

УДК 539.376

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ В ПРИСУТСТВИИ АГРЕССИВНОЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ

© 2021 г. Ю. Г. Басалов^{a,*}, А. М. Локощенко^{a,**}, Л. В. Фомина^{a,b,***}

^a Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им.
М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^b Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

*e-mail: basalov@yandex.ru

**e-mail: loko@imec.msu.ru

***e-mail: fleonid1975@mail.ru

Поступила в редакцию 21.05.2020 г.

После доработки 12.06.2020 г.

Принята к публикации 25.06.2020 г.

Исследование основано на результатах испытаний на ползучесть до разрушения растягиваемых образцов титанового сплава ВТ6 при 600°C, в которые предварительно был внедрен водород различной концентрации. В данной работе проведено теоретическое обобщение полученных данных на нестационарное сложное напряженное состояние. Рассматривается моделирование ползучести цилиндрической оболочки вплоть до разрушения при двух программах зависимости осевого и поперечного напряжений от времени. Предполагается, что материал оболочки предварительно насыщался внедренным водородом различной концентрации. Описание ползучести проводится при учете физической и геометрической нелинейности. Для описания длительного разрушения используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова с векторным параметром поврежденности. В первой части рассматривается кусочно-постоянная зависимость осевого и поперечного растягивающих напряжений от времени. Показано, что времена до разрушения оболочки при ступенчатом увеличении и уменьшении одинаковых значений напряжений совпадают. Во второй части рассматривается нагружение оболочки, при котором осевое и поперечное напряжения возрастают пропорционально времени. Получены кривые осевой ползучести оболочки вплоть до разрушения при различных скоростях увеличения напряжений.

Ключевые слова: ползучесть, длительное разрушение, цилиндрическая оболочка, сложное напряженное состояние, нестационарное нагружение, агрессивная среда, векторный параметр поврежденности, кривые осевой ползучести

DOI: 10.31857/S0572329921040048

1. Введение. В данной статье рассматривается ползучесть вплоть до разрушения цилиндрической оболочки при переменных осевом σ_z и поперечном σ_θ растягивающих напряжениях в присутствии агрессивной среды. В качестве основы приняты результаты испытаний цилиндрических образцов из двухфазного ($\alpha + \beta$) титанового сплава ВТ6 (Ti-6Al-4V) на ползучесть при растяжении вплоть до разрушения при температуре 600°C в присутствии предварительно внедрённого водорода [1–2].

2. Ползучесть оболочки вплоть до разрушения при кусочно-постоянной зависимости осевого и поперечного напряжений от времени. 2.1. *Экспериментально-теоретическое исследование ползучести титанового сплава ВТ6 при растяжении вплоть до разрушения в присутствии агрессивной среды [1, 2].* Перед механическими испытаниями образцы титанового сплава насыщались водородом термодиффузионным способом в аппаратуре Сиверта. Данная аппаратура позволяет получать высокочистый газообразный водород и проводить гидрирование в высоком вакууме при температуре 600°C, что исключает окисление поверхности образцов.

Перед проведением механических испытаний в образцы вводился водород до концентрации $c = 0.1, 0.2$ и 0.3% . При $c = 0, 0.1, 0.2$ и 0.3% количество β -фазы составляло соответственно $\gamma = 28\%, 35\%, 45\%$ и 55% .

В испытаниях при постоянной растягивающей силе P использовались цилиндрические образцы диаметром $d_0 = 5$ мм и рабочей длиной $l_0 = 25$ мм. Поскольку титановые сплавы характеризуются при ползучести значительным увеличением длины l от времени t , то в качестве характеристики осевой деформации ползучести в [1, 2] принималась логарифмическая деформация:

$$p_z(t) = \ln(l(t)/l_0)$$

Из условия несжимаемости материала при однородном деформировании $lF = lF_0$ ($F(t)$ – площадь поперечного сечения образцов, $F_0 = F(0)$) и соотношения для растягивающей силы $P = \sigma_0 F_0 = \sigma F$ ($\sigma(t)$ – осевое напряжение, $\sigma_0 = \sigma(0)$) получаем, что зависимость осевого напряжения σ от времени имеет вид:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \exp(p_z(t))$$

Испытания [1, 2] показали, что все кривые ползучести характеризуются установившейся стадией с последующим разупрочнением вплоть до разрушения. Испытания проводились в широком диапазоне начальных напряжений σ_0 от 47 до 217 МПа. В качестве примера на рис. 1–2 сплошными линиями обозначены экспериментальные кривые осевой ползучести $p_z(t)$ при различных концентрациях c и осевых напряжениях $\sigma_0 = 167$ и 217 МПа соответственно. Поскольку на поверхности титановых образцов, испытываемых на воздухе, всегда присутствует слой, препятствующий выходу водорода из сплава, то концентрация водорода c не меняется во времени t (измеряется в часах). Испытания показали, что увеличение доли предварительно внедренного водорода c приводит к систематическому уменьшению в несколько раз скорости установившейся ползучести \dot{p}_z , увеличению времени до разрушения t^* и, как правило, к уменьшению предельной деформации $p_z^* = p_z(t^*)$.

Для теоретического описания реологического процесса деформирования титанового сплава с предварительно внедренным водородом в [1, 2] применялся вариант кинетической теории Ю.Н. Работнова с использованием скалярного параметра поврежденности ω . При этом скорость деформаций ползучести \dot{p}_z и скорость накопления поврежденности $\dot{\omega}$ являются функциями не только σ и ω , но и концентрации c водорода в сплаве. Так как скорость деформации ползучести при разрушении ($t \rightarrow t^*$) не бесконечна, то для зависимостей \dot{p}_z и $\dot{\omega}$ от поврежденности ω вместо пионерской модели Ю.Н. Работнова [3] со степенной функцией $(1 - \omega)^{-1}$ в [1, 2] была использована экспоненциальная функция $\exp(\omega)$.

$$\begin{aligned} \frac{dp_z}{dt} &= A^{-1} [\sigma(t) \cdot \exp(\omega)]^m \cdot f_1(c), & p_z(t=0) &= 0 \\ \frac{d\omega}{dt} &= B^{-1} [\sigma(t) \cdot \exp(\omega)]^n \cdot f_2(c), & \omega(t=0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

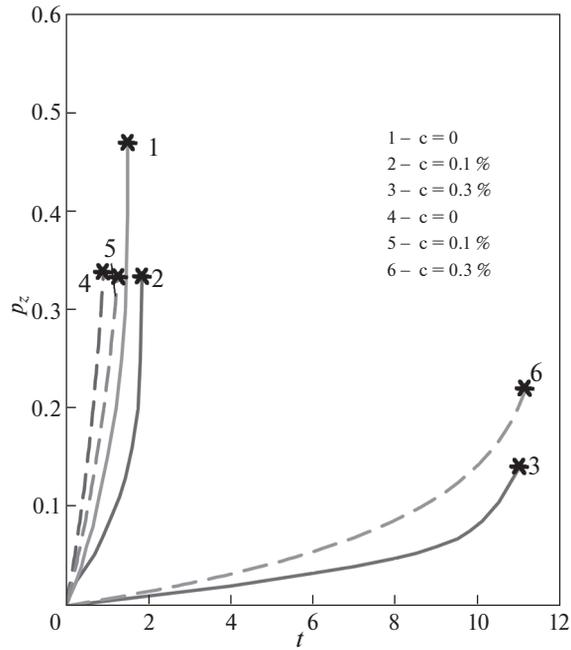


Рис. 1

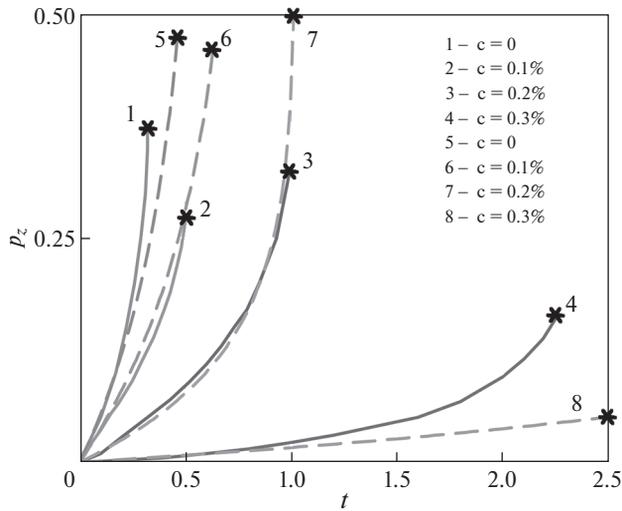


Рис. 2

Функция $f_1(c)$ характеризует уменьшение скорости деформации $\frac{dp_z}{dt}$ при увеличении концентрации c . Функция $f_2(c)$ определяет зависимость скорости накопления повреждений $\frac{d\omega}{dt}$ от величины c .

Таблица 1. Зависимости характеристик ползучести и длительной прочности титанового сплава ВТ6 от уровня предварительно внедренного водорода [1, 2]

c (%)	γ (%)	f_1	f_2
0	0.28	1	1
0.1	0.35	0.71	0.73
0.2	0.45	0.23	0.54
0.3	0.55	0.03	0.11

Значения $f_1(c)$ и $f_2(c)$ приведены в табл. 1.

Анализ приведенных в [1, 2] испытаний привел к следующим значениям материальных констант:

$$m = 3.07, \quad n = 3.25, \quad A = 3 \times 10^7 \text{ (МПа)}^m / \text{час}, \quad B = 7 \times 10^7 \text{ (МПа)}^n / \text{час}.$$

На рис. 1–2 штриховыми линиями обозначены теоретические кривые ползучести при различных уровнях c при $\sigma_0 = 167$ и 217 МПа соответственно.

2.2. *Накопление поврежденности в цилиндрической оболочке при кусочно-постоянном сложном напряженном состоянии в присутствии агрессивной окружающей среды.* В данном параграфе исследуется накопление поврежденности в цилиндрической оболочке в процессе ползучести при одновременном действии осевого σ_z и поперечного σ_θ напряжений, величины которых являются кусочно-постоянными функциями времени t . Рассмотрим этот процесс применительно к ползучести оболочек из титанового сплава ВТ6 при температуре 600°C в присутствии предварительно внедренного водорода.

Для простоты вычислений примем, что при любом значении времени t значения σ_z и σ_θ равны:

$$\begin{aligned} \sigma_z(t) = \sigma_\theta(t) = \sigma_1 > 0, \quad \sigma_r = 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq t \leq t_1 \\ \text{и} \quad \sigma_z(t) = \sigma_\theta(t) = \sigma_2 > 0, \quad \sigma_r = 0 \quad \text{при} \quad t_1 \leq t \leq t^* \end{aligned} \quad (2.2)$$

(t^* – время до разрушения оболочки при сложном напряженном состоянии).

В данном случае интенсивность напряжений σ_u и компоненты девиатора напряжений s_z, s_θ, s_r принимают следующие значения:

$$\begin{aligned} \sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{2\sigma^2} = \sigma \\ s_z = s_\theta = \frac{1}{3}\sigma, \quad s_r = -\frac{2}{3}\sigma \end{aligned} \quad (2.3)$$

Рассмотрим обобщение уравнений (2.1) на случай сложного напряженного состояния:

$$\begin{aligned} \frac{dp_z}{dt} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{F_1(\sigma_u)}{\sigma_u} s_z [\exp(\omega)]^m f_1(c) \\ \frac{dp_\theta}{dt} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{F_1(\sigma_u)}{\sigma_u} s_\theta [\exp(\omega)]^m f_1(c) \\ \frac{dp_r}{dt} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{F_1(\sigma_u)}{\sigma_u} s_r [\exp(\omega)]^m f_1(c), \quad F_1 = A^{-1} \sigma_u^m \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{F_2(\sigma_u)}{\sigma_u} s_z [\exp(\omega)]^n f_2(c) \\ \frac{d\omega_\theta}{dt} &= \frac{3}{2} \cdot \frac{F_2(\sigma_u)}{\sigma_u} s_\theta [\exp(\omega)]^n f_2(c) \\ \frac{d\omega_r}{dt} &= 0, \quad F_2 = B^{-1} \sigma_u^n\end{aligned}\tag{2.5}$$

В (2.5) ω_z , ω_θ , ω_r представляют собой компоненты вектора поврежденности.

Система уравнений (2.4) представляет собой гипотезу пропорциональности девиаторов напряжений и скоростей деформаций ползучести. Система уравнений (2.5) построена по аналогичному принципу.

В качестве $F_1(\sigma_u)$ и $F_2(\sigma_u)$ рассматриваются степенные функции интенсивности напряжений σ_u . Производная $\frac{d\omega_r}{dt}$ равна нулю, так как радиальная компонента девиатора напряжений отрицательна ($s_r < 0$), при этом предполагается [3], что поврежденность материала при сжатии не накапливается.

В рассматриваемом случае проекции вектора поврежденности на главные оси и величина вектора ω принимают следующие значения:

$$\omega_z = \omega_\theta, \quad \omega_r = 0, \quad \omega = \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\theta^2 + \omega_r^2} = \omega_z \sqrt{2}$$

Проведем интегрирование первого уравнения (2.5) при $\sigma_u = \sigma_1$ и начальном условии $\omega_z(t = 0) = 0$.

$$\begin{aligned}\frac{d\omega_z(t)}{dt} &= \frac{1}{2} B^{-1} [\sigma_1 \exp(\omega_z \sqrt{2})]^n f_2(c) \\ \int_0^{\omega_z} [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n} d\omega_z &= \frac{1}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\omega_z} [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n} d(\omega_z \sqrt{2}) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{\omega_z} [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n-1} d[\exp(\omega_z \sqrt{2})] = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{[\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n}}{(-n)} \Big|_{\omega_z=0}^{\omega_z} = \frac{1}{n\sqrt{2}} \cdot \{1 - [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n}\} = \frac{1}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t \\ 1 - [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n} &= \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t\end{aligned}$$

Определим зависимость ω_z от t .

$$\begin{aligned}\exp(\omega_z \sqrt{2}) &= \left[1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t \right]^{\left(\frac{1}{n}\right)} \quad \omega_z \sqrt{2} = -\frac{1}{n} \ln \left[1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t \right] \\ \omega_z &= -\frac{1}{n\sqrt{2}} \ln \left[1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t \right]\end{aligned}\tag{2.6}$$

Определим значение t_1^* , при котором наступит разрушение в случае постоянного значения σ_1 .

Из (2.6) при учете $\omega^* = 1 \left(\omega_z^* = \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ получаем:

$$(1 - e^{-n}) = \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c) t_1^*, \quad t_1^* = \frac{2(1 - e^{-n})}{n\sqrt{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c)} \quad (2.7)$$

Пусть первая стадия ползучести оболочки $\sigma_z = \sigma_\theta = \sigma_u = \sigma_1$ заканчивается при $t_1 = \frac{1}{2} t_1^*$.

Значение поврежденности ω_z в момент времени $t_1 = \frac{1}{2} t_1^*$ согласно (2.7) равно:

$$\begin{aligned} \omega_{z1} = \omega_z(t_1) &= -\frac{1}{n\sqrt{2}} \ln \left\{ 1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B_1^{-1} \sigma_1^n f_2(c) \cdot \frac{(1 - e^{-n})}{[n\sqrt{2} B^{-1} \sigma_1^n f_2(c)]} \right\} \\ \omega_{z1} &= -\frac{1}{n\sqrt{2}} \ln \left\{ 1 - \frac{(1 - e^{-n})}{2} \right\} \end{aligned}$$

При $t = t_1$ напряжения $\sigma_z = \sigma_\theta = \sigma_1$ мгновенно изменяют свои значения и становятся равными σ_2 .

С помощью интегрирования первого уравнения (2.5) определим зависимость $\omega_z(t)$ на II стадии нагружения ($t_1 \leq t \leq t^*$):

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{1}{2} B^{-1} [\sigma_2 \exp(\omega_z \sqrt{2})]^n f_2(c) \\ \int_{\omega_{z1}}^{\omega_z} [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n} d\omega_z &= \int_{t_1}^t \frac{1}{2} B^{-1} \sigma_2^n f_2(c) dt = \frac{1}{2} B^{-1} \sigma_2^n f_2(c) (t - t_1) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{[\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n}}{(-n)} \Big|_{\omega_{z1}}^{\omega_z} &= \frac{[\exp(\omega_{z1} \sqrt{2})]^{-n} - [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n}}{n\sqrt{2}} \\ [\exp(\omega_z \sqrt{2})]^{-n} &= \left[\exp \left(-\frac{1}{n} \ln \left(1 - \frac{1 - e^{-n}}{2} \right) \right) \right]^{-n} - \\ &\quad - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_2^n f_2(c) (t - t_1) = C - D(t - t_1) \\ C &= \left[\exp \left(-\frac{1}{n} \ln \left(1 - \frac{1 - e^{-n}}{2} \right) \right) \right]^{-n} = \left(1 - \frac{1 - e^{-n}}{2} \right), \quad D = \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_2^n f_2(c) \\ \omega_z &= -\frac{\ln [C - D(t - t_1)]}{n\sqrt{2}} \quad (2.8) \end{aligned}$$

При разрушении $\omega_z(t^*) = \frac{1}{\sqrt{2}}$, при этом

$$\ln [C - D(t^* - t_1)] = -n; \quad C - D(t^* - t_1) = \exp(-n); \quad D(t^* - t_1) = C - \exp(-n)$$

Таблица 2. Характеристики длительной прочности при $\sigma_1 = 167$ МПа и $\sigma_2 = 217$ МПа

c (%)	t_1^* , час	t_1 , час	t_2^* , час	ω_{z1}	t^* , час
0	1.749	0.874	0.747	0.143	1.248
0.1	2.396	1.198	1.023	0.143	1.709
0.2	3.238	1.619	1.383	0.143	2.31
0.3	15.898	7.949	6.787	0.143	11.342

Таким образом, время до разрушения оболочки после обеих стадий нагружения равно

$$t^* = t_1 + \frac{C - \exp(-n)}{D} = t_1 + \frac{(1 - e^{-n})}{2D} \tag{2.9}$$

$$t^* = \frac{(1 - e^{-n})}{n\sqrt{2}B^{-1}\sigma_1^n f_2(c)} + \frac{(1 - e^{-n})}{n\sqrt{2}B^{-1}\sigma_2^n f_2(c)}$$

Соотношение (2.9) действительно как при $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$, так и при $0 < \sigma_1 < \sigma_2$.

Отсюда следует, что времена до разрушения оболочки при ступенчатом увеличении ($\sigma_1 < \sigma_2$) и ступенчатом уменьшении ($\sigma_1 > \sigma_2$) напряжений совпадают.

2.3. *Ползучесть цилиндрической оболочки при кусочно-постоянных напряжениях.* Для определения осевой ползучести рассматриваемой оболочки воспользуемся первым дифференциальным уравнением (2.4) при учете (2.3)

$$\frac{dp_z}{dt} = \frac{1}{2} A^{-1} [\sigma_u \exp(\omega)]^m f_1(c), \quad p_z(t = 0) = 0$$

На первой стадии при $0 \leq t \leq t_1$ согласно (2.6) и (2.7) получаем:

$$p_z = \frac{1}{2} A^{-1} \sigma_1^m f_1(c) \int_0^t \left[1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^m f_2(c)t \right]^{(-m/n)} dt =$$

$$= \frac{1}{2} A \sigma_1^m f_1(c) \frac{\left\{ 1 - \left[1 - \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^m f_2(c)t \right]^{(1-\frac{m}{n})} \right\}}{\left(1 - \frac{m}{n} \right) \frac{n\sqrt{2}}{2} B^{-1} \sigma_1^m f_2(c)}$$

На второй стадии при $t_1 \leq t \leq t^*$ согласно (2.8) получаем:

$$p_z = -\frac{1}{2} A^{-1} \sigma_2^m f_1(c) \cdot \int_{t_1}^t \left\{ \exp \left[-\frac{\ln(C - D \cdot (t - t_1))}{n} \right] \right\}^m dt$$

2.4. *Получение кривых ползучести, соответствующих кусочно-постоянным зависимостям $\sigma_z(t) = \sigma_0(t)$ при мгновенном увеличении и уменьшении напряжений.* В этом параграфе в качестве примера рассмотрим два варианта нагружения оболочек, при которых напряжения σ_1 и σ_2 удовлетворяют неравенствам $0 < \sigma_1 < \sigma_2$ или $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$. В первом варианте нагружения рассмотрим значения $\sigma_1 = 167$ МПа и $\sigma_2 = 217$ МПа. При этом характерные значения приведены в табл. 2.

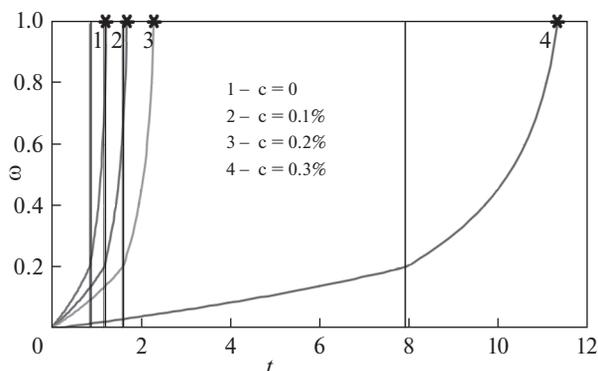
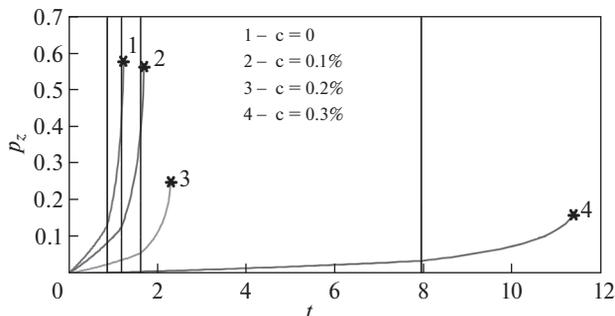
Таблица 3. Характеристики длительной прочности при $\sigma_1 = 217$ МПа и $\sigma_2 = 167$ МПа

c (%)	t_1^* , час	t_1 , час	t_2^* , час	ω_{z1}	t^* , час
0	0.747	0.373	1.749	0.143	1.248
0.1	1.023	0.511	2.396	0.143	1.709
0.2	1.383	0.691	3.238	0.143	2.31
0.3	6.787	3.393	15.898	0.143	11.342

Во втором варианте нагружения рассмотрим значения $\sigma_1 = 217$ МПа и $\sigma_2 = 167$ МПа. В этом случае характеристики длительной прочности приведены в табл. 3.

На рис. 3–4 приведены зависимости $\omega(t)$ и $p_z(t)$ при мгновенном увеличении напряжений ($\sigma_1 = 167$ МПа, $\sigma_2 = 217$ МПа) при использовании материальных констант (2.2). На рис. 5–6 приведены аналогичные зависимости $\omega(t)$ и $p_z(t)$ при мгновенном уменьшении напряжений ($\sigma_1 = 217$ МПа и $\sigma_2 = 167$ МПа).

3. Ползучесть цилиндрической оболочки при линейной зависимости осевого и поперечного напряжений от времени вплоть до разрушения. Рассмотрим ползучесть цилиндри-

**Рис. 3****Рис. 4**

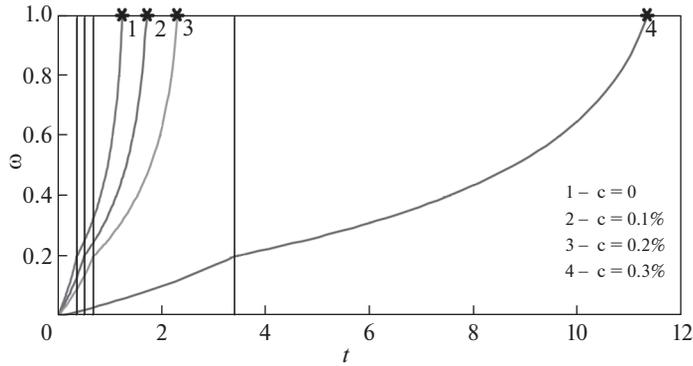


Рис. 5

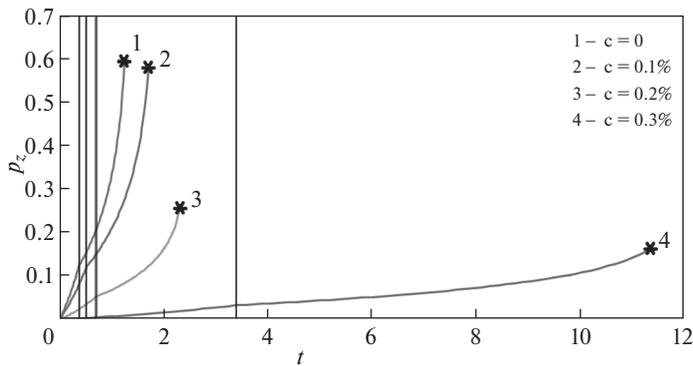


Рис. 6

ческой оболочки вплоть до разрушения, в которой осевое и окружное напряжения возрастают пропорционально времени:

$$\sigma_z = U_0 k t, \quad \sigma_\theta = a \sigma_z = a U_0 k t, \quad \sigma_r = 0$$

U_0 – скорость увеличения напряжений.

Интенсивность напряжений σ_u равна

$$\sigma_u = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_z \sqrt{(a-1)^2 + a^2 + 1} = g \sigma_z, \quad g = \sqrt{a^2 - a + 1}$$

Компоненты девиатора напряжений равны

$$s_z = \frac{(2-a)}{3} \sigma_z, \quad s_\theta = \frac{(2a-1)}{3} \sigma_z, \quad s_r = -\frac{(a+1)}{3} \sigma_z$$

Для рассмотрения длительного разрушения материала оболочки воспользуемся кинетической теорией ползучести и длительной прочности с векторным параметром поврежденности.

В случае пропорционального нагружения оболочки уравнения (2.4)–(2.5) принимают следующую форму:

$$\begin{aligned}
 \frac{dp_z}{dt} &= \frac{3}{2} A^{-1} \sigma_u^{m-1} s_z (\exp \omega)^m f_1(c) = \\
 &= \frac{(2-a)}{2} A^{-1} g^{m-1} \sigma_z^m (\exp \omega)^m f_1(c), \quad p_z(t=0) = 0 \\
 \frac{dp_\theta}{dt} &= \frac{3}{2} A^{-1} \sigma_u^{m-1} s_\theta (\exp \omega)^m f_1(c) = \\
 &= \frac{(2a-1)}{2} A^{-1} g^{m-1} \sigma_z^m (\exp \omega)^m f_1(c), \quad p_\theta(t=0) = 0 \\
 \frac{dp_r}{dt} &= \frac{3}{2} A^{-1} \sigma_u^{m-1} s_r (\exp \omega)^m f_1(c) = \\
 &= -\frac{(a+1)}{2} A^{-1} g^{m-1} \sigma_z^m (\exp \omega)^m f_1(c), \quad p_r(t=0) = 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{3}{2} B^{-1} \sigma_u^{n-1} s_z (\exp \omega)^n f_2(c) = \frac{(2-a)}{2} B^{-1} g^{n-1} \sigma_z^n (\exp \omega)^n f_2(c) \\
 &\text{при } a < 2, \quad \omega_z(t=0) = 0 \\
 \frac{d\omega_z}{dt} &= 0, \quad \text{при } a \geq 2 \\
 \frac{d\omega_\theta}{dt} &= \frac{3}{2} B^{-1} \sigma_u^{n-1} s_\theta (\exp \omega)^n f_2(c) = \frac{(2a-1)}{2} B^{-1} g^{n-1} \sigma_z^n (\exp \omega)^n f_2(c) \\
 &\text{при } a \geq 0.5, \quad \omega_\theta(t=0) = 0 \\
 \frac{d\omega_\theta}{dt} &= 0, \quad \text{при } a < 0.5 \\
 \frac{d\omega_r}{dt} &= 0, \quad \omega_r(t=0) = 0, \quad \omega_r(t) \equiv 0
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Сравнивая ω_z и ω_θ , согласно (3.2) при $0.5 < a < 2$ получаем:

$$\begin{aligned}
 \frac{\omega_z}{\omega_\theta} &= \frac{(2-a)}{(2a-1)}, \quad \omega_\theta = \frac{(2a-1)}{(2-a)} \omega_z \\
 \omega &= \sqrt{\omega_z^2 + \omega_\theta^2 + \omega_r^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{2a-1}{2-a}\right)^2} \omega_z = \frac{\sqrt{4-4a+a^2+4a^2-4a+1}}{(2-a)} \omega_z = b\omega_z \\
 b &= \frac{\sqrt{5a^2-8a+5}}{(2-a)} \\
 \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{(2-a)}{2} B^{-1} g^{n-1} (\exp b\omega_z)^n f_2(c) \cdot (U_0 k t)^n, \quad \omega_z(t=0) = 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Интегрируя уравнение (3.3), получаем:

$$\begin{aligned}
 \frac{[\exp(b\omega_z)]^{-n}}{-n \cdot b} \Big|_0^{\omega_z} &= \frac{1}{bn} \{1 - [\exp(b\omega_z)]^{-n}\} = \frac{(2-a)}{2} B^{-1} g^{n-1} \cdot f_2(c) \cdot \frac{(U_0 k)^n \cdot t^{n+1}}{(n+1)} \\
 1 - [\exp(b\omega_z)]^{-n} &= \frac{b \cdot n(2-a)}{2} B^{-1} g^{n-1} f_2(c) \cdot \frac{(U_0 k)^n t^{n+1}}{(n+1)} = G t^{n+1}
 \end{aligned}$$

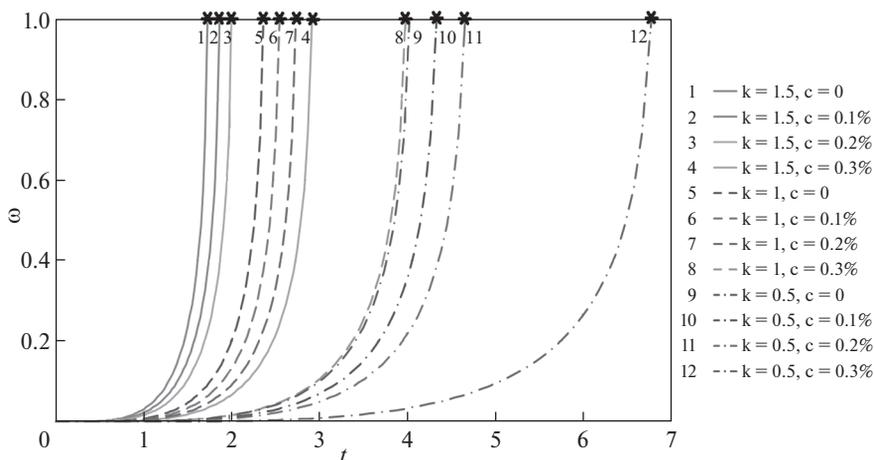


Рис. 7

$$G = \frac{b \cdot n(2-a)}{2} B^{-1} f_2(c) \cdot \frac{(U_0 k)^n}{(n+1)}$$

$$\exp(b\omega_z) = [1 - Gt^{n+1}]^{-1/n}, \quad b\omega_z = -\frac{1}{n} \ln[1 - Gt^{n+1}]$$

$$\omega_z(t) = -\frac{1}{bn} \ln[1 - Gt^{n+1}], \quad t = \left\{ \frac{1 - [\exp(b\omega_z)]^{-n}}{G} \right\}^{\frac{1}{n+1}} \quad (3.4)$$

При разрушении оболочки $\omega^* = \omega(t^*) = b\omega_z^* = 1$.

Следовательно, время t^* до разрушения оболочки определяется следующим соотношением:

$$t^* = \left[\frac{1 - e^{-n}}{G} \right]^{\frac{1}{n+1}}$$

Зависимости $\omega(t)$ при $U_0 = 100$ МПа/час, $a = 1$, различных значениях k и уровнях концентрации c приведены на рис. 7.

Перейдем к вычислениям продольной деформации ползучести $p_z(t)$.

С помощью (3.1) и (3.4) получаем зависимость $p_z(t)$:

$$p_z = \frac{(2-a)}{2} A^{-1} g^{m-1} f_1(c) \int_0^t [1 - Gt^{n+1}]^{-(m/n)} (U_0 k t)^m dt$$

Кривые ползучести $p_z(t)$ при t от 0 до t^* при различных значениях исходных параметров приведены на рис. 8.

Зависимости $\omega(t)$, $p_z(t)$ на рис. 7–8 при $k = 0.5$ нанесены сплошными линиями, при $k = 1.0$ – штриховыми линиями, при $k = 1.5$ – штрих-пунктирными линиями.

Из рис. 7–8 следует, что при уменьшении параметра k (то есть скорости возрастания напряжений во времени) время t^* до разрушения оболочки увеличивается, а значение деформации ползучести при разрушении $p_z(t^*)$ уменьшается. Увеличение уров-

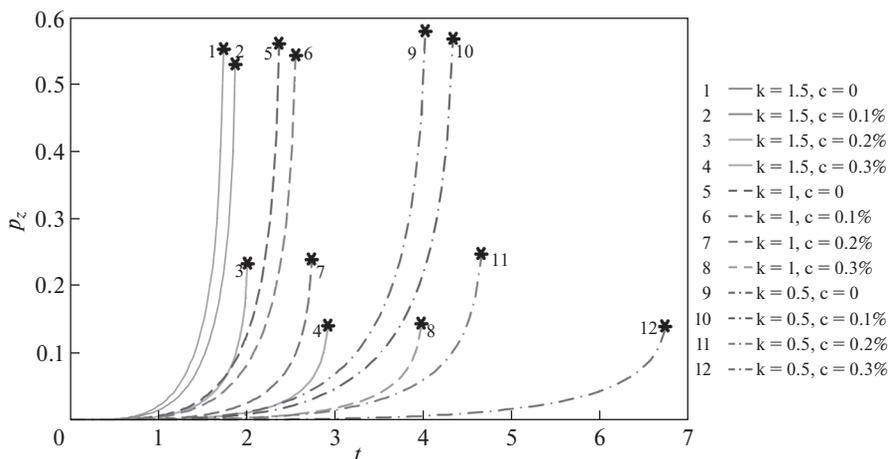


Рис. 8

ня концентрации предварительно внедренного водорода здесь, так же как и при одноосном растяжении титанового сплава [1, 2], приводит к увеличению времени до разрушения t^* и уменьшению предельной деформации $p_z^* = p_z(t^*)$.

4. Заключение. Проведено моделирование ползучести цилиндрической оболочки вплоть до разрушения в присутствии агрессивной среды при двух программах нестационарного сложного напряженного состояния.

В качестве первой программы нагружения рассматривается кусочно-постоянная зависимость осевого и окружного напряжений от времени. Во второй программе нагружения осевое и окружное напряжения возрастают пропорционально времени. Для описания длительного разрушения используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова с векторным параметром поврежденности. Построены кривые осевой ползучести при различных значениях исходных параметров. Вычисления показали, что зависимость времени до разрушения t^* от уровня предварительно внедренной агрессивной среды c имеют тот же характер, который наблюдается в испытаниях растягиваемых образцов титанового сплава ВТ6 с предварительно внедренным водородом. Увеличение уровня агрессивной среды приводит к увеличению значений t^* и уменьшению значений p_z^* .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект № 19-19-00062.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Локощенко А.М., Ильин А.А., Мамонов А.М., Назаров В.В. Анализ ползучести и длительной прочности титанового сплава ВТ6 с предварительно внедренным водородом // Физико-химическая механика материалов. 2008. № 5. С. 98–104. (Lokoshchenko A.M., Il'in A.A., Mamonov A.M., and Nazarov V.V. Analysis of the creep and long-term strength of VT6 titanium alloy with preliminarily injected hydrogen // Materials Science. 2008. Volume 44, pages 700–707).
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с. (перевод: А.М. Lokoshchenko. Creep and long term strength of metals. CISP. CRC Press. Taylor & Francis Group. Boca. Raton. London. New York. 2018. 545 p.).
3. Работнов Ю.М. О механизме длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5–7.