

УДК 539.3

**О ВЛИЯНИИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ПАВ  
В ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ  
СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ**

© 2020 г. Т. И. Белянкова<sup>а</sup>, В. В. Калинин<sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup> Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия

\*e-mail: vkalin415@mail.ru

Поступила в редакцию 20.04.2020 г.

После доработки 30.04.2020 г.

Принята к публикации 15.05.2020 г.

Предложен подход к моделированию сегнетоэлектрической гетероструктуры с предварительно напряженным покрытием, выполненным из двухкомпонентного функционально-градиентного материала. В качестве материалов покрытия рассмотрены различные виды керамик на основе PZT с близкими значениями упругих модулей и значительным различием пьезоэлектрических и диэлектрических параметров. Начально-деформированное состояние (НДС) покрытия вызвано действием электрического поля и одноосным механическим растяжением. На примере задачи о распространении sh-волн исследовано влияние начального электростатического поля на особенности распространения ПАВ при различных соотношениях параметров материалов покрытия и характера локализации неоднородности

*Ключевые слова* – пьезоэлектрическая структура, начальные напряжения, напряженность начального электрического поля, функционально-градиентный пьезоэлектрический материал (ФГПМ), поверхностные акустические волны (ПАВ)

DOI: 10.31857/S0572329920050037

**1. Введение.** Основы создания акустоэлектронных устройств были заложены в [1–5]. Особенности технологии получения новых типов сегнетоэлектрических структур из керамики с переменными свойствами или кристаллических пленок приводят к появлению деформаций, изменяющих физические свойства исходных материалов. В работах [6–8] построены линеаризованные определяющие соотношения динамики предварительно напряженной электро- [6, 7] и электротермоупругой [8] сред при наличии внешних электрических полей. Влияние электростатического поля на процессы распространения акустических волн в кристаллических пластинах рассмотрены в статьях [5, 9]. В работе [10] на примере структур “пьезоэлектрический кристалл/изотропная подложка” и “изотропный слой/пьезоэлектрическая подложка” исследовано влияние электростатического поля на параметры дисперсии и анизотропию распространения волн Рэлея и Лява. Особенности распространения сдвиговых волн в слоистых преднапряженных средах рассмотрены в [11–15]. Изучено влияние начальных напряжений на скорости распространения волн Лява и Гуляева–Блюстейна [11–14]. Исследованы процессы распространения волн в функционально-градиентных пьезоактивных средах, параметры которых допускают построение аналитического решения [15–18]. В работе [19] исследованы особенности распространения sh-волн в зависимости от физических свойств покрытия, локализации неоднородности и величины зоны перехода одного материала покрытия в другой. В статьях [20–23] использована обоб-

ценная модель преднапряженной сегнетоэлектрической структуры, состоящей из однородного полупространства с неоднородным покрытием. Оно моделируется либо слоем из ФГПМ, либо пакетом однородных или неоднородных слоев [21, 22]. В работе [20] исследовано влияние характера, интенсивности и области локализации неоднородности на распространение ПАВ. В настоящей работе в рамках модели сегнетоэлектрической гетероструктуры с преднапряженным функционально-градиентным покрытием исследовано влияние начального электростатического поля и начальных деформаций на скорости ПАВ с учетом характера неоднородности и ее локализации.

**2. Постановка задачи.** Рассматривается задача о распространении в направлении  $x_1$  sh-волн по поверхности составной пьезоактивной среды, представляющей собой однородное полупространство  $x_2 \leq 0$ ,  $|x_1|, |x_3| \leq \infty$  с покрытием  $0 < x_2 \leq H$ , изменение свойств которого определено выражениями:

$$\rho^{(1)} = \rho_0 f_\rho^{(1)}(x_2), \quad c_{ij}^{(1)} = c_{ij}^0 f_c^{(1)}(x_2), \quad e_{ij}^{(1)} = e_{ij}^0 f_e^{(1)}(x_2), \quad \varepsilon_{ij}^{(1)} = \varepsilon_{ij}^0 f_\varepsilon^{(1)}(x_2) \quad (2.1)$$

$\rho_0, c_{ij}^0, e_{ij}^0, \varepsilon_{ij}^0$  – соответственно плотность и упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические модули материала полупространства, в качестве которого использован пьезоэлектрик класса 6 mm с осью симметрии направленной вдоль оси  $x_3$ , векторы поляризации полупространства и покрытия совпадают. НДС покрытия однородно и наводится за счет действия начальных механических напряжений и однородного электростатического поля [6–8]:

$$\mathbf{R} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{\Lambda}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{\Lambda}^T, \quad \mathbf{\Lambda} = \delta_{ij} v_i \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j, \quad \varphi_0 = -\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{R}, \quad v_i = \text{const} \quad (2.2)$$

Здесь  $\mathbf{R}, \mathbf{r}$  – радиус-векторы точки среды в НДС и естественном состоянии (ЕС), соответственно,  $v_i = 1 + \delta_i$ ,  $\delta_i$  – главные относительные удлинения,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\varphi_0$  – электрический потенциал,  $\mathbf{E}_0$  – напряженность электрического поля в НДС.

Колебания среды вызваны действием удаленного источника, характер колебаний – гармонический, режим – установившийся, динамический процесс удовлетворяет условиям

$$u_1^{(n)} = u_2^{(n)} = 0, \quad \partial/\partial x_3 = 0, \quad u_k^{(n)} = u_k^{(n)}(x_1, x_2), \quad k = 3, 4, \quad n = 1, 2 \quad (2.3)$$

Задача о распространении ПАВ в составной преднапряженной электроупругой среде с металлизированной поверхностью описывается уравнениями [6–8] ( $\Theta^{(1)} = \Pi^{(1)} + \mathbf{m}^{(1)}$ ):

$$\nabla_0 \cdot \Theta^{(n)} = \rho_0^{(n)} \mathbf{u}^{e(n)}, \quad \nabla_0 \cdot \mathbf{d}^{(n)} = 0 \quad (2.4)$$

с граничными условиями на поверхности:

$$\mathbf{n} \cdot \Theta^{(1)} = 0, \quad \varphi^{(1)} = 0 \quad (2.5)$$

на границе раздела сред:

$$\mathbf{u}^{e(1)} = \mathbf{u}^{e(2)}, \quad \mathbf{n} \cdot \Theta^{(1)} = \mathbf{n} \cdot \Theta^{(2)}, \quad \mathbf{n} \cdot \mathbf{d}^{(1)} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{d}^{(2)} \quad (2.6)$$

на бесконечности:

$$\mathbf{u}^{e(2)} \Big|_{x_2 \rightarrow -\infty} \rightarrow 0 \quad (2.7)$$

Здесь  $\nabla_0$  – оператор Гамильтона,  $\mathbf{u}^{e(n)} = \{u_3^{(n)}, u_4^{(n)} = \varphi^{(n)}\}$  – расширенный вектор перемещений,  $\varphi^{(n)}$  – электрический потенциал,  $\mathbf{n}$  – вектор внешней нормали к поверхности структуры в системе координат, связанной с ЕС;  $\rho_0^{(n)}$  – плотность материала  $n$  – составляющей в ЕС ( $n = 1, 2$  – покрытие и полупространство);  $\Delta$  – оператор Лапласа.

Компоненты линейризованных тензоров напряжений Пиолы  $\Pi^{(n)}$ , Пиолы–Максвелла  $\mathbf{m}^{(n)}$  и “материального” вектора индукции  $\mathbf{d}^{(n)}$  [6–8] представляются в виде

$$\begin{aligned} \Theta_{lk}^{(n)} &= \Pi_{lk}^{(n)} + m_{lk}^{(n)}, & \Pi_{lk}^{(n)} &= c_{lksp}^{(n)*} u_{s,p}^{(n)} + e_{lkp}^{(n)*} \Phi_{,p}^{(n)}, \\ m_{lk}^{(n)} &= \zeta_{lksp}^{(n)*} u_{s,p}^{(n)} + \Psi_{lkp}^{(n)*} \Phi_{,p}^{(n)}, & d_l^{(n)} &= g_{lsp}^{(n)*} u_{s,p}^{(n)} - \eta_{lp}^{(n)*} \Phi_{,p}^{(n)} \end{aligned}$$

Для преднапряженного покрытия вид коэффициентов  $c_{lksp}^{(1)*}$ ,  $e_{lsp}^{(1)*}$ ,  $g_{lsp}^{(1)*}$ ,  $\eta_{lp}^{(1)*}$  приведен в [7, 8].

Для однородного материала подложки в ЕС выполняются соотношения:

$$c_{lksp}^{(2)*} = c_{lksp}^{(2)}, \quad e_{lsp}^{(2)*} = g_{lsp}^{(2)*} = e_{lsp}^{(2)}, \quad \eta_{lp}^{(2)*} = \varepsilon_{lp}^{(2)} = \varepsilon_0 \delta_{lp} + \beta_{lp}^{(2)}$$

Далее для удобства изложения используем более компактное представление тензора напряжений и вектора индукции:

$$\Theta_{lk}^{(n)} = \theta_{lksp}^{(n)} u_{s,p}^{(n)} + \theta_{lksp}^{(n)} \Phi_{,p}^{(n)}, \quad d_l^{(n)} = \theta_{l4sp}^{(n)} u_{s,p}^{(n)} + \theta_{l44}^{(n)} \Phi_{,p}^{(n)}$$

с обозначениями:

$$\theta_{lksp}^{(n)} = c_{lksp}^{(n)*} + \zeta_{lksp}^{(n)*}, \quad \theta_{lk4p}^{(n)} = e_{lkp}^{(n)*} + \Psi_{lkp}^{(n)*}, \quad l4sp = n_{lsp}^{(n)*}, \quad \theta_{l44}^{(n)} = -\eta_{lp}^{(n)*}, \quad k, l, s, p = 1, 2, 3$$

С учетом выражений (2.1) и (2.3) задача (2.4)–(2.7) о колебаниях составной электроупругой среды с предварительно напряженным неоднородным покрытием имеет вид [19–21, 23]:

$$\sum_{k=1}^2 [\theta_{k33k}^{(1)} u_{3,kk}^{(1)} + \theta_{k34k}^{(1)} u_{4,kk}^{(1)}] + \sum_{k=3}^4 \theta_{23k2,2}^{(1)} u_{k,2}^{(1)} = \rho^{(1)} \frac{\partial^2 u_3^{(1)}}{\partial t^2}, \quad 0 < x_2 \leq H : \quad (2.8)$$

$$\sum_{k=1}^2 [\theta_{k43k}^{(1)} u_{3,kk}^{(1)} + \theta_{k44k}^{(1)} u_{4,kk}^{(1)}] + \sum_{k=3}^4 \theta_{24k2,2}^{(1)} u_{k,2}^{(1)} = 0$$

$$\sum_{k=1}^2 [\theta_{k33k}^{(2)} u_{3,kk}^{(2)} + \theta_{k34k}^{(2)} u_{4,kk}^{(2)}] = \rho^{(2)} \frac{\partial^2 u_3^{(2)}}{\partial t^2}, \quad x_2 \leq 0 : \quad (2.9)$$

$$\sum_{k=1}^2 [\theta_{k43k}^{(2)} u_{3,kk}^{(2)} + \theta_{k44k}^{(2)} u_{4,kk}^{(2)}] = 0$$

С граничными условиями:

$$\Theta_{23}^{(1)} \Big|_{x_2=H} = \sum_{k=3}^4 [\theta_{23k2}^{(1)} u_{k,2}^{(1)}] \Big|_{x_2=H} = 0 \quad (2.10)$$

$$u_4 \Big|_{x_2=H} = 0 \quad (2.11)$$

$$\mathbf{u}^{e(1)} \Big|_{x_2=0} = \mathbf{u}^{e(2)} \Big|_{x_2=0}, \quad \Theta_{23}^{(1)} \Big|_{x_2=0} = \Theta_{23}^{(2)} \Big|_{x_2=0}, \quad d_2^{(1)} \Big|_{x_2=0} = d_2^{(2)} \Big|_{x_2=0} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{u}^{e(2)} \Big|_{x_2 \rightarrow -\infty} \rightarrow 0 \quad (2.13)$$

В рамках предположений (2.2), участвующие в (2.8)–(2.10) коэффициенты  $\theta_{lksp}^{(n)}$  имеют вид:

$$\begin{aligned}\theta_{1331}^{(1)} &= c_{44}^{(1)} v_3^2 + P_{11} - \varepsilon_0 \frac{v_2 v_3}{v_1} E_3^2, & \theta_{2332}^{(1)} &= c_{44}^{(1)} v_3^2 + P_{22} - \varepsilon_0 \frac{v_1 v_3}{v_2} E_3^2 \\ \theta_{1341}^{(1)} &= \theta_{1431}^{(1)} = e_{15}^{(1)} v_3 - \varepsilon_0 \frac{v_2 v_3}{v_1} E_3, & \theta_{2342}^{(1)} &= \theta_{2432}^{(1)} = e_{15}^{(1)} v_3 - \varepsilon_0 \frac{v_1 v_3}{v_2} E_3 \\ \theta_{1441}^{(1)} &= -\varepsilon_0 \frac{v_2 v_3}{v_1} - \beta_{11}^{(1)}, & \theta_{2442}^{(1)} &= -\varepsilon_0 \frac{v_1 v_3}{v_2} - \beta_{11}^{(1)}, & \beta_{kn} &= \varepsilon_{kn} - \varepsilon_0 \delta_{kn}, & E_k &= v_k W_k \\ \theta_{lksp}^{(2)} &= c_{lksp}^{(2)}, & \theta_{lk4p}^{(2)} &= e_{plk}^{(2)}, & \theta_{l4sp}^{(2)} &= e_{lsp}^{(2)}, & \theta_{l44p}^{(2)} &= -\varepsilon_{lp}^{(2)}\end{aligned}$$

Компоненты  $P_{ij}$  тензора начальных напряжений Кирхгофа и тензора деформаций  $\mathbf{S}$  определяются выражениями [6–8]:

$$\mathbf{P} = P_{ij} \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j, \quad P_{ij} = c_{ijkk}^{(1)} S_k - e_{ijk}^{(1)} W_k, \quad \mathbf{S} = S_k \mathbf{i}_k \mathbf{i}_k, \quad S_k = (v_k^2 - 1)/2$$

Для дальнейших исследований используются безразмерные параметры [19–23]:  $l = l/H$ ,  $\rho^{(n)} = \rho^{(n)}/\rho^{(2)}$ ,  $c_{ij}^{(n)} = c_{ij}^{(n)}/c_{44}^{(2)}$ ,  $e_{ij}^{(n)} = e_{ij}^{(n)} \xi / c_{44}^{(2)}$ ,  $\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n)} \varepsilon^{(0)} \xi^2 / c_{44}^{(2)}$ ,  $\varphi^{(n)} = \varphi^{(n)}/(\xi H)$ ,  $E_k' = E_k/\xi$ ,  $\xi = 10^{10}$  В/м;  $\varepsilon^{(0)}$  – диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\kappa_2 = \omega h/V_S^{(2)}$  и  $\kappa_{2e} = \omega h/V_{Se}^{(2)}$  – безразмерные частоты,  $V_S^{(2)} = \sqrt{c_{44}^{(2)}/\rho^{(2)}}$  и  $V_{Se}^{(2)} = \sqrt{(c_{44}^{(2)} + (e_{15}^{(2)})^2/\varepsilon_{11}^{(2)})/\rho^{(2)}}$  – скорости объемных сдвиговых волн без учета и с учетом пьезоэлектрических свойств. Далее штрихи опускаем.

**3. Дисперсионное уравнение задачи.** Решение задачи (2.8)–(2.13) строим в пространстве образов Фурье ( $\alpha$  – параметр преобразования координаты  $x_1$ ):

$$U_p^{(1)}(\alpha, x_2) = \sum_{k=1}^4 c_k^{(1)} y_{kp}^{(1)}(\alpha, x_2), \quad U_p^{(2)}(\alpha, x_2) = \sum_{k=1}^2 f_{pk}^{(2)} c_k^{(2)} e^{\kappa_k^{(2)} x_2} \quad (3.1)$$

Функции  $y_{kp}^{(1)}(\alpha, x_2)$  являются линейно независимыми решениями задачи Коши с начальными условиями  $y_{kp}^{(1)}(\alpha, 0) = \delta_{kp}$  для уравнения:

$$\mathbf{Y}^{(1)'} = \mathbf{M}^{(1)}(\alpha, x_2) \mathbf{Y}^{(1)}, \quad \mathbf{Y}^{(1)} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_\Sigma^1 \\ \mathbf{Y}_u^1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_\Sigma^1 = \begin{pmatrix} \Theta_{23}^{F(1)} \\ d_2^{F(1)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_u^1 = \begin{pmatrix} U_3^{(1)} \\ U_4^{(1)} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$\Theta_{23}^{F(n)}$ ,  $d_2^{F(n)}$  – трансформанты Фурье компонент тензора напряжений и вектора индукции (2.8). Матрица  $\mathbf{M}^{(1)}(\alpha, x_2)$  имеет вид:

$$\mathbf{M}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \alpha^2 \theta_{1331}^{(1)} - \rho^{(1)} \kappa_2^2 & \alpha^2 \theta_{1431}^{(1)} \\ 0 & 0 & \alpha^2 \theta_{1431}^{(1)} & \alpha^2 \theta_{1441}^{(1)} \\ -\theta_{2442}^{(1)}(g_0)^{-1} & \theta_{2432}^{(1)}(g_0)^{-1} & 0 & 0 \\ \theta_{2432}^{(1)}(g_0)^{-1} & -\theta_{2332}^{(1)}(g_0)^{-1} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

где  $g_0 = \theta_{2442}^{(1)} \theta_{2332}^{(1)} - (\theta_{2432}^{(1)})^2$ .

Уравнение (3.2) с обозначениями (3.3) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с переменными коэффициентами, линейно независимые решения которой строятся на основе численного решения набора задач Коши с начальными условиями при фиксированных значениях параметра  $\alpha$ . Для решения систем ОДУ могут быть использованы различные численные методы. В насто-

ящей работе использован метод Рунге-Кутты пятого порядка в модификации Мерсона, который позволяет сочетать высокую точность и большую скорость вычислений.

Далее используем предположение, что начальным электрическим и механическим воздействиям подвержено только покрытие. Подложка, выполненная из пьезоэлектрического материала с классом симметрии 6 mm, находится в ЕС. Для нее выполняются соотношения:

$$\theta_{k3k3}^{(2)} = \theta_{k33k}^{(2)} = \theta_{3kk3}^{(2)} = \theta_{3k3k}^{(2)} = c_{44}^{(2)}, \quad \theta_{k4k3}^{(n)} = \theta_{k34k}^{(n)} = e_{15}^{(n)}, \quad \theta_{k44k}^{(2)} = -\varepsilon_{11}^{(2)}, \quad k = 1, 2$$

Участвующие в представлении решения (3.1),  $f_{pk}^{(2)}$  и  $\sigma_k^{(2)}$  принимают вид:

$$\begin{aligned} (\sigma_1^{(2)})^2 &= \alpha^2 - \frac{\kappa_2^2}{1 + \eta}, & (\sigma_2^{(2)})^2 &= \alpha^2, & \eta &= (e_{15}^{(2)})^2 (\varepsilon_{11}^{(2)} c_{44}^{(2)})^{-1} \\ f_{31}^{(2)} &= 1, & f_{41}^{(2)} &= \frac{e_{15}^{(2)}}{\varepsilon_{11}^{(2)}}, & f_{32}^{(2)} &= f_{42}^{(2)} = 0 \end{aligned}$$

Для определения неизвестных  $c_k^{(n)}$  (3.1) получаем систему алгебраических уравнений из которой вытекает дисперсионное уравнение задачи:

$$\det \mathbf{A}^{\text{II}} = \begin{vmatrix} y_{11}^{(1)} & y_{12}^{(1)} & y_{13}^{(1)} & y_{14}^{(1)} & 0 & 0 \\ y_{41}^{(1)} & y_{42}^{(1)} & y_{43}^{(1)} & y_{44}^{(1)} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -c_{44}^{(2)}(1 + \eta)\sigma_1^{(2)} & -e_{15}^{(2)}\sigma_2^{(2)} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{11}^{(2)}\sigma_2^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -e_{15}^{(2)}/\varepsilon_{11}^{(2)} & -1 \end{vmatrix} = 0 \quad (3.4)$$

**4. Численный анализ.** Исследования проводились для пьезоэлектрических структур, выполненных из керамики на основе PZT. Предполагается, что все физические параметры покрытия меняются по толщине от значений основного материала  $m_1$  (PZT-5 [1]) до значений параметров материала включения  $m_2$  (DL-61HD [24]) или  $m_3$  (PZT DL-40 [24]). Имеет место различие скоростных характеристик основного материала и включений: для  $m_2$   $V_{Se}^{m_2} > V_{Se}^{m_1}$ , для  $m_3$   $V_{Se}^{m_3} < V_{Se}^{m_1}$ . Выбор функций изменения свойств покрытия определен значениями параметров материалов его составляющих и зоной перехода одного материала в другой.

На рис. 1, а, б показаны функция  $f(x_2)$  изменения свойств материала по толщине (рис. 1, а) и функция изменения значений безразмерного параметра  $e_{15}^{(1)}(x_2)$  (рис. 1, б) для покрытий  $m_1/m_2$  (кривые 1, 2) и  $m_1/m_3$  (кривые 1\*, 2\*). Цифрами на рисунках отмечены кривые с различной величиной зоны перехода одного материала покрытия в другой.

На рис. 2–4 представлены фазовые скорости ПАВ ( $V_F/V_{Se}^{(2)}$ , где  $V_F = \kappa_2/\xi$ ,  $\xi$  – решение уравнения (3.4)) для структур с неоднородным преднапряженным покрытием из  $m_1/m_2$  на рис. 2, а; 3, а; 4, а, с, из  $m_1/m_3$  на рис. 2, б; 3, б; 4, б, д. На рис. 2, с, д и 3, с, д даны фрагменты соответственно рис. 2, б и 3, б для 1-й и 2-й мод ПАВ. Пунктирными линиями  $I_{E^+}$  и  $I_{E^-}$  на рис. 2, 3 отмечены кривые скоростей ПАВ в структурах с неоднородным покрытием подверженным воздействию начального однородного электрического поля  $W_3 = 0.001$  (в размерных единицах  $1 \times 10^7$  В/м) и  $W_3 = -0.001$  в отсутствии начальных механических напряжений. Сплошные линии 0, 2 отвечают скоростям в

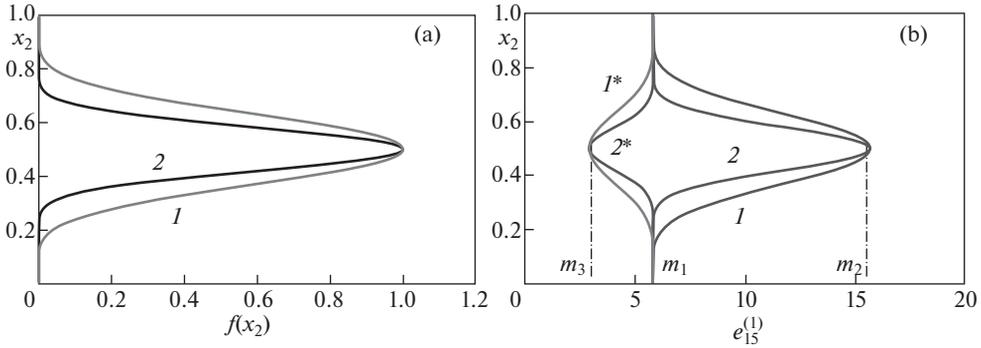


Рис. 1

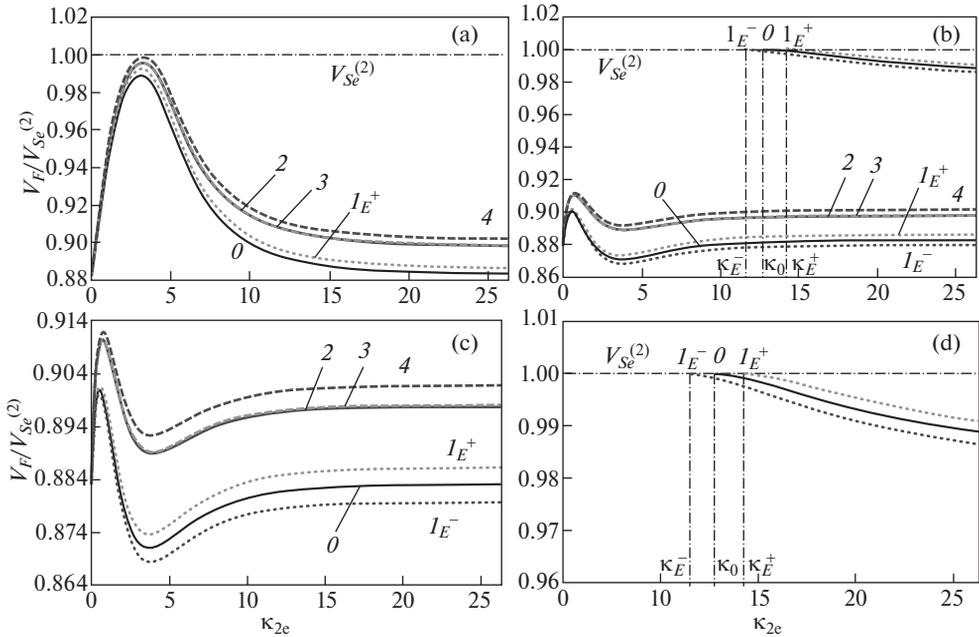


Рис. 2

структурах с неоднородным покрытием в ЕС и НДС  $1x_1: v_1 = 1.03, P_1 \neq 0, P_2 = P_3 = 0, W_3 = 0$ . Штриховые линии 3, 4 соответствуют скоростям ПАВ в случае покрытия, подверженного действию начального электрического поля и механического растяжения  $1x_1^e: v_1 = 1.03, P_1 \neq 0, P_2 = P_3 = 0, W_3 \neq 0, W_3 = 0.0001, 0.001$ . Зоны перехода материалов покрытия на рис. 2 и 3 соответствуют кривым 1 и 2 на рис. 1, а.

Из рисунков следует, что наличие начального электрического поля (кривые  $I_{E^+}$ ), одноосного механического растяжения (кривые 2) и совместного электрического и механического (кривые 3, 4) воздействий приводит к увеличению скорости ПАВ как для сочетания материалов покрытия  $m_1/m_2$ , так и для  $m_1/m_3$  во всем частотном диапа-

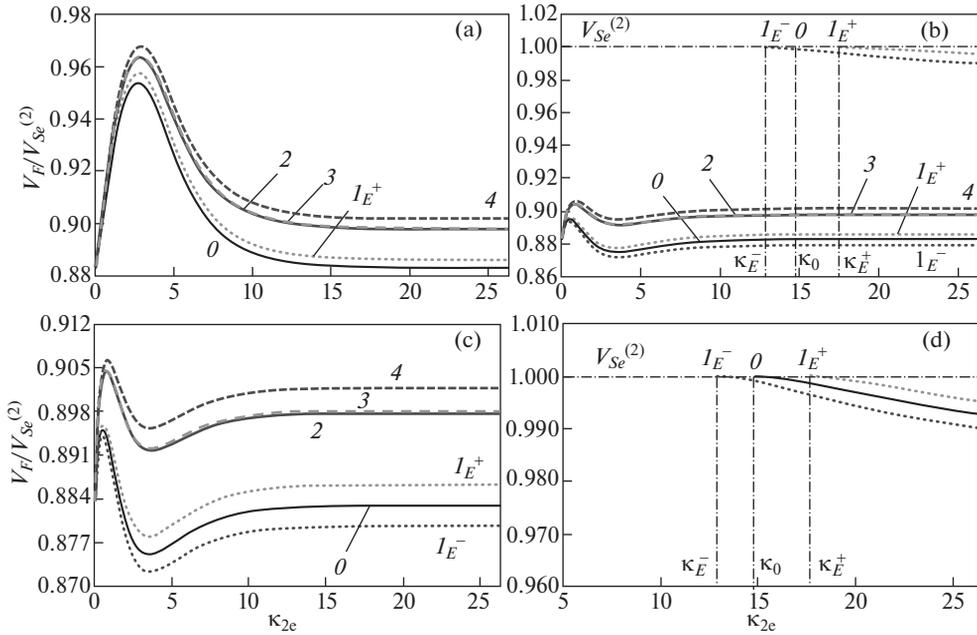


Рис. 3

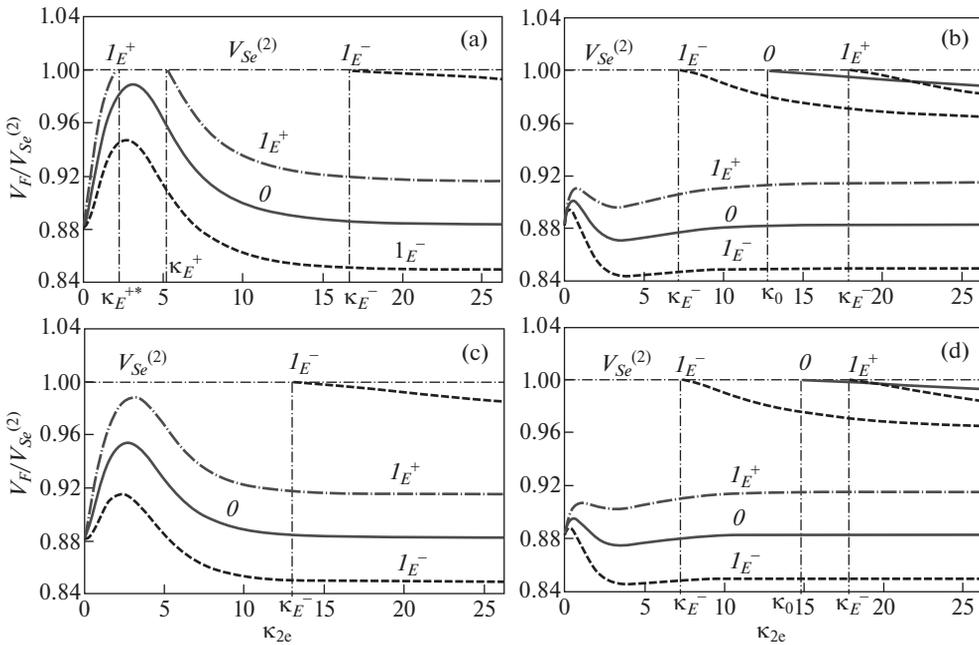


Рис. 4

зоне. В случае покрытия из  $m_1/m_3$  влияние преднапряжений приводит к тому, что в отличие от ЕС (кривая 0), во всем рассматриваемом диапазоне частот распространяется одна поверхностная волна. Влияние электрического поля в отсутствие начальных механических напряжений проявляется в сдвиге частоты выхода второй моды. С уменьшением зоны перехода материалов покрытия уменьшается диапазон изменения скоростей, частота выхода второй моды в случае покрытия из  $m_1/m_3$  смещается в высоко-частотную область (рис. 3, d).

На рис. 4, a–d приведены графики скоростей ПАВ при воздействии на покрытие  $m_1/m_2$  (рис. 4, a, c) и  $m_1/m_3$  (рис. 4, b, d) однородного электрического поля с напряженностью  $1 \times 10^8$  В/м при отсутствии начальных механических напряжений. Кривые  $I_{E+}$  и  $I_{E-}$  на рисунках соответствуют  $W_3 = 0.01$  и  $W_3 = -0.01$ ; зоны перехода материалов на рис. 4, a, b и рис. 4, c, d определены кривыми 1 и 2 рис. 1, a.

Из рисунков следует, что увеличение напряженности начального электрического поля приводит к значительным изменениям в поведении скоростей ПАВ: в зависимости от направления вектора напряженности меняется структура поверхностного волнового поля – возможно появление диапазона частот, в котором ПАВ исчезает (рис. 4, a), а также возможно возникновение вторых мод даже в случае с высокоскоростным ( $m_1/m_2$ ) включением. Эти изменения связаны с тем, что воздействие электрического поля наводит в покрытии НДС, величина и характер которого определены свойствами материала, величиной и направлением вектора напряженности начального электрического поля. Из графиков на рис. 4, a, c следует, что увеличение зоны перехода в случае покрытия  $m_1/m_2$  приводит при определенном направлении вектора напряженности либо к появлению частотного диапазона, в котором ПАВ отсутствует (кривая  $I_{E+}$ ), либо к увеличению частоты выхода высокоскоростной моды (кривая  $I_{E-}$ ). В случае покрытия из  $m_1/m_3$  (рис. 4, b, d) влияние зоны перехода незначительно и проявляется лишь в области низких частот в изменении поведения первой моды.

**6. Заключение.** В работе рассмотрена модель пьезоэлектрической структуры с предварительно напряженным покрытием из ФГПМ, свойства которого непрерывно изменяются. Выбор функциональных зависимостей изменения свойств определялся соотношением модулей материалов, составляющих покрытие, и величиной области взаимного проникновения материалов. Рассмотрены структуры с покрытиями из различных видов керамики на основе PZT. НДС покрытия вызвано действием электрического поля и одноосной механической деформацией. На примере задачи о распространении поверхностных  $sh$ -волн в пьезоэлектрической структуре с металлизированной поверхностью исследовано влияние начальных воздействий на особенности распространения ПАВ и структуру волнового поля при различных соотношениях физических параметров материалов покрытия и величины зоны перехода одного материала в другой. Показано, что одноосное механическое растяжение вдоль оси  $x_1$ , как и электрическое поле с напряженностью  $W_3 = 1 \times 10^6 - 1 \times 10^7$  В/м приводит к увеличению скорости ПАВ во всем частотном диапазоне как для покрытия  $m_1/m_2$ , так и для  $m_1/m_3$ . В случае покрытия  $m_1/m_3$  изменение направленности вектора напряженности сдвигает частоту выхода либо в сторону высоких, либо в сторону низких частот. Дальнейшее увеличение напряженности начального электрического поля приводит к изменению структуры поверхностного волнового поля в зависимости от направленности вектора напряженности. Показана возможность появления диапазона частот в котором ПАВ не распространяется и возможность появления вторых мод даже для высокоскоростного включения.

Работа выполнена в рамках реализации госзадания Южного научного центра РАН, проект № 0256-2018-0003, № госрегистрации 01201354242 и при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, гранты № 19-08-01051, № 19-01-00719.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mason W.P.* Physical acoustics and the properties of solids. Princeton, N.J., Van Nostrand, 1958. 402 p.
2. *Dieulesaint E., Royer D.* Ondes Elastiques Dans Les Solides. Application au traitement du signal. Paris, Ed. Masson, 1974. 407 p.
3. *Matthews H.* (ed.) Surface Wave Filters. Design, Construction and Use., New York, John Wiley & Sons, 1977. 521 p.
4. *Biryukov S.V., Gulyaev Y.V., Krylov V.V., Plessky V.P.* Surface Acoustic Waves in Inhomogeneous Media. New York: Springer-Verlag, 1995. 287 p.
5. *Александров К.С., Сорокин Б.П., Бурков С.И.* Эффективные пьезоэлектрические кристаллы для акустоэлектроники, пьезотехники и сенсоров. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. Т. 2. 429 с.
6. *Калинчук В.В., Белянкова Т.И.* Динамические контактные задачи для предварительно напряженных электроупругих тел. Москва. Физматлит, 2006. 272 с.
7. *Евдокимова О.В., Белянкова Т.И., Калинчук В.В.* Уравнения динамики преднапряженной пьезоактивной среды при наличии внешнего электростатического поля // Вестник Южного научного центра РАН. 2007. Т. 3. № 4. С. 19–25.
8. *Белянкова Т.И., Калинчук В.В., Шейдаков Д.Н.* Уравнения динамики преднапряженной электротермоупругой среды // Вестник Южного научного центра РАН. 2011. Т. 7. № 2. С. 5–14.
9. *Бурков С.И., Золотова О.П., Сорокин Б.П., Александров К.С.* Влияние внешнего электрического поля на характеристики волны Лэмба в пьезоэлектрической пластине // Акустический журнал. 2010. Т. 56. № 5. С. 606–612
10. *Burkov S.I., Zolotova O.P., Sorokin B.P.* Influence of bias electric field on elastic waves propagation in piezoelectric layered structures // Ultrasonics. 2013. V. 53. № 6. P. 1059–1064.
11. *Liu H., Wang Z.K., Wang T.J.* Effect of initial stress on the propagation behavior of Love waves in a layered piezoelectric structure // Int. J. Eng. Sci. 2001. V. 38. P. 37–51.
12. *Jin F., Wang Z., Wang T.* The Bleustein–Gulyaev (B–G) wave in a piezoelectric layered half-space // Int. J. Eng. Sci. 2001. V. 39. P. 1271–1285.
13. *Liu H., Kuang Z.B., Cai Z.M.* Propagation of Bleustein–Gulyaev waves in a prestressed layered piezoelectric structure // Ultrasonics. 2003. V. 41. P. 397–405
14. *Qian Z., Jin F., Wang Z. et al.* Love waves propagation in a piezoelectric layered structure with initial stresses // Acta Mechanica. 2004. V. 171. P. 41–57.
15. *Collet B., Destrade M., Maugin G.A.* Bleustein–Gulyaev waves in some functionally graded materials // European Journal of Mechanics A/Solids. 2006. V. 25. P. 695–706.
16. *Cao X., Jin F., Wang Z. et al.* Bleustein–Gulyaev waves in a functionally graded piezoelectric material layered structure // Sci. China Ser. G-Phys. Mech. Astron. 2009. V. 52. P. 613–625.
17. *Qian Z., Jin F., Wang Z., Kishimoto K.* Transverse surface waves on a piezoelectric material carrying a functionally graded layer of finite thickness // International Journal of Engineering Science. 2007. V. 45. P. 455–466.
18. *Qian Z.-H., Jin F., Lu T., Kishimoto K., Hirose S.* Effect of initial stress on Love waves in a piezoelectric structure carrying a functionally graded material layer // Ultrasonics. 2010. V. 50. P. 84–90.
19. *Belyankova T.I., Kalinchuk V.V.* Propagation of SH-waves in piezoelectric structures with functionally graded coating from different materials // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 2019. V. 1260. P. 112005.

20. *Калинчук В.В., Белянкова Т.И.* Динамика поверхности неоднородных сред. Москва. Физматлит, 2009. 312 с.
21. *Belyankova T.I., Kalinchuk V.V., Tukodova O.M.* Peculiarities of the surface SH – waves propagation in the weakly inhomogeneous pre-stressed piezoelectric structures // Springer Proceedings in Physics. 2016. V. 175. P. 413–429.
22. *Belyankova T.I., Kalinchuk V.V.* Surface sh-waves in pre-stressed piezoelectrics with functionally graded coating // PNRPU Mechanics Bulletin. 2016. V. 3. P. 7–27.
23. *Belyankova T.I., Kalinchuk V.V.* Modelling of pre-stressed piezoelectric structures with inhomogeneous coating // Procedia Engineering. 2017. V. 199. P. 1513–1518.
24. Material Specification Sheet. Available at: [www.delpiezo.com/products](http://www.delpiezo.com/products).