

УДК 531.391:521.93

КРАТКОСРОЧНЫЙ ПРОГНОЗ ДВИЖЕНИЯ ЗЕМНОГО ПОЛЮСА С УЧЕТОМ ЛУННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© 2020 г. С. С. Крылов^а, В. В. Перепёлкин^{а,*}, Вэй Ян Сое^а

^а *Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия*

**e-mail: vadimkin1@yandex.ru*

Поступила в редакцию 12.12.2019 г.

После доработки 05.02.2020 г.

Принята к публикации 19.03.2020 г.

На основе численно-аналитического подхода исследуется возмущенное движение земного полюса. Показано существование различных режимов колебательного процесса, влияющих на точность прогнозирования его положения. Найдены возмущения, приводящие к изменению средней скорости движения земного полюса и к изменению его колебательного режима. Предложен способ построения модификации малопараметрической двухчастотной модели, которая позволяет улучшить точность прогноза движения земного полюса на короткие интервалы времени.

Ключевые слова: земной полюс, чандлеровское колебание, движение Земли относительно центра масс, гравитационно-приливные возмущения

DOI: 10.31857/S057232992006015X

1. Введение. Исследования фундаментальной астрометрической проблемы прогнозирования движения земного полюса [1] представляют как теоретический интерес, так и являются одними из основополагающих для решения задач геофизики и навигации [2]. В большинстве случаев достаточным является применение малопараметрической модели движения земного полюса [3, 4], которая дает удовлетворительный результат при прогнозировании, подтверждаемый данными наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли [1].

Согласно статистике с увеличением длительности интервала прогноза наблюдается увеличение среднеквадратической ошибки, что является естественным. При фиксированной длительности интервала прогноз, как правило, является стабильным и его точность зависит от накопленной ошибки определения положения полюса. Получаемые расхождения прогноза с фактическими данными измерений в большинстве случаев являются следствием непрогнозируемых флуктуаций — как внешних гравитационно-приливных возмущений, так и возмущений, возникших вследствие крупномасштабных явлений в геосредах. Такие возмущения приводят при интегрировании дифференциальных уравнений движения полюса к нерегулярным изменениям амплитуд основных гармоник колебательного процесса. Однако, в некоторых случаях можно наблюдать резкое возрастание ошибки прогноза и на интервалах прогнозирования с фиксированной длительностью, в том числе и для прогноза на короткие интервалы времени (до года). При этом корректировка параметров модели для улучшения ее точностных характеристик не приводит к требуемому результату и даже к заметному изменению характера роста ошибки.

Исследуя основной колебательный процесс земного полюса (сложение чандлеровской и годичной компонент), можно установить, что средняя частота его движения скачкообразно меняется при изменении амплитудного соотношения — отношения амплитуд чандлеровской и годичной компонент. На основе ранее разработанной модели движения земного полюса [3–5] и обработки данных измерений в данной работе выделены возмущения, приводящие к изменению средней скорости движения земного полюса и к изменению его колебательного режима. Показано, что модификация структурных свойств малопараметрической двухчастотной модели позволяет улучшить точность прогноза движения земного полюса, в том числе на короткие интервалы времени.

2. Уравнения движения полюса деформируемой Земли. Ранее в [6] рассматривался метод уточнения модели движения земного полюса с помощью учета дополнительных гармоник с частотами, близкими к чандлеровской частоте. Анализ результатов измерений координат полюса в земной системе позволяет сделать вывод о наличии специфического колебательного процесса в его движении, синхронизированного с прецессией орбиты Луны. При этом новые свойства могут быть использованы для уточнения математических моделей прогнозирования движения полюса.

В данной работе речь идет об изменчивости параметров основных компонент колебаний полюса, а именно о связи некоторых вариаций параметров чандлеровской и годичной компонент с пространственным движением системы Земля–Луна. Для идентификации таких колебаний в работе [6] было сделано двухэтапное преобразование координат полюса. На первом этапе, центрировав траекторию вычетом трендовой составляющей, совершен поворот осей системы координат в сторону движения полюса на переменный угол, соответствующий среднему движению земного полюса вокруг центральной точки. В результате преобразования полюс совершает циклическое квазипериодическое движение с шестилетним периодом, соответствующим амплитудной модуляции чандлеровской и годичной компонент. На втором этапе исключается полученная после первого преобразования шестилетняя цикличность аналогично первому этапу преобразования. В окончательной системе координаты земного полюса представляются как совокупность некомпенсированных после преобразования основных слагаемых (остаток от регулярных чандлеровской и годичной компонент с постоянными амплитудами) и колебательного процесса с частотой, близкой к частоте прецессии лунной орбиты.

Применив обратное преобразование за вычетом некомпенсированной части, получим дополнительные слагаемые Δx_p , Δy_p к модели движения земного полюса.

$$\begin{aligned}x_p &= a_{ch} \cos w_{ch} + a_h \cos w_h + \Delta x_p \\y_p &= a_{ch} \sin w_{ch} + a_h \sin w_h + \Delta y_p \\ \Delta x_p &= a_{ch/h} \cos(w_1 + \Omega) + a_{ch/h} \cos(w_1 - \Omega) + b_{ch/h} \cos(w_2 + \Omega) + b_{ch/h} \cos(w_2 - \Omega) \\ \Delta x_p &= a_{ch/h} \sin(w_1 + \Omega) + a_{ch/h} \sin(w_1 - \Omega) + b_{ch/h} \sin(w_2 + \Omega) + b_{ch/h} \sin(w_2 - \Omega) \\ \langle w_1 \rangle_T &= \begin{cases} w_h & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_{ch} & \text{если } a_{ch} < a_h \end{cases} \\ \langle w_2 \rangle_T &= \begin{cases} w_{ch} & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_h & \text{если } a_{ch} < a_h \end{cases} \\ \dot{w}_h &= 2\pi\omega, \quad \dot{w}_{ch} = 2\pi N\omega, \quad \dot{\Omega} = \frac{2\pi\omega}{18.61}\end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь a_h , a_{ch} , w_h , w_{ch} — амплитуды и фазы годичного и чандлеровского колебаний соответственно. Частоты \dot{w}_h , \dot{w}_{ch} , $\dot{\Omega}$ выражены через ω — среднее орбитальное движение Земли.

Дополнительные слагаемые в (2.1) представляют собой гармоники с комбинационными частотами. Следует заметить, что небесномеханический подход к построению модели движения земного полюса в рамках задачи “деформируемая Земля – Луна в поле притягивающего центра” позволяет установить существование такого колебательного процесса в модельной задаче. Однако полное объяснение этого эффекта связано с учетом возмущений от геофизических подвижных сред, влияющих на геопотенциал [7] и с установлением причин появления в геосредах данных колебаний.

Хотя амплитуды дополнительных гармоник оказываются значимыми для задачи прогнозирования движения полюса (их учет позволяет увеличить точность определения положения полюса на поверхности Земли на 30 см), все же их присутствие не способно кардинально изменить характер самого движения. Если наряду с небесномеханической трактовкой принять во внимание их геофизическую природу (об этом говорит размытость “пиков” данных гармоник в амплитудном спектре), то можно предположить возможное увеличение их амплитуд, что существенно скажется на динамике движения земного полюса.

Однако существуют гармоники с частотами, более близкими к чандлеровской частоте – частоте свободной нутации Земли. Близость этих гармоник к резонансной частоте приводит к увеличению их амплитуд в результирующем процессе. При этом их учет в моделях прогноза движения полюса, как правило, не является целесообразным. Это увеличит число опорных функций модели и в разы увеличит интервал интерполяции для разделения близких частот, что приведет к существенному снижению точности прогноза на сравнительно короткие интервалы времени (до 3 лет). Но их наличие уже с большей вероятностью может изменять динамику движения полюса. Эпизоды смены колебательного режима движения полюса, (когда средняя скорость его движения скачкообразно меняется [8]) за последние 110 лет наблюдались уже несколько раз. При таких изменениях стандартная малопараметрическая модель дает наибольшее расхождение прогноза с данными измерений, что требует модификации модели прогнозирования. Увеличение числа опорных функций в этом случае не приводит к положительному результату в силу нестационарности данного процесса. Поэтому уточнение модели связано с определением новых структурных свойств при переходе от одного режима колебаний к другому.

3. Дополнительные возмущения в колебательном процессе земного полюса. Как правило, для построения прогноза движения земного полюса используется малопараметрическая двухчастотная модель. Она учитывает чандлеровское и годичное колебание с постоянными амплитудами и фазами, хотя они не являются постоянными, а изменяются в известных пределах. Низкочастотные вариации амплитуды чандлеровской составляющей приводят к наличию дополнительных пиков в спектральной плотности мощности координат полюса, а также к расширению пика чандлеровского колебания [9–14]. Из анализа данных наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли [1] можно установить, что изменение соотношения амплитуд чандлеровской и годичной гармоник определяет изменение средней частоты колебательного процесса полюса и изменение его средней скорости движения за период модуляции гармоник [8].

Полученные в [6] дополнительные слагаемые модели движения земного полюса (2.1) содержат нестационарные колебания с нелинейными фазами, модулированные гармониками с частотой прецессии орбиты Луны. Эти колебания аппроксимируются гармониками с постоянными комбинационными частотами (если усреднить частоты за шестилетний период модуляции чандлеровской и годичной гармоник при условии заморозенности их амплитуд во времени). Действительно, обозначив через k ампли-

тудное соотношение годичной и чандлеровской компонент получим зависимость $\dot{w}_1(k)$:

$$\dot{w}_1 = \frac{N + (N + \nu)k \cos(w_h - w_{ch}) + \nu k^2}{1 + 2k \cos(w_h - w_{ch}) + k^2} \quad (3.1)$$

Здесь через N и ν обозначены чандлеровская и годичная частоты. Как следует из (3.1) найти обратную зависимость $k(\dot{w}_1)$ или $k(w_1)$ оказывается проблематичным из-за отсутствия взаимнооднозначного соответствия. Однако этого и не требуется. Для корректировки модели движения полюса достаточным было бы определить факт перехода коэффициента k через единичное значение, воспользовавшись определением средней частоты \dot{w}_1 на периоде модуляции гармоник T :

$$\langle \dot{w}_1 \rangle_T = \text{csgn} \left(\frac{k-1}{k+1} \right) \frac{\nu - N}{2} + \frac{\nu + N}{2} \quad (3.2)$$

Предположим, что в момент τ^* произошел такой переход. Обозначив через w_1 – полярный угол полюса при $k = k_1$ до изменения, а через \tilde{w}_1 – полярный угол с $k = k_2$ после изменения, то при условии $k_1 k_2 = 1$ с точностью до аддитивной постоянной можно установить равенство:

$$\tilde{w}_1 = -w_1 + w_{ch} + w_h \quad (3.3)$$

Данное свойство позволяет найти вариации полярного угла \tilde{w}_1 после изменения колебательного режима полюса.

Как следует из (3.3) при условии замороженности во времени амплитуд чандлеровской и годичной составляющих средняя частота $\langle \dot{w}_1 \rangle_T$ может принимать значения как чандлеровской и годичной частот, так и их полусуммы. При этом, если на заданном ограниченном интервале времени амплитуды близки, то дополнительные слагаемые в (2.1) окажутся стационарными гармониками с частотой $\frac{\nu + N}{2}$, модулированные гармоникой с частотой прецессии лунной орбиты. Если амплитуды не являются близкими, то дополнительные слагаемые (2.1) в среднем хорошо описывают наблюдаемый процесс. Однако необходимо учитывать, что в этом случае он является нестационарным, а одним из проявлений нестационарности процесса будет наличие весьма нестабильной гармоники с частотой $\frac{\nu + N}{2}$, модулированной гармоникой с частотой прецессии лунной орбиты. При этом чем ближе коэффициент k к значению 1, тем выше стабильность данной гармоники, а её наличие будет проявляться в колебании амплитуды чандлеровской компоненты с периодом около 40 лет [15].

Также на основе работы [3], в которой был предложен гравитационно-приливной механизм возбуждения чандлеровской компоненты влиянием лунно-солнечных возмущений, можно предположить наличие гармоники, более близкой к чандлеровской. Согласно [3] предполагается существование гармоники, связанной с пространственным движением лунной орбиты и имеющей частоту 0.833 цикла в год. Ее наличие привело бы к вариации амплитуды чандлеровской компоненты (компоненты с частотой 0.843–0.850 цикла в год) с периодом 90–100 лет. Доступный интервал наблюдений с приемлемой точностью составляет не более 120 лет, что делает невозможным на практике точное разделение этих гармоник с помощью только численной обработки данных измерений. Однако расширенный пик на чандлеровской частоте в амплитудном спектре координат полюса позволяет предположить, что амплитуда ее должна быть достаточно велика для изменения колебательного режима полюса. То есть ее на-

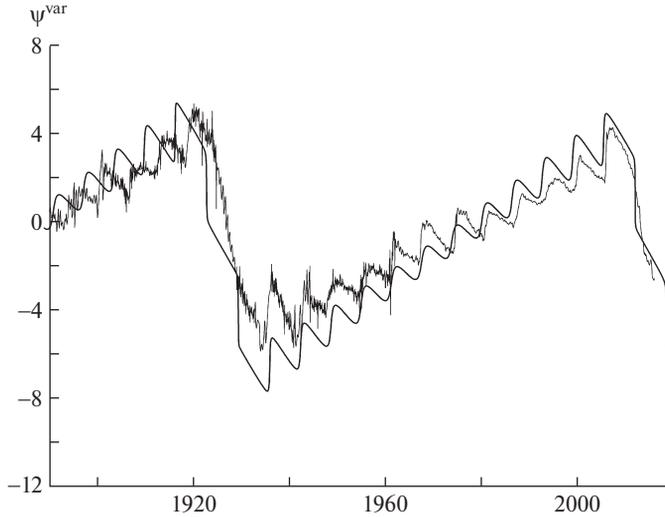


Рис. 1

личие может являться одним из основных факторов, влияющих на изменение средней частоты движения полюса.

4. Численное моделирование движения земного полюса. Для численных расчетов были использованы уравнения вида (1), где в качестве дополнительных слагаемых учитывались гармоники с частотами $\frac{\nu + N}{2} - \dot{\Omega}$ и $\nu - \dot{\Omega} - \dot{p}$ (0.868 и 0.833 циклов в год соответственно):

$$\begin{aligned}
 x_p &= a_{ch} \cos w_{ch} + a_h \cos w_h + \Delta x_p \\
 y_p &= a_{ch} \sin w_{ch} + a_h \sin w_h + \Delta y_p \\
 \Delta x_p &= a_1 \cos \left(\frac{w_h + w_{ch}}{2} - \Omega \right) + a_2 \cos (w_h - \Omega - p) \\
 \Delta y_p &= a_1 \sin \left(\frac{w_h + w_{ch}}{2} - \Omega \right) + a_2 \sin (w_h - \Omega - p) \\
 \dot{w}_h &= 2\pi\omega, \quad \dot{w}_h = 2\pi N\omega, \quad \dot{\Omega} = \frac{2\pi\omega}{18.61}, \quad \dot{p} = \frac{2\pi\omega}{8.85}
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Здесь через \dot{p} обозначена частота движения перигея орбиты Луны с периодом 8.85 лет. В качестве параметров (амплитуд и фаз) чандлеровской и годичной компонент в (4.1) были взяты их средние значения согласно интерполяции на длительном интервале времени. Амплитуда и фаза гармоники с частотой $\frac{\nu + N}{2} - \dot{\Omega}$ выбраны исходя из спек-

трального анализа на том же интервале. Параметры гармоники с частотой $\nu - \dot{\Omega} - \dot{p}$ подбирались в ходе численного моделирования. В результате численных расчетов показано, что, если амплитуда гармоники с частотой $\nu - \dot{\Omega} - \dot{p}$ в 3 раза меньше амплитуды чандлеровской компоненты, то результирующее движение полюса на интервале 120 лет качественно соответствует наблюдениям. В частности совпадают временные моменты переходов между разными режимами колебаний. На рис. 1 дается сравнение наблюдаемой (зигзагообразная линия) и расчетной (плавная линия) фаз w_1 движения



Рис. 2

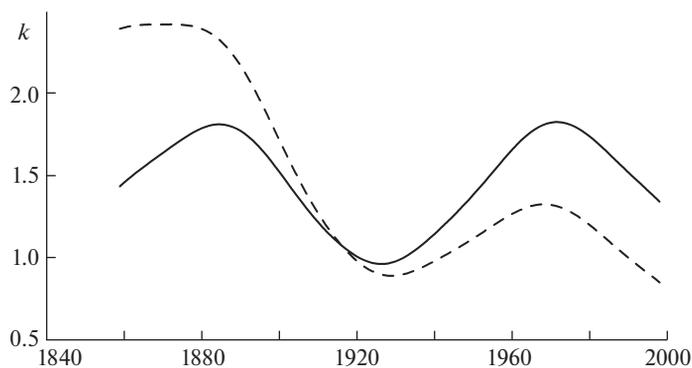


Рис. 3

земного полюса за вычетом линейной части на 120 летнем интервале — она обозначена через ψ^{var} и измеряется в радианах. Из рисунка хорошо видны переходы между двумя различными режимами колебаний полюса. Средние частоты обращения полюса вокруг центральной точки соответствуют или чандлеровской частоте (интервалы с монотонным возрастанием графика) или годичной частоте (интервалы с монотонным убыванием графика). Здесь можно заметить, что на интервале со средней годичной частотой теоретический расчетный график имеет более ломанный характер по сравнению с графиком, построенным согласно наблюдаемому движению. Это связано с близкими значениями амплитуд чандлеровской и годичной компонент. Данное обстоятельство влияет на точность прогноза движения полюса после изменения режима колебаний. Так, если после изменения средней частоты амплитуды компонент останутся близкими, то на ошибку прогнозирования это повлияет слабо. На рис. 2 приводится сравнение сглаженных расчетных значений среднеквадратических отклонений годовых прогнозов, построенных согласно двухчастотной модели движения земного полюса без учета (пунктирная линия) и с учетом (сплошная линия) структурного свойства (3.3), измеряемые в угловых миллисекундах.

При этом, если увеличить разницу между амплитудами годичной и чандлеровской компонент, то ошибка двухчастотной модели без учета структурного свойства (3.3) начнет заметно увеличиваться. На рис 3. рассмотрены два случая изменения соотно-

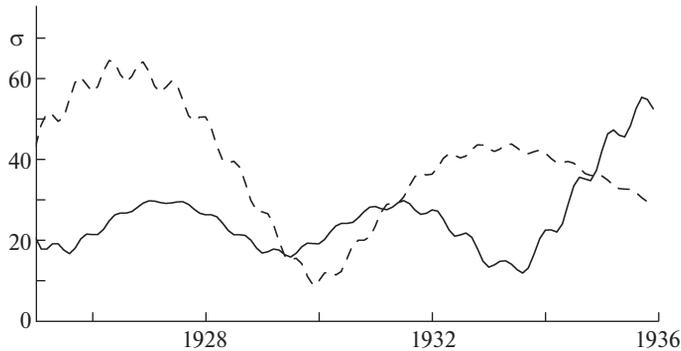


Рис. 4

шения k . Сплошная линия на графике соответствует расчетам на рис. 2, а пунктирная линия соответствует более значительному изменению k после прохождения через единичное значение. В этом случае структурное свойство (3.3) позволяет сохранить точность двухчастотной модели после изменения средней частоты движения полюса в течение по крайней мере шестилетнего интервала амплитудной модуляции основных компонент колебаний полюса (рис. 4).

Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки РФ, номер темы FSFF-2020-0013.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. International Earth Rotation and Reference Systems Service – IERS Annual Reports (<http://www.iers.org>).
2. Манк У., Макдональд Г. Вращение Земли М.: Мир, 1964. 384 с.
3. Акуленко Л.Д., Кумакишев С.А., Марков Ю.Г., Рышлова Л.В. Гравитационно-приливной механизм колебаний полюса Земли // Астрон. ж. 2005. Т. 82. № 10. С. 950–960.
4. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Колебательно-вращательные процессы в движении Земли относительно центра масс: интерполяция и прогноз // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 6. С. 6–29.
5. Климов Д.М., Акуленко Л.Д., Кумакишев С.А. Основные свойства и особенности движения Земли относительно центра масс // Докл. РАН. 2014. Т. 458. № 5. С. 547–550.
6. Перепёлкин В.В. Флуктуации колебательного процесса полюса деформируемой Земли при нестационарных возмущениях // Изв. РАН. МТТ. 2016. № 6. С. 44–51.
7. Филиппова А.С. Динамический анализ колебательного процесса полюса Земли // Изв. РАН. МТТ. 2015. № 6. С. 26–38.
8. Акуленко Л.Д., Перепёлкин В.В. Движение земного полюса при нестационарных возмущениях // Изв. РАН МТТ. 2019. № 5. С. 153–160.
9. Кумакишев С.А. Гравитационно-приливная модель колебаний земного полюса // Изв. РАН. МТТ. 2018. № 2. С. 48–53.
10. Климов Д.М., Акуленко Л.Д., Шматков А.М. Разделение и спектральный анализ колебаний земного полюса // Доклады РАН. 2015. Т. 464. № 3. С. 288–292.
11. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Крылов С.С. Колебания полюса Земли с учетом флуктуационно-диссипативных возмущений // Доклады РАН. 2016. Т. 471. № 6. С. 665–670.

12. *Barkin M.Yu., Krylov S.S., Perepelkin V.V.* Modeling and analysis of the Earth pole motion with nonstationary perturbations // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1301 (2019) 012005.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/1301/1/012005>
13. *Bondarenko V.V., Krylov S.S., Perepelkin V.V.* The fluctuation perturbations in the model of the Chandler wobble // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 468 (2018) 012016.
<https://doi.org/10.1088/1757-899X/468/1/012016>
14. *Ананенкова А.А., Крылов С.С., Филиппова А.С.* Амплитудно-частотный анализ возмущенного чандлеровского колебания полюса Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2018. Т. 1 (100). С. 150–156.
15. *Перепелкин В.В.* Многочастотный процесс колебания земного полюса, обусловленный лунным возмущением // Космонавтика и ракетостроение. 2019. Т. 1 (106). С. 24–30.