ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2021, № 6, с. 156–164

УДК 539.3

РАСЧЕТ КИНЕТИКИ РОСТА/ИЗНАШИВАНИЯ ТВЕРДО-СМАЗОЧНОЙ ПЛЕНКИ В УПОРНОМ ПОДШИПНИКЕ СКОЛЬЖЕНИЯ

И. А. Солдатенков[a,*]

[a] *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*
**e-mail: iasoldat@hotmail.com*

Поступила в редакцию 12.03.2021 г.
После доработки 20.04.2021 г.
Принята к публикации 13.05.2021 г.

Описывается модель роста и одновременного изнашивания твердо-смазочной пленки на поверхности композитного покрытия упорного подшипника скольжения. Получены уравнения кинетики изменения толщины твердо-смазочной пленки. Приводятся результаты численного решения этих уравнений. Описываются эффекты формы пяты подшипника и нагрузки на него. Даются оценки долговечности твердо-смазочной пленки по критерию износа.

Ключевые слова: контактная задача, покрытие, твердая смазка, изнашивание, упорный подшипник скольжения

DOI: 10.31857/S057232992106012X

Введение. В современной технике находят широкое применение самосмазывающиеся композиты, содержащие твердую смазку в виде мягкой фазы. При трении такого композита происходит выделение смазки и образование поверхностной твердо-смазочной пленки [1, 2]. К настоящему времени разработан ряд теоретических моделей образования такой пленки, использующих концепцию пластического выдавливания смазки из композита в результате деформирования его матрицы [3–5]. В работе [6] с использованием такой концепции выполнен расчет кинетики роста и одновременного изнашивания твердо-смазочной пленки, при этом в качестве механизма изнашивания рассматривалось пластическое оттеснение (пропахивания) материала микронеровностями контртела.

Ниже описывается теоретическая модель роста и одновременного изнашивания твердо-смазочной пленки на поверхности покрытия из самосмазывающегося композита в упорном подшипнике скольжения. Упругое поведение пленки и покрытия описывается упрощенной моделью Винклера [7, 8]. На основе феноменологических законов роста и изнашивания твердо-смазочной пленки выводятся уравнения, позволяющие рассчитывать кинетику изменения ее толщины, контактного давления, момента трения, а также оценивать ее долговечность по критерию износа.

1. Постановка задачи. Рассмотрим двухслойное покрытие 1+2, сцепленное с абсолютно жестким основанием 3 и контактирующее с пятой 4 упорного подшипника скольжения, которая вращается с постоянной угловой скоростью ω и находится под действием заданной нагрузки P (рис. 1). Пользуясь осевой симметрией задачи, расположим начало O системы координат посередине кольцевой области контакта, при этом совместим координатную ось x с поверхностью покрытия вне области контакта, направив ее вдоль некоторого радиуса пяты (рис. 1). Область контакта пяты с покры-

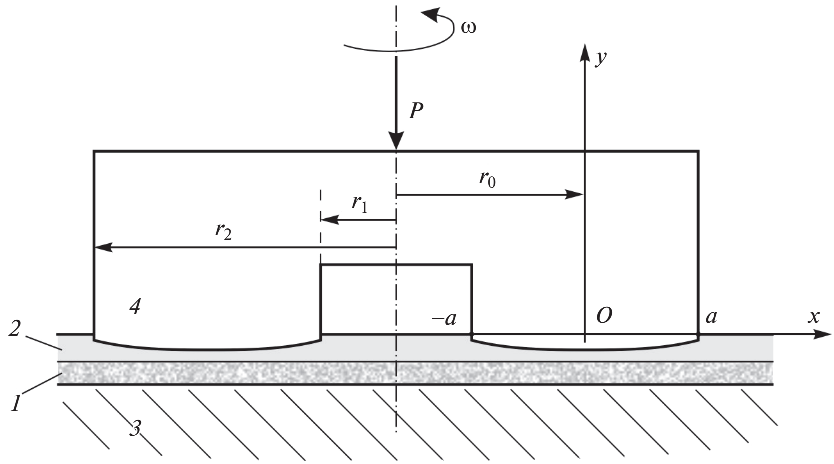

Рис. 1. Схема контакта двухслойного покрытия с пятой упорного подшипника скольжения

тием будем считать неизменной и представлять отрезком $[-a, a]$ оси x, причем $a = (r_2 - r_1)/2 = r_0 - r_1$. Форму подошвы пяты в выбранной системе координат зададим уравнением

$$y = g(x) - \delta(t), \quad g(0) = 0 \tag{1.1}$$

где δ – внедрение в покрытие точки поверхности пяты с координатой $x = 0$. Скорость V скольжения пяты по покрытию определяется по формуле

$$V(x) = \omega(r_0 + x) \tag{1.2}$$

а нагрузка P связана с контактным давлением p условием равновесия

$$P(t) = 2\pi\int_{-a}^{a}(r_0 + x)p(x,t)dx \tag{1.3}$$

Показанное на рис. 1 двухслойное покрытие состоит из композитного покрытия (КП) 1 и твердо-смазочной пленки (ТСП) 2, которая с течением времени t растет за счет выделения из КП твердой смазки и одновременно изнашивается в результате контактного взаимодействия с пятой. Подобный процесс можно описать следующими равенствами:

$$\begin{aligned} &h_1(x,t) = h_{10} - \chi q(x,t), \quad h_1(x,0) = h_{10} \\ &h_2(x,t) = h_{20} + q(x,t) - W(x,t), \quad h_2(x,0) = h_{20} \end{aligned} \tag{1.4}$$

в которых h_i – толщина КП ($i = 1$) или ТСП ($i = 2$) в недеформированном состоянии, h_{i0} – значение h_i в начальный момент времени $t = 0$, q и W – прирост толщины и линейный износ ТСП. Коэффициент $\chi > 0$ учитывает уменьшение толщины КП при выделении из него твердой смазки. По условию задачи $q(x,0) = W(x,0) = 0$.

Основываясь на полученных ранее результатах [3–5, 9], будем использовать феноменологические законы роста и изнашивания ТСП:

$$dq/dl = (1 - q/q_m)D(p,V), \quad dW/dl = F(p,V) \tag{1.5}$$

определяющие скорости изменения величин q и W по пути трения l в зависимости от контактного давления p и скорости скольжения V для каждой точки контакта. Функция $D(p,V)$ параметрически зависит от структурных и физико-механических характеристик КП, а функция $F(p,V)$ определяется износостойкими свойствами ТСП. Параметр q_m задает максимально возможный прирост толщины ТСП, обусловленный ограниченным количеством твердой смазки в КП, так что $q \in [0, q_m)$. Множитель $(1 - q/q_m)$ в первом выражении (1.5) отвечает линейной зависимости количества выделяемой твердой смазки от ее текущей концентрации в КП, что подтверждается расчетами [4, 5]. В качестве возможного варианта, функции $D(p,V)$ и $F(p,V)$ могут быть линейными по аргументу p и не зависеть от скорости скольжения V:

$$D(p,V) = \alpha_1 p, \quad F(p,V) = \alpha_2 p \tag{1.6}$$

где α_1 и α_2 — некоторые параметры.

Существование максимальной величины q_m прироста толщины ТСП, при том, что износ ТСП монотонно увеличивается, означает возможность полного изнашивания ТСП в некоторый момент t_* времени в некотором месте с координатой x_*, так что

$$h_2(x_*, t_*) = 0 \tag{1.7}$$

В дальнейшем величина t_* будет использоваться в качестве характеристики долговечности ТСП по критерию износа.

Допустим, что под действием контактного давления p КП и ТСП деформируются упруго, при этом упругие свойства КП описываются усредненными значениями модуля Юнга E_1 и коэффициента Пуассона ν_1 [4]. Кроме того, примем концепцию асимптотически тонкого слоя, согласно которой напряженно-деформированное состояние слоя толщины h в продольном направлении на расстояниях $\sim h$ изменяется незначительно [7]. Все это позволяет воспользоваться упрощенной моделью Винклера для определения упругой осадки $\hat{w}$ поверхности ТСП, связанного с КП [8]:

$$\hat{w}(x,t) = A(x,t)p(x,t) \tag{1.8}$$

Здесь $A(x,t) = B_1(x,t)h_1(x,t) + B_2(x,t)h_2(x,t)$ — коэффициент податливости двухслойного покрытия КП+ТСП, причем слагаемые $B_i h_i$ определяют податливость отдельно КП ($i = 1$) и ТСП ($i = 2$), $B_i = (1 - 2\nu_i)(1 + \nu_i)[(1 - \nu_i)E_i]^{-1}$. Учитывая, что в процессе контактного взаимодействия с пятой состав КП изменяется, следует положить $B_1(x, t) = \beta_1(q(x,t))$, где $\beta_1(q)$ — функция, определяющая изменение податливости КП при выделении из него твердой смазки. Допуская однородность материала ТСП, коэффициент B_2 будем считать постоянным. С учетом равенств (1.4) вышесказанное позволяет записать следующее выражение для коэффициента податливости:

$$A(x,t) = \Omega\big(q(x,t), W(x,t)\big), \quad \Omega(q,W) = \beta_1(q)(h_{10} - \chi q) + B_2(h_{20} + q - W) \tag{1.9}$$

Имеет место условие контакта:

$$\hat{w}(x,t) + h_0 - h(x,t) = \delta(t) - g(x) \tag{1.10}$$

в котором $h = h_1 + h_2$ — текущая толщина двухслойного покрытия КП+ТСП, $h_0 = h_{10} + h_{20}$.

Ставится задача: основываясь на записанных выше соотношениях, по заданной нагрузке $P(t)$ рассчитать кинетику изменения во времени толщин $h_1(x,t)$ КП и $h_2(x,t)$ ТСП, а также контактного давления $p(x,t)$.

2. Система определяющих уравнений. Прежде всего, выразим контактное давление $p(x,t)$ через функции $q(x,t)$, $W(x,t)$ и $\delta(t)$. Для этого подставим в равенство (1.10) выражения (1.4) и (1.8) для толщин h_1, h_2 и упругой осадки $\hat{w}$ при учете формулы (1.9) для коэффициента $A(x,t)$. В результате можно прийти к искомому выражению

$$p(x,t) = \Pi\left(x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right),$$
$$\Pi(x,q,W,\delta) = \frac{\delta - g(x) - (\chi - 1)q - W}{\Omega(q,W)} \tag{2.1}$$

Согласно полученному выражению, начальное распределение $p_0(x) = p(x,0)$ контактного давления определяется по формуле

$$p_0(x) = \frac{1}{A_0}[\delta_0 - g(x)] \tag{2.2}$$

где $\delta_0 = \delta(0)$, $A_0 = B_{10}h_{10} + B_2 h_{20}$, $B_{10} = \beta_1(0)$. Если положить в условии равновесия (1.3) $t = 0$ и подставить в него правую часть равенства (2.2), то можно получить следующее выражение начального внедрения δ_0 через известную нагрузку $P_0 = P(0)$:

$$\delta_0 = \frac{A_0}{4\pi a r_0}(P_0 + P_0^g), \quad P_0^g = \frac{2\pi}{A_0}\int_{-a}^{a}(r_0 + x)g(x)dx \tag{2.3}$$

Перейдем теперь в законах (1.5) роста и изнашивания ТСП от производной по пути l трения к производной по времени t, используя соотношение $dl = Vdt$. Тогда при учете выражения (2.1) для контактного давления p можно получить следующие уравнения относительно функций $q(x,t)$ и $W(x,t)$:

$$\dot{q}(x,t) = F_1\left(x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right)$$
$$\dot{W}(x,t) = F_2\left(x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right) \tag{2.4}$$

причем

$$F_1(x,q,W,\delta) = V(x)(1 - q/q_m)D\left(\Pi\left(x,q,W,\delta\right), V(x)\right),$$

$$F_2(x,q,W,\delta) = V(x)F\left(\Pi\left(x,q,W,\delta\right), V(x)\right)$$

Уравнения (2.4) кроме функций $q(x,t)$ и $W(x,t)$ содержат еще одну неизвестную функцию $\delta(t)$, дополнительное уравнение для которой может быть построено на основе условия равновесия (1.3). А именно, следуя известной процедуре [10], продифференцируем по t это условие с внесением операции дифференцирования под знак интеграла. Полученную таким образом производную $\dot{p}(x,t)$ заменим правой частью выражения (2.1), предварительно продифференцированной по t с заменой производных $\dot{q}(x,t)$ и $\dot{W}(x,t)$ правыми частями уравнений (2.4). Выделяя из полученного равенства производную $\dot{\delta}(t)$, придем к искомому уравнению

$$\dot{\delta}(t) = \frac{\dot{P}(t) + \mathbf{E}_1\left[x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right](t)}{\mathbf{E}_2\left[x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right](t)} \tag{2.5}$$

в котором $\mathbf{E}_1$ и $\mathbf{E}_2$ — функционалы, определяемые по формулам

$$\mathbf{E}_1[x,q,W,\delta](t) = 2\pi\int_{-a}^{a}\frac{r_0 + x}{\Omega(q,W)}\left[(\chi - 1)F_1(x,q,W,\delta) + \right.$$
$$\left. + F_2(x,q,W,\delta) + \Omega_1(x,q,W,\delta)\,\Pi(x,q,W,\delta)\right]dx$$

$$\mathbf{E}_2[x,q,W,\delta](t) = 2\pi\int_{-a}^{a}\frac{r_0 + x}{\Omega(q,W)}dx$$

При записи двух последних выражений аргументы x, t у функций $q(x,t)$, $W(x,t)$ и $\delta(t)$ для краткости опускаются, а также используется функция

$$\Omega_1\left(x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right) = \frac{\partial}{\partial t}\Omega\left(q(x,t), W(x,t)\right)$$

Равенства (2.4) и (2.5) образуют систему уравнений, определяющих функции $q(x,t)$, $W(x,t)$ и $\delta(t)$. Эта система решается при начальных условиях

$$q(x,0) = 0, \quad W(x,0) = 0, \quad \delta(0) = \delta_0$$

причем δ_0 определяется по формуле (2.3). Найденные функции $q(x,t)$, $W(x,t)$ и $\delta(t)$ позволяют по формулам (1.4) и (2.1) рассчитать кинетику изменения во времени толщин h_1 КП и h_2 ТСП, а также контактного давления p и, тем самым, решить поставленную выше задачу.

Замечание. Система уравнений (2.4), (2.5) является нелинейной и ее решение возможно только численно, даже в случае (1.6) линейных законов роста и изнашивания ТСП. Однако в этом случае можно установить аналитическую связь функций $q(x,t)$ и $W(x,t)$ между собой. Для этого следует исключить из правых частей уравнений (2.4) комплекс $V(x)\Pi\left(x, q(x,t), W(x,t), \delta(t)\right)$ и для каждого x получить дифференциальное уравнение относительно q с независимой переменной W. Это уравнение имеет аналитическое решение, которое определяет искомую связь

$$q(x,t) = q_m(1 - e^{-W(x,t)/r_m}), \quad r_m = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}q_m$$

Укажем ряд ограничений, которым должны удовлетворять используемые величины. Прежде всего, отметим, что толщина h_1 КП принимает только положительные значения, поэтому, в силу первого равенства (1.4), величина q ограничена неравенством: $q(x,t) < h_{10}/\chi$. Это неравенство выполняется, если $q_m \le h_{10}/\chi$, так как согласно данному выше определению параметра q_m: $q(x,t) \in [0, q_m)$.

Положительные значения также принимает контактное давление p, а осадка $\hat{w}_i = B_ih_ip$ каждого слоя двухслойного покрытия КП+ТСП по физическому смыслу должна быть меньше толщины h_i соответствующего слоя. Подобные ограничения представляются следующими неравенствами

$$0 < B_i(x,t)p(x,t) < 1, \quad i = 1, 2 \tag{2.6}$$

В случае, когда ТСП изначально отсутствует ($h_{20} = 0$) и появляется в результате взаимодействия пяты с КП, необходимо наложить ограничение $0 < \dot{h}_2(x,0)$. В силу соотношений (1.4), (2.1) и (2.4), это ограничение эквивалентно неравенству

$$F\left(p_0(x), V(x)\right) < D\left(p_0(x), V(x)\right) \tag{2.7}$$

которое имеет простой физический смысл — в начальный момент ТСП растет быстрее, чем изнашивается.

3. Численный анализ взаимодействия пяты с двухслойным покрытием КП+ТСП выполнялся на основе решения системы дифференциальных уравнений (2.4) и (2.5) относительно функции $q(x,t)$, $W(x,t)$ и $\delta(t)$ с использованием численного метода Рунге—Кутты четвертого порядка точности. Целью расчетов было выявление характерных особенностей процесса роста ТСП при его одновременном изнашивании. Рассматривался случай постоянной во времени нагрузки $P(t)$ и использовались линейные законы (1.6) роста и изнашивания ТСП. Упругие свойства КП считались неизменными во времени, поэтому функция $\beta_1(q)$ принималась постоянной и равной B_1. При расчетах контролировалось выполнение неравенств (2.6).

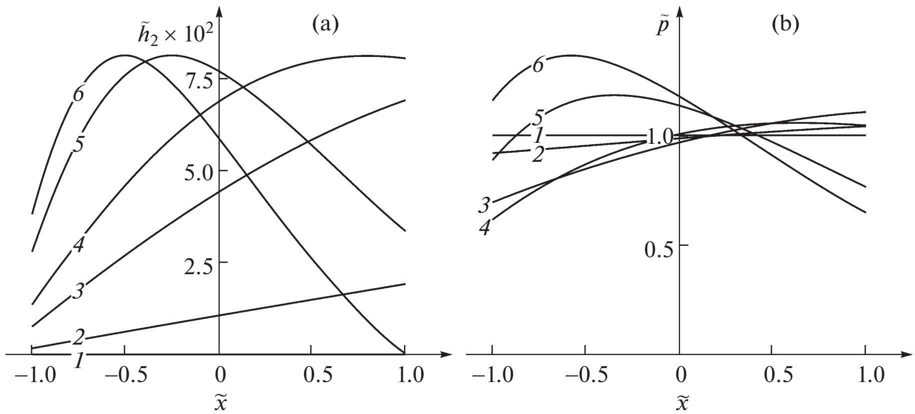

Рис. 2. Распределения толщины h_2 ТСП (a) и контактного давления p (b) в различные моменты времени при $k = 0$ (плоская пята) и $\tilde{P} = 0.144$

Расчеты проводились при следующих значениях параметров задачи: $r_1 = 2$ мм, $r_2 = 22$ мм, $a = 10$ мм, $h_{10} = 1$ мм, $h_{20} = 0$, $\omega = 100$ с$^{-1}$, $q_m = 0.2h_{10}$, $\chi = 0.1$, $E_1 = 100$ МПа, $E_2 = 25$ МПа, $\nu_1 = \nu_2 = 0.25$, $\alpha_1 = 4 \times 10^{-16}$ Па$^{-1}$, $\alpha_2 = 10^{-16}$ Па$^{-1}$. Форма пяты описывалась линейной функцией

$$g(x) = kx$$

где k – коэффициент, характеризующий угол наклона профиля пяты, причем значение $k = 0$ отвечает случаю плоской пяты, а значения $k \neq 0$ – случаю конической пяты. Значения коэффициента k, а также нагрузки P указываются ниже отдельно для каждого численного примера.

Для графического представления результатов расчетов используются безразмерные величины, $\tilde{x} = x/a$, $\tilde{t} = t/t_c$, $\tilde{p} = p/p_a$, $\tilde{h}_2 = h_2/h_{10}$, $\tilde{P} = P/P_a$, где $t_c = 10^5$ с, $p_a = P/S$, $P_a = (E_1 + E_2)S/2$, $S = \pi(r_2^2 - r_1^2)$ – площадь контакта.

Отметим, что выбранные коэффициенты α_1, α_2 удовлетворяют неравенству $\alpha_2 < \alpha_1$, которое эквивалентно неравенству (2.7) в рассматриваемом случае (1.6) линейных законов роста и изнашивания ТСП. Как указывалось выше, выполнение неравенства (2.7) необходимо при выбранном нулевом значении начальной толщины h_{20} ТСП.

Кинетика изменения толщины $h_2(x,t)$ ТСП и контактного давления $p(x,t)$ показана на рис. 2 и 3, соответственно, при $k = 0$ (случай плоской пяты) и $k = 6.25 \times 10^{-3}$ (случай конической пяты). Представленные на этих рисунках кривые отвечают следующим моментам времени: $\tilde{t} = 0$ (1); 0.0345 (2); 0.1799 (3); 0.3616 (4); 0.8158 (5); 1.0884 (6); 1.4517 (7). Значение нагрузки в обоих случаях составляет $\tilde{P} = 0.144$ ($P = 13.57$ кН).

Представленные графики свидетельствуют о существенном влиянии формы пяты на кинетику роста/изнашивания ТСП. В частности, видно, что коническая пята обеспечивает большую долговечность t_* ТСП. Кроме того, расчеты свидетельствуют о том, что коническая пята обеспечивает режим трения с более низким и стабильным моментом трения M, рассчитанным по формуле

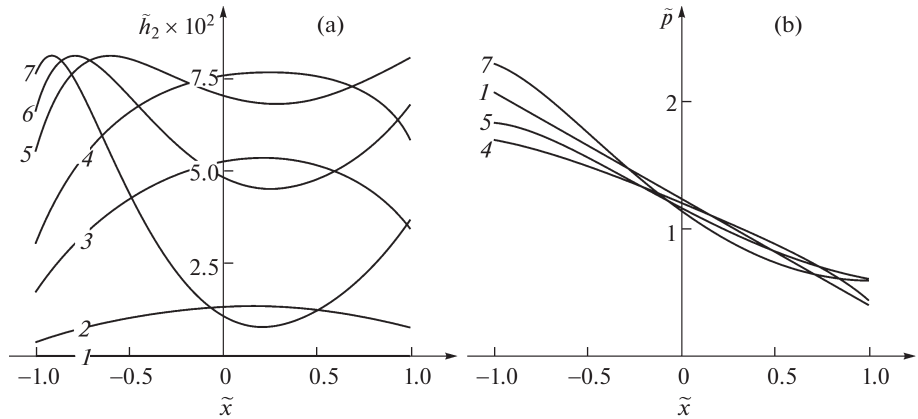

Рис. 3. Распределения толщины h_2 ТСП (a) и контактного давления p (b) в различные моменты времени при $k = 6.25\times10^{-3}$ (коническая пята) и $\tilde{P} = 0.144$

$$M(t) = 2\pi\mu\int\limits_{-a}^{a}(r_0 + x)^2 p(x,t)dx$$

где μ – коэффициент трения скольжения. Например, при $\mu = 0.2$ значения $M_{\min} = \min\limits_{t\in[0,t_*]} M(t)$ и $M_{\max} = \max\limits_{t\in[0,t_*]} M(t)$ для плоской пяты составляют 37.08 и 41.44 Н · м, соответственно, тогда как для конической пяты: 34.07 и 35.74 Н · м.

При пониженных нагрузках P возможно протекание процесса, когда на его начальной стадии наблюдается значительная неоднородность по x роста толщины $h_2(x,t)$ ТСП, т.е. проявляется эффект выпячивания ТСП. Это может приводить к локальному нарушению контакта пяты и ТСП. Подобное протекание процесса роста/изнашивания ТСП в случае $k = 0$ (плоская пята) и $\tilde{P} = 0.048$ ($P = 4.524$ кН) иллюстрирует рис. 4, на котором кривые отвечают следующим моментам времени: $\tilde{t} = 0$ (1); 0.0540 (2); 0.1085 (3); 0.2175 (4); 0.3265 (5). Представленные графики демонстрируют интенсивный рост толщины ТСП на периферии области контакта (окрестность $x = a$), что приводит к снижению контактного давления до нуля и нарушению контакта пяты и ТСП на внутренней границе $x = -a$ области контакта.

На рис. 5 показаны зависимости долговечности t_* ТСП, определяемой условием (1.7), от нагрузки P при $k = 0$ (плоская пята) (a) и $k = 6.25\times10^{-3}$ (коническая пята) (b). Как и следовало ожидать, долговечность ТСП снижается с ростом нагрузки, причем коническая пята обеспечивает большую долговечность.

4. Выводы. 1. Предложена математическая модель процесса одновременного роста и изнашивания ТСП в упорном подшипнике скольжения в предположении, что ТСП образуется на поверхности КП за счет выделения из него твердой смазки.

2. Расчетным путем выявлены характерные особенности рассматриваемого процесса. Показано, что кинетика изменения толщины ТСП и контактного давления существенно зависит от формы пяты. В частности, использование конической пяты приводит к повышению долговечности ТСП по критерию износа и обеспечивает режим трения с более низким и стабильным моментом трения.

3. Выявлен эффект выпячивания ТСП при пониженных нагрузках, приводящий к локальному нарушению контакта пяты и ТСП.

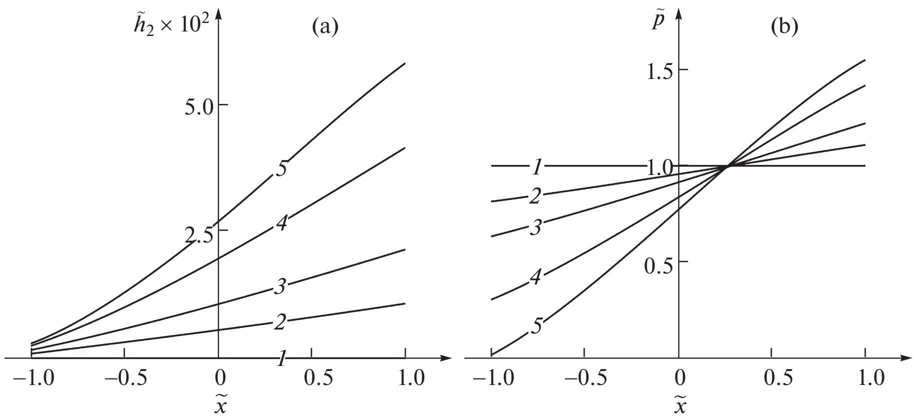

Рис. 4. Распределения толщины h_2 ТСП (a) и контактного давления p (b) в различные моменты времени при $k = 0$ (плоская пята) и $\tilde{P} = 0.048$

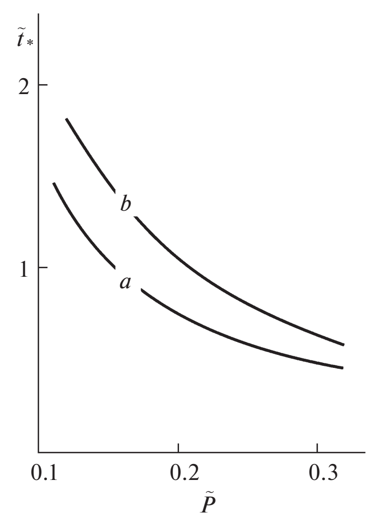

Рис. 5. Зависимости долговечности t_* ТСП от нагрузки P при *a*) $k = 0$ (плоская пята); *b*) $k = 6.25 \times 10^{-3}$ (коническая пята)

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (20-58-00007).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Self-Lubricating Composites / Ed. by *Menezes P.L., Rohatgi P.K., Omrani E.* Berlin: Springer-Verlag GmbH, 2018. 286 p.

2. *Губенко М.М., Мезрин А.М., Щербакова О.О., Торская Е.В.* Исследование изменения механических свойств поверхностных слоев алюминиевых сплавов в условиях трения скольжения //

Трение и износ. 2017. Т. 38. № 5. С. 483–487.
https://doi.org/10.3103/S1068366617050038
3. *Alexeyev N., Jahanmir S.* Mechanics of friction in self-lubricating composite materials I: Mechanics of second-phase deformation and motion // Wear. 1993. V. 166. P. 41–48.
https://doi.org/10.1016/0043-1648(93)90277-S
4. *Bushe N.A., Goryacheva I.G., Makhovskaya Yu.Yu.* Effect of aluminum-alloy composition on self-lubrication of frictional surfaces // Wear. 2003. V. 254. P. 1276–1280.
https://doi.org/10.1016/S0043-1648(03)00110-8
5. *Song J. et al.* A mechanical model for surface layer formation on self-lubricating ceramic composites // Wear. 2010. V. 268. P. 1072–1079.
https://doi.org/10.1016/j.wear.2010.01.012
6. *Valefi M. et al.* Modelling of a thin soft layer on a self-lubricating ceramic composite // Wear. 2013. V. 303. P. 178–184.
https://doi.org/10.1016/j.wear.2013.02.017
7. *Александров В.М., Мхитарян С.М.* Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 487 с.
8. *Солдатенков И.А.* К анализу процесса изнашивания многослойного покрытия // Трение и износ. 1991. Т. 12. № 2. С. 204–209.
9. *Крагельский И.В., Добычин М.Н., Комбалов В.С.* Основы расчетов на трение и износ. М.: Машиностроение, 1977. 526 с.
10. *Солдатенков И.А.* Трибомеханические эффекты неоднородности упругого покрытия (упрощенная деформационная модель) // Изв. РАН. МТТ. 2020. № 3. С. 134–145.
https://doi.org/10.31857/S0572329920030150