

УДК 531.383,62-50

ВЫСОКОТОЧНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ КОЛЕБАНИЯ РЕЗОНАТОРА ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

© 2022 г. А. Б. Шаталов^{a,*}, С. В. Соколов^{b,**},
В. А. Погорелов^{c,***}, И. Н. Гашененко^{a,****}

^aРоссийский университет дружбы народов, Институт инновационных инженерных технологий,
Москва, Россия

^bМосковский технический университет связи и информатики, Москва, Россия

^cДонской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

*e-mail: shatalovab@yandex.ru

**e-mail: s.v.s.888@yandex.ru

***e-mail: vadim.pogorelov.rnd@gmail.com

****e-mail: gashenenko@mail.ru

Поступила в редакцию 10.04.2020 г.

После доработки 12.08.2020 г.

Принята к публикации 07.09.2020 г.

Для повышения точности работы волнового твердотельного гироскопа (ВТГ) построена стохастическая модель колебаний кромки резонатора и выходного сигнала чувствительного элемента (ЧЭ) ВТГ в форме “объект-наблюдатель”, учитывающая особенности динамики выходного сигнала ЧЭ и наличие широкополосных помех. Для оценки амплитуды колебаний резонатора предложено использование фильтра Калмана. Приведены результаты численного моделирования, иллюстрирующие эффективность использования предложенного метода.

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, фильтр Калмана, амплитуда колебаний, кромка резонатора

DOI: 10.31857/S057232992201010X

Введение. Совершенствование технологий изготовления волновых твердотельных гироскопов (ВТГ) обеспечивает им все большее применение в навигационно-измерительных комплексах самого различного назначения [1–7]. Но, несмотря на резкое улучшение технических характеристик ВТГ за последние годы, их точность по-прежнему существенно уступает точности механических и лазерных гироскопов [8–11]. В связи с этим проблема повышения точности для ВТГ на сегодняшний день остается одной из основных. Ее решение осуществляется по многим направлениям, из которых следует выделить в качестве особо перспективного направление обработки выходной информации чувствительных элементов (ЧЭ) ВТГ (пьезоэлементов, оптических датчиков и др.), измеряющих амплитуду колебаний его резонатора с неизбежными и весьма интенсивными широкополосными помехами [12]. В настоящее время для фильтрации зашумленных измерений ЧЭ ВТГ применяется метод наименьших квадратов (МНК) [13]. Его основным недостатком является то, что данный метод не является алгоритмически инвариантным. Время его работы растет экспоненциально с увеличением входных данных, что существенно затрудняет его использование в алгорит-

мах обработки выходной информации ВТГ. Кроме того, оценки, получаемые с использованием МНК, будут точны только для небольшого интервала времени. В связи с этим возникает необходимость постоянного перерасчета уравнения регрессии по мере поступления новых измерений, осложняемого известными трудностями подбора уравнения регрессии при построении модели выходного сигнала ВТГ [14].

Подобная проблема обуславливает необходимость разработки новых методов обработки измерительной информации ВТГ, учитывающих особенности динамики выходного сигнала ВТГ и обеспечивающих заданную точность его оценки в условиях широкополосных интенсивных помех. Рассмотрим далее один из возможных вариантов решения данной проблемы.

1. Постановка задачи. Как показано в [15], динамика ВТГ может быть описана системой двух линейных обыкновенных нестационарных дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих возбуждаемую моду (режим возбуждения) и измеряемую моду (режим чувствительности):

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 + 2\xi\omega\dot{x}_1 + (\omega^2 - \Omega^2)x_1 &= f_1 - 2K\Omega\dot{x}_2 - K\dot{\Omega}x_2 \\ \ddot{x}_2 + 2\xi\omega\dot{x}_2 + (\omega^2 - \Omega^2)x_2 &= f_2 + 2K\Omega\dot{x}_1 + K\dot{\Omega}x_1\end{aligned}\quad (1.1)$$

где x_1, x_2 – деформация кромки резонатора в режимах возбуждения и чувствительности соответственно, ω – собственная частота резонатора, соответствующая второй форме колебаний, ξ – относительный коэффициент демпфирования, Ω – угловая скорость основания, f_1, f_2 – ускорения кромки резонатора, вызванные внешними силами, K – коэффициент Брайана (для второй формы колебаний равный 0.4).

При выполнении типичных для практики условий работы ВТГ [1, 2, 13, 15]:

– угловая скорость основания намного меньше собственной частоты резонатора $\Omega \ll \omega$;

– элементы возбуждения действуют только на координату x_1 , т.е. $f_2 = 0$;

– угловая скорость основания постоянна $\dot{\Omega} = 0$;

– ускорение кромки резонатора, обусловленное действием элементов возбуждения, намного больше ускорения Кориолиса $f_1 \gg 2K\Omega\dot{x}_2$;

уравнения (1.1) трансформируются в систему линейных стационарных уравнений

$$\begin{aligned}\ddot{x}_1 + \frac{\omega}{Q}\dot{x}_1 + \omega^2 x_1 &= f_1 \\ \ddot{x}_2 + \frac{\omega}{Q}\dot{x}_2 + \omega^2 x_2 &= 2K\Omega\dot{x}_1\end{aligned}\quad (1.2)$$

где $Q = 1/(2\xi)$ – добротность резонатора.

При формировании возбуждения резонатора по гармоническому закону $f_1 = f_0 \sin vt$, где f_0, v – амплитуда и частота ускорения, обусловленного действием элементов возбуждения, в установившемся режиме резонансной настройки решение первого уравнения системы (1.2) имеет вид [15]

$$x_{1res} = -x_{1r} \cos vt$$

где $x_{1r} = f_0 Q / \omega v$, и, соответственно, уравнение движения кромки резонатора в режиме чувствительности может быть записано следующим образом:

$$\ddot{x}_2 + \frac{\omega}{Q}\dot{x}_2 + \omega^2 x_2 = 2K\Omega\dot{x}_1 = 2K\Omega x_{1r} v \sin vt \quad (1.3)$$

Решением данного уравнения в установившемся режиме является временной сигнал, измеряемый чувствительными элементами ВТГ:

$$x_2 = -2K\Omega x_{1r} \frac{Q}{v} \cos vt$$

Соответственно, с выхода ЧЭ ВТГ (пьезоэлементов, оптических датчиков и др.) снимается измерительный сигнал, который с учетом неизбежных помех измерения W_1 может быть записан следующим образом:

$$z_1 = x_2 + W_1 = -2K\Omega x_{1r} \frac{Q}{v} \cos vt + W_1 \quad (1.4)$$

Так как помехи измерения W_1 обусловлены, как правило, значительным числом равномошных случайных факторов (вариациями температуры, случайными перегрузками, флуктуациями питания, конструктивными погрешностями ЧЭ и др.), то с целью сохранения общности последующих рассуждений полагаем далее помеху измерения W_1 белым гауссовским шумом с нулевым средним и известной интенсивностью D_{W1} .

В силу того, что измеряемый сигнал x_2 является высокочастотным, для его оценки по стохастическим измерениям (1.4) целесообразно использовать не традиционные методы статистической обработки сигналов [14], а методы стохастической оценки динамических сигналов [18, 19]. Т.к. оцениваемый сигнал x_2 описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка, то с точки зрения точности оценивания здесь наиболее эффективным оказывается линейный фильтр Калмана (ФК), обеспечивающий минимум среднеквадратической ошибки оценки. Но построение данного фильтра непосредственно с использованием уравнения (1.3), содержащего неизвестный параметр Ω в правой части, оказывается невозможным. В связи с этим возникает необходимость разработки нового подхода, обеспечивающего минимальную в среднеквадратическом ошибку оценки амплитуды колебания резонатора ВТГ x_2 в условиях неизбежных помех измерения.

2. Решение задачи. Для решения задачи построения уравнений стохастической оценки сигнала x_2 сформируем помимо сигнала x_2 дополнительный сигнал x_3 , образованный сдвигом гармонического сигнала x_2 на $\pi/2$ (например, за счет использования типовой фазосдвигающей цепи [20]):

$$x_3 = 2K\Omega x_{1r} \frac{Q}{v} \sin vt$$

который далее подвергается зашумленному измерению

$$z_2 = x_3 + W_2 = 2K\Omega x_{1r} \frac{Q}{v} \sin vt + W_2 \quad (2.1)$$

где помеху измерения W_2 в силу упомянутых ранее соображений полагаем белым гауссовским шумом с нулевым средним и известной интенсивностью D_{W2} .

Из выражения сигнала измерения (2.1) может быть получено с точностью до постоянного множителя v следующее представление правой части уравнения (1.3):

$$(z_2 - W_2) \frac{v}{Q} = 2K\Omega x_{1r} \sin vt$$

Подстановка полученного выражения в уравнение движения кромки резонатора в режиме чувствительности приводит к стохастическому дифференциальному уравнению, не содержащему параметрической неопределенности:

$$\ddot{x}_2 + \frac{\omega}{Q} \dot{x}_2 + \omega^2 x_2 = z_2 \frac{v^2}{Q} - \frac{v^2}{Q} W_2$$

Для возможности дальнейшего использования методов стохастической фильтрации представим данное уравнение в векторной форме Ланжевена:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{20} \\ \dot{x}_{21} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\frac{\omega}{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{20} \\ x_{21} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ z_2 \frac{v^2}{Q} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ v^2 \frac{v^2}{Q} \end{bmatrix} W_2 = A \begin{bmatrix} x_{20} \\ x_{21} \end{bmatrix} + B - CW_2, \quad x_2 = x_{20} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -\frac{\omega}{Q} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ z_2 \frac{v^2}{Q} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ v^2 \frac{v^2}{Q} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Выбирая в качестве сигнала наблюдения за координатой $x_2 = x_{20}$ сигнал измерения z_1 , уравнение наблюдателя получаем в форме (1.4):

$$z_1 = x_{20} + W_1 = H \begin{bmatrix} \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \end{bmatrix} + W_1$$

где $H = [1 \ 0]$, а соответствующий линейный ФК для оценки сигнала $x_2 = x_{20}$ — в виде (2.2):

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_{20} \\ x_{21} \end{bmatrix} + B + K(z_1 - \hat{x}_{20}) \quad (2.2)$$

$$\dot{R} = AR + RA^T + CD_{W_2}C^T - KD_{W_1}K^T = AR + RA^T + CC^TD_{W_2} - RH^T H R D_{W_1}^{-1}$$

$$K = RH^T D_{W_1}^{-1}$$

$$\hat{x}_{20}(0) = -2Kx_{1r} \frac{Q}{v} M[\Omega], \quad \hat{x}_{21}(0) = 0,$$

$$R(0) = M \left[\begin{pmatrix} x_{20}(0) \\ x_{21}(0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{x}_{20}(0) \\ \hat{x}_{21}(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{20}(0) \\ x_{21}(0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{x}_{20}(0) \\ \hat{x}_{21}(0) \end{pmatrix} \right]^T$$

где $\hat{x}_{20}, \hat{x}_{21}$ — оценки сигнала x_2 и скорости его изменения, R — апостериорная ковариационная матрица.

Выбор значения $M[\Omega]$ осуществляется исходя из априорной информации о скорости вращения основания ВТГ: при нулевой скорости вращения основания значение $M[\Omega]$ следует выбирать равным значению проекции скорости вращения Земли на ось чувствительности ВТГ.

Для увеличения наблюдаемости вектора $[\hat{x}_{20} \ \hat{x}_{21}]^T$ можно использовать ранее полученное измерение сигнала x_3 :

$$z_2 = 2K\Omega x_{1r} \frac{Q}{v} \sin vt + W_2$$

которое с учетом выражения скорости кромки резонатора

$$\dot{x}_2 = x_{21} = 2K\Omega x_{1r} Q \sin vt$$

может быть преобразовано к измерению компоненты x_{21} масштабированием с коэффициентом v :

$$z_3 = vz_2 = 2K\Omega x_{1r} Q \sin vt + vW_2 = x_{21} + vW_2$$

В этом случае ФК, не изменяя размерности, приобретает вид

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \end{vmatrix} &= A \begin{vmatrix} x_{20} \\ x_{21} \end{vmatrix} + B + K \left(\begin{vmatrix} z_1 \\ z_3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \hat{x}_{20} \\ \hat{x}_{21} \end{vmatrix} \right) \\ K &= R \begin{vmatrix} D_{W1}^{-1} & 0 \\ 0 & v^{-2} D_{W2}^{-1} \end{vmatrix} \\ \dot{R} &= AR + RA^T + CC^T D_{W2} - R \begin{vmatrix} D_{W1}^{-1} & 0 \\ 0 & v^{-2} D_{W2}^{-1} \end{vmatrix} R \end{aligned} \quad (2.3)$$

После процедуры оценки сигнала $\hat{x}_2$ вычисление значения Ω осуществляется традиционными способами [15]. Необходимо при этом отметить, что введение дополнительного наблюдения компоненты x_{21} хотя и увеличивает (незначительно) вычислительные затраты на реализацию ФК, но позволяет при этом существенно увеличить его сходимость, что проиллюстрировано в приведенном ниже примере.

3. Имитационное моделирование. Численное моделирование работы ВТГ в режиме чувствительности осуществлялось на временном интервале $[0, 1000]$ сек при следующих значениях параметров режима и самой конструкции: $f_0 = 0.4$ м/с², $Q = 5000$, $\omega = v = 4500$ Гц, $K = 0.4$. Интегрирование уравнения колебания кромки резонатора (1.3) осуществлялось с использованием метода Рунге–Кутты 4-го порядка с шагом 0.01 сек. Значения постоянной угловой скорости Ω выбирались в интервале $[10^{-4}, 1]$ рад/сек, помехи измерения W_1 , W_2 моделировались центрированными гауссовскими случайными последовательностями с дисперсиями $D_{W1} = D_{W2} = (10^{-7} \text{ м})^2$. Оценка параметров движения кромки резонатора осуществлялась с использованием ФК (2.3). На рис. 1, 2 показаны изменения во времени ошибок оценивания амплитуды колебаний кромки резонатора фильтром (2.3) для значений скорости вращения основания: $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек, $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек, соответственно; на рис. 3, 4 – ошибки оценивания самой скорости вращения основания $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек на всем интервале моделирования (рис. 3) и в конце его (рис. 4); на рис. 5, 6 – ошибки оценивания скорости вращения основания $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек на всем интервале моделирования (рис. 5) и в конце его (рис. 6). Анализ результатов моделирования показывает высокую устойчивость процесса оценивания и существенное увеличение ее точности по сравнению с традиционным подходом – непосредственным определением угловой скорости по показаниям ЧЭ ВТГ. Так, при оценке $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек с использованием традиционного подхода ошибка имеет неустойчивый характер и достигает величины 2.8×10^{-4} рад/сек, а при оценке предложенным методом не превышает 2×10^{-5} рад/сек (рис. 4) (т.е. точнее, более чем в 10 раз). Аналогично, при оценке $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек с использованием традиционного подхода ошибка имеет также ярко выраженный неустойчивый характер и достигает величины 2×10^{-2} рад/сек, а при оценке предложенным методом не превышает 1.5×10^{-3} рад/сек (рис. 6) (т.е. также точнее на порядок).

Таким образом, результаты имитационного моделирования свидетельствуют о возможности эффективного практического применения предложенного подхода для увеличения точности обработки выходной информации ВТГ.

Заключение. В целом, построенная в работе стохастическая модель “ВТГ-ЧЭ” в форме “объект-наблюдатель”, разработанный подход к оценке ее вектора состояния и полученные результаты имитационного моделирования позволяют сделать вывод об устойчивости и высокой точности предложенного метода оценки амплитуды колебаний резонатора ВТГ. Разработанный метод может найти широкое применение при

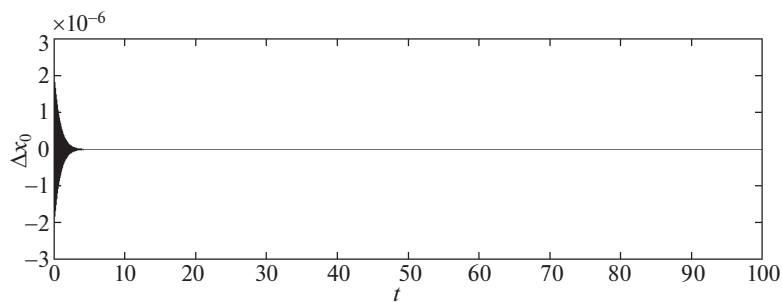


Рис. 1. Ошибка оценивания амплитуды колебаний кромки резонатора при $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек.

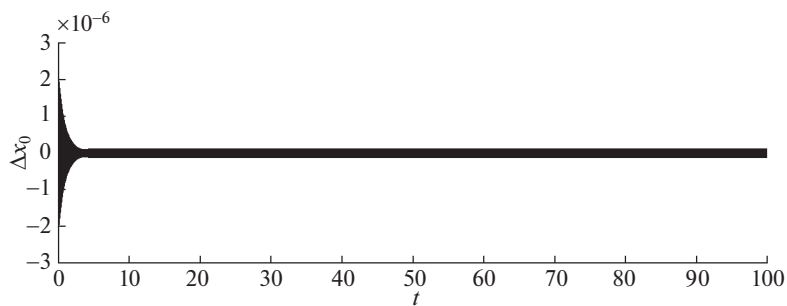


Рис. 2. Ошибка оценивания амплитуды колебаний кромки резонатора при $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек.

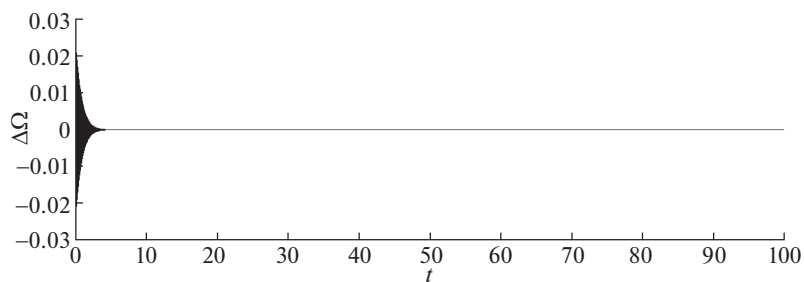


Рис. 3. Ошибки оценивания скорости вращения основания на всем интервале моделирования при $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек.

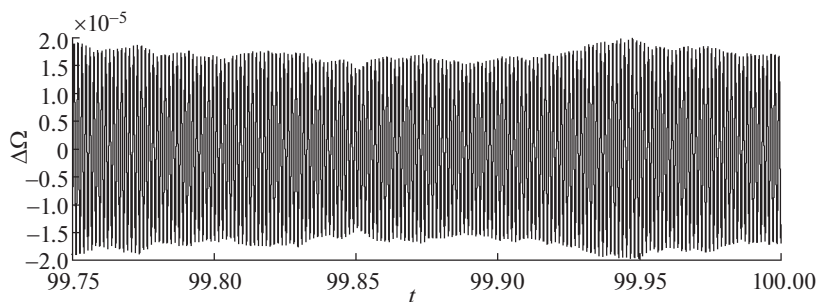


Рис. 4. Ошибки оценивания скорости вращения основания в конце интервала моделирования при $\Omega_1 = 10^{-4}$ рад/сек.

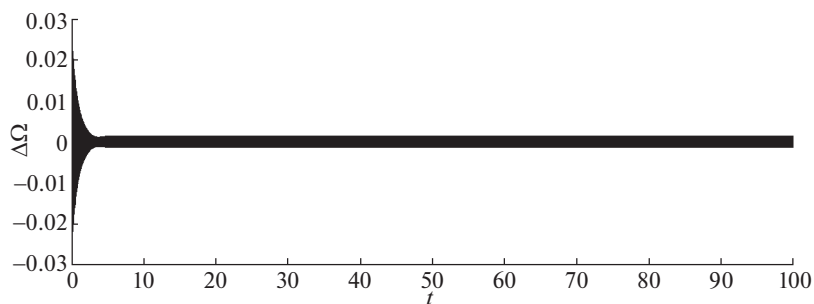


Рис. 5. Ошибки оценивания скорости вращения основания на всем интервале моделирования при $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек.

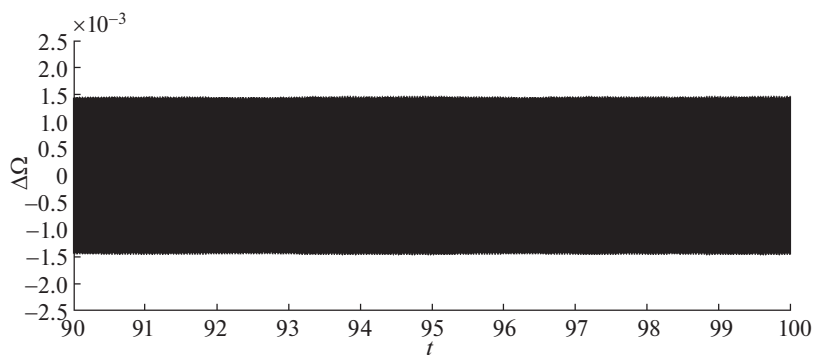


Рис. 6. Ошибки оценивания скорости вращения основания на всем интервале моделирования при $\Omega_2 = 10^{-2}$ рад/сек.

проектировании современных и перспективных ВТГ, функционирующих в условиях действия внутренних и внешних помех различной физической природы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Делэйе Ф. Бортовая инерциальная система координат Spacenaute для европейской ракеты-носителя “Ариан-6” на основе волнового твердотельного гироскопа // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26. № 4 (103). С. 3–13.
2. Negri C., Labarre E., Lignon C., Brunstein E., Salaiin E. A new generation of IRS with innovative architecture based on HRG for Satellite Launch Vehicle // Proceedings of the 22nd Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Saint Petersburg, 2015. P. 298–306.
3. Джангжава Г.И., Бахонин К.А., Виноградов Г.М., Требухов А.В. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа // Сб. материалов XIV С.-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам. СПб., 2007. С. 116–125.
4. Delhayе, F. HRG by SAFRAN: The game-changing technology // 2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL). 2018. P. 1–4.
<https://doi.org/10.1109/ISS.2018.8358163>
5. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / Под. ред. М.Н. Красильщикова, Г.Г. Себрякова. М.: Физматлит, 2009. 556 с.
6. Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А. Навигационные системы на волновых твердотельных гироскопах. М.: Физматлит, 2008. 240 с.
7. Розенберг И.Н., Соколов С.В., Уманский В.И., Погорелов В.А. Теоретические основы тесной интеграции инерциально-спутниковых навигационных систем. М.: Физматлит, 2018. 312 с.
8. Соколов С.В., Погорелов В.А. Стохастическая оценка, управление и идентификация в высокоточных навигационных системах. М.: Физматлит, 2016. 264 с.
9. Соколов С.В., Погорелов В.А. Основы синтеза многоструктурных бесплатформенных навигационных систем. М.: Физматлит, 2009. 190 с.
10. Аналитический обзор состояния исследований и разработок в области навигации за рубежом / Под. ред. Ривкин Б.С. СПб.: ГНЦ РФ АО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор”, 2017. 58 с.
11. Лукьянов Д.П., Распопов В.Я., Филатов Ю.В. Прикладная теория гироскопов. СПб.: ГНЦ РФ ОАО “Концерн “ЦНИИ “Электроприбор”, 2015. 316 с.
12. Джексон Р.Г. Новейшие датчики. М.: Техносфера, 2007. 384 с.
13. Распопов В.Я. и др. Волновой твердотельный гироскоп с металлическим резонатором / Под ред. Распопова В.Я. Тула: ТулГУ, 2018. 189 с.
14. Пугачев В.С., Сеницын И.Н. Теория стохастических систем. М.: Логос, 2004. 1000 с.
15. Журавлев В.Ф., Климов Д.М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 126 с.
16. Журавлев В.Ф., Линч Д.Д. Электрическая модель волнового твердотельного гироскопа // Изв. РАН. МТТ. 1995. № 5. С. 12–24.
17. Трутнев Г.А. Модель твердотельного волнового гироскопа в медленных переменных // Вестник Удмуртского университета. 2015. Т. 25. Вып. 3. С. 421–429.
18. Сеницын И.Н. Фильтры Калмана и Пугачева. М.: Логос, 2006. 640 с.
19. Соколов С.В., Ковалев С.М., Кучеренко П.А., Смирнов Ю.А. Методы идентификации нечетких и стохастических систем. М.: Физматлит, 2018. 432 с.
20. Харкевич А.А. Основы радиотехники. М.: Физматлит, 2007. 512 с.