ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2020, № 3, с. 12–19

УДК 539.3

О РЕСУРСАХ ПОДШИПНИКОВ И О МЕХАНИКЕ СУБДУКЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

© 2020 г. В. А. Бабешко[a,b,*], О. М. Бабешко[b], О. В. Евдокимова[a], В. С. Евдокимов[a], С. Б. Уафа[a]

[a] *Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону, Россия*
[b] *Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия*
**e-mail: babeshko41@mail.ru*

Поступила в редакцию 17.12.2019 г.
После доработки 23.12.2019 г.
Принята к публикации 25.12.2019 г.

В статье рассматриваются две задачи, из которых, одна связана с инженерным направлением, посвященным исследованию ресурсов подшипников с покрытиями, получивших некоторый дефект. Вторая относится к механике природных явлений и связана с явлением субдукции. Субдукция это процесс продвижения океанических литосферных плит под континентальные в прибрежной зоне.

Именно явления субдукции приводят к землетрясениям, порождающим цунами.

Подсчитано, что протяженность прибрежных зон, где происходит субдукционный процесс, составляет 45 тысяч километров. Зоны субдукции – это зоны интенсивных прибрежных морских и океанических землетрясений, которые характерны наличием разломов у литосферных плит. Авторам удалось заметить, что обе это проблемы математически описываются одними и теми же граничными задачами. Для их исследования и решения применяется метод блочного элемента, позволяющий точно решать эти задачи. Исследование показало, что в зонах дефектов и разломов возникают высокие концентрации напряжений, приводящие к разрушениям покрытий. Исследованы последствия таких разрушений.

Ключевые слова: подшипники, дефекты, блочный элемент, пластины, трещины, граничные задачи, литосферные плиты, разломы, покрытия, субдукция, разрушения

DOI: 10.31857/S0572329920030034

Введение. Исследованию подшипниковых пар и возможных в них дефектов посвящено большое число фундаментальных работ. Некоторые из них приведены в работах [1–7]. В работе [8] изложен один из подходов исследования подшипников с дефектами, основанный на применении метода блочного элемента. В настоящей статье, исследуется усложненный вариант задачи [8] для подшипниковой пары. Этой же граничной задачей удается изучить проблему субдукционного процесса, принадлежащего направлению механики природных процессов и связанного с сейсмологией [9–17]. В инженерном направлении изучается подшипниковая пара с покрытием, которое приобрело дефект, состоящий в отслоении покрытия от основания. В результате на границе отслоения образовалась трещина, перпендикулярная границе покрытия. Контакт между покрытием и основанием подшипника по разные стороны от трещины – различный: с одной стороны он свободен от трения, а с другой – жестко связан с основанием. Встает вопрос о последствиях поведения такого подшипника. Подобная задача встает в механике природных процессов, связанная с явлением субдукции. Это явление, протекающее в прибрежных зонах океанов, состоит в продвижении океанических плит, под континентальные. Оно было открыто и описано исследователем Беньофом, а прибрежная область была названа сейсмофокальной зоной Беньофа, центром сосредоточения морских землетрясений. Литосферная плита изгибается, попав под континент, и приобретает разломы. С одной стороны от разлома часть плиты, попавшая под континент, оплавляется снизу высокой температурой и теряет контактные напряжения трения. По другую сторону от разлома плита остается жестко соединенной с основанием. Для обоих случаев ставится одна граничная задача, причем в качестве покрытия в подшипнике и литосферных плит принимаются, с учетом масштабов, пластины Кирхгофа. Применяется метод блочного элемента. В результате исследования и решения граничной задачи для разных размеров относительных расстояний между берегами дефектов найдены концентрации контактных напряжений и описаны последствия разрушений.

1. Постановка задачи. Считаем, что подшипник имитируется как полупрострнство, на котором имеется покрытие с дефектом, часть из которого отслоилась, и имеется трещина, перпендикулярная границе покрытия. В этой постановке охватывается и субдукционный процесс. Полагаем, что покрытия представляют собой полубесконечные пластины Кирхгофа в форме полуплоскостей, границы которых параллельны и находятся на дистанции 2θ, $\theta \geq 0$, друг от друга, причем каждая обладает индивидуальными механическими свойствами. Примем оси координат $x_1 0 x_2$ лежащими в плоскости пластин, а ось x_3 направленной по внешней нормали к подложке. Рассмотрим случай статических воздействий на поверхность пластин, из которых левая контактирует с основанием без трения, а правая – с пренебрежимо малым вертикальным воздействием по сравнению с касательными контактными напряжениями. Тогда уравнения граничных задач для пластин представимы в виде

$$R_b(\P x_1, \P x_2)\, u_b - s_b(x_1, x_2) = 0, \quad b = \lambda,\ r \tag{1.1}$$

Здесь каждая пластина рассматривается как многообразие с краем, где $u_b = \{u_{1b}, u_{2b}, u_{3b}\}$ – вектор перемещения точек пластин по горизонтальным u_{1b}, u_{2b} и вертикальным u_{3b} направлениям срединной плоскости, а $b = \lambda$ для левой плиты и $b = r$ – для правой. Введем обозначения

$$s_b(x_1,x_2) = \begin{Vmatrix} -\varepsilon_{5b} s_{1b}(x_1,x_2) & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{5b} s_{2b}(x_1,x_2) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{53b} s_{3b}(x_1,x_2) \end{Vmatrix}, \quad s_{nb}(x_1,x_2) = (t_{nb} + g_{nb}) \tag{1.2}$$

$$R_b(\P x_1, \P x_2)\, u_b =$$
$$= \begin{Vmatrix} \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b}\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2}\right) u_{1b} & \left(\varepsilon_{2b}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{2b} & 0 \\ \left(\varepsilon_{2b}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\right) u_{1b} & \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b}\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2}\right) u_{2b} & 0 \\ 0 & 0 & \left(\dfrac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2\dfrac{\partial^2}{\partial x_1^2}\dfrac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \dfrac{\partial^4}{\partial x_2^4}\right) u_{3b} \end{Vmatrix} \tag{1.3}$$

С учетом характера взаимодействия покрытий с основанием, в формулах (1.1)–(1.3) принято при $b = \lambda$

$$s_{nb}(x_1,x_2) = 0, \quad u_{nb} = 0, \quad n = 1, 2$$

Для случая $b = r$ обязано выполняться условие

$$s_{nb}(x_1,x_2) = 0, \quad u_{nb} = 0, \quad n = 3$$

Обозначим $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)$, $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ – двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Введем обозначения

$$\mathbf{U_b} = \mathbf{F_2 u_b}, \quad \mathbf{G_b} = \mathbf{F_2 g_b}, \quad \mathbf{T_b} = \mathbf{F_2 t_b} \quad b = \lambda, r$$

$$\mathbf{u}_b = \{u_{1b},u_{2b},u_{3b}\}, \quad \mathbf{g}_b = \{g_{1b},g_{2b},g_{3b}\}, \quad \mathbf{t}_b = \{t_{1b},t_{2b},t_{3b}\}$$

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений (1.1) принимает вид

$$\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b = -\begin{Vmatrix} (\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2)U_{1b} & \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{2b} & 0 \\ \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{1b} & (\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2)U_{2b} & 0 \\ 0 & 0 & -(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} \end{Vmatrix}$$

Здесь для $b = \lambda$ нормальные напряжения t_{3b} действует на покрытие сверху и g_{3b} – снизу. Аналогично $b = r$ напряжения g_{1b}, g_{2b} и t_{1b}, t_{2b} действуют в касательной плоскости в области контакта с основанием, причем g_{1b} и t_{1b} в направлении касательной к торцу литосферной плиты, а g_{2b} и t_{2b} – в направлении нормали.

Справедливы соотношения

$$M_b = -D_{b1}\left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2}\right), \quad D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3}$$

$$Q_b = -D_{b2}\left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b)\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2}\right), \quad u_{3b}, \quad \frac{\partial u_{3b}}{H\partial x_2}$$

$$D_b = \frac{E_b h_b{}^3}{12(1 - \nu_b{}^2)} \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b{}^2)12H^4}{E_b h_b{}^3} \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu)H}{\mu}$$

$$\varepsilon_{1b} = 0.5(1 - \nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0.5(1 + \nu_b), \quad \varepsilon_{5b} = \frac{1 - \nu_b^2}{E_b h_b}$$

$$g_{1b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1}\right), \quad g_{2b} = \mu_{0b}\left(\frac{\partial u_{2b}}{\partial x_3} + \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2}\right)$$

$$\mu_{0b} = \frac{\mu_b}{H}, \quad x_3 = 0, \quad g = \{g_{1b},g_{2b}\}$$

Выше приняты следующие обозначения: μ_b – модуль сдвига, ν_b – коэффициент Пуассона, E_b – модуль Юнга, h_b – толщина, $\mathbf{g}_b$, $\mathbf{t}_b$ – векторы контактных напряжений и внешних горизонтальных, g_{1b}, g_{2b}, t_{1b}, t_{2b} и вертикальных, g_{3b}, t_{3b} воздействий соответственно, действующих по касательной к границе основания и по нормали к ней в областях Ω_b. Выражения для нормальной N_{x_2} и касательной $T_{x_1x_2}$ составляющих напряжений к срединной плоскости на торцах пластин даются соответственно соотношениями

$$T_{x_1x_2} = \varepsilon_7\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\right), \quad N_{x_2} = \varepsilon_8\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \nu\frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right)$$

$$\varepsilon_7 = \frac{E}{2(1 + \nu)H}, \quad \varepsilon_8 = \frac{E}{(1 - \nu^2)H}$$

Для деформируемого основания, описываемого граничной задачей, применимы различные модели, даваемые соотношениями

$$\mathbf{u}(x_1,x_2) = \varepsilon_6^{-1}\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int \mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{G}(\alpha_1,\alpha_2)e^{-i\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle}d\alpha_1 d\alpha_2$$

$$x \in \Omega_\lambda, \quad x \in \Omega_r, \quad x \in \Omega_\theta, \quad \langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2$$

$$\Omega_\lambda\left(|x_1| \le \infty; x_2 \le -\theta\right), \quad \Omega_r\left(|x_1| \le \infty; \theta \le x_2\right), \quad \Omega_\theta\left(|x_1| \le \infty; -\theta \le x_2 \le \theta\right)$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m,n = 1,2,3, \quad \mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \to \infty$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu}, \quad \mathbf{G}(\alpha_1,\alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)\mathbf{g}$$

g — вектор касательных и нормальных напряжений под покрытиями на границе основания. Некоторые типы матриц-функций $\mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2)$ оснований, называемые символом системы интегральных уравнений, приведены в [18]. Например, для упругого слоя в статическом случае она имеет вид

$$\mathbf{K}(\alpha_1,\alpha_2) = \left\|\begin{matrix} \alpha_1^2 M + \alpha_2^2 N & \alpha_1\alpha_2(M-N) & i\alpha_1 P \\ \alpha_1\alpha_2(M-N) & \alpha_1^2 N + \alpha_2^2 M & i\alpha_2 P \\ -i\alpha_1 P & -i\alpha_2 P & K \end{matrix}\right\|$$

$$M(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\mathrm{sh}4u+4u)}{u^2\Delta}, \quad N(u) = \frac{2\mathrm{sh}2u}{u^3\mathrm{ch}2u}$$

$$P(u) = -\frac{(1-2\nu)(3-4\nu)\mathrm{sh}^2 2u - 4u^2}{u\Delta(u)}, \quad K(u) = \frac{(1-\nu)(3-4\nu)(\mathrm{sh}4u - 4u)}{\Delta(u)}$$

$$\Delta(u) = u[(3-4\nu)\mathrm{sh}^2 2u + 4u^2 + 4(1-\nu)^2], \quad u = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2}$$

Матрица (2.3) граничной задачи является блочно-диагональной, состоящей из расположенной на диагонали матрицы второго порядка, представляющей матричный оператор или векторный оператор, и отдельного на диагонали скалярного оператора. Поскольку операторы независимы, это существенно облегчает исследование граничной задачи на этапе внешнего анализа, позволяя воспользоваться результатами, выполненными в работах [19, 20].

2. Внешний анализ граничной задачи. Граничные задачи для каждого блока блочной структуры погружаются в топологическое пространство, индуцированное трехмерным евклидовым пространством, после чего применением формулы Стокса в топологическом пространстве, сводятся к функциональным уравнениям. Приведем представления функциональных уравнений, отвечающих перечисленным операторам граничной задачи. Функциональные уравнения скалярного оператора для левой плиты, $b = \lambda$, имеют вид [19, 20]

$$R_{3b}(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} = -\int_{\partial\Omega_b}\omega_{3b} + S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2)$$

$$S_{3b}(\alpha_1,\alpha_2) = \varepsilon_{53b}F_2(\alpha_1,\alpha_2)(t_{3b} + g_{3b}), \quad b = \lambda, r$$

Здесь ω_{3b} — участвующие в представлении внешние формы, имеющие для левой плиты выражение

$$\omega_{3\lambda} = e^{i\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle}\left\{-\left[\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + i\alpha_2^3 u_{3\lambda} + 2\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2\partial x_2} - \right.\right.$$
$$\left.\left. - 2i\alpha_2\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2}\right]dx_1 + \left[\frac{\partial^3 u_{3\lambda}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1\frac{\partial^2 u_{3\lambda}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3\lambda}\right]dx_2\right\}$$

Функциональные уравнения граничной задачи для векторного случая, представленные для правой плиты, b = r являются матричными и имеют вид

$$\mathbf{R}_{12b}(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b})\mathbf{U}_{12b} = -\int_{\P\Omega_b}\boldsymbol{\omega}_{12b} + \mathbf{S}_{12b}(\alpha_{1b},\alpha_{2b}), \quad \mathbf{U}_{12b} = \{U_{1b}, U_{2b}\}$$
$$\boldsymbol{\omega}_{12b} = \{\omega_{1b}, \omega_{2b}\}, \quad \mathbf{S}_{12b}(\alpha_{1b},\alpha_{2b}) = -\varepsilon_{5b}\mathbf{F}_2(\alpha_{1b},\alpha_{2b})(\mathbf{g_b} + \mathbf{t_b})$$
$$\mathbf{S}_{12b}(\alpha_{1b},\alpha_{2b}) = \{S_{1b}, S_{2b}\}$$

$$\mathbf{R}_{12b}(-i\alpha_{1b},-i\alpha_{2b}) = -\begin{Vmatrix}(\alpha_{1b}^2+\varepsilon_{1b}\alpha_{2b}^2) & \varepsilon_{2b}\alpha_{1b}\alpha_{2b}\\ \varepsilon_{2b}\alpha_{1b}\alpha_{2b} & (\alpha_{2b}^2+\varepsilon_{1b}\alpha_{1b}^2)\end{Vmatrix}$$

Здесь $\boldsymbol{\omega}_b$ — вектор внешних форм, имеющих представление

$$\omega_{1r} = e^{i\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle}\left\{-\left(\varepsilon_{1r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_2} + \varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1r}\alpha_2 u_{1r}\right)dx_1 + \left(\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1} - i\alpha_1 u_{1r} - i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{2r}\right)dx_2\right\}$$
$$\omega_{2r} = e^{i\langle\boldsymbol{\alpha},\mathbf{x}\rangle}\left\{-\left(\varepsilon_{2r}\frac{\partial u_{1r}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_{2r}}{\partial x_2} - i\alpha_2 u_{2r}\right)dx_1 + \left(\varepsilon_{1r}\frac{\partial u_{2r}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1r}\alpha_1 u_{2r}\text{-}i\varepsilon_{2r}\alpha_2 u_{1r}\right)dx_2\right\}$$

Совершив над этими функциональными уравнениями операции внешнего анализа [19, 20], включающие факторизацию коэффициента функционального уравнения — матрицы-функции и просто функции, вычисление форм-вычетов Лере, построение псевдодифференциальных уравнений, извлечение из них необходимых, поставленными граничными задачами, интегральных уравнений и решение последних. Найденные таким образом решения вносятся во внешние формы функциональных уравнений каждого покрытия, после чего сопрягаются с основанием, формируя новое топологическое пространство, называемое фактор-топологическим.

3. Основные результаты. В процессе выполнения этой, достаточно детально описанной в указанных работах части исследования, вводятся сокращенные обозначения применяемых ниже параметров напряженно-деформируемого состояния блочной структуры. Именно, введена следующая система обозначений для скалярного оператора левой плиты

$$\mathbf{Y}_{\lambda0} = \{y_{1\lambda0}, y_{2\lambda0}\}, \quad \mathbf{Z}_{\lambda0} = \{z_{1\lambda0}, z_{2\lambda0}\}$$
$$\mathbf{F}_1 g = \mathbf{F}_1(\alpha_1)g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_2)g$$
$$y_{1\lambda0} = D_\lambda^{-1}\mathbf{F_1}M_\lambda, \quad y_{2\lambda0} = D_\lambda^{-1}\mathbf{F_1}Q_\lambda$$

$$z_{1\lambda0} = \mathbf{F_1}\frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2}, \quad z_{2\lambda0} = \mathbf{F_1}u_{3\lambda}$$

$$\mathbf{K}_{\lambda0} = \{k_{1\lambda0}, k_{2\lambda0}\}, \quad k_{1\lambda0} = \varepsilon_{53\lambda}\mathbf{F}_2(\alpha_1,\alpha_{2-})(t_{3\lambda} + g_{3\lambda}) = \varepsilon_{53\lambda}S_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})$$
$$k_{2\lambda0} = \varepsilon_{53\lambda}S'_{3\lambda}(\alpha_1,\alpha_{2-})$$

Аналогично для векторного случая правой плиты

$$Y_r = \{y_{1r}, y_{2r}\}, \quad Z_r = \{z_{1r}, z_{2r}\}, \quad F_1 g = F_1(\alpha_1) g, \quad F_2 g = F_2(\alpha_1, \alpha_2) g$$
$$y_{1r} = F_1 T_{x_1 x_2 r}, \quad y_{2r} = F_1 N_{x_2 r}, \quad z_{1r} = F_1 u_{1r}, \quad z_{2r} = F_1 u_{2r}$$

$$K_r = \{k_{1r}, k_{2r}\}, \quad k_{1r} = \varepsilon_{5r}\left[S_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \alpha_{2+}\alpha_1^{-1} S_{2r}(\alpha_1, \alpha_{2+})\right]$$
$$k_{2r} = -\varepsilon_{5r}\left[-(1+\varepsilon_{1r}) S_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \varepsilon_{2r}\alpha_1 S'_{1r}(\alpha_1, \alpha_{2+}) + \varepsilon_{2r}\alpha_{2+} S'_{2r}(\alpha_1, \alpha_{2+})\right]$$

Чтобы осуществить сопряжение покрытий с трехмерным основанием, имеющим на границе трехмерные векторы перемещений и напряжений, необходимо в такой же форме представить параметры напряженно-деформированного состояния покрытий. Для этого введем в рассмотрение объединенный вектор внешних форм и параметра внешних нагрузок

$$\boldsymbol{\omega}_b = \{\omega_{1b}, \omega_{2b}, \omega_{3b}\}, \quad \mathbf{S}_b = \{S_{1b}, S_{2b}, S_{3b}\}$$

где для

$$\boldsymbol{\omega}_\lambda = \{0, 0, \omega_{3\lambda}\}, \quad \mathbf{S}_\lambda = \{0, 0, S_{3\lambda}\}, \quad \boldsymbol{\omega}_r = \{\omega_{1r}, \omega_{2r}, 0\}, \quad \mathbf{S}_r = \{S_{1r}, S_{2r}, 0\}$$

Тогда решения в каждом покрытии можно представить в виде

$$\mathbf{u}_\lambda(x_1, x_2, 0) = \mathbf{F}_2^{-1}(x_1, x_2)\left[\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\right]^{-1}\left(-\int_{\P\Omega_\lambda} \boldsymbol{\omega}_\lambda + \mathbf{S}_\lambda\right) \tag{3.1}$$
$$\mathbf{u}_r(x_1, x_2, 0) = \mathbf{F}_2^{-1}(x_1, x_2)\left[\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\right]^{-1}\left(-\int_{\P\Omega_r} \boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{S}_r\right)$$

Сопрягая все три компоненты перемещений обоих полубесконечных покрытий, как нормальные, так и касательные, с перемещениями верхней границы основания, получаем соотношения вида

$$\mathbf{P}_\lambda \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) + \mathbf{P}_\theta \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) + \mathbf{P}_r \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) = \varepsilon_6^{-1} \mathbf{F}_2^{-1} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0)\left[\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \right.$$
$$\left. + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)\right], \quad \mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\lambda \mathbf{g}(x_1, x_2), \quad \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_r \mathbf{g}(x_1, x_2) \tag{3.2}$$
$$\mathbf{P}_p \mathbf{u} = \mathbf{F}_2^{-1}\left[\mathbf{R}_p(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\right]^{-1}\left\langle -\int_{\P\Omega_p} \boldsymbol{\omega}_p + \mathbf{S}_b(\alpha_1, \alpha_2)\right\rangle, \quad p = \lambda, r$$

Здесь $\mathbf{P}_\lambda$, $\mathbf{P}_r$, $\mathbf{P}_\theta$ – проекторы на левую, правую полуплоскости и на срединный промежуток, являющиеся носителями соответствующих покрытий и описывающего промежуток $|x_2| \le \theta$. Внося соотношения (3.1) в левые части (3.2) и применив преобразования Фурье, получим соотношения вида

$$\left[\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\right]^{-1}\left\langle -\int_{\P\Omega_\lambda} \boldsymbol{\omega}_\lambda + \mathbf{S}_\lambda\right\rangle + \mathbf{U}_\theta +$$
$$+ \left[\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\right]^{-1}\left\langle -\int_{\P\Omega_r} \boldsymbol{\omega}_r + \mathbf{S}_r\right\rangle -$$
$$- \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0)\left[\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)\right] = 0$$
$$\mathbf{U}_\theta = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\theta \mathbf{u}(x_1, x_2)$$

Вектор-функции $\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)$, являющиеся преобразованиями Фурье функций, с носителями в полуплоскостях, есть регулярные функции параметров $\boldsymbol{\alpha}_2$ при фиксированном $\boldsymbol{\alpha}_1$ в нижней и верхней полуплоскостях соответственно. В связи с этим можем обозначить вектор-функции, регулярные по параметру $\boldsymbol{\alpha_2}$ в нижней, знак минус, и в верхней, знак плюс, полуплоскостях, положив

$$\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1,\alpha_2) = \mathbf{G}_-(\alpha_1,\alpha_2), \quad \mathbf{G}_r(\alpha_1,\alpha_2) = \mathbf{G}_+(\alpha_1,\alpha_2)$$

Внося эти обозначения в предыдущее соотношение, приходим к матричному обобщенному функциональному уравнению Винера–Хопфа,

$$\mathbf{MG}_+ = \mathbf{G}_- + \mathbf{V} + \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{U}_\theta, \quad \mathbf{M} = \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{K}_2, \quad \mathbf{K}_2 = \varepsilon_r\mathbf{R}_r^{-1} - \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K}, \quad \mathbf{K}_1 = \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K} - \varepsilon_\lambda\mathbf{R}_\lambda^{-1}$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{K}_1^{-1}\left(\mathbf{R}_\lambda^{-1}\int\limits_{\P\Omega_\lambda}\boldsymbol{\omega}_\lambda + \mathbf{R}_r^{-1}\int\limits_{\P\Omega_r}\boldsymbol{\omega}_r - \varepsilon_\lambda\mathbf{R}_\lambda^{-1}\mathbf{T}_\lambda - \varepsilon_r\mathbf{R}_r^{-1}\mathbf{T}_r\right), \quad \mathbf{U}_\theta = \mathbf{F}_2\mathbf{P}_\theta\mathbf{u}(x_1,x_2)$$

которое, наряду с наличием неизвестных $\mathbf{G}_\pm(\alpha_1,\alpha_2)$, содержит в качестве неизвестных также и их функционалы вида $\mathbf{G}_\pm(\alpha_1,\alpha_{2\pm})$, нуждающиеся в последующем определении из некоторой системы алгебраических уравнений [19, 20]. В этих же работах изложены способы определения функционалов, входящих во внешние формы. Для исследования особенностей решения функционального уравнения был использован факторизационный подход, изложенный в [18]. Исследование свойств решений этого матричного функционального уравнения привело наряду с изложенным в [19, 20] результатам, также к новым, не встречавшимся ранее. При $\theta > 0$, то есть, когда торцы плит удалены на расстояние 2θ, контактные напряжения на краях пластин имеют представление [19, 20] вида

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_\lambda(x_1,x_2) &= \boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}(x_1,x_2)(-x_2-\theta)^{-0,5} \quad x_2 < -\theta \\ \mathbf{g}_r(x_1,x_2) &= \boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1,x_2)(x_2-\theta)^{-0,5}, \quad x_2 > \theta \quad \gamma > 0 \end{aligned} \tag{3.3}$$

При $\theta = 0$, то есть, когда торцы плит полностью сблизились, контактные напряжения имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_\lambda(x_1,x_2) &\to \boldsymbol{\sigma}_{3\lambda}(x_1,x_2)x_2^{-1} \\ \mathbf{g}_r(x_1,x_2) &\to \boldsymbol{\sigma}_{4r}(x_1,x_2)x_2^{-1} \end{aligned} \tag{3.4}$$

В обоих случаях вектор-функции $\boldsymbol{\sigma}_{1\lambda}(x_1,x_2)$, $\boldsymbol{\sigma}_{2r}(x_1,x_2)$ непрерывны по обоим параметрам.

Анализ полученного решения показывает, что возникает более сложная подвижка в зоне дефекта, охватывающая рассмотренные в [19, 20] случаи.

В результате вычисления перемещений в зоне дефекта или поверхности Земли, вызванных сингулярными составляющими контактных напряжений, получается картина, в которой левая плита испытывает вертикальное перемещение, а правая – горизонтальный сдвиг в одном из направлений, вызываемых внешними воздействиями, породив разрушение зоны дефекта, что приводит из состояния (3.4) в состояние (3.3). Последнее, как известно из теории контактных задач [18], приводит лишь к точечному излому в точках $x_2 = \pm\theta$ поверхности основания подшипника, на котором находится покрытие или основание, на котором расположены литосферные плиты.

4. Выводы. Таким образом, в случае принятых разнотипных контактов покрытия с деформируемым основанием, имеет место дальнейшее разрушение зоны контакта сингулярными концентрациями напряжений. Разрушение приводит к уничтожению части покрытия в окрестности дефекта и обнажению основания, на котором оно находится. В случае подшипников это означает износ оголенной части основания. В случае зоны Беньофа оно провоцирует прибрежные землетрясения, различной бальности, и дает свободу отделившейся левой части литосферной плиты более свободно уйти под континентальную, и расплавиться, попав уже в следующий тектонический процесс, называемый спредингом.

Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания Минобрнауки на 2020 г., проекты (9.8753.2017/8.9) и ЮНЦ РАН проект (00-19-13) № госрег. 01201354241, Программ президиума РАН № 7, проект (00-19-03) и № 20 проект (00-19-10), и при поддержке грантов РФФИ (19-41-230003), (19-41-230004), (19-48-230014), (18-08-00465), (18-01-00384), (18-05-80008).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горячева И.Г., Фельдштейн И.В.* Анализ влияния внутренней системы дефектов на напряженное состояние упругих тел // Изв. РАН. МТТ. 1996. № 5. С. 55–61.
2. *Maugis D.* Contact Adhesion and Rupture of Elastic Solids. Berlin: SpringerrVerlag, 2000.
3. *Горячева И.Г.* Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
4. *Горячева И.Г., Добычин М.Н.* Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 256 с.
5. *Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю.* Моделирование трения на разных масштабных уровнях // Изв. РАН. МТТ. 2010. № 3. С. 117–127.
6. *Ноздрин М.А., Маховская Ю.Ю., Шептунов Б.В.* Расчет деформационной составляющей силы трения при скольжении тела по вязкоупругому основанию // Вестник ИГЭУ. 2009. № 3. С. 48–50.
7. *Александров В.М., Горячева И.Г., Торская Е.В.* Пространственная задача о движении гладкого штампа по вязкоупругому полупространству // Докл. РАН. 2010. Т. 430. № 4. С. 490–493.
8. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М., Елецкий Ю.Б., Уафа С.Б.* О прочностных свойствах смазываемых подшипников с дефектными покрытиями // Изв. РАН. МТТ. 2019. № 6. С. 48–54.
https://doi.org/10.1134/S05723299190600359
9. *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.: Мир. 1982. 217 с.
10. *Гамбурцев Г.А* Перспективный план исследований по проблеме “Изыскание и развитие прогноза землетрясений” // Развитие идей Г.А. Гамбурцева в геофизике. М.: Наука, 1982. С. 304–311.
11. *Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф.* Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. 104 с.
12. *Алексеев А.С., Геза Н.И., Еманов А.Ф., Кашун В.Н., Ковалевский В.В., Манштейн А.К., Михайленко Б.Г., Селезнев В.С., Сердюков С.В., Собисевич А.Л., Собисевич Л.Е., Соловьев В.М., Хайретдинов М.С., Чичинин И.С., Юшин В.И.* Активная сейсмология с мощными вибрационными источниками. Коллективная монография. Изд-во СО РАН, 2004. 388 с.
13. *Соболев Г.А.* Основы прогноза землетрясений. М.: Наука, 1993. 313 с.
14. *Кейлис-Борок В.А.* Динамика литосферы и прогноз землетрясений // Природа, 1989. № 12. С. 10–18.
15. *Di Toro G.* Fault lubrication during earthquake // Natire. 2011. 471(7339). P. 494–498.
16. *Никонов А.А.* Современные движения Земной коры. М.: Наука, 1979. 184 с.
17. *Mitchell E., Fialko Y, and Brown K.* Temperature dependence of frictional healing of Westerly granite: Experimental observations and numerical Simulations // Geochemistry, Geophysics, Geosystems. 2013. № 14. P. 567–582.
18. *Ворович И.И., Бабешко В.А.* Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей. М.: Наука, 1979. 320 с.
19. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* On the possibility of predicting some types of earthquake by a mechanical approach // Acta Mechanica. 2018. V. 229. № 5. P. 2163–2175.
https://doi.org/10.1007/s00707-017-2092-0
20. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* On a mechanical approach to the prediction of earthquakes during horizontal motion of litospheric plates // Acta Mechanica. 2018. V. 229. № 11. P. 4727–4739.
https://doi.org/10.1007/s00707-018-2255-7