

УДК 539.374

## СРАВНЕНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СВЕТА И ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ДВИЖЕНИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ СРЕДАХ

© 2022 г. Ю. К. Бивин<sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup>Институт проблем механики им. Ишлинского РАН, Москва, Россия

\*e-mail: ssb@post.com

Поступила в редакцию 23.11.2020 г.

После доработки 10.12.2020 г.

Принята к публикации 14.12.2020 г.

Полученные в экспериментах результаты скоростного входа в воду и при пересечении плоской границы воздух-пластилин твердыми телами сравнивается со свойствами света, проявляющимися в сходных условиях. Выстрелы производились по нормали и под углом к поверхности сферическими телами одиночными, выстроенными гуськом или уложенными плотно в тонкий деревянный стаканчик слоями по семь шаров (один в центре и шесть вокруг). Это позволило сравнить явление отражения рикошета, преломление, дифракции, интерференции.

*Ключевые слова:* свет, твердое тело, траектория, рикошет, отражение, преломление, дифракция, интерференция

DOI: 10.31857/S0572329922010044

При выяснении природы света Декарт и Ньютон рассматривали отражение света от зеркальной поверхности и его преломление при пересечении границы раздела прозрачных сред. Похожее поведение демонстрирует упругий шар при соударении с твердой преградой или когда он на скорости пересекает границу раздела двух деформируемых сред. При пересечении лучом света или шаром не по нормали к границе раздела сред происходит преломление траектории. Но при переходе луча света из воздуха в воду угол между ним и нормалью к поверхности уменьшается, а у шара увеличивается. Для света Снелл определил закон преломления при переходе его через границу раздела прозрачных сред в виде

$$K = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

Затем Ферма установил принцип, которому следует свет при своем движении, принцип наименьшего времени, из которого следует и закон Снелла. Принцип реализуется потому, что луч света в однородных средах распространяется прямолинейно с постоянной скоростью, но отличающейся в зависимости от их свойств. К тому же при переходе через плоскую границу двух сред скорость меняется скачком. В результате коэффициент преломления  $K$ , определяемый законом Снелла приобретает форму

$$K = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{V_i}{V_r}$$

где  $\theta$  — угол между нормалью к поверхности раздела и вектором скорости. Нижние индексы обозначают:  $i$  — начальную скорость подхода и угол подхода,  $r$  — их значения

по пересечении границы. То есть коэффициент преломления зависит от отношения скоростей в контактирующих средах.

В отличие от света движение шара в среде происходит с потерей скорости. При косом входе шара из воздуха в воду сохраняется прямолинейность траектории после удаления от границы. Но шар имеет различимые нами размеры, и поэтому от начала погружения и до удаления от границы раздела на расстояние 1.3 диаметра можно наблюдать искривление траектории [1, 2]. Силы сопротивления среды на этом участке изменяют направление движения шара. В этой зоне формируется то, что произойдет дальше: преломление траектории и прямолинейное погружение шара вглубь среды (рис. 1), или рикошет шара (рис. 2). Эксперименты по косому входу в воду стального и дюралевого шара и теоретические расчеты с учетом всех этих факторов [2, 3] привели к следующему значению критического угла между вектором скорости и поверхностью воды  $\beta_c$ , разделяющего их значения, при которых происходит либо рикошет либо вход в воду. Угол в радианах.

$$\beta_c^2 = (10\eta)^{-1} - 4/F$$

где  $\eta$  – отношение плотностей материала сферы и жидкости,  $F = v_0^2/(rg)$  – число Фруда,  $v_0$  – скорость соударения,  $r$  – радиус сферы,  $g$  – ускорение свободного падения. Однако, влияние числа Фруда для стального шара диаметром 1 см становится очень малым уже при скорости 50 м/с, и  $\theta_c$  практически не зависит от скорости вплоть до 900 м/с. Скоростная киносъемка входа сферы в воду показала, что при достаточной начальной скорости можно с хорошей точностью определить положение прямолинейного участка траектории относительно свободной поверхности среды. Оказалось, что так же, как и у света, для воды коэффициент преломления определяется отношением синуса угла, образованного вектором скорости и нормалью к поверхности воды, к синусу угла по пересечении границы раздела

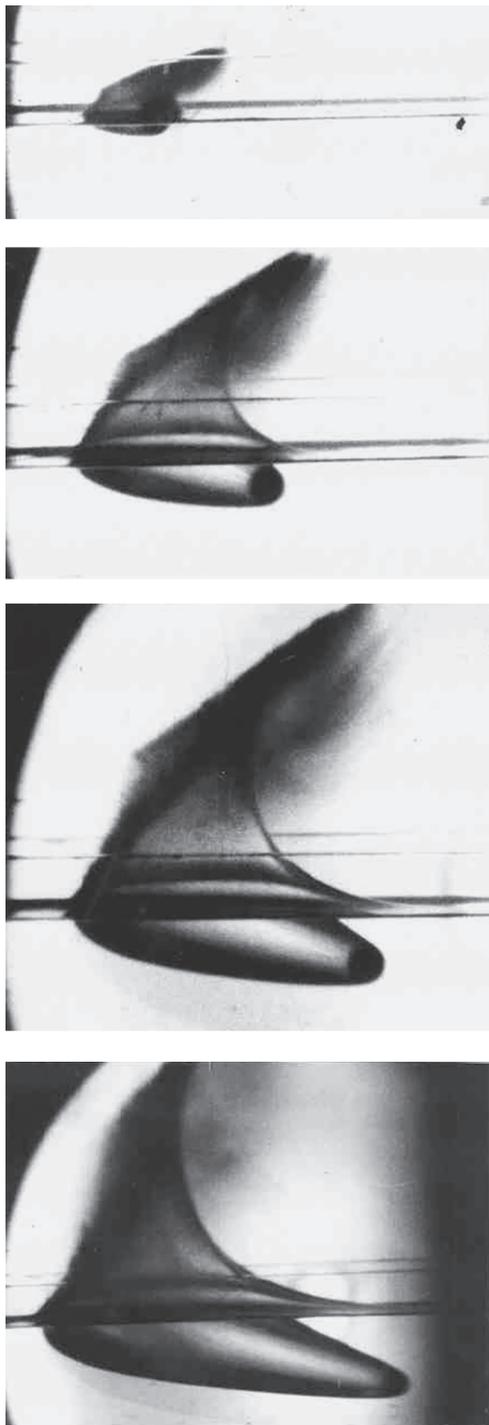
$$K = \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r}$$

Он не зависит от скорости и угла входа пока  $\sin \theta_r \leq 1$ . При равенстве единице

$$K = \sin \theta_c = \sin \left( \frac{\pi}{2} - (10\eta)^{-2} \right)$$

Здесь  $K$  зависит от отношения плотностей шара и воды. Плотность воздуха, из которого шар входит в воду, сравнительно мала и роли не играет. Но когда плотности контактирующих сред сравнимы, это должно отразиться на значении коэффициента преломления, как проявляется в случае света, когда  $K$  зависит от отношения скоростей в средах.

Опыты по косому входу шара в пластилин, который отличается от воды удельной плотностью и наличием прочности, позволили также определить существование прямолинейного участка траектории после прохождения границы раздела воздух-пластилин (рис. 3), и предельную глубину погружения при рикошете (рис. 4). На рис. 4 видна траектория движения шара при критическом угле входа в пластилин. Влияние отношения удельных плотностей на критический угол приведено выше, а возможность определить коэффициент преломления показала, что он не зависит от угла входа при постоянной скорости, но при постоянном угле меняется с изменением начальной скорости. С ростом начальной скорости соударения коэффициент приближается к его значению для жидкости, имеющей плотность пластилина (рис. 5). Рис. 5 показывает зависимость критического угла рикошета  $\theta_c$  от начальной скорости входа  $v_0$  м/с, где ● – вода, ○ – песок, “+” – пластилин, штриховая прямая – вычисление по Биркгофу для воды, штрих-пунктир – вычисление по Биркгофу для жидкости с плотностью



**Рис. 1.** Преломление траектории и прямолинейное погружение шара вглубь среды при проникании из воздуха в воду.

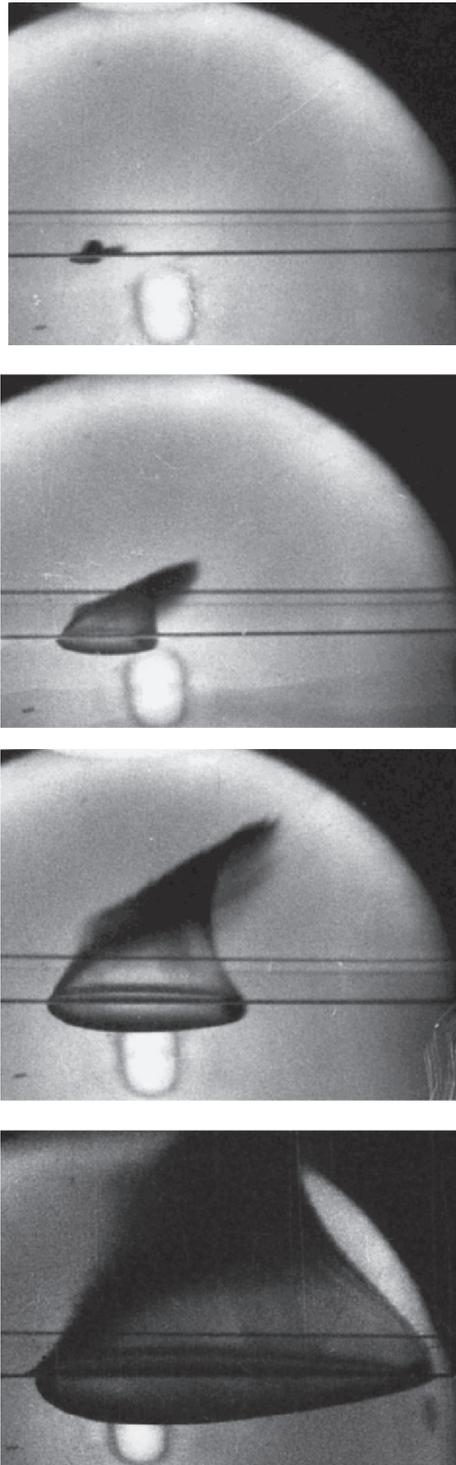
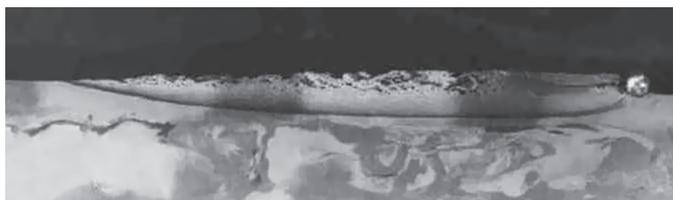


Рис. 2. Рикошет шара при проникании из воздуха в воду.



**Рис. 3.** Вид траектории движения шара при входе в пластилин вдали от свободной поверхности.



**Рис. 4.** Траектория движения шара при критическом угле входа в пластилин.

пластилина. При больших скоростях коэффициент преломления в механике зависит от отношения плотностей шара и среды, при входе из воздуха. В оптике, как отмечалось, от отношения в них скоростей света. Но в первом случае, при переходе из менее плотной среды в более плотную он меньше единицы, а во втором больше единицы. Это противоречие, в какой-то мере, решается в электродинамике.

При пересечении лучом света границы раздела прозрачных сред при определенных углах могут возникнуть либо полное внутреннее отражение, либо разделение его на отраженный и преломленный, либо преломление. При наклонном входе одного шара происходит отражение (рикошет) или преломление. Экспериментальные исследования по наклонному входу группы тел в упругопластическую среду [4] показали возможность возникновения такой же ситуации, как в оптике. На рис. 6 приведен результат внедрения движущихся в воздухе гуськом двух шаров, а на рис. 7 – трех шаров, под

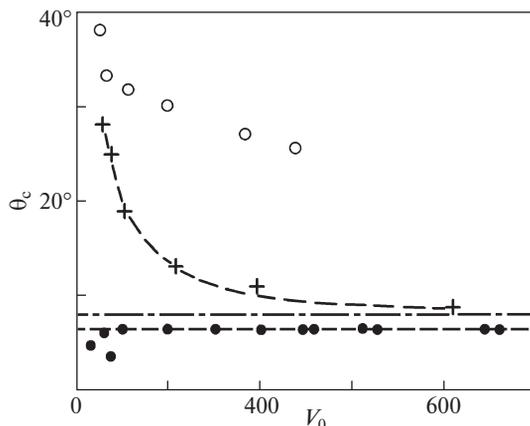


Рис. 5. Зависимость критического угла рикошета  $\theta_c$  от начальной скорости входа  $v_0$  [м/с] • – вода, ○ – песок, “+” – пластилин, штриховая прямая – вычисление по Биркгофу для воды, штрих-пунктир – вычисление по Биркгофу для жидкости с плотностью пластилина.

различными углами. При скорости входа 250 м/с критический угол входа в пластилин стального шарика, отсчитываемый от горизонта, составляет 12°. Если при тех же условиях в пластилин входят гуськом два шарика, то рикошетирует только первый шар. Это же происходит при угле входа  $\beta$  в пределах  $9^\circ < \beta \leq 13^\circ$ . Нет рикошета у обоих при  $\beta \geq 14^\circ$ , оба рикошетируют при  $\beta < 9^\circ$ . В случае трех шариков рикошет может происходить одного, двух и трех шариков. Один рикошетирует при  $9^\circ \leq \beta \leq 14^\circ$ , два – при  $7^\circ < \beta < 9^\circ$ , все три – при  $\beta \leq 7^\circ$ . При  $\beta > 15^\circ$  все проникают в среду. При косом входе четырех шариков один рикошетирует при  $9^\circ \leq \beta \leq 15^\circ$ , два – при  $7^\circ < \beta \leq 9^\circ$ , все – при  $\beta \leq 7^\circ$ , нет рикошета при  $\beta > 16^\circ$ . Рикошет трех шариков получить не удалось. Очевидно, на рикошет первого шарика главным образом влияет второй. На рикошет двух шариков третий оказывает гораздо меньшее влияние, а четвертый в развитии рикошета роли фактически не играет. Т.е. и у шаров могут происходить полное внутреннее отражение, преломление с отражением и только преломление.

Для количественной оценки таких же событий, происходящих при наклонном входе света в прозрачную среду, вводят понятие интенсивностей отраженной  $R$  и преломленной  $T$  волны. Для них в электродинамике дается следующее соотношение

$$R = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2(i - r)}{\sin^2(i + r)} + \frac{\tan^2(i - r)}{\tan^2(i + r)} \right] \quad (1)$$

Здесь  $R$  – отношение интенсивности отраженной и падающей волны – коэффициент отражения,  $i$  – угол падения,  $r$  – угол преломления. Величина коэффициента  $T$  определяется из равенства  $R + T = 1$  при отсутствии потерь. В опытах с шарами задается угол падения, а коэффициент отражения оценивается по относительному количеству рикошетировавших шаров. Как ясно видно из рис. 6 и рис. 7, угол преломления определить невозможно. Но тенденция выясняется, если на полученных фотографиях указать угол падения. Становится ясно, что  $i \leq r$ . А это должно следовать из того, что коэффициент преломления в нашем случае меньше единицы. Из приведенного соотношения можно вычислить  $r$ , задавшись  $i$  и  $R$ , которое определяем как отношение вылетевших из пластилина шаров к общему числу. Из двух решений уравнения (1) есть одно, которое удовлетворяет условию  $i \leq r$ . При этом  $r \leq \pi/2$ , если угол падения мень-

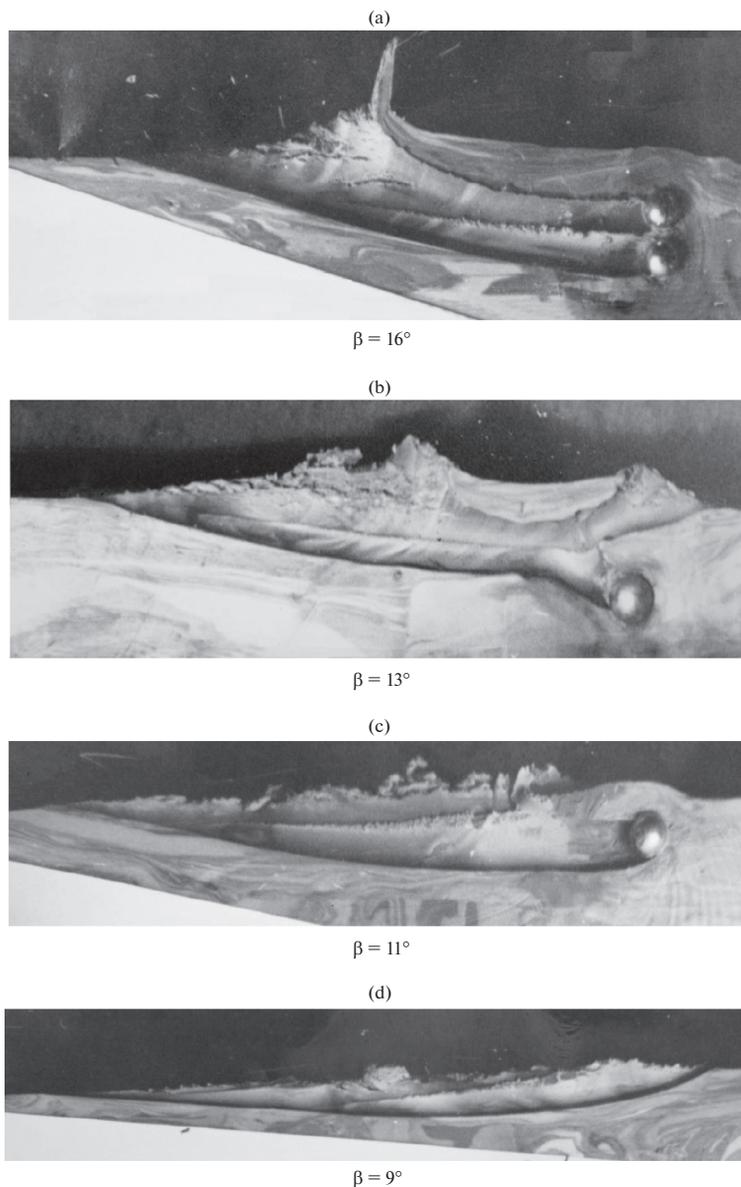


Рис. 6. Косой вход гуськом двух шаров под различными углами.

ше угла, при котором все шары данной группы рикошетируют. Если угол падения равен углу, при котором происходит полный рикошет (полное отражение  $R = 1$ ), то  $r = \pi/2$ . Такие ответы дает решение уравнения (1). Они не противоречат результатам в области механики.

В случае послыного расположения шариков разница между углами, при которых происходит внедрение всех шариков, и углом, при котором все они рикошетируют, значительно увеличивается. При этих экспериментах шарики для выстрела укладываются

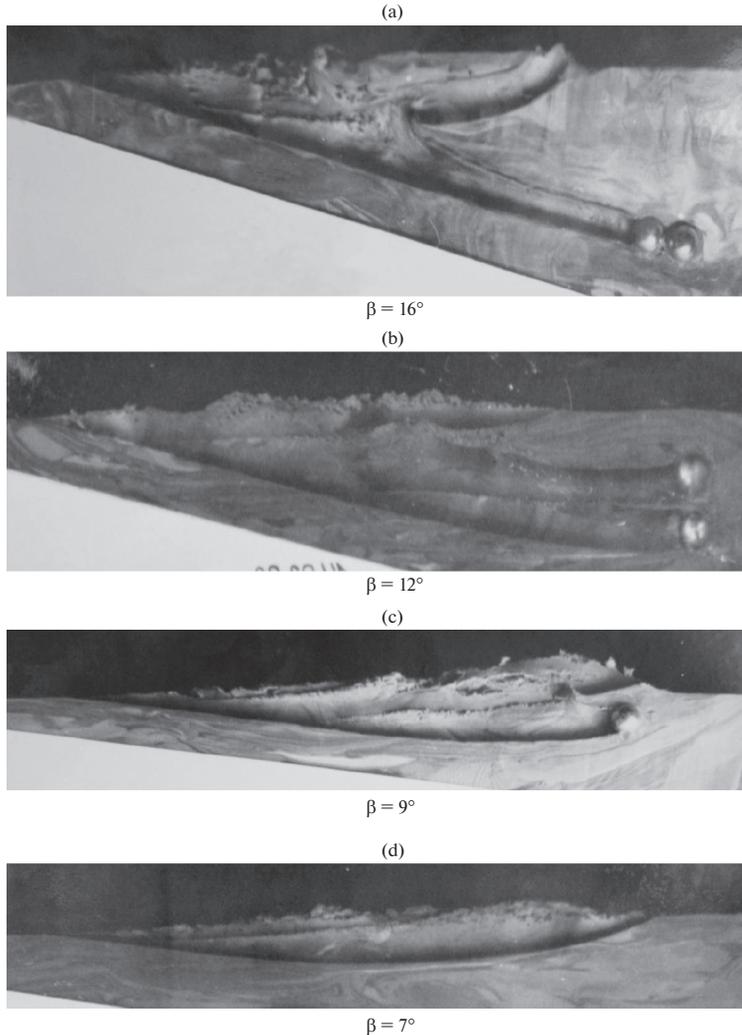


Рис. 7. Косой вход гуськом трех шаров под разными углами.

лись плотно в тонкий деревянный стаканчик послойно по 7 штук в слое, один в центре. Внутренний диаметр стаканчика был равен трем диаметрам шариков.

Например, при 28 стальных шариках, уложенных в деревянный стакан в 4 слоя, все внедряются при угле между вектором скорости и поверхностью пластины больше  $45^\circ$ , а рикошетируют все при угле меньше  $5^\circ$ . Скорость входа 250 м/с, температура пластины  $20^\circ + 0.5^\circ\text{C}$ . В промежутке между этими углами количество рикошетирующих шариков убывает по мере возрастания угла входа. Экспериментальные данные для этого типа тел представлены на рис. 8. По оси ординат показана доля внедрившихся шариков  $n$ , по оси абсцисс – величина  $\theta_r = (\beta - \beta_1)/(\beta_2 - \beta_1)$ , где  $\beta$  – угол наклона к поверхности пластины вектора скорости входа,  $\beta_1$  – угол входа, при котором все шарики рикошетируют,  $\beta_2$  – угол входа, при котором все шарики внедряются. Темными точками отмечены результаты для тела, состоящего из 28 шариков, светлыми – из 21

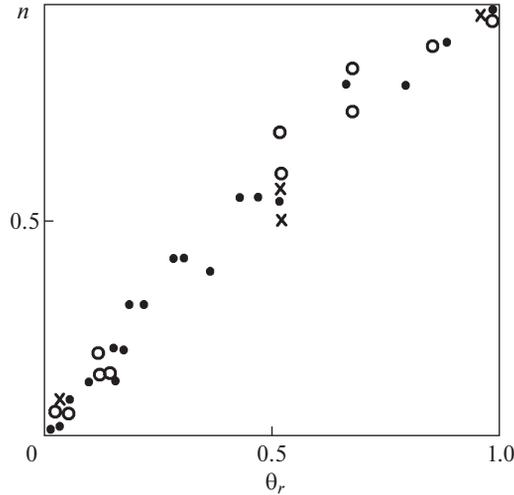


Рис. 8. Доля внедрившихся шариков  $n$  в зависимости от параметра  $\theta_r = (\beta - \beta_1)/(\beta_2 - \beta_1)$ .

(три слоя), крестиками — из 14 (два слоя). В отмеченных координатах результаты для всех трех тел мало отличаются.

Если вектор скорости на входе образует с нормалью к поверхности  $i = 50^\circ$ , то внедряются  $n = 87.5\%$  шариков. Значит коэффициент отражения  $R = 0.125$ . В этом случае из уравнения (1) для угла преломления получаем значение в пределах  $i < r = 71.6^\circ < 90^\circ$ , что соответствует характеристикам контактирующих сред. Когда  $i = 60^\circ$ ,  $n = 63.5\%$ ,  $R = 0.375$ , угол преломления  $r = 87^\circ < 90^\circ$ . При  $i = 80^\circ$ ,  $n = 0.25$ ,  $R = 0.75$ , угол преломления  $r = 88^\circ < 90^\circ$ . В случае  $i = 85^\circ$  все шарики рикошетируют (полное внутреннее отражение)  $R = 1$ , вычисление дает  $r = 90^\circ$ . Все шарики погружаются при  $i = 45^\circ$ . В этом случае  $R = 0$ , а сумма углов  $r + i = 90^\circ$ . В оптике угол падения, при котором  $r + i = 90^\circ$  и  $R = 0$ , называется углом Брюстера. Можно ли говорить о влиянии на рикошет и преломление, например, способа укладки шариков? В нашем случае, плоскость, на которой находятся шарики в слое, перпендикулярны вектору скорости и расположены на расстоянии одного диаметра друг от друга. Это похоже на определение плоской монохроматической волны. Возможно такое расположение шариков привело к совместно-му выполнению условий Брюстера.

В этих экспериментах угол преломления невозможно определить. Он складывается, как показали эксперименты с одним шаром, при погружении его на глубину  $1.3d$ , а дальше шар движется прямолинейно. При послойном расположении шаров, они при погружении расходятся под различными углами к поверхности. Вычисленные с помощью (1) значения  $r$  дают его оценку, не противоречащую теории.

При погружении по нормали к поверхности и послойном начальном расположении шариков периферийные шарики при погружении удаляются от траектории движения центральных шариков. На рис. 9 показана в разрезе каверна от внедрения в пластилин 21 шарика, уложенного в три слоя. Эти эксперименты приводятся для сравнения с результатами опытов Френеля по дифракции света на малом круглом отверстии в экране. Три центральных шарика идут по прямой до остановки. Два по бокам — это два из шести шариков первого слоя, остановившихся на той же глубине, и равномерно расположенных по окружности концентричной оси каверны центральных шариков. На рис. 10 показано положение шариков в среде после остановки каждого слоя. Пред-

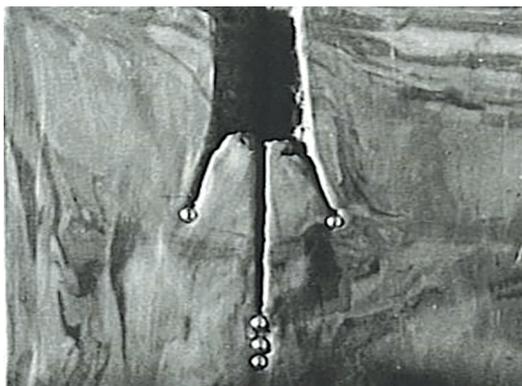


Рис. 9. Каверна при проникании в пластилин 21 шарика, уложенного в три слоя.

ставлены результаты проникания тел с различным числом слоев шаров, но с одинаковыми начальными скоростями. Косые кресты — один слой, светлые точки — два, темные точки — три, прямые кресты — четыре, треугольники — пять. По оси ординат — глубина проникания  $H^*$ , по оси абсцисс — расстояние до оси симметрии каверны  $x$ . Обе величины отнесены к диаметру шарика. В случае одного слоя центральный шарик проникает на меньшую глубину, чем одиночный (рис. 11). На рис. 11 видна каверна в пластилине при ударе семью шарами, плотно лежащими в одной плоскости (один в центре, шесть вокруг). С увеличением числа слоев расстояние шариков первого слоя относительно оси каверны и между ними по окружности растет. Расположение одинакового числа шариков в слое по окружности разных диаметров напоминает дифракционные кольца, образующиеся на плоском экране при падении на него света, прошедшего через круглое отверстие. В центре наибольшая плотность шаров, по удалении от него плотность убывает. Такое распределение плотностей колец Френеля

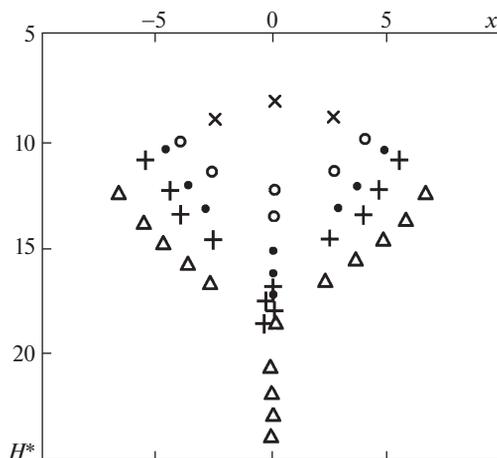


Рис. 10. Положения шаров в пластилине при стрельбе с одной и той же скоростью телами, состоящими из шаров, уложенных слоями в поддоне по 7 шт. в слое.



**Рис. 11.** Каверна в пластилине при ударе семью шарами, плотно лежащими в одной плоскости (один в центре, шесть вокруг).

получается при выполнении условия  $d^2 \sim 2Ll$ , где  $d$  – диаметр препятствия,  $L$  – расстояние до препятствия,  $l$  – длина волны. Это условие выполняется, если в нашем случае принять  $d$  – диаметр слоя шариков,  $L$  – глубина проникания,  $l$  – диаметр шарика.

В нашем случае, при соударении со средой переднего слоя, возникает не только сила сопротивления среды, но и давление шариков друг на друга. Для центральных шариков сопротивление среды осесимметрично, контакт с боковыми шариками сразу прекращается, как только они входят в соприкосновение со средой. Это вызвано тем, что перед ними возникает движение среды поперек направления погружения, приводящее к образованию каверны и поля напряжений, также уводящее их от линии движения центральных шариков [5].

В приведенных сравнениях фигурировали с одной стороны результаты, полученные в экспериментах с твердыми телами при их внедрении и движении по инерции в деформируемой среде, а с другой стороны – известные проявления свойств света как волнового процесса. В первом случае для описания используются законы динамики твердого тела и сплошной среды (законы Ньютона). Во втором – привлекаются и законы электродинамики. В представленных примерах (отражение, преломление, дифракция, интерференция) имеются как общие черты, так и различия. Такие факты часто бывают весьма плодотворны.

Работа выполнена по теме госзадания ИПМех РАН (номер госрегистрации АААА-А20-120011690132-4).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бивин Ю.К. Косой удар твердого тела о грунт или воду // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 6. С. 185–189.
2. Бивин Ю.К. Изменение направления движения твердого тела на границе раздела сред // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 105–109.
3. Johnson W., Reid S. R. Ricochet of spheres off water // J. Mech. Eng. Sci. 1975. V. 17. № 2. P. 71–81.
4. Бивин Ю.К. Косой вход группы тел в упругопластическую среду // Изв. РАН. МТТ. 1993. № 4. С. 170–173.
5. Бивин Ю.К. Движение твердого тела в возмущенной среде // Изв. РАН. МТТ. 2002. № 5. С. 91–98.