

УДК 539.3:534.1

ДЕЙСТВИЕ НАКЛОННОЙ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ПОДЗЕМНЫЙ ТРУБОПРОВОД

© 2022 г. М. Ш. Исраилов^{а,*}

^аКомплексный НИИ РАН, Грозный, Россия

*e-mail: israiler@hotmail.com

Поступила в редакцию 05.10.2021 г.

После доработки 17.10.2021 г.

Принята к публикации 18.10.2021 г.

Исследуются стационарные колебания подземного трубопровода, вызванные наклонным падением плоской сейсмической волны. Показано, что наклонная волна может быть представлена в виде нескольких продольных и поперечных волн, распространяющихся вдоль трубопровода с большими скоростями. Дана постановка связанной задачи о совместных продольных колебаниях упругого грунта и трубопровода. Полученное аналитическое решение внешней задачи для грунта приводит к теоретическому выражению для силы взаимодействия между трубопроводом и грунтом, относительно которой ранее предлагались лишь эмпирические соотношения. Решения для трубопровода в сверхзвуковом и дозвуковом режимах демонстрируют существенно различный характер их поведения, что должно быть учтено в расчетах на сейсмостойкость.

Ключевые слова: сейсмические волны, подземный трубопровод, связанные колебания

DOI: 10.31857/S0572329922040055

1. Введение. Впервые задача о действии продольной сейсмической волны на бесконечно протяженный трубопровод рассмотрена А. Сакураи и Т. Такахаши [1]. Считается, что волна распространяется вдоль трубопровода и является стационарной, то есть периодической функцией времени. Тогда амплитуды ускорений и деформаций в трубопроводе находятся из простых алгебраических уравнений в предположении, что действие грунта заменяется силой, пропорциональной разности между перемещениями в волне и трубопроводе в одном и том же сечении, перпендикулярном оси трубопровода. Эти амплитуды (при различных значениях коэффициента взаимодействия в указанной пропорциональной зависимости) не превышают амплитуд соответствующих величин, определяемых из простейшей инженерной теории “жесткого защемления” трубопровода в грунте, согласно которой перемещения, а значит, и деформации трубопровода совпадают с перемещениями и деформациями грунта в сейсмической волне [2–4].

В дальнейшем А.А. Ильющин и Т.Р. Рашидов [5, 6] рассмотрели нестационарный режим распространения волн вдоль бесконечного трубопровода, когда нестационарное динамическое состояние трубопровода (перемещения, деформации и напряжения) в разные моменты времени на равном расстоянии от фронта волны одинаково. Иными словами, названные характеристики являются функциями расстояния до фронта волны. В этом случае задача является автомодельной и волновое уравнение нестационарных продольных колебаний трубопровода приводится к обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка, что позволяет получить аналитиче-

ское решение задачи. Основной результат работы состоит в том, что в ней впервые вводится в рассмотрение названный “сверхзвуковым” режим распространения сейсмической волны вдоль трубопровода, когда ее скорость больше скорости распространения продольных возмущений в трубопроводе. Появление сверхзвукового режима объясняется наличием демпфирующих стыков, соединяющих сегменты трубопровода и гасящих скорость волн в трубопроводе. Из результатов настоящего исследования следует, что такой режим может возникнуть и в более простой ситуации падения наклонной волны на однородный трубопровод.

Следует отметить, что в постановках задач в [1] и [5, 6] не конкретизируется заглублен ли трубопровод на некоторую глубину в полупространстве, занятом грунтом, или же он расположен в неограниченной упругой среде (грунте); второй случай рассматривается для упрощения задачи, когда глубина залегания трубопровода значительно превышает его диаметр. Эта конкретизация зависит от физических соображений или опытных данных, исходя из которых определяется коэффициент в линейной зависимости между силой взаимодействия грунта и трубопровода и относительным смещением трубопровода, принятой в этих работах при выводе дифференциального уравнения движения трубопровода. Указанное обстоятельство, связанное с тем, что грунт отбрасывается и его действие на трубопровод заменяется силой взаимодействия, является основным допущением подхода к постановке задач сейсмодинамики для трубопровода, предложенного в работах [1, 5, 6]. Этот подход в дальнейшем многократно использовался, принимая различные гипотезы (законы) для зависимости между силой взаимодействия и относительным смещением трубопровода.

Другая, более строгая постановка задачи о действии сейсмической волны на трубопровод состоит в том, что исследуются совместные (связанные) движения грунта и трубопровода. Впервые такая постановка задач сейсмодинамики трубопровода дана в наших работах [7–10]. В них считалось, что падающая продольная волна распространяется вдоль трубопровода, что упрощало решение внешней задачи для грунта, сводя ее к краевой задаче для обыкновенного дифференциального уравнения. В настоящей работе рассматриваются постановки и решения связанных задач о совместных стационарных движениях грунта и трубопровода при произвольном угле падения плоской сейсмической волны. Ввиду теоретической и практической важности задачи указаны или исправлены неточности, допущенные в постановке и решении подобной задачи по “модели взаимодействия” в работах [5, 6], когда сейсмическая волна движется вдоль трубопровода.

2. Разложение наклонной волны в сумму нескольких волн, распространяющихся вдоль трубопровода. Предположим сначала, что падающая на трубопровод плоская сейсмическая волна является продольной волной и что она распространяется в вертикальной плоскости (плоскости, проходящей через ось трубопровода и центр Земли или через ось трубопровода перпендикулярно поверхности Земли). Последнее означает, что в декартовой системе координат, с осью z , направленной по оси трубы и осями y и x , лежащими соответственно в вертикальной и горизонтальной плоскостях, фронт падающей волны перпендикулярен вертикальной плоскости Oyz . Этот фронт (вернее, его след в вертикальной плоскости) изображен прямой FF' на рис. 1. Предположение же, что волна является продольной означает, что перемещения частиц грунта в возмущенной волной области (за ее фронтом) происходят в перпендикулярных фронту направлениях. Такая волна описывается уравнением

$$w_0 = A_0 \exp \left[-i \frac{2\pi}{L} (c_1 t - z') \right] \quad (2.1)$$

если она является стационарной. В (2.1) A_0 есть амплитуда волны, L – ее длина, c_1 означает скорость распространения продольной волны в упругом грунте, а t – время. Лучи (Oz' и параллельные ей), вдоль которых распространяется плоская волна, обра-

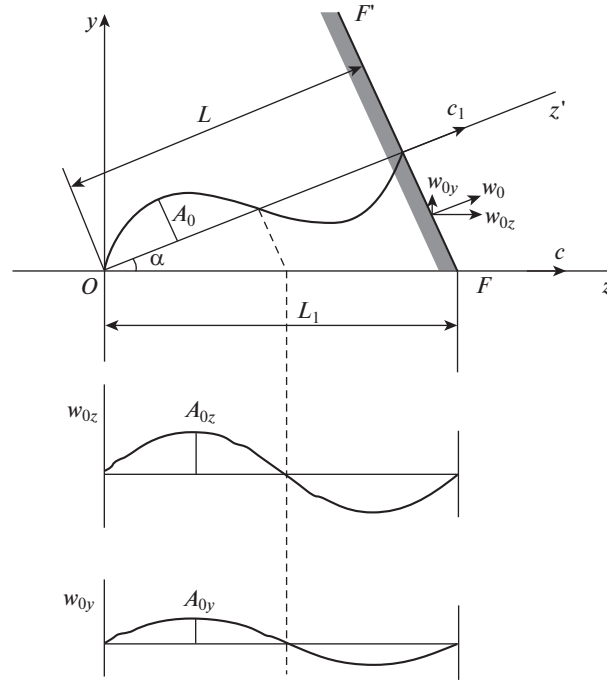


Рис. 1. Разложение наклонной волны, распространяющейся в вертикальной плоскости, на продольную и поперечную составляющие.

зует угол α с осью трубопровода Oz (рис. 1). Этот угол меняется в пределах от 0 до π (поскольку естественно предположить, что фокус землетрясения находится на большей глубине, чем трубопровод) и можно считать, что $0 < \alpha < \pi/2$; случай $\pi/2 < \alpha < \pi$ сводится к предыдущему изменением положительных направлений осей z и x .

Представляя перемещение в волне (2.1) в виде суммы перемещений в направлениях z и y , т.е. в виде суммы $\mathbf{w}_0 = \mathbf{w}_{0z} + \mathbf{w}_{0y}$, можно ее воздействие на протяженное в направлении Oz сооружение, в частности трубопровод, заменить воздействием следующих двух волн

$$w_{0z} = A_0 \cos \alpha \exp \left[-i \frac{2\pi}{L/\cos \alpha} \left(\frac{c_1}{\cos \alpha} t - z \right) \right] \equiv A_{0z} \exp \left[-i \frac{2\pi}{L_1} (ct - z) \right] \quad (2.2)$$

$$w_{0y} = A_0 \sin \alpha \exp \left[-i \frac{2\pi}{L/\cos \alpha} \left(\frac{c_1}{\cos \alpha} t - z \right) \right] \equiv A_{0y} \exp \left[-i \frac{2\pi}{L_1} (ct - z) \right]$$

изображенных на рис. 1 и распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью $c = c_1/\cos \alpha$. Первая из этих волн (w_{0z} с амплитудой $A_{0z} = A_0 \cos \alpha$) является продольной, а вторая (w_{0y} с амплитудой $A_{0y} = A_0 \sin \alpha$) – поперечной SV -волной. В выражениях (2.2) величины c , L_1 , A_{0z} и A_{0y} положительны в силу предположения, что $\alpha \in (0, \pi/2)$.

Идею подобного рассмотрения эффекта действия наклонной волны на протяженные подземные сооружения высказал впервые Т. Кюзель [11]. Такое рассмотрение может быть принято, когда поперечный размер сооружения является значительно меньшим длины волны L и протяженности самого сооружения вдоль оси z . Примени-

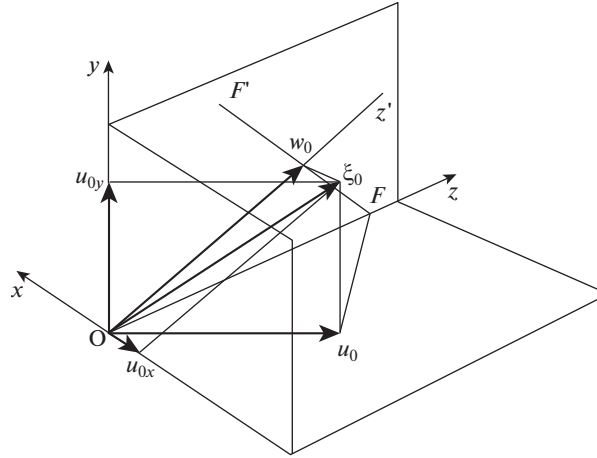


Рис. 2. Два способа представления произвольно ориентированной наклонной волны в виде суммы продольной и поперечной волн.

тельно к трубопроводу это означает, что представление (2.2), верно, когда он рассматривается как стержень, совершающий продольные и изгибные колебания (т.е. движется без искажений поперечных сечений) и не приемлемо, когда трубопровод рассматривается как цилиндрическая оболочка (представления для волны (2.1) в этом случае даны, например, в работах [12, 13]).

Если падающая плоская наклонная волна является продольной и распространяется в горизонтальной плоскости Ozx (проходящей через ось трубопровода и параллельной поверхности Земли), т.е. если вектор перемещения $\mathbf{u}_0$ в волне лежит в плоскости Ozx (или в плоскостях параллельной ей), образуя угол β с осью трубопровода, то, повторяя приведенные выше рассуждения, волна $\mathbf{u}_0$, также как и $\mathbf{w}_0$, может быть представлена в виде суммы двух волн (продольной и поперечной), распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью $c' = c_1/\cos\beta$.

В более общем случае, когда падающая продольная волна произвольно ориентирована в пространстве и вектор перемещений ξ_0 в ней не принадлежит ни одной из названных выше плоскостей, то он может быть двумя способами выражен в виде суммы двух векторов (рис. 2):

$$\xi_0 = \mathbf{w}_0 + \mathbf{u}_{0x} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{w}_{0y}$$

Здесь $\mathbf{w}_0$ и $\mathbf{u}_0$ соответственно проекции вектора ξ_0 на вертикальную и горизонтальную плоскости, а $\mathbf{u}_{0x}$ и $\mathbf{w}_{0y}$ представляют собой поперечные волны, распространяющиеся в направлениях осей x и y .

Представляя теперь каждую из волн $\mathbf{w}_0$ и $\mathbf{u}_0$ указанным выше способом через сумму продольной и поперечной волн, распространяющихся вдоль трубопровода, приходим к следующему результату. Действие произвольно ориентированной продольной волны на трубопровод эквивалентно действию трех волн: двух поперечных и одной продольной волн, распространяющихся вдоль трубопровода со скоростью $c = c_1/(\cos\gamma \cdot \cos\alpha)$, где γ угол между вектором ξ_0 и вертикальной плоскостью Ozy , а α угол, образуемый проекцией вектора ξ_0 на эту плоскость с осью Oz (осью трубопровода). Аналогичное

представление, очевидно, имеет место и при падении на трубопровод (или протяженное сооружение) сдвиговой наклонной волны.

3. Постановка связанных задач о колебаниях грунта и трубопровода. Метод квазиодномерной деформации. Результаты наблюдений показывают, что наибольшие внутренние усилия (напряжения) и, соответственно, разрушения трубопроводов в местах стыков возникают, как правило, при их продольных колебаниях под воздействием сейсмических волн. Сказанное справедливо по крайней мере тогда, когда общая длина трубопровода или в случае трубопровода, рассматриваемого как бесконечно длинный, длины его представительных участков (содержащие, скажем, несколько стыков) значительно малы в сравнении с длинами сейсмических волн. Такие участки трубы практически не деформируются под воздействием поперечных волн и движутся в поперечном направлении как абсолютно твердые тела. Если такое рассмотрение не приемлемо и могут возникать заметные деформации и усилия в результате изгиба, то оценки этих величин можно получить, считая, что поперечные движения трубы совпадают с поперечными перемещениями в сейсмической волне [14].

Принимая, для определенности, наклонную нестационарную падающую волну в виде (2.1), дадим постановку задачи о совместных продольных колебаниях трубопровода и упругого грунта под воздействием продольной составляющей падающей волны, выделенной в п. 2, а именно, под воздействием распространяющейся вдоль трубопровода волны w_{0z} из (2.2). Такие связанные постановки впервые даны в наших работах [7–10]. В этих постановках на границах грунтовой массы принимаются следующие краевые условия.

На расстоянии $r = R$, достаточно удаленном от трубопровода, перемещения грунта равны перемещениям в продольной волне (2.2), т.е.

$$u_r|_{r=R} = 0, \quad u_\theta|_{r=R} = 0, \quad (u_z \equiv w)|_{r=R} = w_{0z}(ct - z) = A_{0z} \exp \left[-i \frac{2\pi}{L_1} (ct - z) \right] \quad (3.1)$$

Здесь u_r , u_θ , $u_z \equiv w$ — компоненты вектора перемещений грунта вдоль осей цилиндрической системы координат (r, θ, z) , с осью z , совпадающей с осью трубопровода.

Сформулированные условия означают, что на внешней границе грунта краевые условия сносятся на коаксиальную поверхности трубы цилиндрическую поверхность, радиус R которой может быть принят равным глубине залегания трубопровода.

Если трубопровод находится в неограниченной среде (что можно считать, когда глубина заложения R многократно превосходит внешний радиус трубопровода a), то условия (3.1) должны выполняться на бесконечности (при $r \rightarrow \infty$).

На внутренней границе грунта, т.е. на границе контакта грунта с трубопроводом, ставятся обычные условия непрерывности перемещений

$$u_r|_{r=a} = 0, \quad u_\theta|_{r=a} = 0, \quad w|_{r=a} = \mathcal{U}(z, t) \quad (3.2)$$

где $\mathcal{U}(z, t)$ означает осевое (продольное) перемещение трубопровода, определяемое из уравнения продольных колебаний стержня. Физически условия (3.2) означают, что радиальные перемещения в трубопроводе пренебрежимо малы в сравнении с продольными и принято условие прилипания на поверхности контакта трубы с грунтом. Оценки величин радиальных перемещений u_r на поверхности металлических (стальных, чугунных) и бетонных труб получены в [15].

При сформулированных краевых условиях (3.1), (3.2) имеет место осевая симметрия, когда $u_\theta \equiv 0$, а перемещения u_r и $u_z \equiv w$ не зависят от угловой координаты θ . Тогда уравнения движения упругого грунта сводятся к системе двух уравнений Ламе для названных ненулевых компонент вектора перемещений (системе (1.3) из [9]).

Гипотеза квазиодномерности деформации грунта. С целью упрощения задачи для грунта предположим, что радиальная $\varepsilon_{rr} = \partial u_r / \partial r$ и окружная $\varepsilon_{\theta\theta} = u_r / r$ деформации

являются малыми (по абсолютной величине) в сравнении с деформацией $\varepsilon_{zz} = \partial w / \partial z$ в направлении распространения падающей продольной волны w_{0z} . Тогда тензор деформации имеет лишь две ненулевые компоненты: ε_{zz} и $\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{zr}$.

Метод квазиодномерной деформации предложен и использовался нами в работах [8–10, 15]. В задаче о сейсмических колебаниях трубопровода в бесконечной упругой среде [10], допускающей точное решение, установлено, что приближенное ее решение, полученное по данному методу, весьма близко к точному решению.

В условиях принятой гипотезы, в одном из двух уравнений Ламе, указанных выше, а именно, в уравнении движения в направлении оси z , членами, содержащими перемещение u_r , можно пренебречь в сравнении с другими членами и оно сводится к отдельному (“анизотропному”) волновому уравнению относительно продольного перемещения w :

$$\left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

где $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ есть скорость распространения сдвиговых волн в грунте (μ – модуль сдвига, ρ – плотность грунта).

Другое уравнение Ламе содержит оба перемещения u_r и w и может быть решено после нахождения функции w . Однако в этом нет необходимости для полной постановки и решения задачи о совместных продольных колебаниях трубопровода и грунта. Действительно, в силу граничного условия для u_r из (3.2), касательное напряжение, действующее на поверхности контакта среды и трубопровода, вычисляется по формуле

$$\sigma_{rz}|_{r=a} = \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (3.4)$$

и не зависит от u_r (предполагается, что операции дифференцирования по z и предельного перехода по r перестановочны).

Тогда равнодействующая касательных напряжений (3.4), действующих на боковой поверхности элемента трубопровода длины dz и вовлекающего его в движение, есть

$$PdZ = dz \int_0^{2\pi} \sigma_{rz}|_{r=a} a d\theta = dz \cdot 2\pi a \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (3.5)$$

Поверхностная сила (3.5), отнесенная к объему $dV = \pi(a^2 - b^2)dz$ элемента dz (b – внутренний диаметр трубы), принимается за объемную силу, действующую на трубопровод: $\mathcal{F} = P/[\pi(a^2 - b^2)]$. Следовательно, уравнение вынужденных продольных колебаний трубопровода имеет вид

$$\rho' \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E' \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{2a}{(a^2 - b^2)} \mu \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} \quad (3.6)$$

где E' – модуль Юнга, а ρ' – плотность материала трубопровода.

Для определения силы взаимодействия $\mathcal{F}$ между трубопроводом и средой не требуется знание радиального перемещения среды u_r . Это следует из равенства (3.4), справедливого при выполнении граничного условия (3.2) для u_r , означающим, что пренебрегается радиальным расширением трубопровода или влиянием этого расширения на деформации и напряжения в грунте. В работе [15] нами показано, что задача для w выделяется в отдельную задачу и при учете поперечного расширения трубы.

Данная выше постановка является связанной, поскольку в задачу для грунта входит перемещение трубы (через краевое условие в (3.2)) и уравнение движения трубопровода (3.6) содержит продольное перемещение грунта.

Уравнение (3.6) отличается от уравнений движения трубопровода, приведенных в работах [1, 5], тем, что в нем присутствует теоретическое выражение для силы взаимодействия с грунтом (которое в явном виде получено ниже путем решения внешней задачи для грунта), в то время как в указанных работах подразумевается, что сила взаимодействия определена опытным путем. Этот факт является существенным преимуществом рассматриваемой здесь постановки еще и в силу того обстоятельства, что установки и опыты для измерения силы и коэффициента взаимодействия, описанные в работах [6, 16], не отражают адекватно физические условия сейсмической задачи и вопрос их корректного определения из опытов остается открытым [17].

Ввиду важности задачи и для внесения ясности в ее постановку, отметим неточности, допущенные в работе [5] при выписывании уравнения движения трубопровода.

1) Применительно к продольному движению трубопровода утверждается, что "...эффективная масса единицы ее длины $\rho_a F$ несколько больше действительной за счет присоединенной массы грунта" (здесь F есть площадь поперечного сечения трубы, а ρ_a понимается как приведенная погонная плотность трубы с учетом присоединенной массы). Далее эта величина, т.е. $\rho_a F$, входит в уравнение движения трубопровода через выражение для скорости звука в трубе. Однако для продольных движений трубопровода в грунте не может быть введено понятие присоединенной массы в его классическом (Стоксовом [18]) понимании, чего и нет в работе. Более того, предположение о существовании присоединенной массы противоречит принятому в ней же положению о том, что при распространении вдоль трубопровода сейсмической волны все влияние грунта на трубопровод сводится к силе взаимодействия. Раз эта сила учтена в уравнении движения трубопровода, то никаких других сил со стороны грунта на трубопровод не действует и потому рассуждения о присоединенной массе не состоятельны.

2) Представленные в работе (на инженерном уровне) соображения по поводу вывода формулы приведенной жесткости на растяжение для трубопровода с демпфирующими стыками не разъясняют этот вопрос и содержат путаницу в обозначениях. То же относится и к изложению этого вопроса в монографии Т. Рашидова [6]. Инженерные и строгие методы вывода средних (или усредненных) модулей упругости и скоростей распространения продольных волн в трубопроводе с демпфирующими стыками приведены в работе [19].

Нетрудно показать, что сформулированная выше задача в случае бесконечного трубопровода является *автомоделной*, т.е. когда заданная сейсмическая волна w_{0z} , входящая в граничное условие (3.1), является функцией аргумента $Z \equiv ct - z$, она допускает решение, в котором обе неизвестные функции w и u также зависят от Z вместо зависимости от двух переменных z и t в отдельности: $w(r, z, t) = w(r, Z)$, $u(z, t) = u(Z)$. Следовательно, уравнения колебаний грунта (3.3) и трубопровода (3.6) сводятся к следующим уравнениям:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = \frac{1}{m^2} \frac{\partial^2 w}{\partial Z^2}, \quad m^{-2} \equiv \left(\frac{c_1}{c_2} \right)^2 \left[\left(\frac{c}{c_1} \right)^2 - 1 \right] > 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{d^2 u}{dZ^2} = \frac{2a\mu}{(M^2 - 1)(a^2 - b^2)E} \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right) \Big|_{r=a}, \quad M \equiv \frac{c}{c_0}, \quad c_0' = \sqrt{\frac{E'}{\rho'}} \quad (3.8)$$

При этом может реализоваться один из следующих двух, физически различных, режимов протекания волновых процессов в системе грунт–трубопровод: *a)* сверхзвуковой режим ($M > 1$), когда скорость сейсмической волны c в грунте больше стержневой

скорости распространения возмущений в трубопроводе $c'_0 = \sqrt{E'/\rho'}$ и $b)$ дозвуковой режим ($M < 1$), когда $c < c'_0$.

Скорость движения волны вдоль трубы $c = c_1/\cos\alpha$ при наклонном падении волны на трубопровод может быть сколь угодно большой (при $0 < \alpha < \pi/2$). По этой причине сверхзвуковой случай, впервые введенный в рассмотрение в работе [5], может возникать и когда трубопровод не содержит демпфирующих стыков.

В условиях, когда падающая волна (2.1) и ее составляющая w_{0z} из (3.1), распространяющаяся вдоль трубопровода, являются стационарными волнами, в грунте и трубопроводе реализуется установившийся колебательный режим, т.е. перемещения w и u могут разыскиваться в виде

$$w(r, Z) = W(r) \exp(-ihZ), \quad u(Z) = U \exp(-ihZ), \quad h \equiv \frac{2\pi}{L_1} = \frac{2\pi}{L} \cos\alpha \quad (3.9)$$

Тогда уравнения (3.7), (3.8) для $W(r)$ и U принимают вид

$$\frac{d^2 W}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dW}{dr} + p^2 W = 0, \quad p \equiv h/m \quad (3.10)$$

$$h^2 U + \frac{2a\mu}{(M^2 - 1)(a^2 - b^2)E'} \left(\frac{dW}{dr} \right) \Big|_{r=a} = 0 \quad (3.11)$$

К этой системе уравнений необходимо присоединить краевые условия для W , получаемые при подстановке представлений (3.9) в (3.1), (3.2), т.е. условия

$$W(r)|_{r=R} = A_{0z} \equiv W_0, \quad W(r)|_{r=a} = U \quad (3.12)$$

4. Вывод теоретического значения для силы взаимодействия. Решение задачи для трубопровода. Интегрируя уравнение колебаний грунта (3.10) (являющееся уравнением Бесселя) и удовлетворяя краевым условиям (3.12), получаем решение внешней задачи для грунта в виде

$$W(r) = \frac{J_0(pr)[Y_0(pR)U - Y_0(pa)W_0] - Y_0(pr)[J_0(pR)U - J_0(pa)W_0]}{J_0(pa)Y_0(pR) - Y_0(pa)J_0(pR)} \quad (4.1)$$

Здесь J_0, Y_0 означают функции Бесселя первого и второго рода нулевого порядка.

Из (4.1) следует, что

$$\frac{dW(r)}{dr} = p \frac{-J_1(pr)[Y_0(pR)U - Y_0(pa)W_0] + Y_1(pr)[J_0(pR)U - J_0(pa)W_0]}{J_0(pa)Y_0(pR) - Y_0(pa)J_0(pR)} \quad (4.2)$$

если воспользоваться правилами дифференцирования бесселевых функций [20].

Равенство (4.2) показывает, что при произвольных значениях параметров, входящих в аргументы бесселевых функций, касательное напряжение (3.4) на поверхности трубы, а значит, и сила взаимодействия с грунтом не пропорциональны относительному перемещению $W_0 - U$, как это предполагается в работах [1, 5, 6]. Однако, если предположить, что безразмерный параметр $pR \ll 1$ (тогда и $pa \ll 1$) или, что эквивалентно, $\varepsilon \equiv R/L \ll 1$, т.е. малость глубины залегания трубопровода и его диаметра в сравнении с длиной сейсмической волны, то пользуясь в (4.2) разложениями бесселевых функций при малых значениях аргументов [20], приходим к асимптотическому представлению для касательного напряжения на поверхности трубы в виде ($\sigma_{rz}^0 = \sigma_{rz}^0 \exp(-ihZ)$):

$$\sigma_{rz}^0 \Big|_{r=a} = \mu \left(\frac{dW}{dr} \right) \Big|_{r=a} \approx \frac{\mu}{a \ln(R/a)} (W_0 - U) \quad (4.3)$$

Легко показать, что следующий член в асимптотическом разложении касательного напряжения при малом ϵ имеет порядок $O(\epsilon^2 \ln \epsilon)$ и он не пропорционален относительному смещению $W_0 - U$ (содержит разные коэффициенты при W_0 и $-U$). Таким образом, в случае линейно упругого грунта установлена справедливость принятой в инженерных теориях гипотезы о пропорциональности касательных напряжений на поверхности трубопровода (а значит, и силы взаимодействия с грунтом) относительному смещению в первом приближении, когда глубина заложения трубопровода и его диаметр малы в сравнении с длиной сейсмической волны. При этом, из (4.3) следует теоретическое выражение для коэффициента взаимодействия, а именно $k_z = \mu / [a \ln(R/a)]$. Этот коэффициент в инженерных теориях должен определяться в опытах.

Отметим, что в частном, но важном случае $c = c_1$ (не наклонного падения волны на трубопровод, когда $\alpha = 0$ и падающая волна движется вдоль трубы) закон (4.3) выполняется точно. Действительно, тогда в уравнении (3.10) $m^{-1} = 0$ и решение краевой задачи (3.10), (3.12) есть

$$W(r) = \frac{\ln(r/a)}{\ln(R/a)}(W_0 - U) + U, \quad \frac{dW(r)}{dr} = \frac{1}{r \ln(R/a)}(W_0 - U)$$

Подстановка найденного из решения внешней задачи выражения (4.3) для касательного напряжения в уравнение (3.11) приводит последнее к виду

$$(h^2 \pm k^2)U = \pm k^2 W_0, \quad k^2 = \frac{2\mu}{E' |M^2 - 1| (a^2 - b^2) \ln(R/a)} \quad (4.4)$$

Следовательно, амплитуда связанных стационарных колебаний трубопровода дается выражением

$$U = \frac{\pm k^2}{h^2 \pm k^2} W_0 = \frac{1}{1 \pm (h/k)^2} W_0 \quad (4.5)$$

В формулах (4.4), (4.5) верхние знаки берутся в дозвуковом случае ($M < 1$), а нижние – в сверхзвуковом ($M > 1$).

Решение уравнения (3.7) для дозвукового случая (формула (4.5) с верхними знаками плюс) формально совпадает с решением А. Сакураи и Т. Такахаша [1], однако, есть и существенные различия. Во-первых, амплитуда падающей волны $W_0 = A_{0z}$ и параметры h и k , входящие в решение (4.5), зависят от угла падения наклонной падающей волны (формулы (2.2), (3.8), (3.9), (4.4)); в [1] же возможность наклонного падения волны на трубопровод не предполагалась. Во-вторых, что более важно, параметр k в (4.5) имеет теоретическое значение (4.4), вытекающее из решения внешней задачи для грунта, в то время как в работе [1] (а также в работе [5]) этот параметр остается неопределенным.

Сверхзвуковой режим (когда число Маха $M > 1$ и волна в грунте распространяется вдоль трубопровода со скоростью большей, чем скорость звука в трубе) также не изучался А. Сакураи и Т. Такахаша. Этот режим естественным образом возникает при увеличении угла наклона плоской волны к трубопроводу (напомним, что под углом падения понимается угол, образуемый нормалью к фронту волны с осью трубопровода (рис. 1)), поскольку в этом случае $c = c_1 / \cos \alpha \rightarrow \infty$ при $\alpha \rightarrow \pi/2$. Другой случай, когда может возникать сверхзвуковой режим, – это сегментный трубопровод с демпфирующими стыками (гасящими скорость распространения звука в нем) или трубопроводы из композитных или полимерных материалов. В особенности, если такие трубопроводы уложены в плотных или скалистых грунтах с большими скоростями распространения объемных волн.

5. Анализ решения и выводы. Соотношения (4.5) отражают существенное отличие в поведении решений для сверхзвукового и дозвукового режимов, связанное, прежде всего, с возможностью существования резонанса в первом случае: когда параметр k , определенный формулой (4.4), становится по своим значениям близким к h , амплитуда стационарных колебаний при $M > 1$ неограниченно возрастает. Однако и при $k \neq h$ динамические напряжения в сверхзвуковом случае превышают соответствующие напряжения, вычисленные по теории “жесткого защемления” (принятой в нормативных документах при расчете подземных трубопроводов на сейсмостойкость [4]), согласно которой продольные перемещения и деформации трубы совпадают с продольными перемещениями и деформациями грунта в волне w_{0z} из (2.2). Согласно этой простейшей теории, максимальные напряжения в трубопроводе $\sigma'_{zz} = E' A_0 h \cos \alpha$.

Следовательно, существующее убеждение [2], что рассчитанные по теории полного защемления напряжения являются верхней границей напряжений в трубопроводе неверно, если реализуется сверхзвуковой режим, а он имеет место при наклонном падении сейсмической волны на трубопровод для углов α , для которых $\cos \alpha < c_1/c'_0$ (подразумевается обычная ситуация, когда скорость объемных волн в грунте c_1 меньше стержневой скорости трубопровода c'_0).

При землетрясениях интенсивности 3 и выше (по шкале Рихтера) основную часть энергии несут волны с длинами от многих десятков до нескольких сотен метров. Тогда для металлических и бетонных (асбестоцементных) трубопроводов в реальных условиях их пролегания численное значение h может на порядок или даже на два порядка быть меньше значения параметра k . В этом случае ($h/k \ll 1$) также справедлив приведенный выше анализ.

В качестве примера исследуем важный вопрос о поведении амплитуды колебаний трубопровода (и амплитуды напряжений в нем) при изменении глубины пролегания. С этой целью подставим значения h из (3.9) и k из (4.4) в решения (4.5) и представим их в виде

$$\frac{U}{W_0} = \frac{1}{1 \pm 2\pi^2 \left(\frac{E'}{\mu} \right) \left[M^2 - 1 \right] \left[1 - \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] \left(\frac{a}{L_1} \right)^2 \ln \frac{R}{a}} \quad (5.1)$$

На рис. 3 изображены графики безразмерной амплитуды колебаний U/W_0 железного трубопровода, заложенного в мягкий грунт, в зависимости от глубины заложения при следующих значениях входящих в (5.1) констант и параметров: $E' = 21.3 \times 10^{10}$ Н/м², $\mu = 3.38 \times 10^8$ Н/м², $b/a = 0.9$, $a = 0.15$ м, $L_1 = 110$ м, $M = 1.1$ и $M = 0.9$ соответственно в сверхзвуковом и дозвуковом случаях (значение модуля Юнга E' для железа взято из справочника [21], а модуля сдвига μ для мягкого грунта — из [22]).

Теми же выражениями (5.1) определяются и безразмерные амплитуды продольных напряжений в трубопроводе $\sigma'_{zz}/\sigma'_{zz}{}^0$.

Из графиков рис. 3 видно, что амплитуды перемещений (и напряжений) в дозвуковом режиме убывают с возрастанием глубины заложения (сплошная линия), а в сверхзвуковом режиме они, наоборот, возрастают с увеличением R (штриховая линия). Полужирная прямая на рис. 3 обозначает не зависящий от глубины залегания результат элементарной теории полного защемления трубопровода в грунте.

Таким образом, если в дозвуковом случае для обеспечения большей сейсмостойкости трубопровод необходимо заглублять на большую глубину (известный факт), то в сверхзвуковом случае, как следует из результатов настоящего исследования, нужно поступать ровно противоположным образом (разумеется в предположении, что глуби-

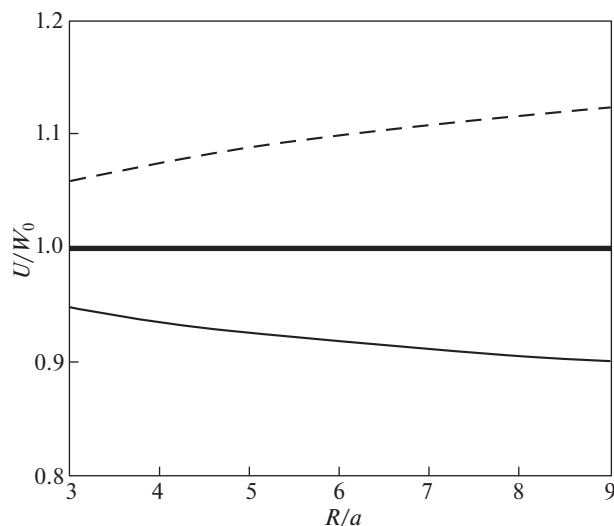


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний трубопровода от глубины пролегания в дозвуковом (сплошная линия) и сверхзвуковом (штриховая линия) случаях; полуширная прямая показывает результат инженерной теории полного заземления трубы в грунте.

на заложения остается все еще достаточной для того, чтобы можно было пренебречь влиянием поверхностных волн, затухающих экспоненциально с глубиной).

Если же трубопровод или протяженное сооружение цилиндрической формы (скажем тоннель метрополитена) в силу разных причин располагается на небольшой глубине, в зоне интенсивного воздействия поверхностных волн (волн Рэлея), то для уменьшения эффекта этого воздействия и обеспечения большей сейсмозащиты могут быть использованы расположенные вдоль сооружения вертикальные сейсмические барьеры. В работе [23] предложены различные варианты таких барьеров и расчетами подтверждена их эффективность для гашения наиболее опасных для протяженного сооружения вертикальных колебаний в волнах Рэлея.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00024.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sakurai A., Takahashi T. Dynamic stress of underground pipelines during earthquakes // Proc. 4th World Conf. Earthq. Engng. Chile, Santiago, 1969. P. 81–95.
https://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/4_vol2_B4-81.pdf
2. Ханетваридзе Ш.Г. Сейсмостойкость гидротехнических сооружений. М.: Госстройиздат, 1959. 216 с.
3. Newmark N.H. Problems in wave propagation in soil and rock // Proc. Int. Symp. on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials. New Mexico: Univ. of New Mexico Press, 1968. P. 7–26.
4. Нормы проектирования атомных станций: НП 031–01. Москва, 2001. Приложение 6. Основные положения расчета линейно-протяженных конструкций. С. 23–25.
5. Ильюшин А.А., Рашидов Т. О действии сейсмической волны на подземный трубопровод // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук. 1971. № 1. 37–42.
6. Рашидов Т. Динамическая теория сейсмостойкости сложных систем подземных сооружений. Ташкент: Изд-во “ФАН”, 1973. 180 с.

7. *Исраилов М.Ш.* Связанные задачи сейсродинамики трубопровода // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Мат. Мех. 1996. № 5. С. 41–45.
8. *Israilov M.Sh.* Seismodynamics of an underground pipeline // Proc. of the 15-th World Conf. on Earthq. Engng. Lissabon, Portugal, 2012. P. 2125.
9. *Георгиевский Д.В., Исраилов М.Ш.* Сейсродинамика протяженных подземных сооружений и грунтов: постановки задач и автомодельные решения // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 4. С. 138–151.
<https://doi.org/10.3103/S0025654415040135>
10. *Исраилов М.Ш.* Связанные сейсмические колебания трубопровода в бесконечной упругой среде // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 1. С. 57–66.
<https://doi.org/10.3103/S0025654416010052>
11. *Kuesel T.R.* Earthquake design criteria for subways // J. Struct. Div. Proc. Am. Soc. Civil Eng. 1969. V. 95. P. 1213–1231.
<https://doi.org/10.1061/JSDEAG.0002292>
12. *Kouretzis G.P., Bouckovalas G.D., Gantes C.J.* 3-D shell analysis of cylindrical underground structures under seismic shear(S) wave action // Soil Dyn. Earthquake Eng. 2006. V. 26. P. 909–921.
<https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2006.02.002>
13. *Kouretzis G.P., Bouckovalas G.D., Karamitros D.K.* Seismic verification of long cylindrical underground structures considering Rayleigh wave effects // Tunneling Underground Space Technol. 2011. V. 26. P. 789–794.
<https://doi.org/10.1016/j.tust.2011.05.001>
14. *O'Rourke M.J., Liu X.* Response of buried pipelines subject to earthquake effects. Buffalo: Univ. of Buffalo, 1999. 250 p.
15. *Исраилов М.Ш., Мардонов Б., Рашидов Т.Р.* Сейсродинамика подземного трубопровода при неидеальном контакте с грунтом: влияние проскальзывания на динамические напряжения // ПМТФ. 2016. Т. 57. № 6. С. 189–196.
<https://doi.org/10.15372/PMTF20160621>
16. *Рашидов Т., Хожметов Г.Х.* Сейсмостойкость подземных трубопроводов. Ташкент: Изд-во “ФАН”, 1985. 154 с.
17. *Исраилов М.Ш.* Сейсродинамика протяженных подземных сооружений: границы применимости инженерных подходов и неправомерность аналогии с наземными сооружениями // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2017. № 1. С. 55–59.
<https://doi.org/10.37153/2618-9283-2017-1-55-59>
18. *Stokes G.G.* On some cases of fluid motion // *Stokes G.G.* Mathematical and Physical Papers. N.Y., L.: Johnson Reprint Corporation, 1966. V. 1. P. 17–68.
19. *Исраилов М.Ш., Смирнова Л.Н.* Вычисление скоростей распространения волн в сегментных трубопроводах с демпфирующими стыками // Сейсмическое строительство. Безопасность сооружений. 2020. № 2. С. 3–17.
<https://doi.org/10.37153/2618-9283-2020-2-3-17>
20. *Lebedev N.N.* Special functions and their applications. L.: Prentice-Hall Inc., 1965. 308 p.
21. *Кэй Д., Лэби Т.* Справочник физика-экспериментатора. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 300 с.
22. *Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г.* Механика глубинных подземных взрывов. М.: Мир, 1966. 126 с.
23. *Морозов Н.Ф., Братов В.А., Кузнецов С.В.* Сейсмические барьеры для защиты от поверхностных и головных волн: множественные рассеиватели и метаматериалы // Изв. РАН. МТТ. 2021. № 6. С. 36–47.