

УДК 531.3

СЕЙСМИЧЕСКИЕ БАРЬЕРЫ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОТ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ГОЛОВНЫХ ВОЛН: МНОЖЕСТВЕННЫЕ РАССЕИВАТЕЛИ И МЕТАМАТЕРИАЛЫ

© 2021 г. Н. Ф. Морозов^{a,b}, В. А. Братов^{a,b,c,*}, С. В. Кузнецов^{d,e,f}

^a Институт проблем машиноведения РАН, Санкт Петербург, Россия

^b СПб государственный университет, Санкт Петербург, Россия

^c СПб политехнический университет Петра Великого, Санкт Петербург, Россия

^d Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

^e Московский государственный технический университет им. Баумана, Москва, Россия

^f Московский государственный строительный университет, Москва, Россия

*e-mail: vladimir@bratov.com

Поступила в редакцию 11.03.2021 г.

После доработки 18.03.2021 г.

Принята к публикации 29.03.2021 г.

Рассматриваются перспективные виды сейсмических барьеров, применяемых для защиты зданий и сооружений от воздействия поверхностных акустических волн Рэлея, Рэлея–Лэмба, Лява, а так же головных SP-волн. Барьеры построены на основе множественных рассеивающих элементов и метаматериалов. Приводится сравнение с традиционными типами гомогенных сейсмических барьеров, выполненных из упругих конструкционных материалов.

Ключевые слова: сейсмические волны, сейсмические барьеры, волны Рэлея, волны Рэлея–Лэмба, волны Лява, головные SP-волны

DOI: 10.31857/S057232992106009X

1. Введение. Сейсмические барьеры предназначены для защиты зданий и сооружений от сейсмических поверхностных волн различной этиологии, включая волны Рэлея, волны Рэлея–Лэмба (волны, распространяющиеся в слоистом полупространстве), волны Лява, а так же головные SP-волны. Последние представляют собой весьма опасный тип сейсмических волн, возникающих при короткофокусных землетрясениях и подземных взрывах [1–5]. В настоящей работе рассматриваются вертикальные сейсмические барьеры имеющие в своем составе как специальные рассеивающие элементы, так и метаматериалы, обладающие повышенной диссипацией волновой энергии.

Ниже дается обзор основных типов сейсмических волн, для защиты от которых требуются вертикальные сейсмические барьеры.

1.1. Рэлеевские волны. Рэлеевские волны являются наиболее распространенным и хорошо изученным типом поверхностных волн, возникающих в гомогенном упругом полупространстве. Эти волны характеризуются (i) скоростью распространения, независимой от частоты (отсутствие дисперсии); (ii) экспоненциальным затуханием амплитуд перемещений по глубине и локализацией энергии волны в относительно узком поверхностном слое, что позволяет этим волнам распространяться на значительно большие расстояния, по сравнению с объемными волнами [6, 7]; и (iii) соотношением между компонентами перемещений, при котором вертикальная компонента волны

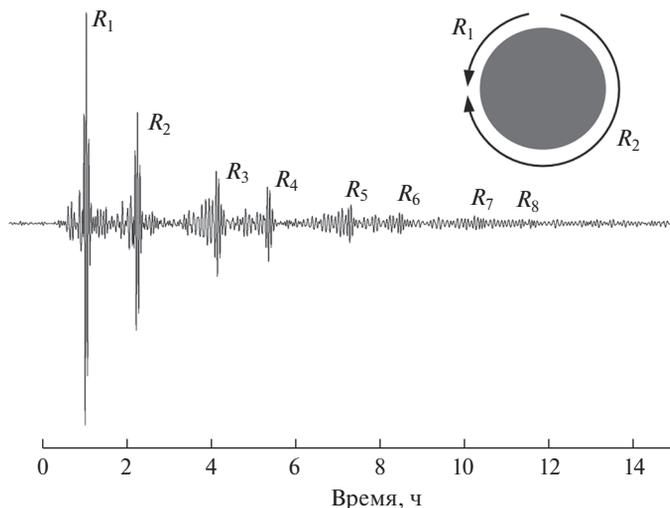


Рис. 1. Сейсмограмма прихода рэлеевской волны на станцию CMB, Berkeley Digital Seismic Network (BDSN), время наблюдения ~14 ч [8]

примерно в полтора раза больше горизонтальной [7]. Последнее обстоятельство делает этот тип волн особенно опасными для протяженных сооружений. Особенности, связанные с локализацией энергии этих волн в приповерхностном слое земной коры, приводят к тому, что рэлеевские волны могут обогнуть земной шар несколько раз, см. рис. 1, где приведена сейсмограмма прихода рэлеевских волн, обогнувших восемь раз земной шар [8].

В недавнем прошлом модель гомогенного полупространства широко применялась для исследования волновых процессов при землетрясениях и подземных взрывах; см. [9], где отмечается, что рэлеевские волны могут возникать и при глубоководных землетрясениях. Кроме того, эти волны генерируются движущимся рельсовым и автомобильным транспортом [10, 11]. В настоящее время в геофизических и геотехнических приложениях модель гомогенного полупространства заменяют на модели слоистых или функционально-градиентных полупространств, в которых рассматривают распространение дисперсионных волн Рэля–Лэмба [12].

1.2. Волны Рэля–Лэмба. Следующий тип сейсмических волн – волны Рэля–Лэмба, распространяющиеся в слоистом полупространстве. Отличительной чертой таких волн является дисперсия, т.е. зависимость скорости от частоты, если рассматриваются гармонические волны Рэля–Лэмба, рис. 2.

Несмотря на весьма сложную дисперсионную картину, приведенную на рис. 2, с точки зрения сейсмических воздействий на сооружения от землетрясений, значительный интерес представляет так называемая вторая предельная фазовая скорость, определяемая, как соответствующий предел

$$c_{2,\text{lim}} = \lim_{\omega \rightarrow 0} c(\omega) \quad (1.1)$$

где c – фазовая скорость, а ω – круговая частота. В слоистых системах для определения скорости $c_{2,\text{lim}}$ применяют либо различные низкочастотные асимптотические методы [13–15], либо используют непосредственное вычисление по предельной формуле (1.1).

1.3. Волны Лява. Также, как и волны Рэля–Лэмба, волны Лява представляют собой дисперсионные волны, распространяющиеся в системе упругое полупространство и

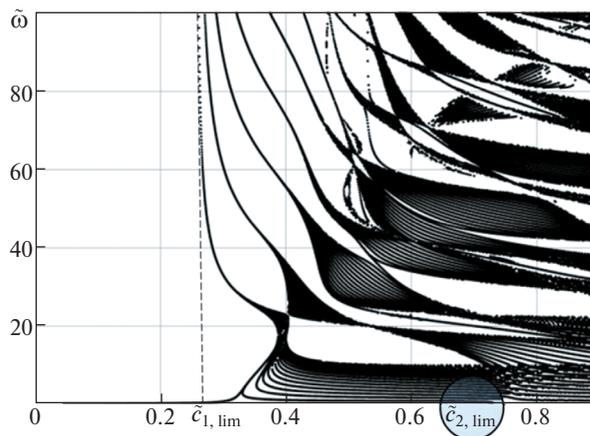


Рис. 2. Дисперсионные кривые для волн Рэля–Лэмба в многослойном полупространстве: горизонтальная ось – фазовая скорость; вертикальная ось – круговая частота

контактирующий с ним упругий слой (или несколько слоев). Волны Лява имеют горизонтальную поперечную поляризацию и экспоненциально затухают с глубиной.

С точки зрения сейсмологии, волны Лява в основном представляют интерес в связи с микросейсмами малой амплитуды, генерируемыми волнами в океане [19, 20]. В то же время, при сильных землетрясениях амплитуды волн Лява не достигают значений, характерных для объемных S-волн и волн Рэля–Лэмба [21, 22]. Тем не менее, вертикальные сейсмические барьеры могут применяться и для защиты от волн Лява [23, 24].

1.4. Головные SP-волны. Головные SP-волны распространяются параллельно свободной поверхности полупространства со скоростью P-волны, и возникают на некотором расстоянии d_{ST} от эпицентра короткофокусного землетрясения или подземного взрыва, рис. 3. Это расстояние зависит от глубины источника h и физических свойств среды [25–27], причем

$$d_{ST} = h \cdot \operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{c_S}{c_P} \right) \right) \tag{1.2}$$

где c_S и c_P – соответственно скорости поперечной и продольной объемных волн.

На рис. 3 волна S_1 падает на свободную поверхность, образуя отраженные волны: поперечную (SS_1) и продольную (SP_1), аналогичным образом, волна S_2 падает на свободную поверхность, образуя отраженные волны (SS_2) и продольную (SP_2), последняя движется параллельно свободной поверхности, образуя головную волну. Угол, под которым падает волна S_2 , называется критическим углом, он определяется следующим выражением [27]:

$$\alpha^* = \arcsin \left(\frac{c_S}{c_P} \right) \tag{1.3}$$

Поскольку головные или квазиголовные волны могут переносить значительную энергию, приводящую к катастрофическим разрушениям [1, 2], для защиты от этих волн требуются вертикальные сейсмические барьеры, аналогичные применяемым для защиты от волн Рэля–Лэмба.

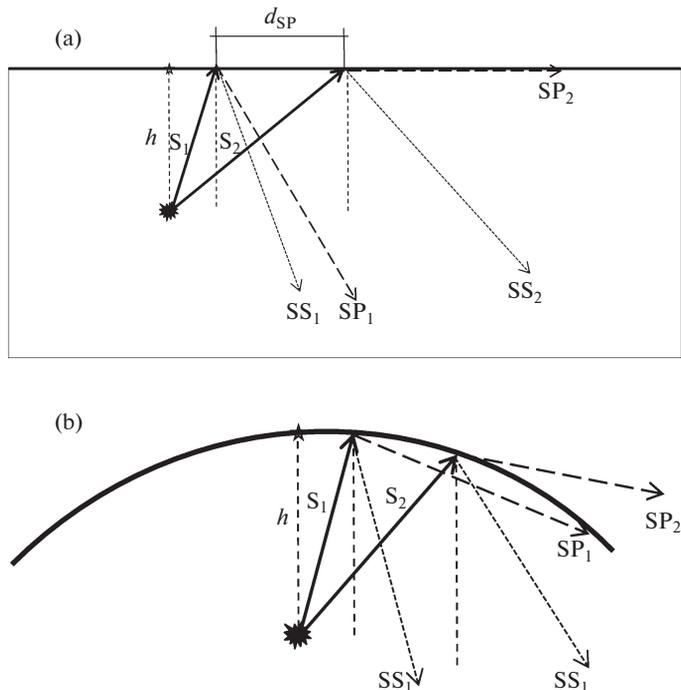


Рис. 3. Схемы возникновения головных волн: а) полупространство; б) часть сферической поверхности; S_1 и S_2 – поперечные волны, расходящиеся от гипоцентра землетрясения или подземного взрыва, SP_2 – (истинная) головная волна; на рис. 2,б волна SP_1 – квазиголовная

1.5. Частотные диапазоны. Для проектирования систем сейсмической защиты от рассматриваемых типов сейсмических волн, необходимы примерные оценки частотного диапазона, в котором локализована значительная доля сейсмической энергии.

По оценкам [28–31] в случае землетрясений естественной природы наиболее опасными для большинства зданий и сооружений, включая объекты атомной энергетики, являются частоты $2 \div 33$ Гц с энергетическими пиками в районе $5 \div 7$ Гц и $30 \div 33$ Гц, рис. 4.

Землетрясения искусственного происхождения, вызванные подземными взрывами, отличаются, как правило, более высокими частотами [32, 33]. Например, по данным [32] на близких расстояниях от эпицентра регистрируются частоты вплоть до 250 Гц, ограниченные разрешающей способностью акселерометров, с увеличением расстояния, высокие частоты затухают, отдельные всплески обнаруживаются на частотах до 40 Гц, а максимум амплитуд регистрируется на частоте ~ 25 Гц.

1.6. Скорости распространения сейсмических волн в верхних отделах земной коры. Для выбора геометрических и физических параметров сейсмических барьеров помимо частоты сейсмических волн требуется знание скоростей распространения объемных и рэлеевских волн. По многочисленным экспериментальным исследованиям [34–36], скорости распространения сейсмических волн в верхних отделах земной коры имеют следующие значения, см. табл. 1.

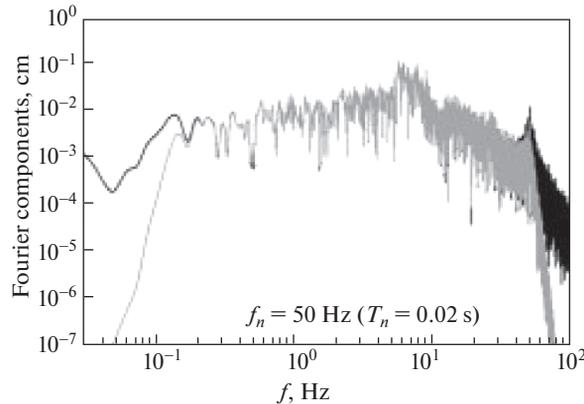


Рис. 4. Амплитудный спектр Фурье (FAS), станция Gebze-Arçelik, афтершок землетрясения Düzce (Турция) 11.11.1999 г. [29]

Скорость распространения рэлеевской волны может быть определена либо как корень уравнения Рэля, либо по одной из приближенных формул [37, 38], при этом коэффициент Пуассона ν определяется по соответствующим скоростям объемных волн:

$$\nu = \frac{1 c_P - 2c_S}{2 c_P - c_S} \tag{1.4}$$

1.7. Математические модели для исследования вертикальных барьеров. Обычно для моделирования сейсмических барьеров используют либо плоские конечноэлементные модели, связанные с численным решением внешней задачи Лэмба, в которой удастся получить необходимую рэлеевскую волну, рис. 5,а, [23, 39, 40]; либо рассматривают решение более сложной внутренней задачи Лэмба, в которой наряду с рэлеевской волной удастся смоделировать распространение головной SP-волны, см. рис. 5,б [27].

Ввиду более высоких требований к вычислительным ресурсам, значительно реже применяют пространственные модели для решения задачи Лэмба с барьером, см. [41]. В случае, когда необходим учет упругой анизотропии полуплоскости или полупространства, для решения задач Лэмба могут применяться методы граничных интегральных уравнений с построением соответствующих фундаментальных решений [42–44].

1.8. Уравнения состояния для описания динамического деформирования гранулированных метаматериалов. Для описания поведения гранулированных метаматериалов при действии динамических нагрузок, обычно применяют уравнения бимодульной теории упругости при деформировании в упругой зоне [45–47]

$$\sigma = \nabla_{\epsilon} \Psi(I_{\epsilon}, II_{\epsilon}, III_{\epsilon}) \tag{1.5}$$

Таблица 1. Скорости распространения объемных волн в породах земной коры

Породы	Скорость P-волны, м/с	Скорость S-волны, м/с
Флювиальные	1400	200
Аллювиальные	1500	250
Морены	2000	700
Корневые породы	4000	2500



Рис. 5. (а) Внешняя и (б) внутренняя задачи Лэмба с вертикальными барьерами

где σ – тензор напряжений, ε – тензор деформаций; Ψ – скалярный гиперупругий потенциал; I_ε , II_ε , III_ε – соответствующие инварианты тензора деформаций, причем разномодульность может быть учтена потенциалом вида

$$\Psi(I_\varepsilon, II_\varepsilon) \equiv \alpha I_\varepsilon^2 + \beta II_\varepsilon + \gamma I_\varepsilon \sqrt{II_\varepsilon} \quad (1.6)$$

где α , β , γ – упругие постоянные, не зависящие от тензорных инвариантов деформаций. Волны в нелинейных средах, описываемых потенциалами вида (1.6) исследовались в [47, 48].

В случае, когда девиаторные составляющие тензора напряжений достигают поверхности пластичности, применяют уравнения пластического течения, причем наряду с моделями Мора–Кулона и Дракера–Прагера используют модели критического состояния, например кэм-клей-модели [49–51], см. также [52] по метаматериалам, обладающим свойствами фононных кристаллов. С точки зрения сейсмической защиты от рассматриваемых поверхностных волн значительный интерес представляют метаповерхности [53].

2. Расчетные модели. К сожалению, для большинства задач волновой механики отсутствует возможность получения точных аналитических решений уравнений, описывающих поведение системы. Точные аналитические решения известны только для узкого круга задач с предельно простой геометрией (см. например, [54] для практически исчерпывающего списка доступных решений). Такие решения, как правило, не применимы для анализа реальных задач, но могут применяться для валидации и оценки точности разработанных численных моделей. В большинстве случаев поставленную задачу можно решать только численно с использованием приближенных методов решения получаемых систем дифференциальных уравнений (см. напр. [55]).

С использованием численного метода будем решать задачу о взаимодействии набегающей динамической волны в упругой полуплоскости с включением, представляющим вертикальный сейсмический барьер (см. рис. 5). Будем оценивать эффективность того или иного типа сейсмических барьеров (рис. 6,а и б,а) по уменьшению амплитуд перемещений и ускорений в точках поверхности за сейсмическим барьером по сравнению с решением аналогичной задачи для полуплоскости без сейсмического барьера (рис. 6,а).

Будут рассмотрены различные комбинации упругих свойств сейсмического барьера и расположенных на барьере метаструктур и различные геометрии метаструктур.

2.1 Модельная задача о распространении упругой волны в упругой полуплоскости. Поставленную задачу будем решать численно, с использованием метода конечных элементов. Решения будут получены с использованием коммерческого пакета ANSYS [57]. На первом этапе решим задачу о распространении волны в упругом полупространстве (рис 6,а). Волна возбуждается при помощи возмущения, приложенного на поверхности, на некотором расстоянии от точки, в которой будем производить изме-

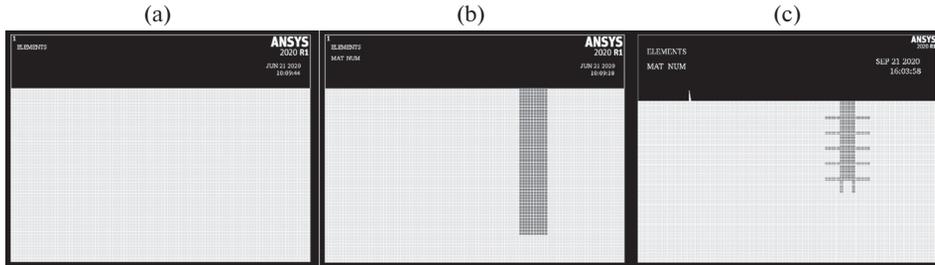


Рис. 6. (а) Упругое полупространство без защитного барьера, (б) упругое полупространство с защитным барьером и (с) упругое полупространство с барьером с метаструктурами

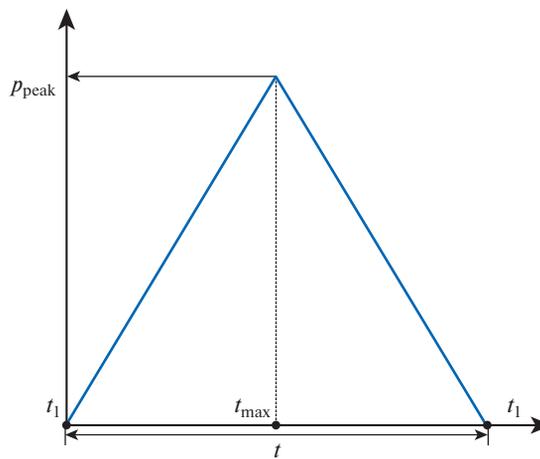


Рис. 7. Временной профиль амплитуды сосредоточенной силы, действующей на границу полуплоскости

рение возникающих амплитуд перемещений и ускорений. Профиль зависимости интенсивности действующей силы от времени представлен на рис. 7.

На поверхности, на некотором расстоянии от точки приложения силы, получим зависимости перемещений и ускорений по обеим осям от времени. Для данной простой задачи решение возможно получить аналитически, вычислив свертку решения для δ -функции по времени и пространству и силы, приложенной на поверхности (рис. 7). Такая задача обычно называется двумерной внешней задачей Лэмба и ее аналитическое решение известно (см. например, [58]). Для валидации получаемого численного решения, сравним получаемые зависимости для перемещений с вычисленными аналитически. На рис. 8 представлен получаемый временной профиль перемещения для вертикальной координаты, вычисленный численно, в сравнении с аналитическим точным решением. Как видно из представленных графиков, численное решение достаточно хорошо повторяет точное аналитическое решение. Таким образом, можно сделать вывод о применимости и достаточной точности полученного численного решения для решения исследуемого класса задач.

Далее, получим максимальные (по времени) амплитуды перемещений и ускорений по обоим направлениям. Далее данные величины будут использоваться для нормализации при определении защитного коэффициента различных типов барьеров и защит-

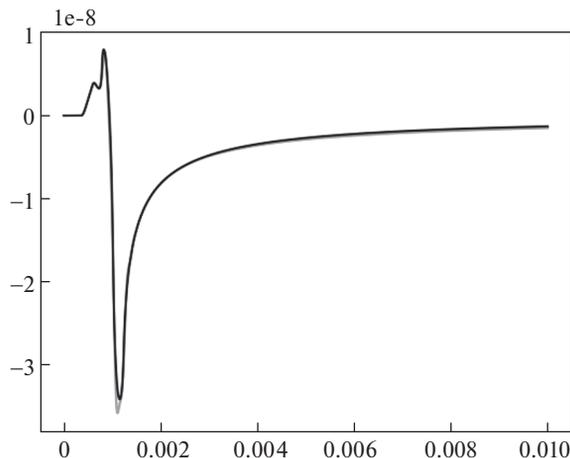


Рис. 8. Временной профиль перемещения для вертикальной координаты. Сравнение численного (серая линия) и точного аналитического решения (черная линия)

ных метаструктур. Для использованных параметров воздействия (длительность 450 микросекунд, максимальная амплитуда 1000 Н) и свойств среды, принятых равным типичным для грунта (Модуль Юнга, $E = 10$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.35$, плотность 2000 кг/м^3) полученные максимальные значения амплитуды перемещений и ускорений по двум направлениям представлены в табл. 2.

Далее будем использовать данные амплитуды для нормализации и определения коэффициента защиты для различных типов барьеров.

Кроме того, исследуем зависимость максимальной амплитуды возникающих перемещений и ускорений от расстояния от точки приложения нагрузки. Такие оценки возможно провести как аналитически, с использованием точного решения, так и с использованием разработанной численной конечноэлементной модели. На рис. 9 представлена зависимость максимальной амплитуды возникающих горизонтальных перемещений в условиях решаемой задачи.

Как видно из данных представленных на рис. 9, численное решение хорошо повторяет точное аналитическое решение, что еще раз свидетельствует о применимости разработанной модели для анализа решаемого класса задач. Кроме того, полученные зависимости максимальных амплитуд перемещений и ускорений далее будут применяться для анализа так называемых “зон тени” — областей за защитными барьерами, в

Таблица 2. Скорости распространения объемных волн в породах земной коры

Максимальное значение ускорения по горизонтальной оси	72.3 м/с ²
Минимальное значение ускорения по горизонтальной оси	-43.9 м/с ²
Максимальное значение ускорения по вертикальной оси	110.7 м/с ²
Минимальное значение ускорения по вертикальной оси	-104.7 м/с ²
Максимальное значение перемещения по горизонтальной оси	4.70E-07 м
Минимальное значение перемещения по горизонтальной оси	-1.40E-07 м
Максимальное значение перемещения по вертикальной оси	1.20E-07 м
Минимальное значение перемещения по вертикальной оси	-7.50E-07 м

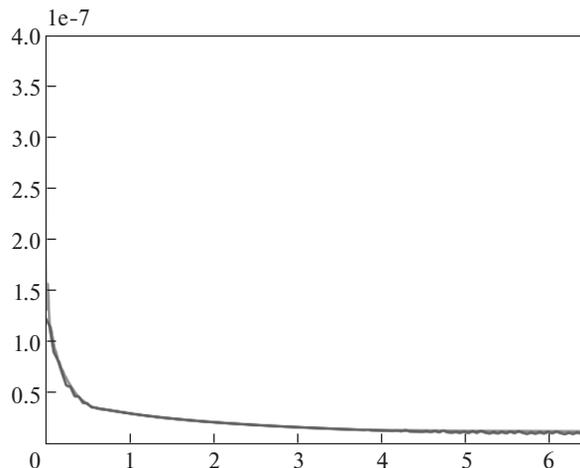


Рис. 9. Зависимость максимальной амплитуды возникающих на поверхности полуплоскости горизонтальных перемещений от расстояния от точки приложения нагрузки. Сравнение численного (серая линия) и точного аналитического решения (черная линия)

которых обеспечивается значительное уменьшение перемещений и ускорений, вызванных набегающими волнами сейсмической природы. Линейный размер “зоны тени”, обеспечиваемый тем или иным типом барьера, наряду с коэффициентом защиты, является одной из важнейших характеристик защитного сейсмического барьера.

Также на основе анализа зависимостей максимальных амплитуд перемещений и ускорений от расстояния от точки приложения нагрузки, можно провести оценку размеров области, вблизи точки приложения нагрузки, в которой важно влияние объемных волн.

2.2. Более жесткий и менее жесткий барьер. Далее аналогичная задача решалась для защитных сейсмических барьеров (рис. 6,b) выполненных из гораздо более жесткого (1 случай – модуль Юнга больше в 10 раз, плотность больше в 5 раз. 2 случай – модуль Юнга больше в 100 раз, плотность больше в 50 раз.) и гораздо менее жесткого (1 случай – модуль Юнга меньше в 10 раз, плотность меньше в 5 раз. 2 случай – модуль Юнга меньше в 100 раз, плотность меньше в 50 раз.) материалов. Для случая 1 типичные коэффициенты защиты барьеров (отношение максимального значения перемещения/ускорения в случае отсутствия барьера к аналогичному значению при использовании барьера) для выбранного случая составляют 1.5–3.0 для ускорений и примерно столько же для перемещений. В случае 2 типичные коэффициенты защиты барьеров для выбранного случая составляют 10–25 для ускорений и 1.5–3.0 для перемещений.

2.3. Барьеры с метаструктурами. Далее задача решалась для защитных сейсмических барьеров с интегрированными метаструктурами (рис. 6,c). Были рассмотрены различные комбинации упругих свойств барьеров и метаструктур. Кроме того, исследовано влияние количества и размера компонентов метаструктур на обеспечиваемые коэффициенты защиты.

Как показали проведенные расчеты, в некоторых случаях использование метаструктур, интегрированных в защитный сейсмический барьер позволяет значительно увеличить коэффициент защиты. В частности, для некоторых случаев (например, более мягкий (по отношению к среде) барьер с более жесткими (по отношению к среде) метаструктурами), коэффициенты снижения магнитуд могут достигать 30. Иными словами, при такой конфигурации нагрузки и защитного барьера, перемещения и

ускорения в защищаемой области уместаются в 30 раз. В то же время, некоторые комбинации свойств барьера и защитных метаструктур не увеличивают коэффициент защиты по сравнению с барьером без метаструктур, либо даже немного уменьшают его. Можно сделать вывод о том, что для конкретных случаев свойств материала среды, возможных свойств и размеров защитного барьера и метаструктур необходимо проводить дополнительный анализ с целью выявления наиболее эффективных комбинаций защитного барьера для конкретного случая возможных воздействий сейсмической природы.

3. Выводы. Проведенными теоретическими и численными исследованиями установлено, что в рамках рассмотренных упругих моделей с помощью вертикальных сейсмических барьеров в виде метаструктур, удастся значительно снизить магнитудные значения колебаний в защищаемой зоне, по сравнению с моногенными барьерами прямоугольной формы, причем уровень снижения колебаний в зонах тени за барьером оказывается существенно большим.

Кроме того, проведенные исследования указывают на существенное увеличение протяженности зоны тени, — это открывает перспективы применения метаструктурных сейсмических барьеров для защиты протяженных объектов, например, взлетных полос аэродромов, мостов, акведуков и т.п.

Благодарность. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант 20-49-08002.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Cerveny V.* Seismic Ray Theory. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
2. *Smith P.D., Hetherington, J.G.* Blast and Ballistic Loading of Structures. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1994.
3. *Nagy N., Mohamed M., Boot J.C.* Nonlinear numerical modelling for the effects of surface explosions on buried reinforced concrete structures // *Geomech. Eng.* 2010. V. 2. P. 1–18.
4. *Ibrahim Y.E., Nabil M.* Finite element analysis of pile foundations under surface blast loads // *Proceedings of the 13th International Conference on Damage Assessment of Structures. Lecture Notes in Mechanical Engineering / Ed. by Wahab M.* Singapore: Springer, 2020.
5. *HelMBERGER D.V., Malone S.D.* Modeling local earthquakes as shear dislocations in a layered half-space // *J. Geophys. Res.* 1975. V. 80. P. 4881–4888.
6. *Ben-Menahem A., Singh S.J.* Seismic Waves and Sources. 2nd edition. N.Y.: Dover Publications, 2000.
7. *Aki K., Richards P.G.* Quantitative Seismology. 2nd edition. University Science Books, 2009.
8. *Aki K.* Earthquake mechanism // *Tectonophys.* 1972. V. 13. P. 423–446.
9. *Kanamori H., Anderson D.L.* Theoretical basis of some empirical relations in seismology // *Bull. Seismol. Soc. Am.* 1975. V. 65. P. 1073–1095.
10. *Yang Y.B., Hung H.H., Chang D.W.* Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation // *Soil Dyn. Earthquake Eng.* V. 23. Iss. 4. P. 263–278.
11. *Gunn D., Williams G., Kessler H., Thorpe S.* Rayleigh wave propagation assessment for transport corridors // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Transport.* 2015. V. 168. № 6. P. 487–498.
12. *Kuznetsov S.V.* Abnormal dispersion of flexural Lamb waves in functionally graded plates // *Z. Angew. Math. Phys.* 2019. V. 70. Iss. 89. P. 1–8.
13. *Kaplunov J.D., Nolde E.V.* Long-wave vibrations of a nearly incompressible isotropic plate with fixed faces // *Quart. J. Mech. Appl. Math.* 2002. V. 55. P. 345–356.
14. *Zakharov D.D., Castaings M., Singh D.* Numerical and asymptotic approach for evaluating complex wave-numbers of guided modes in viscoelastic plates // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. V. 130. P. 764–771.
15. *Kuznetsov S.V.* Cauchy formalism for Lamb waves in functionally graded plates // *J. Vibr. Contr.* 2019. V. 25. № 6. P. 1227–1232.
16. *Mallah M., Philippe L., Khater A.* Numerical computations of elastic wave propagation in anisotropic thin films deposited on substrates // *Comp. Mater. Sci.* 1999. V. 15. P. 411–421.

17. *Djeran-Maigre I. et al.* Solitary SH waves in two-layered traction-free plates // *Comptes Rendus. Mech.* 2008. V. 336. № 1–2. P. 102–107.
<https://doi.org/10.1016/j.crme.2007.11.001>
18. *Kuznetsov S.V.* Love waves in stratified monoclinic media // *Quart. Appl. Math.* 2004. V. 62. P. 749–766.
19. *Saito T.* Love-wave excitation due to the interaction between a propagating ocean wave and the sea-bottom topography // *Geophys. J. Int.* 2010. V. 182. P. 1515–1523.
20. *Gualtieri L., Camargo J.S., Pascale S., Pons F.M.E., Ekstrom G.* The persistent signature of tropical cyclones in ambient seismic noise // *Earth Planet Sci. Lett.* 2018. V. 484. P. 287–294.
21. *Ilyashenko A., Kuznetsov S.* SH waves in anisotropic (monoclinic) media // *Z. Angew. Math. Phys.* 2018. V. 69. № 17. P. 1–8.
<https://doi.org/10.1007/s00033-018-0916-y>
22. *Ekstrom G., Tromp J., Larson E.W.F.* Measurements and global models of surface wave propagation // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102. P. 8137–8157.
23. *Dudchenko A.V. et al.* Vertical wave barriers for vibration reduction // *Arch. Appl. Mech.* 2021. V. 91 P. 257–276.
<https://doi.org/10.1007/s00419-020-01768-2>
24. *Kuznetsov S.* Seismic waves and seismic barriers // *Acoust. Phys.* 2011. V. 57. № 3. P. 420–426.
25. *Kausel E., Manolis G.* *Wave Motion in Earthquake Engineering.* Southampton, UK: WIT Press, 1999.
26. *Angelsky O.V., Zenkova C.Y., Hanson S.G., Zheng J.* Extraordinary manifestation of evanescent wave in biomedical application // *Front. Phys.* 2020. V. 8. P. 159.
<https://doi.org/10.3389/fphy.2020.00159>
27. *Kuznetsov S.V., Terentjeva E.O.* Planar internal Lamb problem: Waves in the epicentral zone of a vertical power source // *Acoust. Phys.* 2015. V. 61. P. 356–367.
28. *Ambraseys N.N., Douglas J., Smit P., Sarma S.K.* Equations for the estimation of strong ground motions from shallow crustal earthquakes using data from Europe and the Middle East: horizontal peak ground acceleration and spectral acceleration // *Bull. Earthquake Eng.* 2005. V. 3. № 1. P. 1–35.
29. *Akkar S., Kale O., Yenier E., Bommer J.J.* The high-frequency limit of usable response spectral ordinates from filtered analogue and digital strong-motion accelerograms // *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* 2011. V. 40. № 12. P. 1387–1401.
30. *Takewaki I.* Frequency-domain analysis of earthquake input energy to structure–pile systems // *Eng. Struct.* 2005. V. 27. № 4. P. 549–563.
31. *Takewaki I.* Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis // *Int. J. Adv. Struct. Eng.* 2004. V. 7. № 6. P. 503–514.
32. *Li X., Li Z., Wang E., Liang Y., Niu Y., Li Q.* Spectra, energy, and fractal characteristics of blast waves // *J. Geophys. Eng.* 2017. V. 15. № 1. P. 81–92.
33. *Bahadori M., Amnieh H.B., Khajezadeh A.* A new geometrical-statistical algorithm for predicting two-dimensional distribution of rock fragments caused by blasting // *Int. J. Rock Mech. Mining Sci.* 2016. V. 86. P. 55–64.
34. *Uyanik O.* Estimation of the porosity of clay soils using seismic P- and S-wave velocities // *J. Appl. Geophys.* 2019. V. 170. № 103832. P. 1–8.
35. Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures. Part 1. Provisions (FEMA 450-2), 2003 Edition. Building Seismic Safety Council. Washington, D.C.: National Institute of Building Sciences, 2004.
36. *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology.* Part B / Ed. by *Lee W.H.K., Hiroo Kanamori H., Jennings P.C., Kisslinger C.N.Y.*: Academic Press, 2003.
37. *Pham ChiVinh, Malischewsky P.G.* An approach for obtaining approximate formulas for the Rayleigh wave velocity // *Wave Motion.* 2007. V. 44. P. 549–562.
38. *Mozhaev V.G.* Approximate analytical expressions for the velocity of Rayleigh waves in isotropic media and on the basal plane in high symmetry crystals // *Sov. Phys. Acoust.* 1991. V. 37. P. 186–189.
39. *Bratov V.A. et al.* Homogeneous horizontal and vertical seismic barriers: mathematical foundations and dimensional analysis // *Mat. Phys. Mech.* 2020. V. 44. № 1. P. 61–65.
https://doi.org/10.18720/MPM.4412020_7
40. *Kravtsov A.V. et al.* Finite element models in Lamb’s problem // *Mech. Solids.* 2011. V. 46. P. 952–959.
<https://doi.org/10.3103/S002565441106015X>

41. *Pecker A.* Seismic analyses and design of foundation soil structure interaction // Perspectives on European Earthquake Engineering and Seismology. Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering / Ed. by *Ansal A.* V. 39. Springer, 2015.
42. *Kausel E.* Lamb's problem at its simplest // Proc. Roy. Soc. Ser. A. London. 2012. V. 469. № RSPA-20120462. P. 1–44.
43. *Kuznetsov S.V.* Fundamental and singular solutions of Lamé equations for media with arbitrary elastic anisotropy // Quart. Appl. Math. 2005. V. 63. P. 455–467.
<https://doi.org/10.1090/S0033-569X-05-00969-X>
44. *Sánchez-Sesma F., Iturrarán-Viveros U.* The classic Garvin's problem revisited // Bull. Seism. Soc. Am. 2006. V. 96 (4A). P. 1344–1351.
45. *Maslov V.P., Mosolov P.P.* General theory of the solutions of the equations of motion of an elastic medium of different moduli // J. Appl. Math. Mech. 1985. V. 49. P. 322–336.
46. *Maslov V.P., Antsiferova M.M.* Shock waves in a granular medium // Phys. Earth. Planet. Inter. 1988. V. 50 № 1. P. 8–15.
47. *Gavrilov S.N., Herman G.C.* Wave propagation in a semi-infinite heteromodal elastic bar subjected to a harmonic loading // J. Sound Vibr. 2012. V. 331. № 20. P. 4464–4480.
48. *Molinari A., Daraio Ch.* Stationary shocks in periodic highly nonlinear granular chains // Phys. Rev. E 2009. V. 80. № 056602. P. 1–15.
49. *Goldstein R.V. et al.* The modified Cam-Clay (MCC) model: cyclic kinematic deviatoric loading // Arch. Appl. Mech. 2016. V. 86. P. 2021–2031.
<https://doi.org/10.1007/s00419-016-1169-x>
50. *Kuznetsov S.V., Maigre H.* Granular metamaterials for seismic protection. Hyperelastic and hypoelastic models // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. V. 1425. № 012184. P. 1–6.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1425/1/012184>
51. *Nedderman R.M.* Statics and Kinematics of Granular Materials. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
52. *Witarto W. et al.* Three-dimensional periodic materials as seismic base isolator for nuclear infrastructure // AIP Advances. 2019. V. 9. № 045014. P. 1–8.
53. *Wootton P.T., Kaplunov J., Colquitt D.J.* An asymptotic hyperbolic–elliptic model for flexural-seismic metasurfaces // Proc. R. Soc. A. 2019 V. 475. P.20190079.
<https://doi.org/10.1098/rspa.2019.0079>
54. *Kausel E.* Fundamental Solutions in Elastodynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2005.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511546112>
55. *Bratov V.* Incubation time fracture criterion for FEM simulations // Acta Mech. Sinica. 2011. V. 27. № 4. P. 541–549.
<https://doi.org/10.1007/s10409-011-0484-2>
56. *Kazarinov N., Bratov V., Petrov Y.* Modelling dynamic propagation of a crack at quasistatic loading // Dokl. Phys. 2014. V. 59. № 2. P. 99–102.
<https://doi.org/10.1134/S1028335814020116>
57. ANSYS User's Guide, Release 2020 R1. ANSYS Inc., 2020. Pennsylvania, USA.
58. *Eringen A.C., Suhubi E.S.* Elastodynamics. V. 2. Linear Theory. New York: Academic Press, 1975.