

УДК 539.42

**О ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ДИСКРЕТНОСТИ,  
КАК ПРИНЦИПИАЛЬНОМ СВОЙСТВЕ ПРОЦЕССА  
ДИНАМИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ**

© 2020 г. Н. А. Казаринов<sup>a,b,\*</sup>, Ю. В. Петров<sup>a,b,\*\*</sup>, А. В. Черкасов<sup>a,\*\*\*</sup>

<sup>a</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

<sup>b</sup> Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

\*e-mail: n.kazarinov@spbu.ru

\*\*e-mail: y.v.petrov@spbu.ru

\*\*\*e-mail: andrejch96@gmail.com

Поступила в редакцию 03.02.2020 г.

После доработки 11.03.2020 г.

Принята к публикации 04.04.2020 г.

В статье рассматриваются вопросы динамического распространения трещин в хрупких материалах при различных воздействиях. Изучается распространение трещин при квазистатическом нагружении, а также при ударно-импульсном способе приложения нагрузки. Особое внимание уделяется зависимостям, характеризующим продвижение трещины и имеющим нестационарный характер. Так, для случая распространения трещины при квазистатическом нагружении исследуется вопрос осцилляции скорости продвижения трещины. Также рассматривается вопрос, связанный с наблюдаемым в ряде экспериментов разбросом значений коэффициента интенсивности напряжений при движении трещины под воздействием высокоскоростного воздействия. Исследования проводились на основе метода конечных элементов с внедренным в схему расчетов структурно-временным критерием разрыва среды, принципиально определяющим дискретный механизм реализации процесса разрушения на заданном масштабном уровне. Проводилось как количественное, так и качественное сравнение результатов расчётов с имеющимися экспериментальными данными. Показано, что учет пространственно-временной дискретности процесса позволяет предсказать и объяснить ряд экспериментально наблюдаемых эффектов, которые не укладываются в традиционные теоретические представления о динамическом разрушении.

*Ключевые слова:* динамическое разрушение, инкубационное время, скорость трещины, коэффициент интенсивности

DOI: 10.31857/S0572329920050098

**1. Введение.** Динамическое распространение трещины в хрупком материале – сложный процесс, для изучения которого необходимы модели разрушения, учитывающие структурно-временные особенности процессов разрушения материала.

Классическим подходом к задачам о динамическом распространении трещин является метод, основанный на квазистатическом критерии разрушения Ирвина, интерполированного на случай динамики. Так, в работе [1] предполагается, что трещина распространяется при условии равенства текущего коэффициента интенсивности напряжений значению некоторого функционала  $K_{ID}(v)$ , где  $v$  – текущая скорость трещины. Соответственно, функционал  $K_{ID}(v)$  предполагается параметром материала,

который должен определяться из экспериментов. Однако в экспериментальных работах [2–5] отмечается, что разные конфигурации образцов и нагрузки могут существенно влиять на характер зависимости коэффициента интенсивности от скорости трещины: например, при высокоскоростном нагружении значительному изменению текущего коэффициента интенсивности напряжений может соответствовать постоянная скорость трещины.

В работе [6] отмечается, что инициация движения трещины при воздействии на образцы короткими импульсами не всегда происходит при максимальных значениях коэффициента интенсивности напряжений. Основываясь на своих экспериментальных результатах, авторы выдвинули концепцию минимального времени – временного параметра, зависящего от истории и способа воздействия и определяющего минимальную длительность нагрузок, необходимую для инициации разрушения. К распространенным подходам к задачам динамики трещин также стоит отнести метод зоны сцепления [7]. Также стоит отметить работы Шемякина и Никифоровского [8], в которых подчеркивалась важность учета интегральных временных характеристик локального поля напряжений для предсказания развития разрушения.

В настоящей работе вопросы динамики трещин исследовались при помощи структурно-временного критерия, основанного на понятии инкубационного времени разрушения. Данный подход, предложенный в работах [9, 10], заключается в структурно-временной дискретизации процесса динамического разрушения: вводится понятие пространственной ячейки разрушения с конечными размерами, которая определяет масштабный уровень, на котором регистрируется событие разрушения, а также характерное время разрушения, являющееся константой материала и связанное с релаксационными процессами, происходящими на более низких масштабных уровнях. Условие разрушения в точке пространства  $x'$  в момент времени  $t'$  записывается в виде следующего неравенства:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \frac{1}{d} \int_{x-d}^x \sigma(x', t') dx' dt' \geq \sigma_c \quad (1.1)$$

В (1.1)  $\sigma_c$  – статическое критическое напряжение в материале,  $\sigma(x, t)$  – зависящее от времени напряжение в точке  $x$ ,  $d$  – пространственный размер, определяющий масштабный уровень регистрации разрушения. Так, в задачах о продвижении трещины параметр  $d$  может быть трактован как минимально возможное продвижение трещины, связанное с событием элементарного разрушения на данном масштабном уровне. Данный параметр вычисляется согласно формуле

$$d = \frac{2K_{IC}^2}{\pi\sigma_c^2} \quad (1.2)$$

содержащей критический коэффициент интенсивности напряжений  $K_{IC}$  и обеспечивающей предельный переход к классическому критерию в квазистатическом случае медленного воздействия [10, 11]. В (1.1) также входит инкубационное время  $\tau$ , которое считается параметром материала. Инкубационное время позволяет учесть релаксационные процессы, протекающие на более низких масштабных уровнях (в сравнении с данным масштабным уровнем, определяемым параметром  $d$ ), к которым можно отнести возникновение, развитие и слияние микротрещин, дефектов и пор, приводящие, в конечном счете, к регистрируемому разрушению на данном макроскопическом масштабе.

Подход на основе критерия (1.1) был успешно применен для исследования разрушения в различных материалах [11, 12], при различных условиях нагружения, а также для исследования самых разнообразных физических процессов [13, 14].

В настоящей работе структурно-временная модель разрушения (1.1) используется для исследования нестационарных процессов, сопровождающих динамическое распространение трещины.

**2. Численная реализация подхода.** Для численного исследования и предсказания динамического распространения трещины критерий разрушения (1.1) используется в сочетании с методом конечных элементов. Критерий (1.1) внедряется в расчетный комплекс ANSYS в качестве внешней процедуры, созданной для контроля над процессом распространения трещины. Интегрирование по пространственной координате и по времени в (1.1) производится численно. Процедура сохраняет историю напряжений в узлах, лежащих на траектории трещины, что позволяет вычислить интеграл по времени на каждом шаге решения задачи. Пространственное интегрирование производится по нескольким узлам, лежащим в интервале  $[0, d]$ , считая от вершины трещины. Данная расчетная схема позволяет решать задачи о прямолинейном распространении трещин в симметричных образцах и при симметричном способе приложения нагрузки, причем траектория трещины должна совпадать с линией симметрии.

Задача решается в упругой постановке и в предположении малых деформаций. Таким образом, математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} &= (\lambda + \mu) \nabla_i (\nabla \cdot \mathbf{U}) + \mu \Delta U_i \\ \sigma_{ij} &= \delta_{ij} \lambda \nabla \cdot \mathbf{U} + \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

В (2.1)  $\mathbf{U}$  – вектор перемещений,  $\rho$  – плотность материала,  $\lambda$  и  $\mu$  – константы Лямэ. Считалось, что в начальный момент времени перемещения и скорости равны нулю. При квазистатическом нагружении к точкам одной из границ тела медленно прикладывались перемещения. В случае динамической нагрузки к берегам начальной трещины прикладывался импульс давления трапецевидной формы. В (2.2) приведены начальные краевые условия для задачи о квазистатическом нагружении пластины с трещиной, нагрузка (перемещение) прикладывается к верхнему краю пластины. Схема нагружения и используемых краевых условий представлена на рис. 1.

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}, 0) = 0; \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}(\mathbf{X}, 0) = 0$$

$$\sigma_{22}(\mathbf{X} \in \Gamma_3, t) = \sigma_{12}(\mathbf{X} \in \Gamma_3, t) = 0 \quad (2.2)$$

$$U_2(\mathbf{X} \in \Gamma_2, t) = 0, \quad \sigma_{12}(\mathbf{X} \in \Gamma_2, t) = 0 \text{ – условие симметрии}$$

$U_2(\mathbf{X} \in \Gamma_1, t) = vt$ , где  $v$  – скорость движения захвата растягивающей машины

В (2.2)  $\mathbf{X} = (x_1, x_2)$ , вектор перемещений  $\mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = (U_1(\mathbf{X}, t), U_2(\mathbf{X}, t))$ . Разработанная расчетная схема была применена для исследования осцилляций скорости трещины при квазистатическом нагружении пластин из ПММА, а также для исследования зависимости текущего коэффициента напряжений от скорости трещины для модельного материала в двух режимах нагружения – квазистатическом и высокоскоростном.

**3. Результаты численных исследований.** *Исследования осцилляций скорости трещины.* В работе [15] исследовалось распространение трещины в пластинах из ПММА под воздействием перемещений, прикладываемых к верхней и нижней границам образцов. Исследователи регистрировали позицию вершины трещины и текущую скорость трещины. При этом авторы отмечают заметные осцилляции скорости трещины.

Структурно-временной критерий разрушения подразумевает дискретизацию процесса разрушения по времени и пространству, так как вводится минимальное продвижение трещины, определяемое параметром  $d$ . Введение же характерного времени раз-

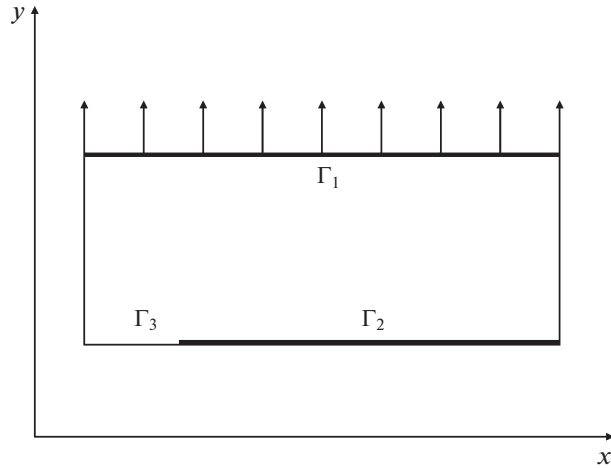


Рис. 1

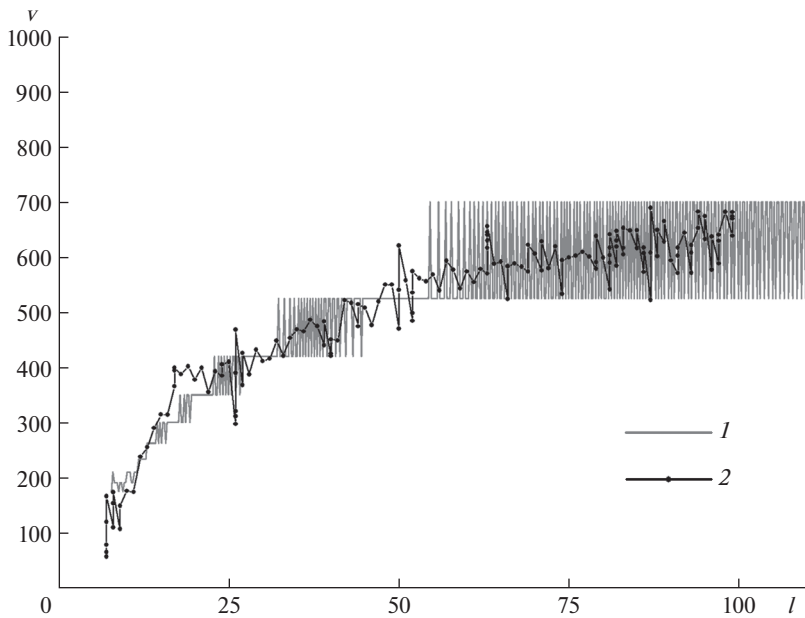


Рис. 2

рушения – инкубационного времени  $\tau$  – приводит к дискретизации процесса разрушения по времени.

На рис. 2 приведены экспериментальные данные из [15], а также результаты расчетов с использованием критерия (1.1). Выбор характерного размера  $d = 0.2$  мм согласно формуле (1.2) позволяет численно получить осцилляции скорости трещины, амплитуды которых хорошо соответствуют экспериментально наблюдаемому явлению.

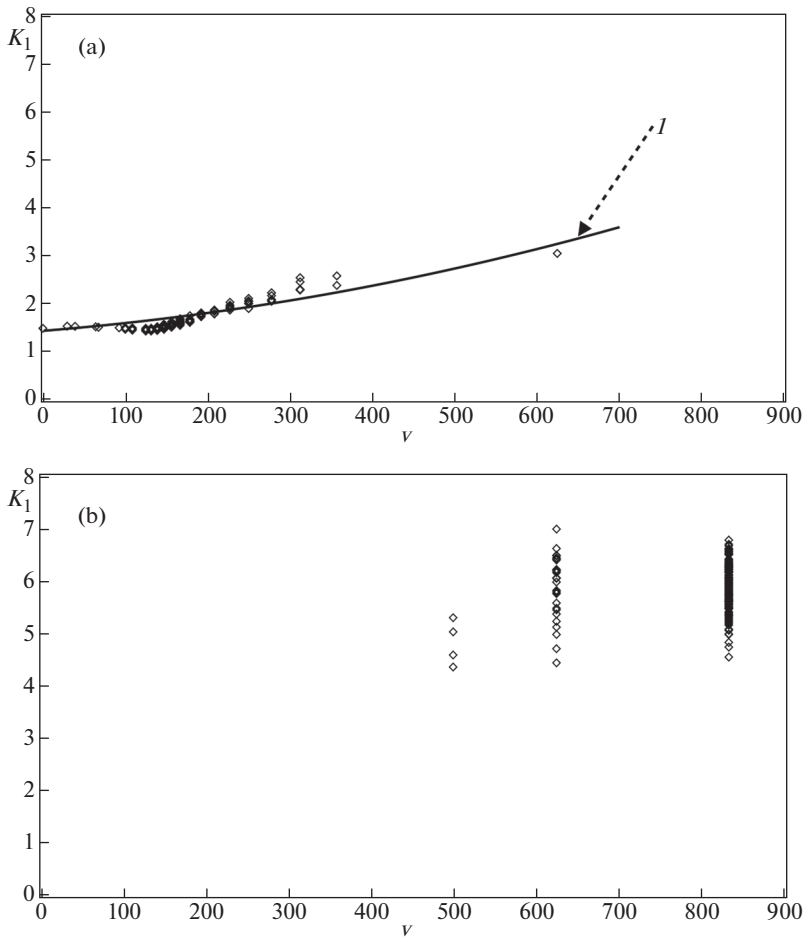


Рис. 3

По горизонтальной оси отложена длина трещины  $l$  (мм), по вертикальной — скорость трещины  $v$  (м/с). Результаты моделирования представлены линией 1, экспериментальные данные из [15] — линией 2.

Таким образом, дискретизация процесса разрушения согласно структурно-временному критерию разрушения (1.1) позволяет качественно и количественно исследовать нестационарный характер скорости движущейся трещины. Феномен осцилляций скорости трещин также был исследован экспериментально и численно в работе [16].

*Исследование зависимости коэффициента интенсивности напряжений от скорости трещины.* Зависимость коэффициента интенсивности  $K_I$  (рассматривается нагружение по первой моде) от скорости трещины  $v$  имеет определяющее значение для одного из распространенных подходов к задаче предсказания движения трещины. В ряде работ утверждается [1], что данная зависимость должна рассматриваться как свойство материала и должна определяться экспериментально для дальнейшего использования в соответствующих критериях разрушения. Однако, как видно из исследований [2–4], высокоскоростное нагружение может приводить к ситуации, когда практически по-

стоянной скорости трещины соответствуют значительные изменения значений  $K_I$ , что может служить подтверждением нестационарности данной зависимости. Таким образом, ставится под сомнение единственность зависимости  $K_I - v$  для данного материала и, соответственно, возможность трактовать данную зависимость как свойство материала.

Для исследования данной проблемы было проведено моделирование поведения одинаковых образцов (квадратные пластины  $20 \times 20$  см с боковым вырезом 10 см) из материала со свойствами, схожими со свойствами ПММА. В одном случае нагружение проводилось квазистатически – берега трещины медленно раздвигались, во втором случае к берегам трещины прикладывается импульс давления. Дискретизация процесса разрушения согласно применяемому структурно-временному подходу привела к наличию дискретного набора скоростей. Каждой скорости из этого набора сопоставляются значения текущего КИН, вычисляемого при помощи  $J$ -интеграла.

Результаты расчетов на основе структурно-временного подхода для обоих типов нагружения приведены на рис. 3. Динамическое нагружение привело к практически мгновенному ускорению трещины до максимальных скоростей – (b) на рис. 3. При этом разброс значений для одного определенного значения КИН достаточно велик, что не позволяет построить классическую зависимость  $K_I - v$ . Напротив, для случая приложения квазистатической нагрузки разброс значений КИН меньше, что позволяет построить кривую зависимости  $K_I - v$ , используя приближение гладкой функцией (рис. 3а, гладкая аппроксимация 1 указана стрелкой).

В данном случае разброс значений коэффициента интенсивности напряжений является естественным следствием пространственной и временной дискретизации процесса разрушения. Полученный сильный разброс значений КИН качественно соответствует результату, полученному в экспериментальных работах [2–4].

**4. Заключение.** В представленной работе были проанализированы нестационарные эффекты, сопровождающие динамическое распространение трещины в хрупких материалах. Численные исследования проводились при помощи метода конечных элементов и структурно-временного критерия разрушения. Структурно-временная модель разрушения подразумевает пространственную и временную дискретизацию процесса разрушения, так как в рамках данной модели используется минимальный объем разрушающегося материала (в случае движения трещины – минимальный возможный проскок трещины), а также характерное время разрушения – инкубационное время.

Дискретизация процесса разрушения в рамках структурно-временного подхода позволяет получить ряд принципиальных результатов, согласующихся с экспериментами. Во-первых, внедрение минимального продвижения трещины согласно структурно-временному критерию разрушения позволяет численно исследовать нестационарное поведение скорости движущейся трещины: так, были получены экспериментально наблюдаемые осцилляции скорости трещины, распространяющейся в пластинах из ПММА в условиях разгона динамической трещины, вызванного квазистатическим нагружением [15]. Амплитуда осцилляций скорости трещины, полученная при помощи расчетов, хорошо совпадает с экспериментальными значениями.

Также использование структурно-временного подхода позволяет исследовать вопрос единственности зависимости коэффициента интенсивности напряжений от скорости трещины ( $K_I - v$  зависимость). Вследствие дискретного характера распространения трещины при использовании структурно-временной модели и метода конечных элементов наблюдается заметный разброс значений КИН, соответствующих выбранным значениям скорости трещины. При этом разброс значений КИН для случая квазистатического нагружения относительно невелик, и классическая зависимость  $K_I - v$  “в среднем” может быть построена. В случае же высокоскоростного на-

гружения значительный разброс значений КИН не позволяет построить такую зависимость: трещина может двигаться с практически постоянной скоростью, тогда как соответствующий ее значению коэффициент интенсивности изменяется в широком диапазоне. Такое поведение соответствует экспериментам [2–4].

Таким образом, с одной стороны, использование структурно-временного подхода позволяет разрешить противоречия, возникшие относительно единственности зависимости  $K_I - v$  для данного материала, а с другой стороны обойтись без априорного знания данной зависимости для прикладных расчетов динамики трещин. Это определяет существенное преимущество развитого подхода по сравнению с традиционными, так как экспериментальное определение зависимости КИН от скорости трещины – весьма трудоемкий процесс, приводящий к неоднозначным результатам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (20-01-00291, 18-51-80008). Н.А. Казаринов благодарит фонд РНФ (18-71-00107) за поддержку при создании секций 2 и 3.1.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Rosakis A.J., Ravichandran G.* Dynamic failure mechanics // *J. Mech. Mater. Struct.* 2000. № 37. С. 331–348.  
[https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(99\)00097-9](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(99)00097-9)
2. *Ravi-Chandar K., Knauss W.G.* An experimental investigation into dynamic fracture: I. Crack initiation and arrest // *Int. J. Fract.* 1984. № 25. С. 247–262.  
<https://doi.org/10.1007/BF00963460>
3. *Ravi-Chandar K., Knauss W.G.* An experimental investigation into dynamic fracture: II. Microstructural aspects // *Int. J. Fract.* 1984 № 26. С. 65–80.  
<https://doi.org/10.1007/BF01152313>
4. *Ravi-Chandar K., Knauss W.G.* An experimental investigation into dynamic fracture: III. On steady state crack propagation and crack branching // *Int. J. Fract.* 1984. № 26. С. 141–154.  
<https://doi.org/10.1007/BF01157550>
5. *Kalthoff J.F.* On some current problems in Experimental Fracture dynamics // *Workshop on dynamic fracture.* California Institute of Technology. 1983. С. 11–25.
6. *Homma H., Shockey D.A., Murayama Y.* Response of cracks in structural materials to short pulse loads // *J. Mech. Phys. Solids.* 1983. № 31(3). С. 261–279.  
[https://doi.org/10.1016/0022-5096\(83\)90026-1](https://doi.org/10.1016/0022-5096(83)90026-1)
7. *Xu X., Needleman A.* Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface // *Int. J. Fract.* 1995. № 74. С. 289–324.
8. *Nikiforovskii V.S.* Kinetic nature of the brittle fracture of solid bodies // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics.* 1976. № 17(5). С. 721–726.  
<https://doi.org/10.1007/BF00864168>
9. *Petrov Y.V., Utkin A.A.* Dependence of the dynamic strength on loading rate // *Soviet Materials Science.* 1989. № 25(2). С. 153–156.  
<https://doi.org/10.1007/BF00780499>
10. *Petrov Y.V.* On “quantum” nature of dynamic failure of brittle media // *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* 1991. № 321(1). С. 66–68.
11. *Petrov Y.V., Sitnikova E.V.* Dynamic cracking resistance of structural materials predicted from impact fracture of an aircraft alloy // *Technical Physics.* 2004. № 49. С. 57–60. <https://link.springer.com/article/10.1134/1.1642679#citeas>
12. *Petrov Y.V., Karihaloo B.L., Bratov V.V., Bragov A.M.* Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials // *International Journal of Engineering Science.* 2009. № 61. С. 3–9.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2012.06.004>
13. *Petrov Y.V., Morozov V.A., Smirnov I.V., Lukin A.A.* Electrical breakdown of a dielectric on the voltage pulse trailing edge: Investigation in terms of the incubation time concept // *Technical Physics.* 2015. № 60(12). С. 1733–1737.

14. *Volkov G.A., Petrov Y.V., Gruzdkov A.A.* Liquid–Vapor Phase Equilibrium Conditions in an Ultrasonic Field // *Doklady Physics*. 2015. № 60(5). С. 229–231.
15. *Fineberg J., Gross S.P., Marder M., Swinney H.L.* Instability in the propagation of fast cracks // *Physical Review B*. 1992. № 45(10). С. 5146–5154.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.45.5146>
16. *Smirnov I., Kazarinov N., Petrov Y.* Experimental observation and numerical modelling of unstable behaviour of a fast crack velocity // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. 2019. № 101. С. 53–58.  
<https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.02.006>