УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ В УСЛОВИЯХ МНОГООСНОГО НАГРУЖЕНИЯ С УЧЕТОМ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОНСТРУКЦИОННОМ МАТЕРИАЛЕ

© 2022 г. И. А. Волков^{*a*,*}, Л. А. Игумнов^{*a*,**}, Д. Н. Шишулин^{*a*,***}, Е. В. Боев^{*a*,****}

^a Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия *e-mail: pmptmvgavt@yandex.ru **e-mail: igumnov@mech.unn.ru ***e-mail: shishulindn@gmail.ru ****e-mail: e.boev87@mail.ru

Поступила в редакцию 01.10.2021 г. После доработки 09.10.2021 г. Принята к публикации 11.10.2021 г.

В работе рассматривается вопрос оценки кинетики напряженно-деформированного состояния и процесса накопления повреждений поликристаллических конструкционных материалов узлов и агрегатов инженерных объектов, эксплуатационные воздействия которых характеризуется высоконагруженным состоянием при воздействии нестационарного длительного термосилового нагружения, где основным деградационным механизмом является ползучесть материала. Приведена математическая модель, построенная на базе концепций механики поврежденной среды и позволяющая описывать процессы при нестационарной ползучести в условиях сложного нагружения и основные гипотезы, лежащие в основе математической модели. Путем сопоставления результатов численного исследования с экспериментальными данными приводится доказательство применимости математической модели для одноосных и многоосных знакопеременных условий нагружения.

Ключевые слова: длительная прочность, ползучесть материала, математическое моделирование, механика поврежденной среды, параметры модели ползучести, экспериментальные данные и численные исследования

DOI: 10.31857/S0572329922020209

1. Введение. Для ответственных инженерных объектов машиностроения, эксплуатирующихся в условиях нестационарных термосиловых воздействий с длительными периодическими выдержками при высоких температурах и уровнях действующих напряжений становится существенной деградация конструкционного материала в результате ползучести. Наиболее сложной задачей определения ресурса таких конструкций становится при воздействии медленно изменяющегося знакопеременного нагружения с учетом наличия конструктивных концентраторов напряжений точное описание кинетики напряженно-деформированного состояния, которая используется как основа для применения подходов оценки накопленной поврежденности в процессе эксплуатации [1–5]. Для достоверного описания реономных процессов деформирования необходимо использование математических моделей, которые способны описывать процессы ползучести и накопления повреждений в конструкционном материале при воздействии нестационарного поля температур и сложных непропорциональных силовых нагружениях.

В настоящее время большинство работ посвященных математическому моделированию процессов ползучести основываются на применении одномерных моделей, описывающих процесс ползучести материалов с использованием в своей основе эквивалентных величин напряжений и деформаций [5, 6]. В условиях знакопеременного нагружения применяются модели, основанные на деформационном упрочнении [3, 5, 6]. Однако, при выполнении расчетных оценок поведения конструкций в условиях нестационарного нагружения необходимо учитывать векторные свойства параметров процесса ползучести, влияние поврежденности материала на кинетику процесса ползучести и необходим учет эффекта обратной ползучести при разгрузке материала, влияющий на кинетику тензора деформаций ползучести при знакопеременном нагружении с длительными разгрузками. Вследствие чего необходимо построение более сложных математических моделей, описывающих кинетику процесса ползучести. Многих исследователей объединяет мнение о том, что применении концепции введения в математическую модель внутренних параметров состояния позволяет удовлетворительно описывать кинетику процесса ползучести при нестационарном нагружении. Данные модели отличает, то, что они позволяют описывать как склерономную (не зависимую от времени нагружения), так и реономную (зависимую от времени нагружения) части неупругой деформации конструкционных материалов и удобны для анализа действующих напряжений с учетом влияния поврежденности материала.

В настоящей статье на основании работ отечественных и зарубежных авторов [1–12] развита математическая модель нестационарной ползучести и представлены численные исследования процесса высокотемпературной ползучести стали X18H10T при одноосном нагружении и для стали 304 при многоосном нагружении. По результатам сравнения численных и экспериментальных результатов проведена оценка достоверности применяемой математической модели нестационарной ползучести.

2. Математическая модель. Математическая модель поврежденной среды включает в себя: уравнения, описывающие вязкоупругое поведение материала и кинетику процесса накопления повреждений, а также критерий разрушения деградирующего материала.

Модель основывается на следующих положениях [5]:

- конструкционный материал обладает начальной изотропией свойств;

 процессы деформирования конструкционных материалов, характеризующиеся малыми деформациями;

 поверхности текучести и скоростей деформаций ползучести определяются формой Мизеса;

— изменение эквипотенциальных поверхностей скоростей деформаций ползучести определяется смещением координат центра ρ_{ii}^c и величиной радиуса C_c ;

— изменение поверхности текучести определяется смещением координат центра ρ_{ij} и величиной радиуса C_p ;

 скорости деформаций пластичности и ползучести определяются из ассоциированного закона течения;

- изменение объема материала упругое (принимается пластическая несжимаемость $e_{ii}^{p} = 0$);

- степень поврежденности материала учитывается параметром ω – поврежденности, которая изменяется в диапазоне $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_f$ (ω_0 – начальный уровень поврежденности материала, а ω_f – критическая величина поврежденности, характеризующаяся образованием макротрещины); – влияние степени деградации на процессы упругого и неупругого деформирования конструкционного материала осуществляется введением деградирующего континуума эффективных напряжений б_{ii}.

Постулируется, что компоненты тензора деформаций e_{ij} и тензора скорости деформаций \dot{e}_{ij} подчиняются правилу аддитивности и являются суммой упругих деформаций e_{ij}^{e} , \dot{e}_{ij}^{re} и деформаций ползучести e_{ij}^{c} , \dot{e}_{ij}^{re} :

$$e_{ij} = e^e_{ij} + e^c_{ij}; \quad \dot{e}_{ij} = \dot{e}^e_{ij} + \dot{e}^c_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3$$

Тензор напряжений связан с тензором упругих деформаций уравнениями термоупругости:

$$\sigma = 3K[e - \alpha T], \quad \dot{\sigma} = 3K[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}] + \frac{K}{K}\sigma$$

$$\sigma'_{ij} = 2Ge'^{e}_{ij}, \quad \dot{\sigma}_{ij} = 2Ge'^{e}_{ij} + \frac{\dot{G}}{G}\sigma'_{ij}, \quad e'^{e}_{ij} = e'_{ij} - e^{c}_{ij}$$
(2.1)

где σ , e – гидростатические, а σ'_{ij} , e'_{ij} – девиаторные части тензоров напряжений σ_{ij} и деформаций e_{ij} соответственно; G(T) – модуль Юнга 2-го рода (сдвига), K(T) – объемный модуль упругости, $\alpha(T)$ – коэффициент линейного расширения при изменении температуры.

Для описания процессов ползучести вводим в пространстве напряжений эквипотенциальные поверхности ползучести F_c имеющие общий центр ρ_{ij}^c и различные радиусы C_c , определяемые текущим напряженным состоянием:

$$F_c^{(k)} = S_{ij}^c S_{ij}^c - C_c^2 = 0, \quad S_{ij}^c = \sigma_{ij}' - \rho_{ij}^c, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$
(2.2)

$$\dot{e}_{ij}^{c} = \lambda_{c} \frac{\partial F_{c}^{(i)}}{\partial S_{ij}^{c}} \dot{\tau} = \lambda_{c} S_{ij}^{c} \dot{\tau}$$
(2.3)

где λ_c – соответствует текущей поверхности $F_c^{(k)}$, определяющей текущее напряженное состояние S_{ii}^c .

Поверхность с радиусом \overline{C}_c , соответствует нулевой скорости ползучести с определенным заданным допуском на величину деформации ползучести на определенной временной базе:

$$F_{c}^{(0)} = \bar{S}_{ij}^{c} \bar{S}_{ij}^{c} - \bar{C}_{c}^{2} = 0, \quad \bar{S}_{ij}^{c} = \bar{\sigma}_{ij}^{\prime} - \rho_{ij}^{c}$$
(2.4)

где \overline{S}_{ij}^c и $\overline{\sigma}_{ij}'$ – совокупность напряженных состояний, отвечающих нулевой скорости ползучести.

$$\overline{C}_{c} = \overline{C}_{c} \left(\chi_{c}, T \right), \quad \dot{\chi}_{c} = \left(\frac{2}{3} \dot{e}_{ij}^{c}, \dot{e}_{ij}^{c} \right)^{1/2}$$

$$\chi^{c} = \int_{o}^{t} \dot{\chi}^{c} dt; \quad \lambda_{c} = \lambda_{c} \left(\psi_{c}, T \right), \quad \lambda_{c} = \begin{cases} 0, \psi_{c} \leq 0\\ \lambda_{c}, \psi_{c} > 0 \end{cases}$$

$$(2.5)$$

где \overline{C}_c и λ_c – функции температуры *T*, определяемые экспериментальным путем.

Эволюционное уравнение для изменения координат центра поверхности ползучести имеет вид [13]:



Рис. 1. Кривая длины траектории деформирования при ползучести χ_c .

$$\dot{p}_{ij}^{c} = g_{1}^{c} \dot{e}_{ij}^{c} - g_{2}^{c} \rho_{ij}^{c} \dot{\chi}_{c} - g_{T}^{c} \left\langle \dot{T} \right\rangle$$
(2.6)

где g_1^c и $g_2^c > 0$ – параметры кинематического упрочнения, g_T^c – температурный модуль. Конкретизируя соотношение (2.3) закон градиентальности можно представить в виде:

$$\dot{e}_{ij}^{c} = \lambda_{c} \left(\frac{\sqrt{S_{ij}^{c} S_{ij}^{c}} - \bar{C}_{c}}{C_{c}} \right) S_{ij}^{c} \dot{\tau}$$
(2.7)

Выражение для длины траектории деформирования при ползучести имеет следующий вид:

$$\dot{\chi}_{c} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{e}_{u}^{c} = \sqrt{\frac{2}{3}} \lambda_{c} (\sqrt{S_{ij}^{c} S_{ij}^{c}} - C_{c}) t$$
(2.8)

Кривая длины траектории деформирования при ползучести χ_c в зависимости от времени процесса *t* при S_u^c = const имеет вид, представленный на рис. 1.

На кривой $\chi_c(t)$ (рис. 1) можно выделить три характерные зоны ползучести материала:

I. зона неустановившейся ползучести (0-1), где скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ убывает;

II. зона установившейся ползучести (1–2), где скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ приблизительно постоянна $\dot{\chi}_c \cong \text{const}$;

III. зона активного накопления повреждений (2–3), где постоянно увеличивается скорость деформации ползучести $\dot{\chi}_c$ и начинается прогрессивное влияние поврежденности на механические свойства материала.

Наличие и протяженность I и II зоны зависит от конструкционного материала и от величины интенсивности активных напряжений S_{μ}^{c} .

Выражение для λ_c^I на первом участке кривой ползучести можно представить в виде:

$$\lambda_{c}^{I} = \lambda_{c}^{(0)} \left(1 - \frac{\chi_{c}}{\chi_{c}^{(1)}} \right) + \lambda_{c}^{(1)} \frac{\chi_{c}}{\chi_{c}^{(1)}}$$
(2.9)

где $\lambda_c^{(0)}$, $\lambda_c^{(1)}$ – значения параметра λ_c в точках "0" и "1" первого участка кривой ползучести материала (см. рис. 1).

На третьем участке предшествующему разрушению:

$$\lambda_c^{III} = \lambda_c^{II}(\omega) \tag{2.10}$$

где о – величина поврежденности.

Зависимости (2.1)–(2.10) позволяют моделировать процессы ползучести при неизотермическом нестационарном нагружении и описывают стадии неустановившиеся и установившиеся скорости ползучести.

Определяющие соотношения (2.1)–(2.10), описывающие процесс нестационарной неизотермической ползучести, разработаны как система "вложенных" математических моделей. При исключении из уравнений параметров (приравнивая к нулю), ответственных за определенные эффекты деформирования при ползучести, можно получить частные математические модели, используемые при решении простых задач.

Поврежденность влияет на физико-механические свойства на стадии ее развития и активного слияния рассеянных несплошностей в объеме конструкционного материала. Для учета влияния поврежденности используются эффективные напряжения, которые определяются как:

$$\tilde{\sigma}'_{ij} = F_1(\omega)\sigma'_{ij} = \frac{G}{\tilde{G}}\sigma'_{ij}, \quad \tilde{\sigma} = F_2(\omega)\sigma = \frac{K}{\tilde{K}}\sigma$$
(2.11)

где \tilde{G} , \tilde{K} – эффективные модули упругости, определяемые по формулам Мак-Кензи [13, 15]:

$$\tilde{G} = G\left(1-\omega\right) \left[1 - \frac{(6K+12G)}{(9K+8G)}\omega\right], \quad \tilde{K} = 4GK\left(1-\omega\right) / \left(4G+3K\omega\right)$$
(2.12)

Аналогичным образом определяются эффективные внутренние переменные $\tilde{\rho}_{ij}^{\mu}$, $\tilde{\rho}_{ij}^{c}$:

$$\tilde{\rho}_{ij}^{p} = F_{1}(\omega)\rho_{ij}^{p} = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij}^{p}, \quad \tilde{\rho}_{ij}^{c} = F_{1}(\omega)\rho_{ij}^{c} = \frac{G}{\tilde{G}}\rho_{ij}^{c}$$
(2.13)

При разработке определяющих соотношений кинетики накопления повреждений принято, что процесс накопления повреждений условно состоит из двух стадий: первая стадия сопровождается зарождением несплошностей (микропор, микротрещин), вторая стадия представляет собой развитие и активное слияние рассеянных несплошностей. Кинетическое уравнение накопления повреждений в конструкционных материалах принимается в наиболее простом виде произведений функций от внутренних параметров, влияющих на скорость накопления повреждений:

$$\dot{\omega} = f_1\left(\beta\right) f_2\left(\omega\right) f_3\left(W_c\right) f_4\left(\dot{W_c}\right) \tag{2.14}$$

В зависимости (2.14) функции *f_i* позволяют учитывать зависимость скорости накопления повреждений $\dot{\omega}$ от следующих параметров процесса деформирования:

- вида напряженного состояния – функция $f_1(\beta)$;

- текущего уровня накопленной поврежденности – функция $f_2(\omega)$;

— текущего значения поглощенной энергии, идущей на образование несплошностей (микропор и микротрещин) — функция $f_3(W_c)$;

— текущей скорости изменения поглощенной энергии W_c – функция $f_4(\dot{W_c})$.

$$f_{1}(\beta) = \exp(-k\beta), \quad f_{2}(\omega) = \begin{cases} 0, & W_{c} \leq W_{c}^{a} \\ c \cdot \omega^{-1/3} (1-\omega)^{-2.3}, & W_{c} > W_{c}^{a} \end{cases}$$
(2.15)

<i>T</i> , °C	<i>К</i> , МПа	<i>G</i> , МПа	$ar{C}_c,$ МПа	λ _c ⁽⁰⁾ , 1/МПа · час	λ _c ⁽¹⁾ , 1/МПа · час	<i>g</i> ₁ ^с , МПа	g_2^c	W_c^f , МДж/м ³	<i>W</i> _c ^{<i>a</i>} , МДж/м ³	$\chi_c^{(1)}$
850	62855	29010	17	0.00011	0.00011	19000	224	4.7	0.3	0.03

Таблица 1. Физико-механические характеристики и материальные параметры модели МПС для нержавеющей стали X18H10T

$$f_{3}(W_{c}) = \frac{W_{c} - W_{c}^{a}}{W_{c}^{f} - W_{c}^{a}}, \quad f_{4}(\dot{W}_{c}) = \dot{W}_{c}/W_{c}^{f}, \quad \dot{W}_{c} = \rho_{ij}^{c}\dot{e}_{ij}^{c}, \quad W_{c} = \int_{0}^{t} \dot{W}_{c} dt$$
(2.16)

В уравнениях (2.15) и (2.16) введены следующие обозначения:

 $-\beta$ – параметр "жесткости" напряженного состояния ($\beta = \sigma/\sigma_u$);

 $-W_c^a$ – значение поглощенной энергии W_c в конце стадии зарождения рассеянных несплошностей в условиях ползучести;

 $-W_c^f$ – значение поглощенной энергии, соответствующее образованию макротрещины в условиях ползучести;

-c – константа интегрирования уравнения (2.15).

Стадия развития и слияния несплошностей в конструкционном материале завершается достижением уровня накопленной поврежденности ω критического значения ω_f .

$$\omega = \omega_f \le 1 \tag{2.17}$$

По заданной истории изменения во времени температурного и механического нагружения при совместном интегрирований уравнении, описывающих вязкоупругое поведение (2.1)–(2.10) и кинетики накопления повреждений (2.14)–(2.16), определяется ресурс конструктивных элементов инженерных объектов в условиях протекания процесса ползучести в конструкционных материалах.

3. Численные результаты. В рамках оценки достоверности математической модели путем численного моделирования процессов ползучести в одноосной постановке задачи для стали X18H10T были численно моделированы кривые ползучести при уровнях интенсивности напряжений $\sigma_{11} = 40, 50, 60$ и 80 МПа и температуре T = 850°C. Экспериментальной базой для сравнения численных исследований являлась работа [14], где приведены кривые ползучести указанной стали при идентичных условиях нагружения. В таблице 1 приведены физико-механические характеристики и параметры модели термоползучести для стали X18H10T.

На рис. 2 представлены кривые ползучести при температуре $T = 850^{\circ}$ С и уровнях напряжений $\sigma_{11} = 40, 50, 60$ и 80 МПа. Сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования, а пунктирной — соответствующие экспериментальные результаты. Видно качественное и количественное совпадение опытных и расчетных данных.

В рамках оценки достоверности математической модели термоползучести при многоосном нагружении были проведены численные исследования процесса ползучести стали 304 при температуре 650°С при двухосном нагружении. Экспериментальные исследования при двухосных законах нагружения данной стали приведены в работе [7] и были выполнены на трубчатых лабораторных образцах. Испытания проводили при постоянной температуре и периодическом изменении главных осей тензора напряжений (рис. 4). В испытаниях использовали тонкостенные трубчатые образцы с наружным диаметром $d = 21 \pm 0.05$ мм, толщиной стенки $h = 1 \pm 0.05$ мм и рабочей длиной l = 98 мм. На рис. 3 приведено сравнение численных результатов и эксперименталь-



Рис. 2. Кривые ползучести для стали X18H10T при температуре 850°С: $1 - \sigma_{11} = 80$ МПа, $2 - \sigma_{11} = 600$ МПа, $3 - \sigma_{11} = 50$ МПа, $4 - \sigma_{11} = 40$ МПа.



Рис. 3. Кривые ползучести стали 304 при температуре 650°С: $1 - \sigma_{11} = 156.9$ МПа, $2 - \sigma_{11} = 137.3$ МПа, $3 - \sigma_{11} = 117.7$ МПа.

ных данных при одноосном нагружении указанной стали для трех уровней действующих напряжений ($\sigma_{11} = 117.7$; 137.3 и 156.9 МПа).

Для испытаний в условиях совместного действия нормальных и сдвиговых компонент тензоров напряжений и деформаций ползучести на образец в соответствии с установленным законом нагружения прикладывались осевое усилие и крутящий момент. Каждый цикл повторяющегося многоосного нагружения состоял из чистого кручения $\overline{\sigma}_A$ в течение t_q^* с последующей полной разгрузкой и совместного растяжения с кручением $\overline{\sigma}_B$ в течение t_q^* с последующей разгрузкой. Векторы $\overline{\sigma}_A$ и $\overline{\sigma}_B$ имеют равную величину, по различным направлениям (θ – угол между векторами, см. рис. 4).



Рис. 4. Схема нагружения стали 304 при испытании на ползучесть при температуре 650° С, T = 8 ч.

Такой цикл нагружения повторялся 5 раз при значении $t^* = 8 \le |\overline{\sigma}_A| = |\overline{\sigma}_B| = 137.3 \text{ МПа},$ что близко к пределу текучести стали 304 при T = 650 °C.

Результаты испытаний показали, что в случае $\theta = 30^{\circ}$ сразу же после поворота тензора напряжений скорость деформации несколько повышается. При повороте на 90° наблюдается временное увеличение скорости осевой и сдвиговой деформаций после смены растяжения кручением и кручения растяжением. Это переходное увеличение



Рис. 5. Изменение деформации ползучести в зависимости от времени при $\theta = 180^{\circ}$.

33



Рис. 6. Изменение деформаций ползучести в зависимости от времени при $\theta = 30^{\circ}$.



Рис. 7. Изменение деформации ползучести в зависимости от времени при $\theta = 90^{\circ}$.

скорости деформаций снижается по мере увеличения продолжительности циклического нагружения.

При больших углах вращения вектора напряжений $\theta = 150^{\circ}$ и 180° происходит заметное временное увеличение скорости деформации после каждого поворота вектора напряжения, аналогичное наблюдаемому при начальном приложении нагрузки (рис. 5–8). Таким образом, можно сделать вывод, что разупрочнение материала после вращения



Рис. 8. Изменение деформации ползучести в зависимости от времени при $\theta = 150^{\circ}$.

вектора напряжений с увеличением угла вращения становится наиболее ярко выраженным.

Другой существенной особенностью деформаций ползучести при сложном нагружении является неколлинеарность вектора напряжений и скоростей деформаций ползучести на переходной стадии сразу же после вращения вектора напряжений.

4. Заключение. Разработана математическая модель, описывающая процессы нестационарной ползучести конструкционных материалов при нестационарном сложном нагружении.

Проведено сравнение результатов численного моделирования и экспериментальных данных процессов ползучести для сталей X18H10T и 304. Показано, что развитый вариант определяющих соотношений нестационарной ползучести позволяет с достаточной для инженерных расчетов точностью описывать процессы ползучести металлов при одноосных и многоосных напряженных состояниях.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект 0729-2020-0054).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Хажинский Г.М.* О теории ползучести и длительной прочности металлов // Инж. журнал. МТТ. 1971. № 6. С. 29–36.
- 2. Работнов Ю.И. Механизм длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: АН СССР, 1959. С. 5–7.
- 3. *Малинин Н.Н*. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
- 4. *Savalle S., Caienatd G.* Microanureage, micropropagation et endommagemant // La Resherche Aerospatiale. 1982. V. 6. P. 395–411.
- 5. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. 318 с.
- 6. *Stewart C.M.* Tertiary creep damage modeling of a transversely isotropic Ni-based superalloy. University of Central Florida. 2009. Electronic Theses and Dissertations, 2004–2019. 4105.
- 7. *Охаси*. Неупругое поведение стали 316 при многоосных непропорциональных циклических нагружениях при повышенной температуре // Теор. основы инж. расч. 1985. Т. 107. № 2. С. 6–15.
- 8. Локощенко А.М., Фомин Л.В., Терауд В.В., Басалов Ю.Г., Агабабян В.С. Ползучесть и длительная прочность металлов при нестационарных сложных напряженных состояниях // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2020. Т. 24. № 2. С. 275–318.
- 9. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Голудин Е.П. Стохастическая модель неизотермической ползучести и длительной прочности материалов // ПМТФ. 2012. Т. 53. № 2. С. 167–174.
- 10. Волков И.А., Игумнов Л.А., Казаков Д.А., Миронов А.А., Тарасов И.С., Шишулин Д.Н., Сметанин И.В. Модель поврежденной среды для описания длительной прочности конструкционных материалов (металлов и их сплавов) // Пробл. прочн. пласт. 2017. Т. 79. № 3. С. 285– 300.
- Yao Hua-Tangandet A review of creep analysis and design under multi-axial stress // Nucl. Eng. Des. 2007. V. 237. P. 1969–1986. https://doi.org/10.1016/j.nucengdes.2007.02.003
- 12. Локощенко А.М. Длительная прочность металлов при сложном напряженном состоянии // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 3. С. 116–136.
- 13. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику поврежденной среды. М.: Физматлит, 2017. 304 с.
- 14. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с.
- 15. Волков И.А., Казаков Д.А., Коротких Ю.Г. Экспериментально-теоретические методики определения параметров уравнений механики поврежденной среды при усталости и ползучести // Вест. ПНИПУ. Мех. 2012. № 2. С. 30–58.