ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2022, № 2, с. 61–71

УДК 539.376:539.4.014.13

МЕТОД РАСЧЕТА РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОВЕРХНОСТНО УПРОЧНЕННОМ ВРАЩАЮЩЕМСЯ СТЕРЖНЕ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ЛИНЕЙНЫЕ И УГЛОВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

© 2022 г. В. П. Радченко[a,*], В. В. Цветков[a,], М. Н. Саушкин[a,***]**

[a] *Самарский государственный технический университет, Самара, Россия*

**e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru*

***e-mail: vi.v.tsvetkoff@gmail.com*

****e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru*

Поступила в редакцию 24.10.2021 г.
После доработки 26.10.2021 г.
Принята к публикации 27.10.2021 г.

Разработан метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочненном вращающемся цилиндрическом стержне в условиях ползучести при жестко зафиксированных первоначально заданных осевых и угловых перемещениях. Решение включает методику реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций после поверхностного пластического деформирования и метод расчета релаксации наведенных остаточных напряжений в процессе ползучести при ограничениях на осевые и угловые перемещения на незакрепленном конце стержня. Выполнено детальное исследование кинетики остаточных напряжений в зависимости от значений первоначально заданных осевых и угловых перемещений и угловой скорости вращения на модельных примерах для стержней из сплава ЖС6КП при температуре 900°С. Показано, что наблюдается слабое влияние числа оборотов на напряженно-деформированное состояние в упрочненном слое по отношению к невращающемуся стержню.

Ключевые слова: остаточные напряжения, поверхностное пластическое упрочнение, вращающийся стержень, первоначальные осевые и угловые перемещения, жесткое защемление, ползучесть, релаксация

DOI: 10.31857/S0572329922020180

Введение. Разрушение деталей в условиях ужесточения термомеханических режимов эксплуатации, например, в авиадвигателестроении, паровых турбомашинах и других ответственных элементах конструкций, как правило, начинается с образования и дальнейшего развития поверхностных микродефектов. Одним из методов повышение ресурса для такого рода изделий является поверхностное пластическое деформирование (ППД), в результате которого в тонком приповерхностном слое формируется поле сжимающих остаточных напряжений (ОН), препятствующих развитию микродефектов и выходу вакансий на поверхность. Однако в условиях высокотемпературной ползучести происходит релаксация ОН, и важной задачей является оценка степени уменьшения (по модулю) их значений и, как следствие, снижения эффективности ППД на характеристики надежности эксплуатируемых изделий (предел выносливости, микротвердость, трибологические характеристики и др.).

Одним из этапов решения задачи релаксации ОН является реконструкция напряженно-деформированного состояния (НДС) после процедуры упрочнения. Здесь возможны два пути исследования: использование экспериментальной информации о распределении полей ОН либо непосредственное математическое моделирование технологического процесса ППД. Различные экспериментальные методы применительно к цилиндрическим или призматическим деталям позволяют определить распределение лишь одной или двух компонент тензора ОН по глубине упрочненного слоя [1–3], но не позволяют установить распределение компонент тензора пластических деформаций (ПД). Отходя от задачи реконструкции ОН в механике упрочненных конструкций, отметим, что она является частной задачей в общей проблеме оценки начального (предварительного) НДС для разнообразных элементов конструкций. С математической точки зрения задача определения исходного НДС относится к обратным краевым задачам, а их решения сталкиваются с серьезными трудностями, поскольку предварительное НДС является локально неоднородным после упрочнения части поверхности или при наличии поверхностных или объемных дефектов (трещины, полости, вмятины). Уровень сложности решения таких задач даже в упругой области демонстрируют, например, работы А.О. Ватульяна [4, 5], в которых проблема сводится к обратной (некорректной) задаче идентификации коэффициентов дифференциальных операторов математической модели, зависящих от компонент тензора предварительного напряженного состояния. А в работах Ю.Н. Радаева рассматривается проблема исследования остаточных или собственных напряжений вследствие локальных (удаленных) зон пластичности или дефектов и ассоциированных с ними энергий [6–8].

С созданием современного программного обеспечения в многочисленных коммерческих пакетах существенно возросли вычислительные возможности для математического моделирования процессов поверхностного упрочнения, как правило, базирующиеся на методе конечных элементов. Основной задачей при этом является введение в конечно-элементную модель предварительного НДС, вызванного упрочнением. Выполняется это двумя способами: либо моделированием непосредственно технологического процесса упрочнения поверхности, либо введением в конечно-элементную модель эмпирических зависимостей для ОН [9–12]. Однако в первом случае учесть в полном объеме все параметры технологий упрочнения практически невозможно, поэтому полученные результаты носят преимущественно качественный характер. Во втором случае экспериментально можно получить лишь одну или две компоненты тензора ОН, а компоненты тензора ПД вообще определить невозможно. К тому же введенные поля ОН и ПД должны удовлетворять уравнениям равновесия и совместности деформаций соответственно, что реализовать практически невозможно.

Второй важной проблемой является решение задачи релаксации ОН вследствие ползучести в условиях высокотемпературно-силового нагружения упрочненных конструкций. Анализ публикаций в этом направлении свидетельствует, что данная тематика находится в стадии становления и развивается в том числе в работах авторов настоящей статьи. В частности, в [13] предложен и реализован метод решения задачи о релаксации ОН для упрочненного цилиндра под действием осевой нагрузки и крутящего момента, а в [14] решена задача другого рода, когда поверхностно упрочненный стержень получает осевые и угловые перемещения, которые в дальнейшем жестко фиксируются. Логическим развитием идей работы [14] является построение решения для оценки кинетики ОН в условиях ползучести для упрочненного вращающегося стержня с жесткими ограничениями на линейные и угловые перемещения, что и является целью настоящей работы. Отметим, что техническим примером такого режима эксплуатации являются бандажированные лопатки авиационных двигателей и паровых турбомашин.

1. Постановка задачи. Рассматривается сплошной цилиндрический образец длины L и радиуса R, в поверхностном слое которого методом ППД наведены ОН и ПД при нормальной ("комнатной") температуре $T = T_0$. Один конец стержня жестко закреплен. На первом этапе решается обратная краевая задача реконструкции полей ОН и ПД по частично известной экспериментальной информации об одной или двух (в зависимости от технологии упрочнения) компонентах тензора ОН. Далее происходит изменение температуры до рабочей $T = T_1$ $(T_1 > T_0)$; к незакрепленному концу стержня прикладываются осевая растягивающая нагрузка F_0 и крутящий момент M_0, приводящие к осевому и угловому перемещениям (соответственно), которые в дальнейшем жестко фиксируются; задается угловая скорость вращения стержня относительно оси, связанной с жестко закрепленным сечением цилиндра. Затем решается задача о релаксации силы $F = F(t)$ $(F(0+0) = F_0)$ и момента $M = M(t)$ $(M(0+0) = M_0)$, на фоне которой происходит релаксация ОН в приповерхностном слое цилиндра вследствие ползучести материала. Здесь и далее запись $f(0+0)$ означает правый предел для величины $f(t)$ при $t = 0$. Такая запись вводится для описания "скачкообразного" приложения термо-силового нагружения (момент времени $t = 0+0$). Момент времени $t = 0-0$ соответствует состоянию после упрочнения (до нагружения). Рассматривается осесимметричная постановка в цилиндрической системе координат (r, θ, z), поэтому на стадии реконструкции компоненты тензоров напряжений и деформаций зависят лишь от координаты r, а при нагружении внешними силами и в процессе ползучести — от координат $r \in [0, R]$, $z \in [0, L]$ и времени t.

2. Реконструкция напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндре. Решение этой задачи приведено в [13, 14], поэтому приведем лишь окончательную расчетную схему для определения компонент тензора ОН $\sigma_i^{\text{res}} = \sigma_i^{\text{res}}(r)$ и ПД $q_i = q_i(r)$ $(i = r, \theta, z)$ (недиагональными компонентами пренебрегаем, поскольку их значения по модулю на порядок меньше, чем диагональные [2]):

$$\sigma_r^{\text{res}}(r) = \frac{1}{r}\int_0^r \sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)\,d\xi \tag{2.1}$$

$$\begin{gathered} q_\theta(r) = \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_0(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu}\int_0^r \xi^{\nu-1}[\sigma_r^{\text{res}}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{\text{res}}(\xi)]d\xi - \\ - \frac{1+\mu}{E_0(1+\alpha\mu)}[(1-\mu)\sigma_\theta^{\text{res}}(r) - \mu\sigma_r^{\text{res}}(r)], \qquad \nu = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\mu} \end{gathered} \tag{2.2}$$

$$q_z(r) = \alpha q_\theta(r), \qquad q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r) \tag{2.3}$$

$$\varepsilon_z^0 = \frac{2}{R^2}\int_0^R r\left\{q_z(r) - \frac{\mu}{E_0}[\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)]\right\}dr \tag{2.4}$$

$$\sigma_z^{\text{res}}(r) = E_0[\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \mu[\sigma_r^{\text{res}}(r) + \sigma_\theta^{\text{res}}(r)] \tag{2.5}$$

где E_0 — модуль Юнга материала при температуре упрочнения T_0, μ — коэффициент Пуассона, α — феноменологический параметр анизотропии упрочнения.

Искомые компоненты тензоров ОН и ПД в поверхностно упрочненном сплошном цилиндре определяются в следующей последовательности:

$$\begin{gathered} \sigma_\theta^{\text{res}}(r), \qquad \alpha \xrightarrow{(2.1)} \sigma_r^{\text{res}}(r) \xrightarrow{(2.2)} q_\theta(r) \xrightarrow{(2.3)} q_r(r) \\ q_z(r) \xrightarrow{(2.4)} \varepsilon_z^0 \xrightarrow{(2.5)} \sigma_z^{\text{res}}(r) \end{gathered} \tag{2.6}$$

Здесь над стрелками указаны номера формул, по которым рассчитываются соответствующие величины.

Исходной информацией для применения схемы (2.6) являются экспериментальная зависимость для окружной компоненты тензора ОН $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$ и параметр анизотропии упрочнения α.

Экспериментальными методами распределение компоненты $\sigma_\theta^{res} = \sigma_\theta^{res}(r)$ можно определить лишь в тонком поверхностном слое. Для получения непрерывных полей ОН и ПД по схеме (2.6) эту информацию необходимо экстраполировать на всю область интегрирования $r \in [0, R]$. Для этого предлагается следующая аппроксимация:

$$\sigma_\theta^{res}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{(R - h^* - r)^2}{b^2}\right) \tag{2.7}$$

где σ_0, σ_1, h^*, b — параметры, методика идентификация которых, так же как и параметра α, изложена в [2].

3. Определение напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндре при температурно-силовом нагружении в начальный момент времени. Вначале рассмотрим режим температурного нагружения цилиндрического образца с температуры упрочнения T_0 (как правило, “комнатная” температура), при которой модуль Юнга материала равен E_0, до температуры “эксплуатации” T_1 $(T_1 > T_0)$, при которой в материале развиваются деформации ползучести и которой соответствует значение модуля Юнга E_1 $(E_1 < E_0)$.

Предполагая, что при температурном нагружении дополнительных пластических деформаций не возникает, а, следовательно, величина $q_\theta = q_\theta(r)$ не зависит от температуры, запишем соотношение (2.2) для момента полного прогрева образца до температуры T_1 в виде

$$\begin{aligned} q_\theta(r) = {} & \frac{(1+\mu)(1-2\mu)}{E_1(1+\alpha\mu)^2} r^{-\nu} \int_0^r \xi^{\nu-1} \frac{E_1}{E_0} [\sigma_r^{res}(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta^{res}(\xi)] d\xi - \\ & - \frac{1+\mu}{E_1(1+\alpha\mu)} \frac{E_1}{E_0} [(1-\mu)\sigma_\theta^{res}(r) - \mu\sigma_r^{res}(r)] \end{aligned} \tag{3.1}$$

Соотношение (3.1) по форме будет аналогично (2.2), если все эпюры ОН после процедуры упрочнения умножить на коэффициент E_1/E_0. Таким образом, получаем распределения ОН при температуре T_1. Отметим, что температурные деформации здесь не учитываются, поскольку мы условно считаем, что прогрев образца выполнился мгновенно, а однородное температурное поле приводит лишь к объемному изменению геометрии образца и не влияет на напряженное состояние.

Теперь рассмотрим нагружение упрочненного цилиндра в начальный момент времени $t = 0 + 0$ осевой силой F_0, крутящим моментом M_0, а также осевой силой от вращения:

$$F_1(z) = \pi R^2 \cdot \frac{1}{2} \rho \omega^2 (L^2 - z^2)$$

где ω — угловая скорость, ρ — плотность материала.

Предполагается, что при повторной нагрузке цилиндрического образца (после упрочнения) его материал находится в упругой области. При этом происходит ступенчатое изменение осевого и касательного напряжений на величину “рабочих” напряжений, возникающих за счет внешних нагрузок, и напряженное состояние при $t = 0 + 0$ задается соотношениями:

$$\sigma_z(r,z,0+0) = \frac{E_1}{E_0}\sigma_z^{\mathrm{res}}(r) + \frac{F_0}{\pi R^2} + \frac{1}{2}\rho\omega^2(L^2 - z^2), \quad \sigma_\theta(r,z,0+0) = \frac{E_1}{E_0}\sigma_\theta^{\mathrm{res}}(r)$$
$$\sigma_r(r,z,0+0) = \frac{E_1}{E_0}\sigma_r^{\mathrm{res}}(r), \quad \tau(r,z,0+0) = \frac{M_0}{J}r \tag{3.2}$$

а компоненты тензора полных деформаций будут иметь вид:

$$\varepsilon_i(r,z,0+0) = \frac{1}{E_1}\left[(1+\mu)\sigma_i(r,z,0+0) - \mu\sigma^*\right] + q_i(r) \quad (i = r,\theta,z)$$
$$\gamma(r,z,0+0) = \frac{\tau(r,0+0)}{G_1}, \quad G_1 = \frac{E_1}{2(1+\mu)} \tag{3.3}$$

Здесь и далее через $\sigma_i = \sigma_i(r,z,t)$ и $\varepsilon_i = \varepsilon_i(r,z,t)$ $(i = r,\theta,z)$ обозначены зависимости для компонент тензоров напряжений и полных деформаций от пространственных и временной координат; $\sigma^* = \sigma_z(r,z,0+0) + \sigma_\theta(r,z,0+0) + \sigma_r(r,z,0+0)$; $\tau(r,z,t) = \sigma_{\theta z}(r,z,t)$ – касательное напряжение; $\gamma(r,z,t) = 2\varepsilon_{\theta z}(r,z,t)$ – деформация сдвига; $J = \pi R^4/2$ – момент инерции сечения относительно оси цилиндра, G_1 – модуль сдвига материала при температуре T_1.

4. Построение решения краевой задачи ползучести поверхностно упрочненного цилиндра, нагруженного осевой силой, крутящим моментом и массовыми силами от вращения, при ограничениях на линейные и угловые перемещения. Опишем процесс релаксации остаточных напряжений, осевой силы $F = F(t)$ и крутящего момента $M = M(t)$ в процессе ползучести поверхностно упрочненного стержня при ограничениях на осевое перемещение $U(L,t) = U^* = \mathrm{const}$ и относительный угол закручивания $\varphi(t) = \varphi^* = \mathrm{const}$, где величины U^* и φ^* получены при $t = 0+0$ от действия осевого усилия $F_0 = F(0+0)$ и крутящего момента $M_0 = M(0+0)$.

В отличие от работы [14], вследствие вращения напряженно-деформированное состояние цилиндра будет неоднородным по координате $z \in [0,L]$, поэтому выполним дискретизацию по этой переменной: $0 = z_0 < z_1 < \ldots < z_N = L$ с постоянным шагом $\Delta z = L/N$. Будем рассматривать цилиндрический образец как составной стержень из N элементарных стержней с образующей Δz.

Сформулируем постановку краевой задачи ползучести для k-го элементарного стержня $(k = \overline{1,N})$, включающей следующие соотношения:

– уравнения равновесия:

$$r\frac{d\sigma_r(r,z_k,t)}{dr} + \sigma_r(r,z_k,t) = \sigma_\theta(r,z_k,t) \tag{4.1}$$

$$2\pi\int_0^R \sigma_z(r,z_k,t)r\,dr = F(t) + F_1(z) \tag{4.2}$$

$$2\pi\int_0^R \tau(r,L,t)r^2\,dr = M(t) \tag{4.3}$$

– уравнения совместности деформаций:

$$r\frac{d\varepsilon_\theta(r,z_k,t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r,z_k,t) = \varepsilon_r(r,z_k,t) \tag{4.4}$$

– гипотеза плоских сечений:

$$\varepsilon_z(r,z_k,t) = \varepsilon_z(z_k,t) \tag{4.5}$$

при этом для полной деформации упрочненного стержня по всей длине L имеем:

$$\varepsilon_z^* = \frac{U^*}{L} \tag{4.6}$$

— гипотеза прямых радиусов:

$$\gamma(r, z_k, t) = r\varphi^* \tag{4.7}$$

где $\varphi^* = \gamma(r, L, 0+0)/r = \text{const}$;

— краевые условия:

$$\lim_{r\to 0} \frac{d\sigma_r(r, z_k, t)}{dr} = 0, \quad \sigma_r(R, z_k, t) = 0 \tag{4.8}$$

Поскольку время t входит в соотношения (4.1)–(4.8) параметрически, здесь и в дальнейшем для производных компонент тензоров напряжений и деформаций по r используется оператор полной производной.

Опишем процесс релаксации ОН вследствие ползучести при температуре $T = T_1$. Запишем соотношения для компонент тензора полных деформаций в виде

$$\varepsilon_i(r, z_k, t) = e_i(r, z_k, t) + q_i(r) + p_i(r, z_k, t) \quad (i = r, \theta, z) \tag{4.9}$$

$$\gamma(r, z_k, t) = \gamma^e(r, z_k, t) + \gamma^p(r, z_k, t) \tag{4.10}$$

где e_z, e_θ, e_r, γ^e — компоненты тензора упругих деформаций; p_z, p_θ, p_r, γ^p — компоненты тензора деформаций ползучести. При этом в начальный момент для компонент тензора деформаций ползучести имеем начальные значения:

$$p_z(r, z_k, 0+0) = 0, \quad p_\theta(r, z_k, 0+0) = 0, \quad p_r(r, z_k, 0+0) = 0, \quad \gamma^p(r, z_k, 0+0) = 0$$

Задача сводится к разрешению системы (4.9), (4.10) относительно компонент тензора напряжений.

Запишем закон Гука для упругих деформаций:

$$e_i(r, z_k, t) = \frac{1}{E_1}\left[(1+\mu)\sigma_i(r, z_k, t) - \mu\bar{\sigma}\right] \quad (i = r, \theta, z) \tag{4.11}$$

$$\gamma^e(r, z_k, t) = \frac{1}{G_1}\tau(r, z_k, t) \tag{4.12}$$

где $\bar{\sigma} = \sigma_z(r, z_k, t) + \sigma_\theta(r, z_k, t) + \sigma_r(r, z_k, t)$.

Подставляя (4.5) и (4.11) при $i = z$ в соотношение (4.9) при $i = z$, находим зависимость для осевой компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_z(r, z_k, t) = E_1\left[\varepsilon_z(z_k, t) - q_z(r) - p_z(r, z_k, t)\right] + \mu\left[\sigma_\theta(r, z_k, t) + \sigma_r(r, z_k, t)\right] \tag{4.13}$$

Применим далее методику работы [13], в которой реализован метод решения краевой задачи релаксации ОН в упрочненном цилиндре при действии растягивающей осевой нагрузки и крутящего момента. Учитывая, что в элементарном стержне длины Δz реализуется НДС, однородное по переменной z, с использованием (4.1), (4.4), (4.5), (4.13) последовательно исключим компоненты тензора напряжений $\sigma_\theta(r, z_k, t)$ и $\sigma_z(r, z_k, t)$ в системе уравнений (4.9), (4.10). В итоге получим неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка относительно $\sigma_r(r, z_k, t)$ [13, 14]:

$$r^2 \frac{d^2\sigma_r(r, z_k, t)}{dr^2} + 3r\frac{d\sigma_r(r, z_k, t)}{dr} = g(r, z_k, t) \tag{4.14}$$

с правой частью

$$g(r,z_k,t)=\frac{E_1}{1-\mu^2}\left[\frac{2+\alpha}{1+\alpha}q_r(r)+p_r(r,z_k,t)-p_\theta(r,z_k,t)-\right.$$
$$\left.-r\left(\frac{dp_\theta(r,z_k,t)}{dr}+\mu\frac{dp_z(r,z_k,t)}{dr}\right)+\frac{r(1+\alpha\mu)}{1+\alpha}\frac{dq_r(r)}{dr}\right]$$

Решение уравнения (4.14) при граничных условиях (4.8) записывается следующим образом:

$$\sigma_r(r,z_k,t)=-\int_r^R\frac{1}{\xi^3}\int_0^\xi g(\eta,z_k,t)\ \eta\, d\eta d\xi$$

При известном $\sigma_r(r,z_k,t)$ из уравнения (4.1) находим зависимость для окружной компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_\theta(r,z_k,t)=\frac{d}{dr}[r\sigma_r(r,z_k,t)]$$

Для определения компоненты $\sigma_z(r,z_k,t)$ кроме напряжений $\sigma_\theta(r,z_k,t)$ и $\sigma_r(r,z_k,t)$ необходимо знать величину $\varepsilon_z(z_k,t)$ (см. формулу (4.13)). Обозначим через $\Delta l_k(t)$ абсолютное удлинение k-го элементарного стержня ($k=\overline{1,N}$) длиной Δz, тогда его относительная деформация $\varepsilon_z(z_k,t)=\Delta l_k(t)/\Delta z$. С одной стороны, перемещение $U^*=\sum_{k=1}^{N}\Delta l_k(t)$, с другой стороны, из формулы (4.6) следует $U^*=L\varepsilon_z^*$. Теперь не составляет труда получить равенство

$$\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_z(z_k,t)=N\varepsilon_z^* \tag{4.15}$$

Подставляя (4.9) при $i=z$ в (4.15) и используя закон Гука для упругой деформации (4.11) при $i=z$, получаем следующую зависимость:

$$\sum_{k=1}^{N}\sigma_z(r,z_k,t)=E_1\left[N\varepsilon_z^*-Nq_z(r)-\sum_{k=1}^{N}p_z(r,z_k,t)\right]+\mu\left[\sum_{k=1}^{N}\sigma_\theta(r,z_k,t)+\sum_{k=1}^{N}\sigma_r(r,z_k,t)\right]$$

Записывая теперь соотношение (4.2) для каждого значения $z=z_k$ ($k=\overline{1,N}$) и складывая полученные выражения, находим функцию $F(t)$:

$$F(t)=\frac{2\pi}{N}\int_0^R r\left(\sum_{k=1}^{N}\sigma_z(r,z_k,t)\right)dr-\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}F_1(z_k)$$

Подставляя (4.13) в формулу (4.2), определяем величину $\varepsilon_z(z_k,t)$:

$$\varepsilon_z(z_k,t)=\frac{F(t)+F_1(z_k)}{\pi R^2E_1}+\frac{2}{R^2}\int_0^R r\left\{q_z(r)+p_z(r,z_k,t)-\frac{\mu}{E_1}[\sigma_\theta(r,z_k,t)+\sigma_r(r,z_k,t)]\right\}dr$$

а далее из (4.13) находим $\sigma_z(r,z_k,t)$.

После определения нормальных компонент тензоров напряжений $\sigma_i(r,z_k,t)$ и деформаций $\varepsilon_i(r,z_k,t)$ $(i=r,\theta,z)$ и зависимости для усилия $F(t)$ находим соотношения для касательных напряжений $\tau(r,z_k,t)$ и момента $M(t)$. Для этого подставляем соотношение (4.12) в (4.10) и из (4.7) находим:

$$\tau(r,z_k,t)=G_1[r\varphi^*-\gamma^p(r,z_k,t)]$$

после чего определяем величину $M(t)$ из соотношения (4.3).

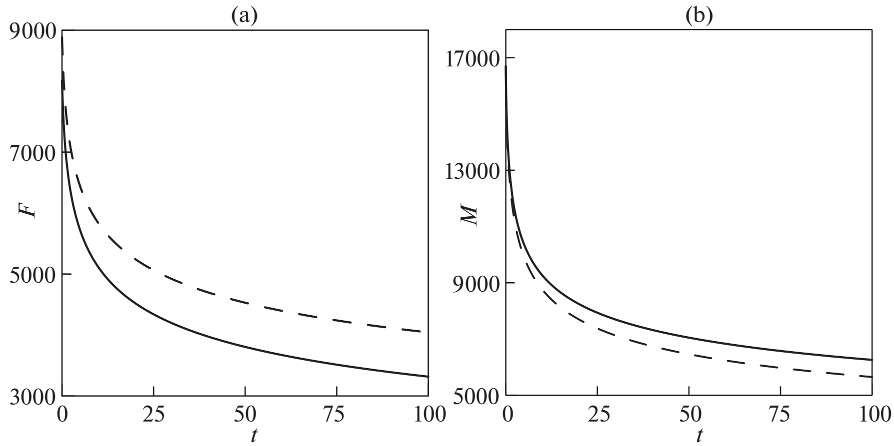

Рис. 1. Релаксация нагрузки $F = F(t)$ (a) и момента $M = M(t)$ (b) в процессе ползучести с вращением (сплошные линии) и без вращения (штриховые линии).

5. Результаты расчетов и их анализ. В модельных расчетах использовались цилиндрические образцы из сплава ЖС6КП длины $L = 15$ см ($z \in [0, 150]$ мм) и радиуса $R = 3.76$ мм ($r \in [0, 3.76]$ мм), упрочненные пневмодробеструйной обработкой поверхности, которая является штатной технологией упрочнения деталей из этого сплава, например, лопаток турбины в двигателестроении.

В расчетах полагалось $T_0 = 20°\text{C}$, $T_1 = 900°\text{C}$, $E_0 = 2 \times 10^5$ МПа, $E_1 = 1.364 \times 10^5$ МПа, $\mu = 0.3$.

В [13, 14] приведены значения параметров аппроксимации (2.7) для этого сплава: $\sigma_0 = 22.554$ МПа; $\sigma_1 = 1027.454$ МПа; $b = 9.313 \times 10^{-2}$ мм; $h^* = 0$, при этом для пневмодробеструйной обработки поверхности в соотношениях (2.2)–(2.4) параметр $\alpha = 1$.

Для моделирования процесса релаксации ОН и усилий $F = F(t)$ и $M = M(t)$ использовалась теория установившейся ползучести

$$\dot{p}_{ij} = \frac{3}{2} c S^{m-1} \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \right) \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \tag{5.1}$$

где S – интенсивность напряжений; c, m – константы материала. Для сплава ЖС6КП при температуре $T_1 = 900°\text{C}$ имеем [13]: $c = 1.5 \times 10^{-20}$ (МПа)$^{-m}$ ч$^{-1}$, $m = 6.62$.

Задача ползучести решалась численно. Дискретизация проводилась не только по координате z, но и по аргументам r и t. Соотношения (5.1) для каждого временного шага для всех компонент тензора деформаций интегрировались по методу Эйлера.

Расчеты выполнялись при различных комбинациях первоначальных значений $F_0 = F(0+0)$, $M_0 = M(0+0)$ и скорости вращения ω. В расчетах для сплава ЖС6КП использовалось значение плотности $\rho = 7800$ кг/м^3. На рис. 1 приведена типичная зависимость для осевого усилия $F = F(t)$ (Н) и момента $M = M(t)$ (Н · мм) при $\omega = 5000$ об/мин $= 523.598$ рад/с в течение 100 часов в условиях ползучести при начальных значениях $F_0 = 8882.9$ Н и $M_0 = 16700$ Н · мм. Из информации, представленной на рис. 1, следует, что вращение ускоряет процесс релаксации для осевой нагрузки (рис. 1,a) и замедляет для крутящего момента (рис. 1,b).

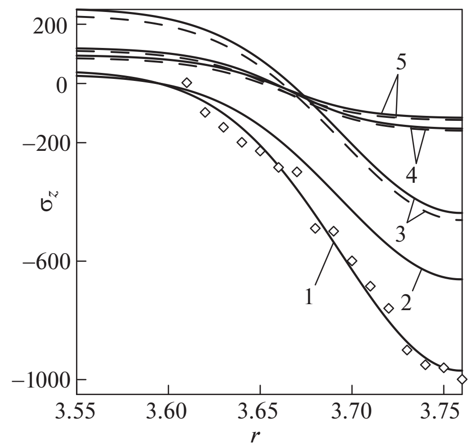

Рис. 2. Кинетика напряжения $\sigma_z = \sigma_z(r,t)$ в сечении $z = 0$ вследствие ползучести при $T_1 = 900°C$ с вращением (сплошные линии) и без вращения (штриховые линии) в различные моменты времени: 1 – после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 – после температурного нагружения; 3 – после силового нагружения при $t = 0 + 0$; 4 – в процессе ползучести при $t = 20$ ч; 5 – в процессе ползучести при $t = 100$ ч; точки – экспериментальные данные после упрочнения при $T_0 = 20°C$.

На рис. 2 и рис. 3 приведены зависимости для осевого напряжения $\sigma_z = \sigma_z(r,t)$ (МПа) в упрочненном слое в сечениях $z = 0$ и $z = 150$ мм соответственно как для вращающегося стержня, так и при отсутствии вращения. Аналогичные зависимости получены и для остальных компонент тензора напряжений. Отличие графиков, напри-

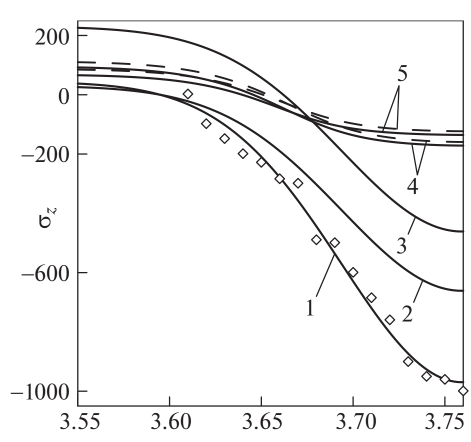

Рис. 3. Кинетика напряжения $\sigma_z = \sigma_z(r,t)$ в сечении $z = 150$ мм вследствие ползучести при $T_1 = 900°C$ с вращением (сплошные линии) и без вращения (штриховые линии) в различные моменты времени: 1 – после процедуры упрочнения при $t = 0 - 0$; 2 – после температурного нагружения; 3 – после силового нагружения при $t = 0 + 0$; 4 – в процессе ползучести при $t = 20$ ч; 5 – в процессе ползучести при $t = 100$ ч; точки – экспериментальные данные после упрочнения при $T_0 = 20°C$.

мер, для компонент $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r,t)$ и $\sigma_r = \sigma_r(r,t)$ в рассматриваемых сечениях заключается в отсутствии “скачка” для этих напряжений от приложенных осевого усилия F_0 и усилия от вращения $F_1(z)$.

Из выполненного детального анализа результатов расчетов следует, что наблюдается несущественное влияние не только первоначально заданных (и жестко зафиксированных) осевых и угловых перемещений, соответствующих величинам F_0 и M_0, но и вращения на релаксацию ОН (по крайней мере для численно исследованных вариантов при различных значениях F_0, M_0 и ω).

Выводы. Разработан метод решения краевой задачи релаксации ОН во вращающемся сплошном цилиндре в условиях ползучести с начальным НДС после упрочнения и вызванным первоначально заданными (и жестко зафиксированными) осевыми и угловыми перемещениями. Анализ модельных расчетов для образцов из сплава ЖС6КП при $T = 900°C$ показал несущественное влияние нагрузок от вращения на процесс релаксации ОН по отношению к невращающемуся стержню. Полученные результаты могут быть полезны в прикладном плане в авиадвигателестроении и теплоэнергетике, поскольку рассматриваемые режимы нагружения для стержня моделируют режимы нагружения для бандажированных лопаток.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00062).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Вакулюк В.С.* Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. Самара: СНЦ РАН, 2012. 125 с.
2. *Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н.* Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник ПНИПУ. Механика. 2015. № 1. С. 130–147. https://doi.org/10.15593/perm.mech/2015.1.09
3. *Radchenko V.P., Saushkin M.N., Bochkova T.I.* Mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after ultrasonic hardening under high-temperature creep conditions // PNRPU Mechanics Bulletin. 2018. № 3–4. P. 88–98.
https://doi.org/10.15593/perm.mech/eng.2018.3.09
4. *Ватульян А.О.* Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. М.: Физматлит, 2007. 223 с.
5. *Ватульян А.О., Дударев В.В.* О некоторых проблемах реконструкции неоднородного предварительно напряженного состояния в упругих телах // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Мат. Мех. Инф. 2009. Т. 9. Вып. 4. Ч. 2. С. 25–32.
https://doi.org/10.18500/1816-9791-2009-9-4-2-25-32
6. *Радаев Ю.Н.* Об оценке скрытой свободной энергии и поврежденности у вершины трещины нормального отрыва // ПМТФ. 2000. Т. 41. № 6. 106–117.
7. *Radayev Y.N., Stepanova L.V.* On the effect of the residual stresses on the crack opening displacement in a cracked sheet // Int. J. Fracture. 2001. V. 107. № 4. P. 329–360.
https://doi.org/10.1023/A:1007686929863
8. *Радаев Ю.Н.* О влиянии удаленной пластической зоны на раскрытие трещины нормального отрыва // Проблемы механики деформируемых тел и горных пород, посв. 70-летию проф. Л.В. Ершова / Под ред. акад. РАН *А.Ю. Ишлинского*. М.: Изд-во Моск. гос. горного ун-та. 2001. С. 251–262.
9. *Chen H., Wang S., Lu S., Qiao Y., Wang X., Fan N., Guo P., Niu J.* Simulation and experimental validation of residual stress and surface roughness of high manganese steel after shot peening // Proc. CIRP. 2018. V. 71. P. 227–231.
https://doi.org/10.1016/j.procir.2018.05.066

10. *Isa M.R., Sulaiman S.N., Zaroog O.S.* Experimental and simulation method of introducing compressive residual stress in ASTM A516 grade 70 steel // Key Eng. Mater. 2019. V. 803. P. 27–31. doi: 10.4028/www.scientific.net/KEM.803.27
11. *Киселев И.А., Жуков Н.А., Васильев Б.Е., Селиванов А.Н.* Учет остаточных напряжений при расчетах прочности элементов замковых соединений. Часть 1. Моделирование дробеструйной обработки // Изв. высш. уч. завед. Машиностр. 2018. № 11. С. 49–59. https://doi.org/10.18698/0536-1044-2018-11-49-59
12. *Meguid S.A., Maricic L.A.* Finite element modeling of shot peening residual stress relaxation in turbine disk assemblies // J. Eng. Mater. Technol. 2015. V. 137. № 3. P. 031003. https://doi.org/10.1115/1.4030066
13. *Радченко В.П., Цветков В.В.* Кинетика напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненном цилиндрическом образце при сложном напряженном состоянии в условиях ползучести // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2014. № 1. С. 93–108. https://doi.org/10.14498/vsgtu1313
14. *Radchenko V.P., Tsvetkov, V.V., Derevyanka E.E.* Relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder under creep conditions and rigid restrictions on linear and angular deformations // Mech. Solids. 2020. V. 55. № 6. P. 898–906. https://doi.org/10.3103/S0025654420660024