ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2022, № 2, с. 72–81

УДК 539.43

ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ НЕРЕГУЛЯРНОМ НАГРУЖЕНИИ

© 2022 г. Д. С. Петухов[a],*, И. Э. Келлер[a],**

[a] *Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия*
**e-mail: petuhovds@mail.ru*
***e-mail: kie@icmm.ru*

Поступила в редакцию 09.10.2021 г.
После доработки 10.10.2021 г.
Принята к публикации 11.10.2021 г.

Представлена эволюционная модель усталостного разрушения при многоцикловом нерегулярном нагружении, структура которой соответствует модели Оттосена, но уравнения перемещения поверхности выносливости и накопления повреждений существенно усовершенствованы и введена память к циклу с максимальным размахом напряжений в предшествующей истории нагружения. Определены материальные константы модели по данным времени жизни для алюминиевого сплава, включающим кривые Велера для двух значений коэффициента асимметрии, кривую Хейга, статические пределы прочности при одноосном растяжении и кручении, циклическое нагружение с периодическими перегрузками и циклическое непропорциональное нагружение. Выполнен расчет эволюции накопления поврежденности на полетном цикле и выделен критический блок нагружения, от которого зависит усталостный ресурс материала при подобном характере воздействия. Показано, что модель оставляет свободу описания различных значений этого ресурса в зависимости от данных эксперимента.

Ключевые слова: усталостное разрушение, эволюция поврежденности, модель, многоцикловая усталость, нерегулярное нагружение, полетные циклы, идентификация

DOI: 10.31857/S0572329922020167

1. Введение. Многие детали машин при эксплуатации подвергаются немонотонной нерегулярной нагрузке. Подобные воздействия испытывают детали самолетов, вертолетов, экскаваторов, ветрогенераторов, наземного транспорта. Традиционным подходом к оценке усталостной прочности в подобных случаях, используемым многими конструкторскими бюро, является метод подсчета циклов, который подразумевает разбиение истории нагружения на отдельные полуциклы и определение вклада каждого из них в поврежденность без учета их очередности [1–3]. Однако очередность циклов нагрузки может значительно влиять на время до разрушения [4, 5]. Существует эволюционный подход к описанию накопления усталостных микроповреждений, который позволяет естественным образом учесть это влияние. Он заключается в записи эволюционного уравнения для параметра поврежденности в форме $\dot{D}(t) = F(\boldsymbol{\sigma}(\tau), t)$, где $\boldsymbol{\sigma}(t)$ есть история изменения тензора напряжений, F – функционал процесса. Такой подход естественным образом применим и в случае многоосного непропорционального нагружения. Данное эволюционное уравнение интегрируется по времени, пока D не достигнет единицы, что означает разрушение. Некоторые эволюционные модели предложены в [6, 7]. Модель Оттосена [7] предназначена для описания много-

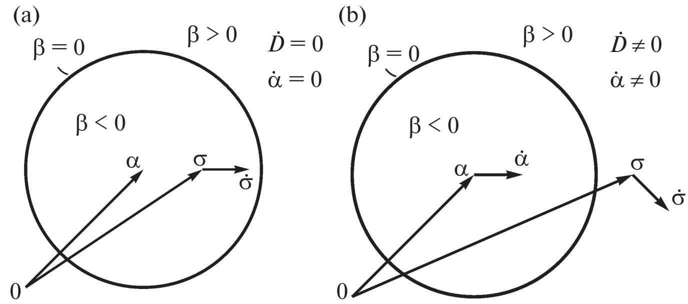

Рис. 1. Поверхность выносливости в пространстве напряжений.

цикловой усталости, не связана с уравнениями движения и допускает точное решение на регулярном циклическом нагружении, что существенно упрощает процедуру ее идентификации. В настоящей работе предпринимается усовершенствование этой модели для возможности учета специфических эффектов, наблюдаемых в различных программах нерегулярного циклического нагружения [5, 8, 9].

2. Модель. Предлагаются следующие уравнения:

$$\beta = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\|\mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}\| + g(I_1) - r(\|\boldsymbol{\alpha}\|) + w(\Delta\sigma_{\max})\right)/\sigma_{-1}$$

$$\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \|\dot{\mathbf{s}}\| h(\beta) H(\beta) f(\angle(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}))\frac{\mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}}{\|\mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}\|}, \quad H(\beta) = \begin{cases} 0, & \beta < 0 \\ 1, & \beta \geq 0 \end{cases} \tag{2.1}$$

$$\dot{D} = \frac{\|\dot{\mathbf{s}}\|}{\sigma_{-1}} p(\beta) H(\beta) f(\angle(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}))\frac{1}{(1-F(\boldsymbol{\sigma}))^{L_4}}$$

В основе данной модели лежит понятие поверхности выносливости в пространстве напряжений, задаваемой уравнением $\beta = 0$. Пока напряженное состояние лежит внутри поверхности ($\beta \leq 0$, рис. 1,a), прироста параметра поврежденности D не происходит, а когда напряженное состояние выходит за ее пределы ($\beta > 0$, рис. 1,b), параметр D начинает расти в зависимости от расстояния до поверхности и направления изменения напряжений. Кроме того, поверхность выносливости может менять размер и перемещаться, приспосабливаясь к нагружению. Местоположение поверхности задается тензорнозначным параметром $\boldsymbol{\alpha}$.

Выражение для β, приведенное в (2.1), имеет следующую структуру. Первое слагаемое определяет вклад девиаторной части напряженного состояния и является расстоянием между центром поверхности выносливости $\boldsymbol{\alpha}$ и девиатором напряжений $\mathrm{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3}I_1\mathbf{I}$, где $I_1 = \sigma_{ii}$ есть первый инвариант тензора напряжений, $\mathbf{I}$ – единичный тензор. Норма симметричного тензора определяется как $\|\mathrm{A}\| = \sqrt{\mathbf{A}:\mathbf{A}}$. Второе слагаемое учитывает вклад гидростатической части и имеет вид материальной функции g от первого инварианта тензора напряжений I_1. Третье слагаемое задает радиус поверхности выносливости, который зависит от ее положения $\boldsymbol{\alpha}$ в пространстве напряжений. Последнее слагаемое описывает сокращение радиуса поверхности выносливости как функцию максимального размаха напряжений в течение истории нагружения до текущего момента времени $\Delta\sigma_{\max}(t) = \max\limits_{t_1<t_2\leq t}(\|\boldsymbol{\sigma}(t_1)-\boldsymbol{\sigma}(t_2)\|)$. Обезразмеривающий коэффициент σ_{-1} есть предел выносливости при регулярном симметричном нагружении.

Закон движения поверхности выносливости в (2.1) задается выражением для скорости $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ движения ее центра. Здесь $h(\beta) \geq 0$ есть материальная функция, задающая скорость движения поверхности выносливости в зависимости от значения β. Функция Хевисайда $H(\beta)$ исполняет роль переключателя: пока напряженное состояние находится внутри поверхности выносливости, она не движется. Материальная функция f определяет зависимость $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ от угла между направлением $\dot{\mathbf{s}}$ движения точки, изображающей напряженное состояние, и направлением $\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}$ напряженного состояния относительно центра поверхности. Данный угол определяется как $\cos(\angle(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha})) = (\dot{\mathbf{s}} : (\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}))/(\|\dot{\mathbf{s}}\|\|\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}\|)$; $0 \geq f \geq 1$, причем если эти направления совпадают ($\cos(\angle) = 1$), то $f = 1$ и если они противоположно направлены ($\cos(\angle) = -1$), то $f = 0$. Поверхность выносливости движется в направлении напряженного состояния, поскольку $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ пропорционально $\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}$.

Последнее уравнение в (2.1) есть эволюционное уравнение для параметра поврежденности. Здесь $p(\beta) \geq 0$ есть материальная функция, отвечающая за скорость накопления поврежденности. По структуре это уравнение отличается от уравнения для $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ только отсутствием тензорнозначного множителя и присутствием множителя $1/\left(1 - F(\boldsymbol{\sigma})\right)^{L_4}$, где $F(\boldsymbol{\sigma}) = 1$ задает поверхность прочности, а L_4 – материальный параметр. Таким образом, при приближении к поверхности прочности скорость прироста поврежденности неограниченно возрастает. Скорость прироста поврежденности зависит от расстояния до поверхности выносливости (регулируется функцией $p(\beta)$) и направления изменения напряженного состояния (регулируется функцией f, той же, что и в выражении для $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$).

Скорость прироста поврежденности принята независимой от текущей поврежденности, так как выражение с зависимостью $\dot{D} = G(D)F(\boldsymbol{\sigma}(t))$ сводится к $\dot{D} = F(\boldsymbol{\sigma}(t))$ заменой переменной D. Свобода такой перенормировки допускается несвязанностью модели (2.1) с уравнениями движения среды.

Модель (2.1) склерономна, т.е. независима от скорости изменения нагрузки $\boldsymbol{\sigma}(t)$, что достигается наличием множителя $\|\dot{\mathbf{s}}\|$ в правой части выражений для $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ и $\dot{D}$. Для уравнений (2.1) важна только форма пути в пространстве напряжений, а в случае одноосного нагружения – только значения максимумов и минимумов нагрузки.

По сравнению с моделью Оттосена

$$
\begin{gathered}
\beta = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\|\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}\| + KI_1 - \sigma_{-1}\right)/\sigma_{-1} \\
\dot{\boldsymbol{\alpha}} = \dot{\beta} h(\beta) H(\beta) H(\dot{\beta})(\mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}), \quad h(\beta) \equiv C \\
\dot{D} = \dot{\beta} p(\beta) H(\beta) H(\dot{\beta}), \quad p(\beta) = K\exp(L\beta)
\end{gathered}
\tag{2.2}
$$

где C, K есть материальные константы, модель (2.1) имеет следующие отличия:

1. Выражение для β усовершенствовано, чтобы описывать одноосную и сдвиговую диаграммы Хейга произвольной формы. Модель (2.2) описывает одноосную и сдвиговую диаграммы Хейга для одноосного нагружения, а в случае сдвигового нагружения она предсказывает одинаковую амплитуду выносливости τ_a для любого среднего напряжения цикла τ_m, в том числе и за пределами прочности материала.

2. Добавлено сокращение поверхности выносливости в зависимости от максимального размаха напряжений в истории. Уменьшение предела выносливости при наличии в истории нагружения циклов достаточно большой амплитуды наблюдается экспериментально [9].

3. В правой части эволюционных уравнений модели (2.2) $\dot{\beta}$ заменено на $\|\dot{\mathbf{s}}\|$. На траекториях напряжений $\beta = \mathrm{const} > 0$ модель (2.2) не накапливает поврежденность, не-

смотря на то, что напряженное состояние все время находится за пределами поверхности выносливости.

4. В эволюционное уравнение накопления поврежденности учтена поверхность прочности, чтобы исключить неадекватный прогноз при наличии единичных циклов большой амплитуды в истории нагружения.

5. В правой части эволюционных уравнений (2.2) присутствует простой переключатель $H(\dot{\beta})$, который отключает накопление поврежденности и движение поверхности выносливости, если напряженное состояние приближается к поверхности выносливости снаружи. Он был заменен на материальную функцию $f(\angle(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s}-\boldsymbol{\alpha}))$, чтобы увеличить возможность модели описывать результаты экспериментов на непропорциональное нагружение.

6. Была увеличена гибкость материальных функций, регулирующих скорости накопления поврежденности и движения поверхности выносливости в зависимости от значения β, что позволяет лучше регулировать наклон кривых Велера для различных коэффициентов асимметрии нагружения.

3. Идентификация модели. Материальные функции $g(I_1)$ и $r(\|\boldsymbol{\alpha}\|)$ в выражении для β можно идентифицировать по двум диаграммам Хейга зависимостей пределов выносливости при одноосном и сдвиговом нагружениях от среднего напряжения в цикле.

На первом этапе рассматривается регулярное сдвиговое нагружение со средним значением τ_m и амплитудой τ_a. Ненулевыми компонентами тензора напряжений являются $\sigma_{12} = \sigma_{21}$; те же ненулевые компоненты $\alpha_{12} = \alpha_{21}$ имеет и тензор $\boldsymbol{\alpha}$, так как $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ пропорционально $\mathrm{s}-\boldsymbol{\alpha}$ (2.1). Такое нагружение лежит на диаграмме Хейга, если максимальное $\tau_{\max} = \tau_\mathrm{m} + \tau_\mathrm{a}$ и минимальное $\tau_{\min} = \tau_\mathrm{m} - \tau_\mathrm{a}$ напряжения цикла лежат на поверхности выносливости $\beta = 0$. Тогда весь цикл лежит внутри поверхности выносливости и касается ее границ крайними значениями, подставляя которые в выражение $\beta = 0$ (2.1), получим

$$\sqrt{3}\left(\tau_\mathrm{m} + \tau_\mathrm{a} - \alpha_0\right) - r(\sqrt{2}\alpha_0) = 0, \quad \sqrt{3}\left(-\tau_\mathrm{m} + \tau_\mathrm{a} + \alpha_0\right) - r(\sqrt{2}\alpha_0) = 0 \tag{3.1}$$

где α_0 есть компонента α_{12} тензора $\boldsymbol{\alpha}$. В ходе такого циклического нагружения α_0 не изменяется, так как цикл лежит внутри поверхности выносливости. Исключив α_0 из (3.1), получим

$$\tau_a = \frac{1}{\sqrt{3}} r(\sqrt{2}\tau_\mathrm{m}) \quad \text{или} \quad r(x) = \sqrt{3}\tau_a(x/\sqrt{2}) \tag{3.2}$$

где функция $\tau_a(\tau_\mathrm{m})$ задает сдвиговую диаграмму Хейга. Первое выражение в (3.2) позволяет построить предсказываемую моделью диаграмму Хейга по известной функции $r(x)$, а второе, наоборот, – функцию $r(x)$ по заданной, например, экспериментальной, сдвиговой диаграмме Хейга.

На втором этапе рассматривается регулярное одноосное нагружение со средним значением σ_m и амплитудой σ_a. Тензор напряжений имеет единственную ненулевую компоненту σ_{11}, а значит тензор $\boldsymbol{\alpha}$ имеет ненулевые диагональные элементы α_{11} и $\alpha_{22} = \alpha_{33} = -\frac{1}{2}\alpha_{11}$, что следует из пропорциональности $\dot{\boldsymbol{\alpha}}$ и $\mathrm{s}-\boldsymbol{\alpha}$ (2.1). Как и ранее, нагружение лежит на диаграмме Хейга если максимальное $\sigma_{\max} = \sigma_\mathrm{m} + \sigma_\mathrm{a}$ и минимальное $\sigma_{\min} = \sigma_\mathrm{m} - \sigma_\mathrm{a}$ напряжения цикла лежат на поверхности выносливости $\beta = 0$, подставляя которые в выражение для β (2.1). и обозначив α_{11} как α_0, получим

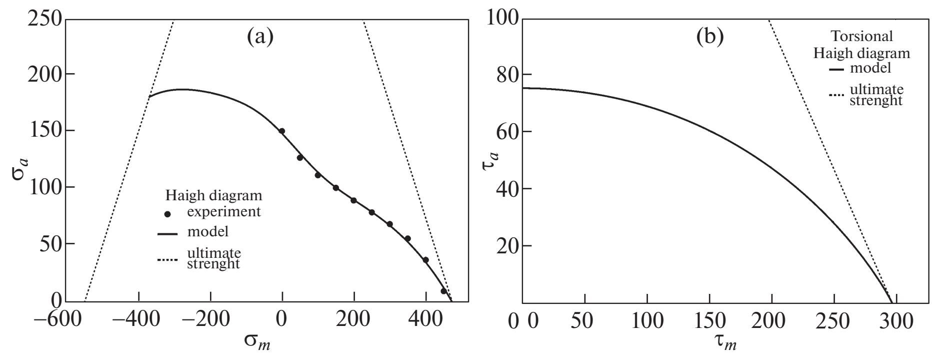

Рис. 2. Диаграммы Хейга для алюминиевого сплава АА2024-Т4: для одноосного нагружения (a), для сдвигового нагружения (b). По осям отложены МПа.

$$
\begin{gathered}
\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}-\frac{3}{2}\alpha_0-r\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha_0\right)+g\left(\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}\right)=0\\
-\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}+\frac{3}{2}\alpha_0-r\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\alpha_0\right)+g\left(\sigma_{\mathrm{m}}-\sigma_{\mathrm{a}}\right)=0
\end{gathered}
\tag{3.3}
$$

Исключив из (3.3) α_0, получим

$$
\sigma_a+\frac{1}{2}\left(g\left(\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}}\right)+g\left(\sigma_{\mathrm{m}}-\sigma_{\mathrm{a}}\right)-r\left(\frac{g(\sigma_{\mathrm{m}}+\sigma_{\mathrm{a}})-g(\sigma_{\mathrm{m}}-\sigma_{\mathrm{a}})}{\sqrt{6}}+2\sigma_{\mathrm{m}}\right)\right)=0 \tag{3.4}
$$

Если известна функция $\sigma_{\mathrm{a}}(\sigma_{\mathrm{m}})$, задающая диаграмму Хейга для одноосного нагружения, то выражение (3.4) можно рассматривать как уравнение относительно функции $g(x)$. Это функциональное уравнение достаточно сложное, поэтому удобнее пойти другим путем. Если заданной считать функцию $g(x)$, то выражение (3.4) будет определять неявную зависимость между σ_{a} и σ_{m}. Пусть экспериментальная диаграмма Хейга задана в формате набора из n пар $\{\sigma_{\mathrm{m}}^i,\sigma_{\mathrm{a}}^i\}$, $i=1..n$. Будем искать $g(x)$ как функцию, параметризованную набором параметров k_i, $i=1..m$, достаточно гибко регулирующих ее форму. Функция $g(x)$ должна быть монотонно возрастающей, так как повышение I_1 негативно влияет на усталостную прочность. При некотором конкретном наборе параметров k_i выражение (3.4) сопоставляет значениям σ_{m}^i значения $\hat{\sigma}_{\mathrm{a}}^i$, отличающиеся от экспериментальных σ_{a}^i. Параметры k_i подбираются так, что невязка между прогнозируемыми $\hat{\sigma}_{\mathrm{a}}^i$ и экспериментальными σ_{a}^i минимальна.

Модель (2.1) далее идентифицируется для алюминиевого сплава АА2024-Т4. Экспериментальная диаграмма Хейга [10] (рис. 2,a) удовлетворительно описывается функциями $g(I_1)$, $r(\|\alpha\|)$ изображенными на рис. 3. Ввиду отсутствия сдвиговой диаграммы Хейга для данного материала была использована кривая, похожая по форме на данные по другим алюминиевым сплавам, а сдвиговой предел выносливости при симметричном нагружении был принят $\tau_{-1}=0.55\sigma_{-1}$ [11]. Функция g искалась в виде аппроксимации, 4 параметра которой были найдены минимизацией невязки с экспериментальными данными симплекс-методом.

В качестве критерия прочности был выбран критерий Шлейхера [12]

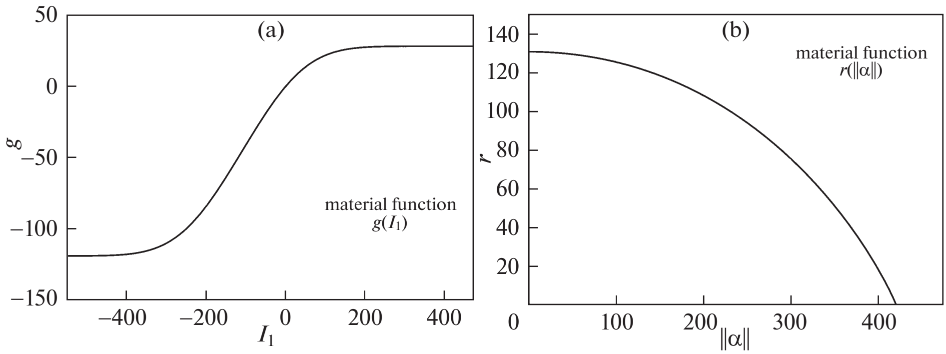

Рис. 3. Материальные функции $g(I_1)$ (a) и $r(\|\alpha\|)$ (b), идентифицированные для AA2024-T4. По осям отложены МПа.

$$\sqrt{\frac{3}{2}}\|\mathbf{s}\| = \sqrt{a_0 + a_1 I_1 + a_2 I_1^2}$$

который приводится к виду $F(\boldsymbol{\sigma}) = 1$ при

$$F = \frac{\frac{3}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s} - a_1 I_1 - a_2 I_1^2}{a_0} \tag{3.5}$$

Параметры a_i выражаются через пределы прочности на растяжение σ_{tu}, сжатие $\sigma_{cu} > 0$ и сдвиг τ_u:

$$\begin{aligned} a_0 &= 3\tau_u \\ a_1 &= -3\tau_u \frac{\sigma_{cu} - \sigma_{tu}}{\sigma_{cu}\sigma_{tu}} \\ a_2 &= \frac{3\tau_u}{\sigma_{cu}\sigma_{tu}} - 1 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Для AA2024-T4 пределы прочности были приняты $\sigma_{tu} = 474$ МПа $\tau_u = 290$ МПа [13] и $\sigma_{cu} = 550$ МПа из оценочных соображений.

Следующую группу материальных функций предлагается искать в виде:

$$\begin{aligned} w(x) &= k_1\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{10}b_1 \ln\left(\frac{\cosh(5(1 - x/b_1))}{\cosh(5)}\right)\right) \\ h(\beta) &= k_2\beta^{L_2} + b_2 \\ p(\beta) &= k_3(\exp(L_3\beta) - (1 - b_3)) \end{aligned} \tag{3.7}$$

где k_1, b_1, k_2, L_2, b_2, k_3, L_3, b_3 – материальные константы. Функция $w(x)$ представляет собой сглаженную кусочно линейную функцию, принимающую значение 0 при $x \le b_1$ и имеющую наклон k_1 при $x > b_1$. Восемь констант (3.7) и константа L_4 (2.1), связанная с поверхностью прочности, определяются по экспериментальным кривым Велера и некоторым экспериментам на нерегулярное одноосное нагружение. Рекомендуется использовать две и более кривых Велера для различных коэффициентов асимметрии нагружения $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$. Записывается невязка между предсказаниями модели и

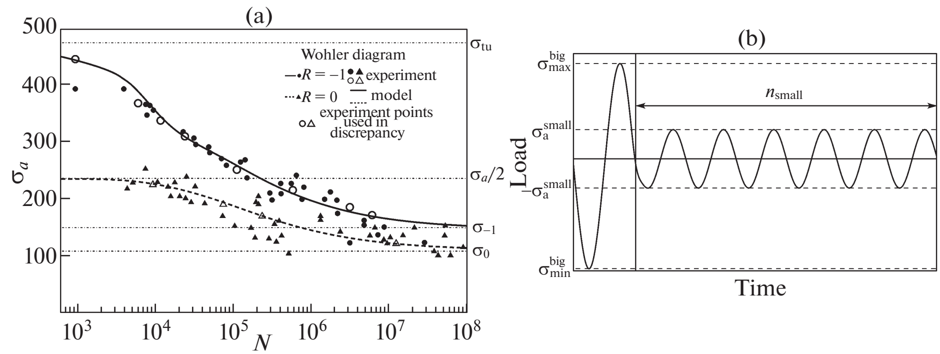

Рис. 4. Диаграмма Велера для AA2024-T4: результаты экспериментов и предсказание модели для симметричных ($R = -1$) и отнулевых ($R = 0$) циклов (a) и один "такт" нерегулярного нагружения [9] (b). По вертикальной оси отложены МПа.

экспериментальными данными, а затем находится набор параметров, соответствующий ее минимуму. Сделать это можно, например, симплекс-методом.

Для AA2024-T4 были использованы две экспериментальные диаграммы Велера с симметричным и отнулевым одноосными нагружениями [13] (рис. 4,a), а также данные по нерегулярному одноосному нагружению [9], представляющие собой эксперименты на усталостное разрушение при наложении периодических перегрузок большой амплитуды на регулярное нагружение малой амплитуды (рис. 4,b). Сплав AA2024-T351, исследованный в [9], отличается от AA2024-T4 лишь небольшим различием в температурной обработке и имеет очень близкие механические свойства [14]. Невязка записывалась как

$$X = \sum_{i=1}^{n} \left(1 - \frac{\ln(N_i)}{\ln(N_i^{\exp})} \right)^2 + \left| q_{10/50}^{\exp} - q_{10/50} \right| \tag{3.8}$$

Первая часть невязки относится к диаграммам Велера; здесь N_i^{exp} есть экспериментальное значение числа циклов до разрушения на i-м нагружении, N_i – предсказание модели на том же нагружении, n – общее число экспериментальных точек, использованных в невязке (обозначены полыми значками на рис. 4,a). Вторая часть невязки относится к нерегулярному нагружению [9], где $q_{10/50}^{exp} = 2.14$ есть отношение экспериментальных значений циклов до разрушения при $n_{\text{small}} = 10$ и $n_{\text{small}} = 50$ для нагружения, изображенного на рис. 4,b при $\sigma_a^{\text{small}} = 110$ МПа, $\sigma_{\min}^{\text{big}} = -414$ МПа, $\sigma_{\max}^{\text{big}} = = 359$ МПа; $q_{10/50}$ – отношение, предсказываемое моделью. Путем минимизации невязки симплекс-методом были найдены значения констант для AA2024-T4:

$$\begin{gathered} k_1 = 1.96\,\text{МПа}, \quad b_1 = 804\,\text{МПа}, \quad k_2 = 1.68\,\text{МПа}, \quad L_2 = 5.94, \quad b_2 = 0.0673\,\text{МПа} \\ k_3 = 10^{-5.54}, \quad L_3 = 2.16, \quad b_3 = 3.09 \times 10^{-4}, \quad L_4 = 1.55 \end{gathered} \tag{3.9}$$

Этому набору констант соответствуют кривые Велера, изображенные на рис. 4,a, и $q_{10/50} = 2.07$.

Последняя материальная функция $f(\angle(\dot{\mathbf{s}}, \mathbf{s} - \boldsymbol{\alpha}))$, отвечающая за накопление поврежденности в зависимости от направления изменения напряжений, разыскивается в виде

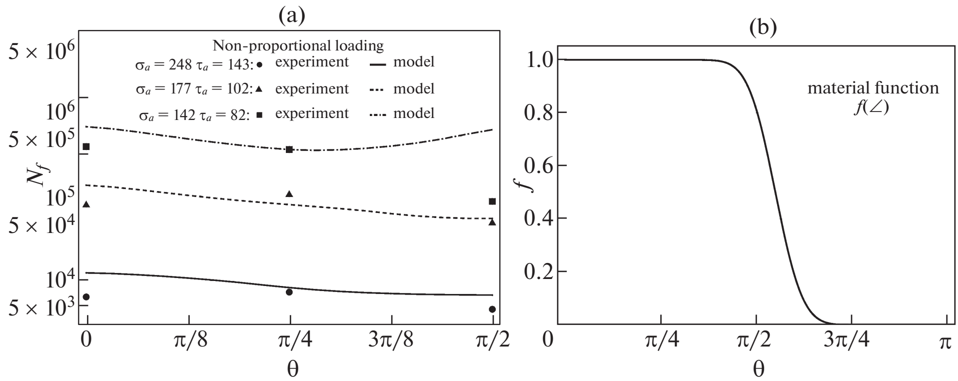

Рис. 5. Сравнение результатов экспериментов на непропорциональное нагружение алюминиевого сплава AA2024-T4 [8] с предсказаниями модели (a), материальная функция $f(\angle)$ при $L_5 = 1.1$, отвечающая за зависимость скорости движения поверхности выносливости от направления изменения напряженного состояния (b).

$$f_0(x) = 1 - \operatorname{erf}\left(3\left(x - L_5\frac{\pi}{2}\right)\right), \quad f(\angle) = \frac{f_0(\angle) - f_0(\pi)}{f_0(\pi) - f_0(0)}$$

Материальная константа L_5 определяется из экспериментов на непропорциональное циклическое нагружение.

Для AA2024-T4 использованы экспериментальные данные [8] для нагружения, состоящего из комбинации циклического одноосного растяжения–сжатия и циклического сдвига, имеющих разность фаз θ:

$$\sigma(t) = \sigma_a\cos(t), \quad \tau(t) = \tau_a\cos(t + \theta)$$

Наименьшее отклонение предсказаний модели от экспериментальных данных достигается при $L_5 = 1.1$. Сравнение экспериментальных данных [8] и результатов расчетов по модели приведено на рис. 5,a; идентифицированная материальная функция $f(\angle)$ изображена на рис. 5,b. Плохое соответствие в случае $\sigma_a = 142$ МПа, $\tau_a = 82$ МПа, $\theta = \pi/2$ может быть следствием завышенного предела выносливости, который обычно не является ярко выраженным для алюминиевых сплавов.

4. Пример расчета. Модель использована для прогноза накопления поврежденности при нерегулярном одноосном нагружении элемента подвески авиадвигателя в течение полетного цикла. На рис. 6 изображена динамика накопления поврежденности на этой истории нагружения, а также движение поверхности выносливости. Расчет по модели (2.1) с набором констант (3.9) показывает, что деталь выдержит $N_f = 4998$ таких полетов, тогда как метод подсчета циклов в комбинации с формулой Одинга [15] эквивалентного отнулевого цикла $\sigma_a^{eq} = \begin{cases} (0.2\sigma_m + \sigma_a)/\sqrt{2}, & \sigma_m < 0 \\ \sqrt{\sigma_a(\sigma_a + \sigma_m)}/\sqrt{2}, & \sigma_m \geq 0 \end{cases}$ и основанный на диаграмме Велера (рис. 3,a), дает результат $N_f = 8226$. Метод подсчета циклов практически не учитывает наличие циклов небольшой амплитуды в истории, даже если они имеют высокое среднее напряжение (в истории на рис. 6, большой цикл с $\sigma_{min} = -234$ МПа, $\sigma_{max} = 421$ МПа дает 99.7%-й вклад в накопление поврежденности).

Одного эксперимента на нерегулярное нагружение, типа изображенного на рис. 3,b, оказывается недостаточно для полной идентификации модели. Так, набор констант

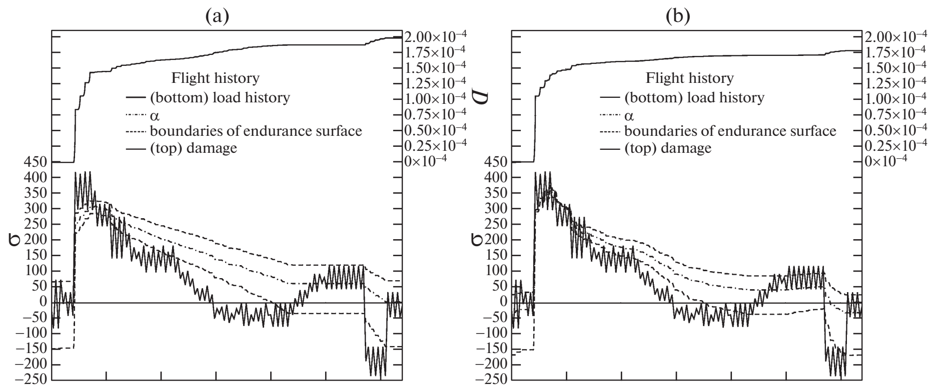

Рис. 6. Расчет динамики накопления поврежденности на полетном цикле с помощью модели (2.1): набор констант (3.9) (a) и набор констант (4.1) (b). Напряжения указаны в МПа.

$$\begin{gathered} k_1 = 0.55\ \text{МПа}, \quad b_1 = 553\ \text{МПа}, \quad k_2 = 1.24\ \text{МПа} \\ L_2 = 1.94, \quad b_2 = 0.0143\ \text{МПа} \\ k_3 = 10^{-6.16}, \quad L_3 = 4.59, \quad b_3 = 0.097, \quad L_4 = 1.36 \end{gathered} \tag{4.1}$$

предсказывает почти идентичные кривые Велера и величину $q_{10/50}$, что и ранее найденный набор (3.9), но дает отличающееся время жизни на нерегулярном нагружении рис. 6: $N_{\text{f}} = 5607$. Недостающим экспериментом может служить нагружение, состоящее из полуциклов большой амплитуды $\sigma_{\text{a}}^{\text{big}}$ и циклов малой амплитуды $\sigma_{\text{a}}^{\text{small}}$ между ними (рис. 7). При $n_{\text{small}} = 8$, $\sigma_{\text{a}}^{\text{small}} = 50$ МПа, $\sigma_{\text{a}}^{\text{big}} = 180$ МПа, наборы констант (3.9) и (4.1) предсказывают соответственно $N_{\text{f}} = 33725$ и $N_{\text{f}} = 50756$. Имея результаты подобного эксперимента, можно было бы выбрать наиболее подходящий набор констант или же сразу добавить эти результаты в невязку (3.8).

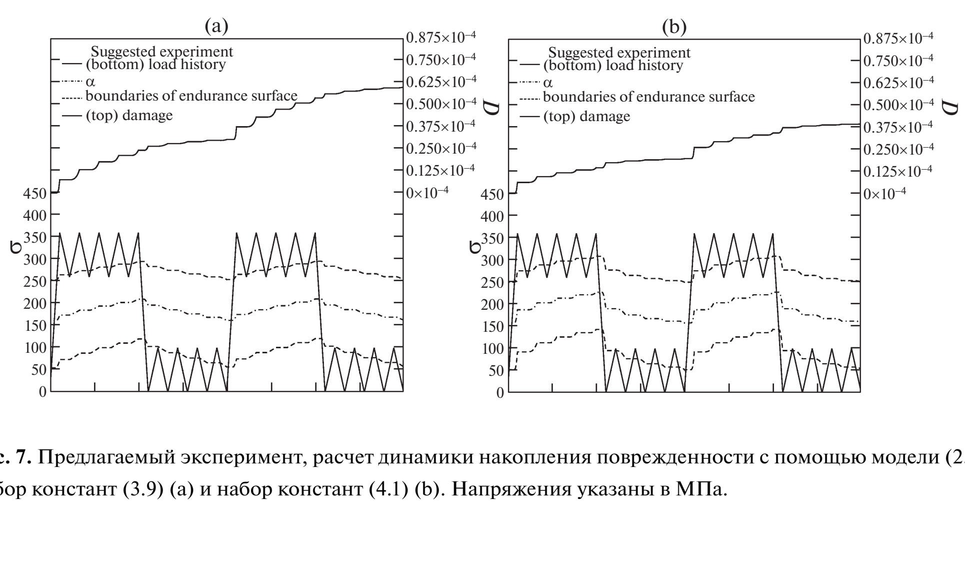

Рис. 7. Предлагаемый эксперимент, расчет динамики накопления поврежденности с помощью модели (2.1): набор констант (3.9) (a) и набор констант (4.1) (b). Напряжения указаны в МПа.

5. Заключение. Сформулированная эволюционная модель, существенно обобщающая формулировку Оттосена, способна описывать довольно широкий комплекс данных многоцикловой усталости, в том числе при нерегулярном и непропорциональном нагружениях. Предложена программа критического эксперимента, необходимого для описания моделью усталостного ресурса в полетных циклах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Стрижиус В.Е.* Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов. М.: Машиностроение, 2012. 271 с.
2. *Воробьёв А.З., Олькин Б.И., Стебенев В.Н., Родченко Т.С.* Сопротивление усталости элементов конструкций. М.: Машиностроение, 1990. 240 с.
3. *Pereira H.F.S.G., DuQuesnay D.L., Jesus A.M.P. De, Silva A.L.L.* Analysis of variable amplitude fatigue data of the P355NL1 steel using the effective strain damage model // ASME. J. Pressure Vessel Technol. 2009. V. 131. № 5. P. 051402. https://doi.org/10.1115/1.3147986
4. *Schütz W., Heuler P.* Miner's rule revisited // An assessment of fatigue damage and crack growth prediction techniques. AGARD Report. 1994. № 797. P. 1.1.
5. *Ekvall J.C., Young L.* Converting fatigue loading spectra for flight-by-flight testing of aircraft and helicopter components // J. Test. Eval. 1976. V. 4. № 4. P. 231–247. https://doi.org/10.1520/JTE10207J
6. *Волков И.А., Игумнов Л.А.* Введение в континуальную механику поврежденной среды. М.: Физматлит, 2017. 304 с.
7. *Ottosen N.S., Stenström R., Ristinmaa M.* Continuum approach to high-cycle fatigue modeling // Int. J. Fatigue. 2008. V. 30. № 6. P. 996–1006. https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2007.08.009
8. *Xia T., Yao W., Zou J., Gao D.* A novel accumulative fatigue damage model for multiaxial step spectrum considering the variations of loading amplitude and loading path // Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct. 2015. V. 39. № 2. P. 194–205. https://doi.org/10.1111/ffe.12349
9. *Jurcevic. R., DuQuesnay D.L., Topper T.H., Pompetzki M.A.* Fatigue damage accumulation in 2024-T351 aluminium subjected to periodic reversed overloads // Int. J. Fatigue. 1990. V. 12. № 4. P. 259–266. https://doi.org/10.1016/0142-1123(90)90453-L
10. *Cai X., Li X., Xu J.* Fatigue limit and life evaluation formulae for compressive mean stress states // Mater. Sci. Technol. 2018. V. 34. № 17. P. 2166–2173. https://doi.org/10.1080/02670836.2018.1522100
11. *Forrest P.G.* Fatigue of metals. Oxford: Pergamon press, 1962. 436 p.
12. *Kolupaev V.A.* Equivalent stress concept for limit state analysis. Cham: Springer, 2018. 365 p.
13. *Rice R.C., Jackson J.L., Bakuckas J., Thompson S.* Metallic materials properties development and standartization – 01. Springfield: National technical information service, 2003. 1632 p.
14. *Kaufman G.J.* Introduction to aluminum alloys and tempers, Chapter 4. Materials Park: ASM International, 2000. 242 p.
15. *Одинг И.А.* Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов. М.: Машгиз, 1962. 260 с.