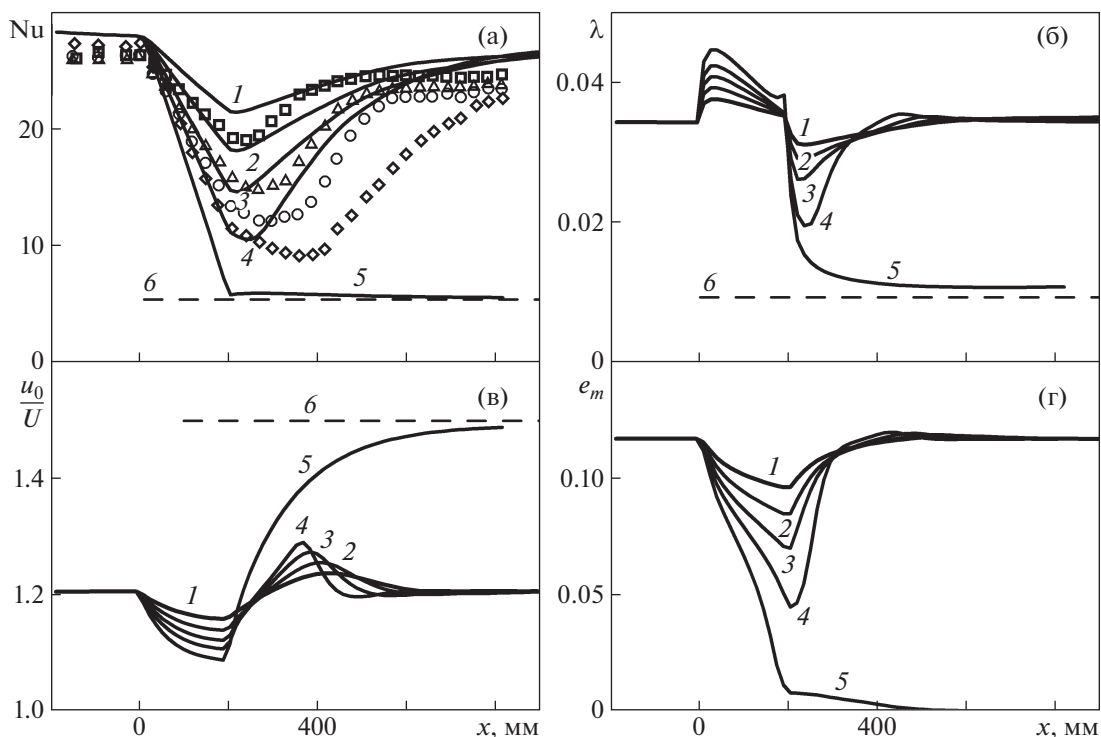
Задача решалась в следующей постановке (фиг. 1). Входу в конфузор предшествовал участок постоянного сечения (высотой h_1 и длиной $L_1' = L_1/h_1$), на котором устанавливалось развитое турбулентное течение. Далее следовал участок с конфузоре длиной $L_k' = L_k/h_1$. За конфузоре располагался выходной участок постоянного сечения высотой $h_2 = h_1 + L_k \tan \alpha$. Отметим, что число Рейнольдса $Re = \rho U d_h / \eta$, определенное по гидравлическому диаметру $d_h = 2h$ и среднерасходной скорости U , остается постоянным по всей длине конфузора. В качестве продольной безразмерной координаты выбрана $X' = x/h_1$, где X' — координата с нулем в начале конфузора.

Ниже представлены результаты численного исследования течения с теплообменом в плоском канале с конфузоре, для которого имеются экспериментальные данные [17]. Проведенное сравнение результатов расчета с экспериментальными данными [17] позволит оценить адекватность используемой модели турбулентности и сделать предварительные выводы о возможности ламинаризации течения в плоском конфузоре, более детальное исследование которой представлено во второй части работы.

2. РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ С ТЕПЛООБМЕНОМ. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Рассмотрен плоский конфузор (фиг. 1), в котором реализуется течение с отрицательным градиентом давления. Параметры канала соответствуют принятым в [17]. Входу в конфузор предшествовал участок стабилизации длиной $L_1 = 1200$ мм, ($L_1/2h_1 = 40$, где $h_1 = 15$ мм — входная высота канала), на котором устанавливалось развитое турбулентное течение при заданном числе Рейнольдса. Далее следовал конфузор длиной $L_k = 200$ мм с горизонтальной нижней стенкой и плоской наклонной верхней стенкой с линейно изменяющейся по длине высотой $h(x)$, на выходе равной h_2 . Следует отметить, что в плоском конфузоре при любом угле наклона стенок конфузора число Рейнольдса Re при отсутствии нагрева оставалось постоянным. За конфузоре следовал участок постоянного сечения $L_2 = 700$ мм и высотой, равной высоте конфузора на выходе h_2 , на котором восстанавливалось течение, соответствующее заданному числу Рейнольдса. По всей длине рабочего участка осуществлялся подогрев воздуха нагревателем с постоянным тепловым потоком q_w в стенку. Величина q_w задавалась достаточно малой, чтобы разность между температурой нагреваемой стенки T_w и среднemasсовой температурой газа T_b не превышала 5°C , что позволяло не учитывать влияние тепловой конвекции.

Рассчитывались параметры течений при числах Рейнольдса $Re = 7300$ и $10\,500$. При определении числа Рейнольдса в качестве характерного размера принимался гидравлический диаметр, который для плоского конфузора равен двойной высоте канала.



Фиг. 2. Изменение по длине числа Нуссельта Nu (а), коэффициента трения λ (б), относительной продольной скорости на средней линии канала ($y = h/2$) u_0/U (в), и максимальной интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ (г) при числе Рейнольдса $Re = 10\,500$ (1–5 – в табл. 1, 6 – значения, соответствующие ламинарному течению)

Параметрами задачи являются: тангенс угла наклона верхней стенки конфузора к оси потока $\beta = (h_2 - h_1)/L_K = \tan \alpha$, число Рейнольдса Re , безразмерный градиент скорости в конфузоре $K(0.2)$.

Результатами расчетов явились локальные значения безразмерного коэффициента теплоотдачи – числа Нуссельта Nu , коэффициента трения λ , определенных как

$$Nu = \frac{d_h q_w}{\lambda(T_w - T_b)}, \quad \lambda = 8 \frac{\tau_w}{\rho U^2}$$

Здесь T_w – температура стенки, T_b – среднемассовая температура, U – среднерасходная скорость, $\tau_w = -(\eta \partial u / \partial n)_w$, $q_w = -(\lambda \partial T / \partial n)_w$.

На фиг. 2 приведены результаты расчета изменения по длине числа Нуссельта Nu (а), коэффициента трения λ (б), продольной скорости на оси канала u_0 , отнесенной к местной среднерасходной скорости U (в), и максимальной (в текущем сечении) интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ (г) при числе Рейнольдса $Re = 10\,500$ для ряда значений параметра ускорения в конфузоре K .

Результаты численного исследования, проведенного для условий, соответствующих эксперименту [17], согласуются с экспериментальными данными по числу Нуссельта (фиг. 2, а) на длине конфузора ($x = 0–200$ мм). В канале постоянного сечения, следующим за конфузурой, происходит релаксация характеристик течения и теплообмена, поведение их носит сложный характер и по числу Нуссельта соответствие эксперименту [17] имеет качественный характер.

Признаком ламинаризации исходного турбулентного течения будем считать выход на режим течения, соответствующий ламинарному, при котором число Нуссельта (при $q_w = \text{const}$) $Nu = 5.38$, коэффициент трения $\lambda = 96/Re$, скорость на средней линии канала ($y = h/2$) $u_0/U = 1.5$ (6 на фиг. 2, а–в), энергия турбулентности E во всем сечении потока близка к нулю.

Таблица 1.

h_2 , мм	11	9	7	5	2
α , град	1.2	1.7	2.3	2.9	3.7
$\beta = \operatorname{tg} \alpha$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.065
$K \times 10^6$	3.8	5.8	7.6	9.5	12.4
N кривой (расчет)	1	2	3	4	5
символы [17]	□	△	○	◇	

Полученные результаты свидетельствуют о том, что при $Re = 10\,500$ (фиг. 2) для $h_2 = 11, 9, 7, 5$ мм ($K \leq 9.5 \times 10^{-6}$), а при $Re = 7300$ для $h_2 = 13, 11, 9, 7$ мм ($K \leq 10 \times 10^{-6}$) турбулентное течение сохраняется во всех рассмотренных случаях.

При $Re = 10\,500$ ламинаризация наступает только при сужении канала до высоты $h_2 = 2$ мм, при этом параметр ламинаризации $K = 12.4 \times 10^{-6}$ (5, фиг. 2). При $Re = 7300$ ламинаризация наступает только при сужении канала до высоты $h_2 = 5$ мм, параметр ламинаризации – $K = 13.7 \times 10^{-6}$.

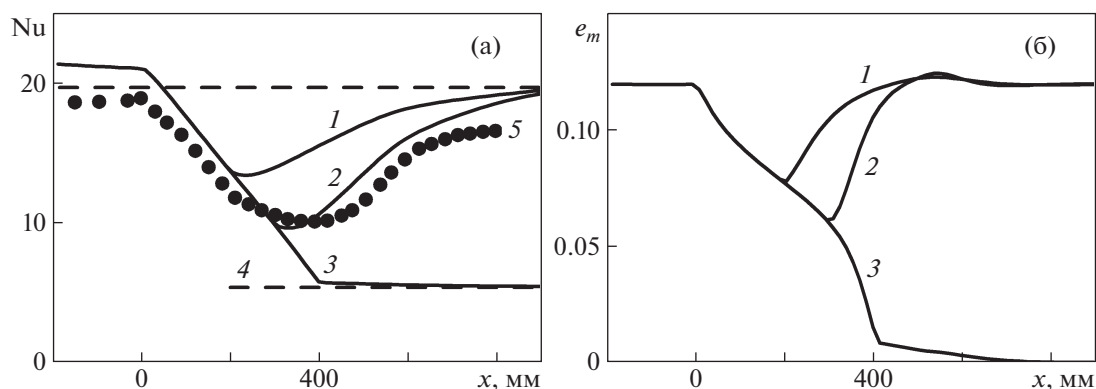
Проведенное численное исследование показало, что для рассмотренного конфузора длиной $L_k = 200$ мм при числах Рейнольдса $Re = 7300$ и $10\,500$ ламинаризация наступает при значении параметра $K > 1 \times 10^{-5}$. Дальнейшее уменьшение параметра K , при котором наступает ламинаризация, связано с увеличением длины конфузора, т.е. времени воздействия отрицательного градиента давления на течение. В подтверждение сказанного на фиг. 3 для $Re = 7300$ представлено изменение числа Нуссельта Nu (a) и максимальной интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ (б) для конфузоров длиной $L_k = 200, 300$ и 400 мм при одном и том же наклоне стенки конфузора ($\alpha = 1.7^\circ$), т.е. при одинаковом значении параметра $K = 8.2 \times 10^{-6}$.

Как видно из фиг. 3, при значении $K = 8.2 \times 10^{-6}$ ламинаризация наступает в конфузоре длиной $L_k = 400$ мм. Можно предположить, что дальнейшего уменьшения параметра ламинаризации можно достичь, увеличивая длину конфузора.

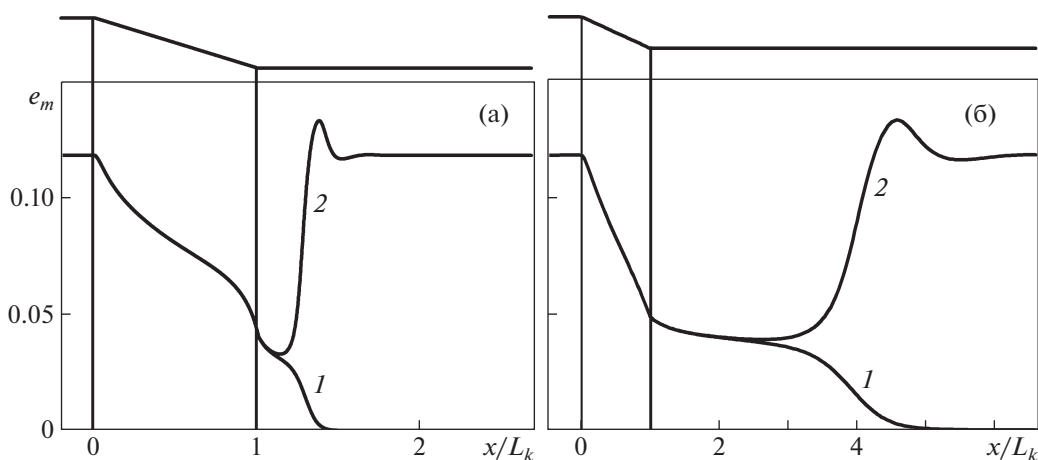
3. УСЛОВИЯ ЛАМИНАРИЗАЦИИ ТЕЧЕНИЯ В КОНФУЗОРЕ

Представленное выше сравнение результатов расчета с экспериментальными данными [17] показало, что используемая модель турбулентности адекватно описывает течение и теплообмен в плоском конфузоре, включая процессы ламинаризации потока и последующего восстановления турбулентности.

Следует рассмотреть эти процессы более детально. Продольный градиент давления, входящий в уравнение импульсов (1.1), оказывает влияние на динамические характеристики течения,



Фиг. 3. Изменение по длине числа Нуссельта Nu (a) и максимальной интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ (б) при значениях числа Рейнольдса $Re = 7300$ и параметра $K = 8.2 \times 10^{-6}$ для конфузоров длиной $L_k = 200$ (1), 300 (2) и 400 мм (3); 4 – $Nu = 5.38$; 5 – экспериментальные данные [17] для $L_k = 200$ мм



Фиг. 4. Изменение по длине максимальной интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ вблизи критических значений числа Рейнольдса Re^* : а – $\beta = 0.02$, $L_k = 600$ мм, 1 – $Re = 6270$, 2 – $Re = 6272$, $Re^* = 6271$; б – $\beta = 0.03$, $L_k = 265$ мм, 1 – $Re = 3952$, 2 – $Re = 3954$, $Re^* = 3953$

изменение которых сказывается на тепловых характеристиках. Для оценки условий ламинаризации течения в конфузоре принято, что теплоподвод отсутствует. Расчеты показали (фиг. 2, 3), что при развитом турбулентном течении на входе в канал процесс ламинаризации происходит на всей длине конфузора. При этом скорость уменьшения максимальной величины интенсивности турбулентности e_m зависит от параметров конфузора и входного числа Рейнольдса. Однако после конфузора, в канале постоянной высоты, турбулентность может как восстановиться, так и угаснуть.

На фиг. 4 представлены результаты расчета течений в двух каналах с различной геометрией конфузора, которые показывают, что для конфузора существует такое критическое число Рейнольдса Re^* , при котором характер течения после прохождения конфузора меняется.

Если $Re > Re^*$, то восстанавливается турбулентное течение, соответствующее этому числу Рейнольдса, а если $Re < Re^*$, то турбулентность вырождается и течение становится ламинарным. Эти процессы развиваются уже после конфузора, в канале постоянного сечения. Разумеется, для формирования после конфузора ламинарного течения на стенках канала не должно генерироваться возмущений.

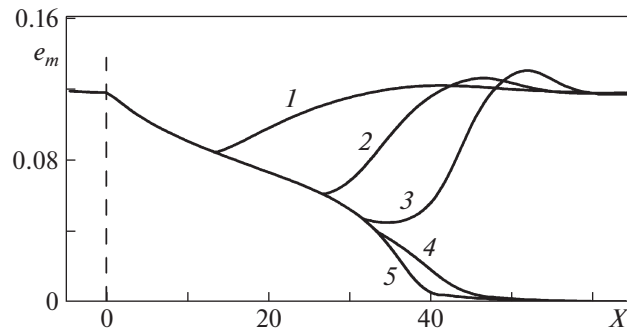
Полной ламинаризацией турбулентного течения в конфузоре будет называться тот случай, когда входная турбулентность после конфузора не восстанавливается. Если критерием ламинаризации считать параметр ускорения потока K , то для режимов, представленных на фиг. 4, значения этого параметра существенно отличаются от величины $K = 3 \times 10^{-6}$ (0.1). Для случая (а) он составляет $K = 6.5 \times 10^{-6}$, для (б) $K = 13.7 \times 10^{-6}$.

Очевидно, что при одном и том же значении угла сужения конфузора его длина может быть различной, хотя и ограниченной. При этом время воздействия ускорения потока на турбулентные характеристики также будет различным.

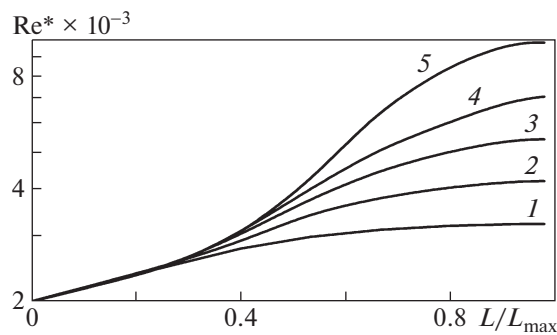
На фиг. 5 представлены результаты расчета величины $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ при $Re = 5000$ для конфузоров с одинаковым углом наклона верхней стенки ($\tan \alpha = \beta = 0.02$) различной длины, определяемой высотой выходного сечения. Для таких конфузоров $K = 8 \times 10^{-6}$.

Из фиг. 5 видно, что при увеличении длины конфузора, т.е. времени воздействия на поток отрицательного градиента давления, эффективность ламинаризации возрастает, и при длине конфузора более 475 мм (в данном случае) происходит полная ламинаризация течения.

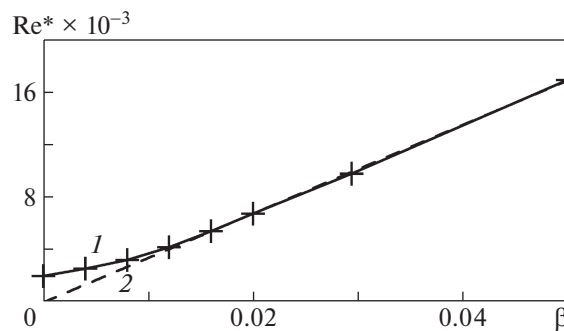
Полная ламинаризация течения, т.е. вырождение турбулентности происходит в том случае, если на выходе из конфузора энергия турбулентности опускается ниже некоторого критического уровня. При этом ее дальнейшее уменьшение происходит уже в канале постоянной высоты. Число Рейнольдса, при котором наступает полная ламинаризация (Re^*), зависит от параметров конфузора.



Фиг. 5. Изменение по длине максимальной интенсивности турбулентности $e_m = \sqrt{E_{\max}}/U$ для $Re = 5000$, $K = 8 \times 10^{-6}$ при различной длине конфузора: 1 – $L'_k = 13.3$, 2 – $L'_k = 26.7$, 3 – $L'_k = 31.7$, 4 – $L'_k = 33.3$, 5 – $L'_k = 40$



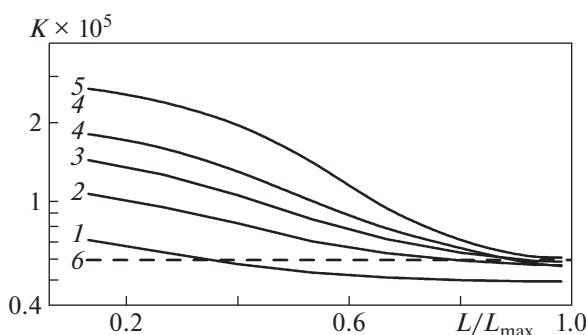
Фиг. 6. Расчетная зависимость числа Рейнольдса Re^* от относительной длины конфузора $L/L_{\max}$ для ряда значений тангенса угла сужения конфузора β : 1 – $\beta = 0.008$, 2 – 0.012, 3 – 0.016, 4 – 0.020, 5 – 0.029



Фиг. 7. Максимальное значение Re^* , ниже которого происходит полная ламинаризация течения в плоском канале с конфузуром, в зависимости от тангенса угла сужения конфузора β : 1 – расчет, 2 – аппроксимация $Re^* = \beta/3 \times 10^{-6}$

Были проведены расчеты зависимости Re^* от относительной длины конфузора $L/L_{\max} = 1 - h_2/h_1$, где $L_{\max}$ – максимально возможная длина конфузора, соответствующая предельному значению $h_2 \rightarrow 0$. На фиг. 6 представлены зависимости $Re^*(L/L_{\max})$ для ряда значений тангенса угла сужения конфузора β . Как видно из фиг. 6, при $L/L_{\max} > 0.95$ ($h_2/h_1 < 0.05$) величина Re^* практически не менялась. При заданном значении угла сужения конфузора эта величина определяет наибольшее значение числа Re , при котором будет иметь место полная ламинаризация потока, если длина конфузора будет близка к максимальной, что соответствует времени воздействия отрицательного градиента давления, близком к максимальному.

Результаты расчета зависимости Re^* от тангенса угла сужения конфузора β при времени воздействия отрицательного градиента давления, близком к максимальному ($L/L_{\max} = 0.98$), представлены на фиг. 7.



Фиг. 8. Зависимость параметра K от величины $L/L_{\max}$ для ряда значений β : 1 – $\beta = 0.008$, 2 – 0.012 , 3 – 0.016 , 4 – 0.020 , 5 – 0.029 ; 6 – $K = 6 \times 10^{-6}$

Как видно из фиг. 7, при $\beta > 0.01$ число Рейнольдса Re^* с хорошей точностью можно считать пропорциональным β с коэффициентом пропорциональности $10^6/3$. При уменьшении β до 0 Re^* приближается к 2000, величине, приблизительно равной нижнему критическому числу Рейнольдса для плоского канала.

Представляет интерес оценить величину параметра ускорения потока K для условий полной ламинаризации при течении в плоском конфузоре. На фиг. 8 представлена зависимость параметра K от относительной длины конфузора $L/L_{\max}$ для ряда значений тангенса угла сужения конфузора β .

Как видно из фиг. 8 (б), при $L/L_{\max} > 0.95$ для $\beta > 0.01$ величина параметра ламинаризации $K = 2\beta/Re^* \approx 6 \times 10^{-6}$. В остальных случаях параметр K не является константой и зависит от угла сужения конфузора β и его длины.

Таким образом, для внутреннего течения (в частном случае плоского конфузора), как и для внешнего течения, параметр ускорения потока вида $K = (v/U^2)(dU/dx)$ не позволяет в общем случае определить условие полной ламинаризации течения. Это можно сделать только в случае достаточного времени воздействия градиента давления на течение, и величина параметра ускорения при этом будет составлять $K = 6 \times 10^{-6}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности, обобщенной на течение с теплообменом и дополненной уравнением переноса для турбулентного потока тепла проведено численное моделирование течения с отрицательным градиентом давления в условиях внутренней задачи – в плоском канале с конфузуром при постоянном числе Рейнольдса.

Проведенное сравнение результатов расчета с экспериментальными данными показало, что используемая модель турбулентности адекватно описывает течение с теплообменом в плоском конфузоре, включая процессы ламинаризации потока и последующего восстановления турбулентности. Однако полной ламинаризации течения как в экспериментах, так и в расчетах при параметрах, соответствующих эксперименту, получено не было.

Полная ламинаризация течения, т.е. вырождение турбулентности происходит в том случае, если на выходе из конфузора энергия турбулентности опускается ниже некоторого критического уровня. При этом ее дальнейшее уменьшение происходит уже в канале постоянной высоты. Число Рейнольдса, при котором наступает полная ламинаризация (Re^*), зависит от параметров конфузора.

Показано, что для плоского конфузора только в случае достаточного времени воздействия градиента давления на течение величина параметра ускорения потока вида $K = (v/U^2)(dU/dx)$ может быть использована для определения условия полной ламинаризации течения. При этом его значение будет составлять $K = 6 \times 10^{-6}$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 17-08-00115) и Совета по грантам Президента РФ (№ СП-3993.2018.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sternberg J.* The transition from a turbulent to a laminar boundary layer // US Army Bal. Res. Lab. Aberdeen (USA), 1954. Rep. 906.
2. *Гиневский А.С., Иоселевич В.А., Колесников А.В. и др.* Методы расчета турбулентного пограничного слоя // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1978. Т. 11. С. 155–304.
3. *Narasimha R., Sreenivasan K.R.* Relaminarization fluid flows // Advances in Applied Mechanics. 1979. V. 19. P. 221–309.
4. *Кадер Б.А., Яглом А.М.* Влияние шероховатости и продольного градиента давления на турбулентные пограничные слои // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1984. Т. 18. С. 3–111.
5. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Уравнения переноса для характеристик турбулентности: модели и результаты расчетов // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ. 1988. Т. 22. С. 3–61.
6. *Moretti P.H., Kays V.M.* Heat transfer in turbulent boundary layer with varying free-stream velocity and varying surface temperature—an experimental study // Int. J. Heat Mass Transfer. 1965. V. 8. P. 1187–202.
7. *Sreenivasan K.R.* Laminarizing, relaminarizing and retransitional flows // Acta Mech. 1982. V. 44. P. 1–48.
8. *Badry Narayanan M.A., Ramjee V.* On the criteria for reverse transition in a two-dimensional boundary-layer flow // J. Fluid Mech. 1969. V. 35. Pt 2. P. 225–241.
9. *Секундов А.Н.* Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтономных течений // Изв. АН СССР. МЖГ, 1971. № 5. С. 114–127.
10. *Volchkov E.P., Makarov M.S., Sakhnov A.Yu.* Boundary layer with asymptotic favourable pressure gradient // Int. J. Heat Mass Transfer. 2010. V. 53. P. 2837–2843.
11. *Bourassa C., Thomas F.O.* An experimental investigation of a highly accelerated turbulent boundary layer // Journal of Fluid Mechanics. 2009. № 634. P. 359–404.
12. *Jones M.B., Marusic I., Perry A.E.* Evolution and structure of sink-flow turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 2001. V. 428. P. 1–27.
13. *Escudier M.P., Abdel-Hameed A., Johnson M.W., Sutcliffe C.J.* Laminarization and retransition of a turbulent boundary layer subjected to favourable pressure gradient // Exp. Fluids. 1998. V. 25. P. 491–502.
14. *Бэнкстон.* Переход от турбулентного течения газа к ламинарному в нагреваемой трубе // Теплопередача. 1970. Т. 92. № 4. С. 1–12.
15. *Леонтьев А.И., Обливин А.Н., Романенко П.Н.* Исследование сопротивления и теплообмена при турбулентном течении воздуха в осесимметричных каналах с продольным градиентом давления // ПМТФ. 1961. № 5. С. 17–25.
16. *Танака, Симицу.* Ламинаризация турбулентных потоков в каналах при низких числах Рейнольдса // Теплопередача. 1977. Т. 99. № 4. С. 192–193.
17. *Танака и др.* Влияние ламинаризации потока и его последующей турбулизации на теплообмен в случае течения при малых числах Рейнольдса в канале, состоящем из конфузорной секции и следующей за ней секции с постоянным поперечным сечением // Теплопередача. 1982. Т. 104. № 2. С. 144–153.
18. *Talamelli A., Fornaciari N., Johan K., Westin A., Alfredsson P.H.* Experimental investigation of streaky structures in a relaminarizing boundary layer // J. Turbulence. 2002. № 3. 018.
19. *Ichimiya M., Nakamura I., Yamashita S.* Properties of a relaminarizing turbulent boundary layer under a favorable pressure gradient // Experimental Thermal and Fluid Science, 1998. V. 17. № 1–2. P. 37–48.
20. *Ichimiya M., Nakase Y., Nakamura I., Yamashita S., Fukutomi J., Yoshikawa M.* Properties of a relaminarizing turbulent boundary layer under a favorable pressure gradient (Analysis of bursting structure with VITA technique) // Nippon Kikai Gakkai Ronbunshu, B Hen/Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Part B, 1998. V. 62. № 594. P. 483–490.
21. *Schlichting H.* Boundary-Layer Theory / 7th edn (New York: McGraw-Hill), 1979.
22. *Orij U.R., Karimisan S., Tucker P.G.* RANS modeling of accelerating boundary layers // J. Fluids Engineering, Trans. ASME. 2015. V. 137. №1. Paper- № A12.
23. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 3. С. 13.
24. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Трехпараметрическая модель турбулентности: расчет теплообмена // Изв. АН СССР. МЖГ. 1986. № 2. С. 40.
25. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Уравнение переноса для турбулентного потока тепла. Расчет теплообмена в трубе // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 6. С. 42.
26. *Лущик В.Г., Сизов В.И., Якубенко А.Е.* К использованию приближения узкого канала для расчета турбулентного течения в соплах жидкостных ракетных двигателей // ТВТ. 1993. Т. 31. № 5. С. 752–758.