

УДК 539.3

ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ МЕТАМАТЕРИАЛОВ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ПУАССОНА ПРИ ПРОБИВАНИИ ЖЕСТКИМ УДАРНИКОМ

© 2023 г. С. Ю. Иванова^а, К. Ю. Осипенко^а, А. И. Демин^а,
Н. В. Баничук^а, Д. С. Лисовенко^{а,*}

^аИнститут проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

* e-mail lisovenk@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 23.04.2023 г.

После доработки 10.05.2023 г.

Принята к публикации 18.05.2023 г.

Экспериментально исследовались некоторые свойства метаматериалов с отрицательным коэффициентом Пуассона (ауксетиков) при пробивании по нормали жестким сферическим ударником. Образцы метаматериала, обладающего хиральной структурой (hexachirals honeycomb), были изготовлены из PLA пластика с помощью 3D-принтера. В экспериментах наблюдалось отклонение направления движения ударника после вылета из пробиваемого образца от подлетного направления (нормального к боковой поверхности). Установлена зависимость направления вылета ударника от ориентации элементов хиральной симметрии образцов. Разработана КЭ-модель расчета пробивания хиральной структуры. Приведены численные результаты, отмечено их соответствие экспериментальным данным.

Ключевые слова: метаматериалы, ауксетики, экспериментальные исследования, пробивание, жесткие ударники, конечно-элементный расчет

DOI: 10.31857/S0572329923600366, **EDN:** GBZWAQ

1. Введение. Развитие новых технологий требует создания новых материалов и конструкций с уникальными механическими свойствами. Такими материалами могут быть метаматериалы. Новые метаматериалы для механических конструкций должны удовлетворять ряду требований, диктуемых экономией места, снижением веса, обеспечением необходимой прочности и пр. Важной эксплуатационной характеристикой метаматериалов является механическая реакция на внедрение в него жестких ударников. Среди новых метаматериалов следует отметить метаматериалы с ауксетическими свойствами (материалы с отрицательным коэффициентом Пуассона) [1–7]. Ауксетики имеют более высокое сопротивление индентированию по сравнению с обычными материалами. Например, в [8–13] исследовалось влияние ауксетичности на механические свойства метаматериалов при упругопластическом деформировании. В этих работах было показано, что при динамических нагрузках ауксетических метаматериалов режимы деформирования зависят, например, от геометрии ячейки, относительной плотности.

Экспериментальные исследования по пробиванию металлических ауксетических структур со скоростью ~ 280 м/с [14] показали, что ауксетики оказывают большее сопротивление внедряющемуся жесткому ударнику, чем неауксетические сотовые металлические образцы. Этот результат говорит в пользу того, что ауксетики могут быть перспективными для создания ударо- и энергопоглощающих конструкций.

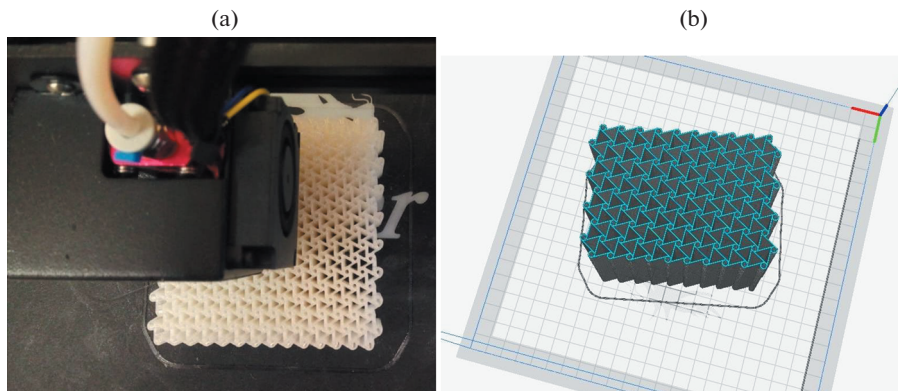


Рис. 1. Изготовление ауксетического образца с хиральной структурой на 3D-принтере: (а) печать образца на 3D-принтере, (b) 3D-модель.

Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению сопротивляемости пробивания жестким ударником хиральных ячеистых структур (метаматериалов), обладающих ауксетическими свойствами. Для исследования был выбран метаматериал с хиральной структурой типа hexachirals honeycomb. Данная структура была предложена в [15] и развита в [16, 17]. Исследуется способность хиральных ауксетических ячеистых структур (hexachirals honeycomb) отклонять внедряющийся ударник от первоначального направления движения. Также в работе представлена КЭ-модель расчета пробивания хиральной ауксетической структуры, приведены численные результаты и оценено их соответствие экспериментальным данным.

2. Эксперименты по пробиванию хиральных ауксетических ячеистых структур из пластика. Для проведения экспериментов по пробиванию хиральных ауксетических структур с помощью 3D-принтера были изготовлены образцы из пластика PLA (фирмы eSUN, рис. 1), имеющие размеры $70 \times 70 \times 70$ мм.

Образец, представленный на рис. 1, а, имеет ауксетическую структуру, характеризующуюся звездчатыми элементами с закруткой против часовой стрелки. Будем для краткости называть это закруткой “влево”. Если перевернуть образец, можно будет увидеть ауксетическую структуру с закруткой по часовой стрелке, то есть “вправо” (схематичное изображение на рис. 1, b). Целью экспериментов было установить, как влияет внутренняя структура метаматериала на траекторию движения ударника при пробивании образцов. Мишени пробивались стальным сферическим ударником массой 4.06 г и диаметром 10 мм. Образцы жестко фиксировались на экспериментальном стенде, ударник разгонялся пневматической пушкой и входил без вращения в преграду по нормали к ее боковой поверхности. Давление в камере пушки выставлялось таким образом, чтобы скорость вылета ударника составляла приблизительно 240 м/с. Скорость ударника на вылете из ствола пушки принималась за скорость входа в преграду, сопротивлением воздуха движению тела можно было пренебречь в силу небольших размеров экспериментальной установки. Скорость входа и выхода ударника измерялись с помощью оптических рамочных хронографов ИБХ-АСС-0021 “Стрелец”. Для предотвращения попадания в хронограф осколков пластика, что могло бы привести к измерению их скорости вместо скорости ударника, хронограф, измеряющий скорость за преградой, закрывался тканевым экраном. Это приводило к некоторому уменьшению измеряемой скорости выхода. Процесс пробивания образца записывался с помощью высокоскоростной видеокамеры FASTCAM mini AX200. Камера разме-

Таблица 1. Отклонение движения ударника (результаты экспериментов)

Номер эксперимента (образца)	Рисунок	Ауксетическая структура с закруткой	Скорость входа, м/с	Скорость выхода, м/с	Угол отклонения, град	Направление отклонения
1	2а	вправо	197.9	не получено данных	4.5	вверх
2	2б	вправо	243.3	70.3	1.4	вверх
3	3а	влево	243.6	72.3	6.6	вниз
4	3б	влево	246.3	92.3	1.4	вниз
5	4а	влево	240	50.8	0.1	вверх
6	4б	влево	238.9	107.7	1.1	вниз

шалась таким образом, что на видеозаписи ударник пробивает образец, двигаясь справа налево. Результаты серии экспериментов приведены в табл. 1.

На рис. 2, а представлены четыре положения ударника (отмечены стрелками), зафиксированные видеокамерой в процессе эксперимента № 1. Штриховая линия показывает направление движения ударника до взаимодействия с преградой, сплошная линия – направление вылета ударника из нее. При пробивании ауксетической структуры с закруткой вправо ударник на вылете из преграды отклонился вверх от своего первоначального направления движения на 4.5 град. В эксперименте № 2 для образца с закруткой вправо было зафиксировано отклонение ударника вверх на 1.4 град. (рис. 2, б).

Рисунок 3, а соответствует эксперименту № 3 (образец с закруткой влево, отклонение вниз на 6.6 град.). Пробивание образца в эксперименте № 4 представлено на рис. 3, б с отклонением ударника вниз на 1.4 град.

На рис. 4, а показан результат эксперимента № 5 по пробиванию образца с закруткой влево и слабым отклонением вверх порядка 0.1 град. Это могло быть вызвано разрушением образца при пробивании: на рис. 4, а видно, как в левой верхней части образца откололся большой кусок. Такое разрушение мог вызвать скрытый внутренний дефект (например, трещина или расслоение), образовавшийся в процессе 3D-печати. Рисунок 4, б соответствует эксперименту № 6 (хиральная ауксетическая структура с закруткой влево, отклонение вниз на 1.1 град.). Заметим, что для всех шести экспери-

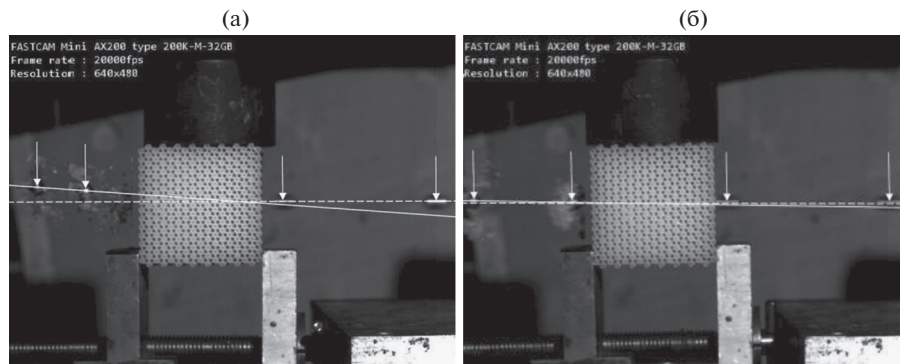


Рис. 2. Отклонение направления движения ударника вверх при пробивании ауксетических образцов с закруткой вправо: а) эксперимент № 1; б) эксперимент № 2.

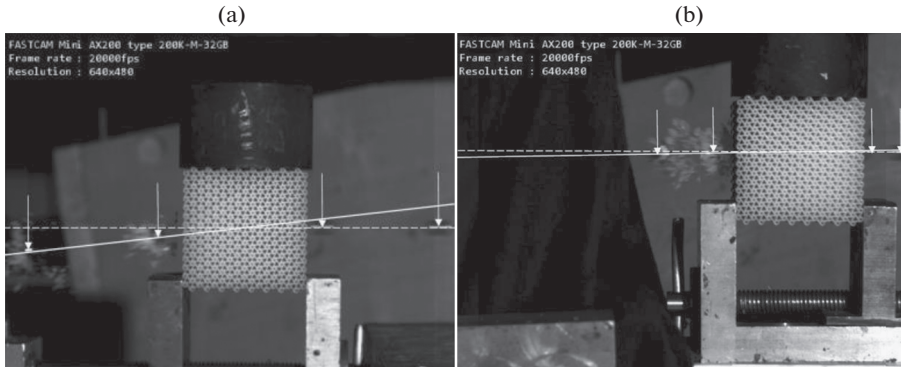


Рис. 3. Отклонение направления движения ударника вниз при пробивании ауксетических образцов с закруткой влево: а) эксперимент № 3; б) эксперимент № 4.

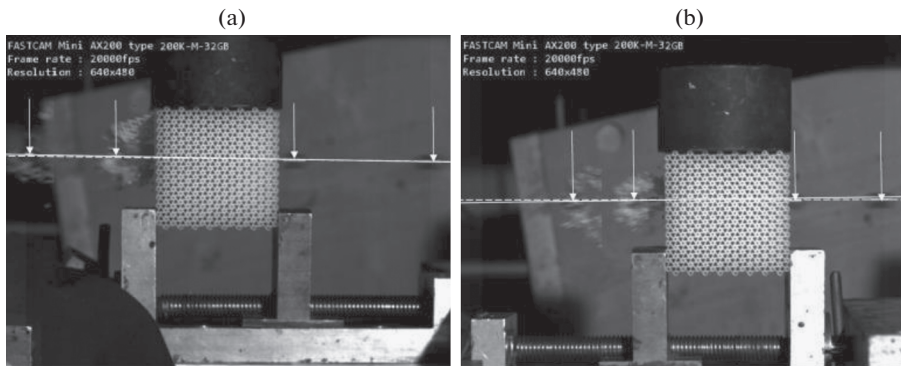


Рис. 4. Отклонение направления движения ударника при пробивании ауксетических образцов с закруткой влево: а) вверх — эксперимент № 5; б) вниз — эксперимент № 6.

ментов образцы были напечатаны из одной и той же упаковки (№ 1) исходного материала, то есть имели одинаковые материальные параметры.

Вторая серия экспериментов была проведена с целью изучения сопротивления пробиванию хиральных ауксетических образцов разной толщины. Все образцы были напечатаны из одной упаковки пластика (№ 2). Во всех экспериментах давление в камере пушки выставлялось таким образом, чтобы скорость вылета сферического ударника составляла приблизительно 275 м/с. Скорость ударника на входе измерялась с помощью приборов (осциллографа и оптического хронографа), а также высокоскоростной камеры. Скорость на выходе из образца измерялась с помощью съемки высокоскоростной камерой. Толщина пробиваемых образцов составляла, соответственно, 29, 37 и 45 мм. Размеры фронтальной и тыльной поверхностей, как и в предыдущей серии экспериментов, были равны 70×72 мм. В качестве ударника использовалось описанное выше сферическое жесткое тело. Данные экспериментов приведены в табл. 2.

На рис. 5 синим маркером нанесены экспериментальные данные значений квадрата скорости выхода ударника из образцов различной толщины.

Таблица 2. Результаты экспериментов и расчетов

Номер эксперимента (образца)	Толщина образца, мм	Скорость входа, камера, м/с	Скорость выхода, камера, м/с	Скорость выхода, по формуле (2.9), м/с	Скорость выхода, расчет КЭ, м/с
10	45	277.5	71.2	72.4	58.73
11	45	276.5	70.9	68.7	59.7
14	80	277.5	Застрял, глубина = 41 мм	—	Застрял, глубина = 50.6 мм
15	29	274.3	161.25	175.2	160.65
16	29	275.6	160	176.7	162.42
17	29	277.5	154.5	179	164.78
18	37	274.3	115.5	129.4	116.04

Для приближенного оценивания сопротивляемости пробиванию рассматриваемых образцов с аусетической структурой и прогнозирования скорости выхода ударника предлагается использовать хорошо известную двучленную формулу для зависимости силы сопротивления среды D от скорости внедряющегося тела $v = v(x)$ [18, 19]

$$D = -\pi R^2(A_0 + \kappa A_2 v^2), \quad 0 \leq x \leq L \quad (2.1)$$

Здесь R — радиус цилиндрического ударника, M — его масса, κ — коэффициент, характеризующий форму головной части ударника [19–21], x — координата, отсчитываемая в направлении движения тела от крайней точки образца (точки входа), L — толщина образца, а заданные константы A_0 и A_2 характеризуют, соответственно, прочностные и инерционные свойства среды. Из второго закона Ньютона имеем уравнение, описывающее изменение скорости тела в сопротивляющейся среде, и начальное условие в виде

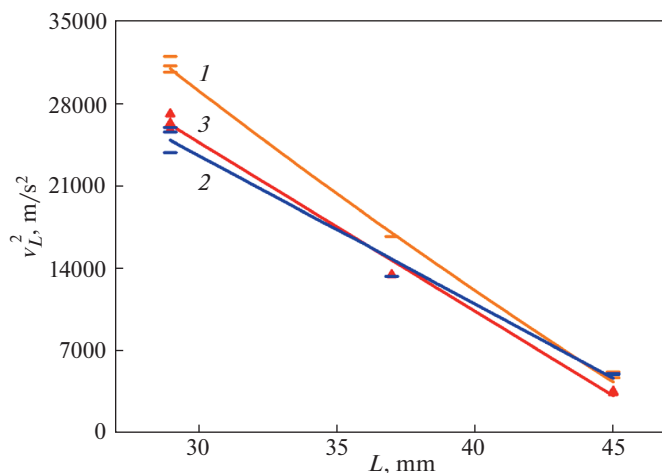


Рис. 5. Зависимость квадрата скорости выхода v_L^2 ударника от толщины L образца для скорости входа $v_0 \sim 275$ м/с.

$$\frac{dv^2}{dx} = -(\alpha A_0 + \beta A_2 v^2), \quad 0 \leq x \leq L \quad (2.2)$$

$$(v^2)_{x=0} = v_0^2 \quad (2.3)$$

Здесь введены обозначения

$$\alpha = \frac{2\pi R^2}{M}, \quad \beta = \frac{2\pi R^2 \kappa}{M} \quad (2.4)$$

Таким образом, при заданной скорости v_0 входа ударника в образец, заданных массе и радиусе ударника, а также заданных свойствах и размерах образца распределение скоростей $v = v(x)$ может быть найдено из решения задачи Коши (2.2), (2.3) и является монотонно убывающей функцией координаты $x \in [0, L]$. Обозначим скорость ударника на выходе из образца через v_L . Из решения краевой задачи (2.2), (2.3) имеем

$$v_L^2 = \frac{(\alpha A_0 + \beta A_2 v_0^2) \exp(-L\beta A_2) - \alpha A_0}{\beta A_2} = \left(\frac{A_0}{\kappa A_2} + v_0^2 \right) \exp(-L\beta A_2) - \frac{A_0}{\kappa A_2} \quad (2.5)$$

Соотношение (2.5) дает достаточно грубую оценку скорости на выходе из образца, так как предложенная модель не учитывает влияние на силу сопротивления граничных участков. После проведения экспериментов для всех использованных образцов было характерно отсутствие сколов и трещин на фронтальной поверхности и наличие конического кратера (каверны) на тыльной стороне. При этом размер кратера (его глубина и ширина) были примерно одинаковы у всех образцов вне зависимости от их толщины. Исходя из данных наблюдений, предлагается двухстадийная модель пробивания образцов из метаматериала с ауксетическими свойствами. На первом этапе внедрения ударника $x \in [0, l]$ свойства материала считаются постоянными, и используется соотношение (2.5), в котором L нужно заменить на l . Будем полагать на основе экспериментальных данных во всех случаях $l = L - 3R$. Скорость $v_l = v(l)$, определенную из формулы (2.5), примем в качестве начальной скорости входа на втором этапе внедрения. Будем считать, что при прохождении ударником второго участка образца ($x \in [l, L]$) прочностные и инерционные свойства метаматериала зависят от переменной x и описываются соотношениями

$$a_0(x) = \frac{A_0}{L-l}(L-x), \quad a_2(x) = \frac{A_2}{L-l}(L-x) \quad (2.6)$$

Скорость ударника на втором участке определим из решения следующей краевой задачи

$$\frac{dv^2}{dx} = -(\alpha a_0 + \beta a_2 v^2), \quad l \leq x \leq L \quad (2.7)$$

$$(v^2)_{x=l} = v_l^2 \quad (2.8)$$

Опуская элементарные выкладки, получим

$$\begin{aligned} v_L^2 &= \frac{(\alpha A_0 + \beta A_2 v_l^2) \exp\left(\frac{l-L}{2}\beta A_2\right) - \alpha A_0}{\beta A_2} = \\ &= \left(\frac{A_0}{\kappa A_2} + v_l^2 \right) \exp\left(\frac{l-L}{2}\beta A_2\right) - \frac{A_0}{\kappa A_2} = \left(\frac{A_0}{\kappa A_2} + v_0^2 \right) \exp\left(-\frac{l+L}{2}\beta A_2\right) - \frac{A_0}{\kappa A_2} \end{aligned} \quad (2.9)$$

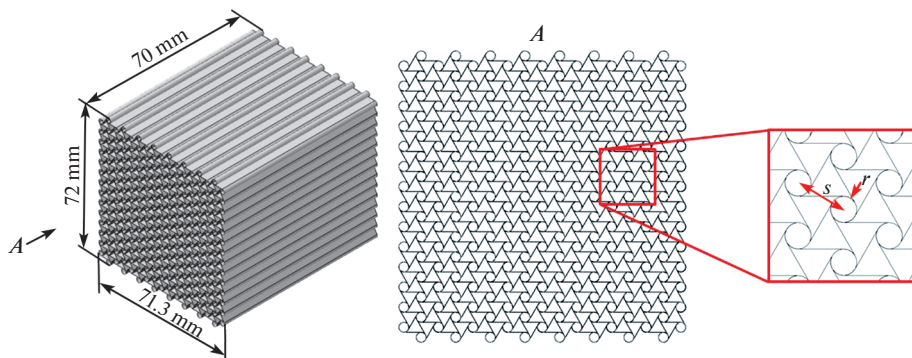


Рис. 6. Геометрическая модель образца с хиральной ауксетической структурой для расчетов методом конечных элементов.

Результаты расчетов по формуле (2.9) приведены для всех экспериментов в табл. 2. Значение параметра A_2 принималось равным плотности метаматериала и определялось экспериментально: $A_2 = 606.7 \text{ кг/м}^3$. Значение параметра k для сферического тела равно 0.5 [21]. Значение параметра $A_0 = 37.8 \times 10^6 \text{ н/м}^2$ определено из соотношения (2.5), в которое были подставлены данные эксперимента № 14 (см. табл. 2). При этом полагалось $L = 0.041 \text{ м}$. Для сравнения приведем параметры для алюминия [22, 23] ($A_0 = 350 \times 10^6 \text{ н/м}^2$, $A_2 = 2765 \text{ кг/м}^3$). Результаты расчетов нанесены оранжевыми маркерами на рис. 5. Оранжевая линия (линия 1) на рис. 5 иллюстрирует зависимость определенной по формуле (2.9) величины v_L^2 , которая характеризует остаточную энергию ударника, от толщины образца L для начальной скорости $v_0 = 275 \text{ м/с}$. Синяя линия (линия 2) является добавленной линией тренда для полученных экспериментальных данных. Прогнозируемая на основании предложенной расчетной модели скорость оказалась несколько выше экспериментальных значений. Это, в первую очередь, объясняется тем, что данная упрощенная модель не учитывает рассеивание энергии за счет разрушения материала и выброса его в момент вылета ударника за пределы образца. Для уточнения модели могут быть в дальнейшем включены в рассмотрение влияние начального этапа внедрения ударника в образец и зависимость силы сопротивления от ускорения тела (см., например, работу [24], где для этого вводится присоединенная масса ударника). Также уточнения модели можно было бы ожидать при добавлении третьего члена (линейного по скорости) в выражение в круглых скобках формулы (2.1). В этой связи можно отметить, например, работы [25–28], где применялась модель с трехчленной формулой для силы сопротивления и оценивалась глубина проникания ударников в такие материалы как бетон, металлы и песок.

3. Численное решение на основе КЭ-модели. Задача решалась с использованием явной динамической конечно-элементной формулировки с помощью программного комплекса Abaqus/Explicit. Для исследования пробивания хиральных ауксетических структур методом конечных элементов была подготовлена геометрическая модель образца, на основе 6 лучевых хиральных ячеек с расстоянием между соседними ячейками $s = 5 \text{ мм}$ и радиусом окружности $r = 1 \text{ мм}$ (рис. 6).

Подготовленная геометрическая модель была разбита на 4-узловые оболочечные элементы с редуцированным интегрированием S4R с глобальным размером элементов 0.5 мм. Толщина элемента образца задавалась равной 0.5 мм, что соответствует минимальной доступной экспериментальной толщине образца при 3D-печати по технологии

методом послойного наплавления (FDM). В качестве упругих свойств материала задавались свойства PLA пластика, используемого при печати: модуль Юнга $E = 3300$ МПа и коэффициент Пуассона $\nu = 0.33$. В качестве модели разрушения задавалось удаление элементов с деформацией сдвига, превышающей 0.55. Ударник моделировался как недеформируемая аналитическая поверхность, которая была разбита на 4-узловые жесткие элементы R3D4 с глобальным размером 0.5 мм.

Контактное взаимодействие ударника и образца задавалось с учетом жесткого нормального взаимодействия и с изотропным коэффициентом трения 0.2 в качестве касательного поведения. Главной поверхностью контакта задавалась поверхность ударника, вспомогательной поверхностью контакта — узлы образца. Граничными условиями принималось отсутствие перемещений в вершинах образца, в качестве начальных условий задавалась начальная скорость ударника в соответствии с измеренными значениями при экспериментах.

На рис. 7 приведены полученные по результатам расчета графики для компонент смещений и скоростей ударника (положительное вертикальное направление соответствует направлению вверх при закрутке хиральной структуры “вправо”).

По результатам расчета наблюдается отклонение ударника при пробивании образца с хиральной ауксетической структурой. При пробивании такой структуры с закруткой “вправо” ударник отклоняется вверх, что качественно соответствует результатам эксперимента (эксперименты № 1, 2, 3, 4, 6). Количественные различия в результатах расчета и экспериментов могут быть связаны с несоответствием исходных данных свойств материала и контактного взаимодействия, задаваемых в модели.

Также были выполнены расчеты методом конечных элементов для образцов с различной толщиной в соответствии с экспериментами, описанными в табл. 2. Результаты расчетов скорости выхода ударника приведены в данной таблице. По результатам расчетов получено, что отклонение расчетных значений выходной скорости ударника от экспериментально измеренных значений для образцов с толщиной 29–37 мм не превышает 7%. Для образцов с толщиной 45 мм отклонение существенно выше и составляет порядка 20%. Образец с толщиной 80 мм ударник не пробил, толщина пробития составила 50.6 мм, что превышает значение, полученное при эксперименте на 23%. На рис. 5 конечно-элементным расчетам соответствуют красные треугольные маркеры и красная линия тренда (линия 3). Из табл. 2 и рис. 5 видно, что для более тонких образцов точнее оказалась конечно-элементная модель. Для более толстых образцов лучше совпадали с экспериментом расчетные данные, полученные на основе аналитической модели.

4. Некоторые замечания и выводы. Проведенные эксперименты показали, что при пробивании ауксетических образцов с хиральной внутренней структурой наблюдается отклонение направления движения ударника после вылета из образца от подлетного направления. Установлен факт зависимости этого отклонения от ориентации (закрутки) элементов хиральной структуры. Возможные скрытые дефекты структуры (небольшие трещины или расслоения), появляющиеся в процессе изготовления образцов, могли быть причиной некоторого разброса в значениях величины угла отклонения. Можно предположить, что отклонение ударника при пробивании можно усилить, если подобрать нужным образом свойства материала, из которого изготавливается образец (элемент конструкции). В представленном экспериментальном исследовании размер элемента структуры имел порядок диаметра сферического ударника, что было обусловлено техническими возможностями 3D-принтера и особенностями экспериментальной установки (калибром пневматической пушки). Изучение влияния геометрических соотношений на степень отклонения ударника может стать предметом дальнейших исследований, в том числе с помощью разработанной численной модели. На основе предложенной двухстадийной модели пробивания рассматриваемых образцов из материала с ауксетическими свойствами сферическим ударником были

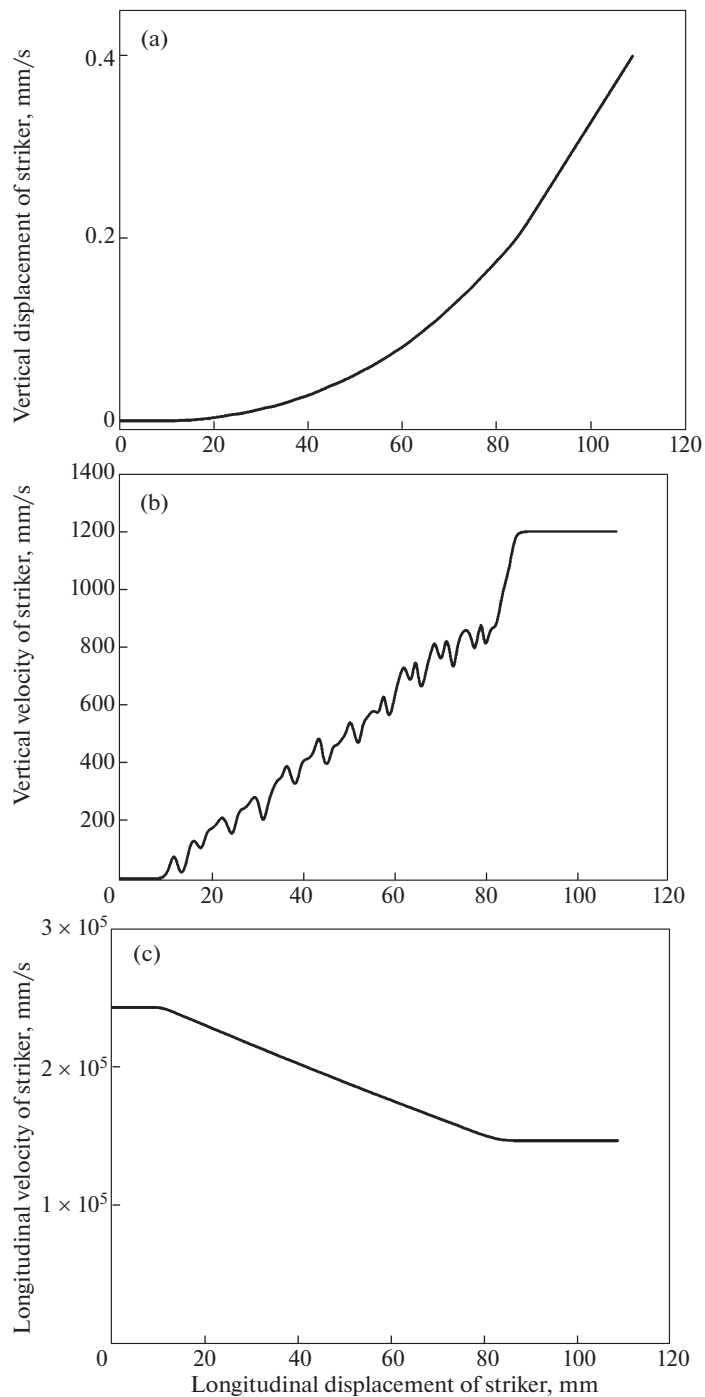


Рис. 7. Результаты расчета методом конечных элементов: (а) — вертикальное отклонение ударника, (б) — вертикальная скорость ударника, (с) — продольная скорость ударника.

получены приближенные аналитические оценки скорости ударника на вылете из образца. Эти данные могут быть полезны при планировании проведения дальнейших экспериментов. С теоретической и практической точек зрения будет также полезно уточнить математическую модель для применения аналитического подхода к изучению процессов высокоскоростного пробивания описанных структур.

Работа выполнена по темам госзадания ИПМех РАН (номера госрегистрации 123021700050-1, 123021700045-7).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lim T.-C.* Auxetic materials and structures. Singapore: Springer, 2015.
<https://doi.org/10.1007/978-981-287-275-3>
2. *Kolken H.M.A., Zadpoor A.A.* Auxetic Mechanical Metamaterials // RSC Adv. 2017. V. 7. № 9. P. 5111–5129.
<https://doi.org/10.1039/C6RA27333E>
3. *Ren X., Das R., Tran P. et al.* Auxetic Metamaterials and Structures: A Review // Smart Mater. Struct. 2018. V. 27. № 2. P. 023001.
<https://doi.org/10.1088/1361-665X/aaa61c>
4. *Wu W., Hu W., Qian G. et al.* Mechanical design and multifunctional applications of chiral mechanical metamaterials: A review // Mater. Des. 2019. V. 180. P. 107950.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2019.107950>
5. *Городицов В.А., Лисовенко Д.С.* Ауксетики среди материалов с кубической анизотропией // Изв. РАН. МТТ. 2020. № 4. С. 7–24.
<https://doi.org/10.31857/S0572329920040054>
6. *Шутикова М.В.* Обзор вязкоупругих моделей с операторами дробного порядка, используемых в динамических задачах механики твердого тела // Изв. РАН. МТТ. 2022. № 1. С. 3–40.
<https://doi.org/10.31857/S0572329921060118>
7. *Gao Y., Huang H.* Energy absorption and gradient of hybrid honeycomb structure with negative Poisson's ratio // Mech. Solids. 2022. V. 57. № 5. P. 1118–1133.
<https://doi.org/10.3103/S0025654422050053>
8. *Скрипняк В.В., Чирков М.О., Скрипняк В.А.* Моделирование механической реакции ауксетических метаматериалов на динамические воздействия // Вестник ПНИПУ. Механика. 2021. № 2. С. 144–152.
<https://doi.org/10.15593/perm.mech/2021.2.13>
9. *Imbalzano G., Tran P., Lee P.V.S. et al.* Influences of material and geometry in the performance of auxetic composite structure under blast loading // Appl. Mech. Mater. 2016. V. 846. P. 476–481.
<https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/amm.846.476>
10. *Zhao X., Gao Q., Wang L. et al.* Dynamic crushing of double-arrowed auxetic structure under impact loading // Mater. Des. 2018. V. 160. P. 527–537.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2018.09.041>
11. *Li C., Shen H.S., Wang H.* Nonlinear dynamic response of sandwich plates with functionally graded auxetic 3D lattice core // Nonlinear Dyn. 2020. V. 100. P. 3235–3252.
<https://doi.org/10.1007/s11071-020-05686-4>
12. *Qiao J.X., Chen C.Q.* Impact resistance of uniform and functionally graded auxetic double arrow-head honeycombs // Inter. J. Impact Eng. 2015. V. 83. P. 47–58.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.04.005>
13. *Novak N., Starcevic L., Vesjenjak M. et al.* Blast response study of the sandwich composite panels with 3D chiral auxetic core // Compos. Struct. 2019. V. 210. P. 167–178.
<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.11.050>
14. *Иванова С.Ю., Осипенко К.Ю., Кузнецов В.А., Соловьев Н.Г., Баничук Н.В., Лисовенко Д.С.* Экспериментальное исследование свойств ауксетических и неауксетических метаматериалов из металла при проникании в них жестких ударников // Изв. РАН. МТТ. 2023. № 2. С. 176–180.
<https://doi.org/10.31857/S0572329922600773>

15. *Lakes R.* Deformation mechanisms in negative Poisson's ratio materials: structural aspects // *J. Mater. Sci.* 1991. V. 26. P. 2287–2292.
<https://doi.org/10.1007/BF01130170>
16. *Grima J.N., Gatt R., Farrugia P.-S.* On the properties of auxetic meta-tetrachiral structures // *Phys Status Solidi B.* 2008. V.245. № 3. P. 511–520.
<https://doi.org/10.1002/pssb.200777704>
17. *Alderson A., Alderson K., Attard D. et al.* Elastic constants of 3-, 4- and 6-connected chiral and anti-chiral honeycombs subject to uniaxial in-plane loading // *Compos. Sci. Technol.* 2010. V. 70. P. 1042–1048.
<https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2009.07.009>
18. *Витман Ф.Ф., Иоффе Б.С.* Простой метод нахождения динамической твердости металлов с помощью двустороннего конуса // *Заводская лаборатория.* 1948. Т. XIV. № 6. С. 727–732.
19. *Витман Ф.Ф., Степанов В.А.* Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 10^2 – 10^3 м/с // *Некоторые проблемы прочности твердого тела.* Изд-во АН СССР, 1959. С. 207–221.
20. *Каниболотский М.А., Уржумцев Ю.С.* Оптимальное проектирование слоистых конструкций. Новосибирск: Наука, 1989. 176 с.
21. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В., Турутько А.И.* Некоторые аналитические и численные оценки параметров оптимальной структуры защитной плиты // *Проблемы прочности и пластичности.* 2013. Т. 75. № 3. С. 206–214.
22. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Applied high-speed plate penetration dynamics. Dordrecht: Springer, 2006. 353 p.
23. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю.* Оптимизация: контактные задачи и высокоскоростное проникновение. М.: Физматлит, 2016. 176 с.
24. *Бивин Ю.К., Колесников В.А., Флитман Л.М.* Определение механических свойств среды методом динамического внедрения // *Изв. АН СССР. МТТ.* 1982. № 5. С. 181–185.
25. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* Modeling of high-speed penetration into concrete shields and shape optimization of impactors // *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 2006. V. 34. № 2. P. 139–156.
<https://doi.org/10.1080/15397730600663398>
26. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю.* Оптимизация формы жесткого тела, внедряющегося в сплошную среду // *Проблемы прочности и пластичности.* 2007. С. 47–58.
27. *Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T.* High-Speed Penetration Modeling and Shape Optimization of the Projectile Penetrating into Concrete Shields // *Mech. Based Des. Struct. Mach.* 2009. 37. № 4. P. 538–549.
<https://doi.org/10.1080/15397730903272830>
28. *Cuncheng Shi, Mingyang Wang, Jie Li, Mengshen Li.* A model of depth calculation for projectile penetration into dry sand and comparison with experiments // *Int. J. Impact Eng.* 2014. V. 73. P. 112–122.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.06.010>