ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2020,
№ 2, с. 77–87

УДК 531. 42

ПОДАВЛЕНИЕ НЕУСТОЙЧИВЫХ КОЛЕБАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

 В. Н. Антонов

ООО "Защита", Подольск Московской обл., Россия
e-mail: sapr219@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.03.2018 г.
После доработки 14.01.2019 г.
Принята к публикации 04.09.2019 г.

Открыто природное явление – естественное свойство нелинейных колебаний упругих механических конструкций, взаимодействующих с окружающей средой. Указанное свойство, относящееся ввиду его объективной реальности к природным явлениям, таково: если силы возбуждения колебаний конструкции со стороны окружающей среды превосходят силы их демпфирования, то частота колебаний увеличивается или уменьшается в зависимости от того, связано возбуждение колебаний с перемещениями или со скоростями точек конструкции.

На основе природного свойства впервые построена математическая модель колебаний с переменной частотой и представлены механизмы реализации трех способов подавления неустойчивых колебаний конструкций, позволяющих перейти от неустойчивого состояния к периодическим колебаниям конструкций.

Ключевые слова: колебания с переменной частотой, подавление неустойчивых колебаний, природное явление в механике колебаний

DOI: 10.31857/S057232992002004X

1. Введение. Открыто природное явление – естественное свойство нелинейных колебаний упругих механических конструкций, взаимодействующих с окружающей средой. Нелинейность колебаний состоит в том, что внешние и внутренние силы, возбуждающие или демпфирующие колебания конструкции, являются функциями перемещений (например, изгибные формы) или скоростей (крутильные формы колебаний) ее точек. Свойство нелинейных колебаний, относящееся ввиду его объективной реальности к природным явлениям, таково: если силы возбуждения колебаний конструкции со стороны окружающей среды превосходят силы их демпфирования, то частота колебаний увеличивается или уменьшается в зависимости от того, связано возбуждение колебаний с перемещениями или со скоростями точек конструкции.

Механические конструкции, взаимодействующие с окружающей средой, могут существовать как самостоятельно, так и входить в состав различных технических устройств. Повышение мощности и производительности современных технических устройств невозможно без увеличения определяющих параметров среды и достижения ими критических значений. Возникающее неустойчивое состояние конструкции приводит к экспоненциально возрастающему росту амплитуды колебаний конструкции. Значительное число работ, имеющихся в литературных источниках, посвящено поиску значений определяющих параметров окружающей среды, при которых конструкция сохраняет устойчивое состояние (например, [1–3]).

Частота возбуждения неустойчивых колебаний конструкции совпадает с одной из ее собственных частот. В первый момент после потери устойчивости частота колебаний конструкции также совпадает с соответствующей собственной частотой, а затем непрерывно изменяется. Чем интенсивнее воздействие среды на колебания конструкции, тем быстрее идет изменение частоты колебаний и отклонение ее от остающейся неизменной частоты возбуждения. С увеличением рассогласования – модуля разности – частот интенсивность возбуждения колебаний конструкции быстро снижается.

Изменение частоты колебаний конструкции происходит до тех пор, пока не наступит равновесие между силами, возбуждающими и демпфирующими колебания. Возникшие установившиеся (с постоянной частотой и амплитудой) колебания конструкции при сохраняющейся интенсивности возбуждения колебаний могут продолжаться сколь угодно долго. Во многих работах исследовался переход конструкции от неустойчивого состояния к периодическим колебаниям (называемым также установившимся флаттером, или просто флаттером), когда конструкция взаимодействует с протекающей жидкостью или газом. Но только в двух статьях приведены результаты точных измерений частот колебаний конструкций при флаттере.

В самой содержательной статье [4], где приведен подробный анализ изгибных и крутильных колебаний лопаток ротора турбокомпрессора, впервые обнаружено, что при переходе от неустойчивого к устойчивому состоянию лопаток частота их колебаний изменяется: увеличивается при изгибных и уменьшается при крутильных формах колебаний (подробнее о статье [4] см. п. 5). Однако авторы только констатировали изменение частоты колебаний лопаток и не пришли к выводу, что причина перехода от неустойчивых колебаний к флаттеру заключается именно в этом.

В статье [5] экспериментально определялись частоты периодических колебаний пластины в потоке газа. Авторам стало "неясно поведение частот колебаний при увеличении M: при M = 0.857 частоты сильно выше собственных частот, полученных при ударе, при увеличении M до 1.286 они падают, а при дальнейшем увеличении M – растут". Поведение частот колебаний пластины детально не исследовалось и объяснялось влиянием температуры пластины. Отклонение частот периодических колебаний пластины, подвергшейся воздействию потока газа, от ее собственных частот полностью согласуется со свойствами нелинейных колебаний:

при M = 0.857 возбуждение колебаний связано преимущественно с перемещениями точек пластины (изгибная форма колебаний). Поэтому частота периодических колебаний пластины выше соответствующей частоты собственных колебаний;

при M = 1.286 возбуждение колебаний пластины связано преимущественно со скоростями ее точек (крутильная форма колебаний). Поэтому частота периодических колебаний пластины ниже соответствующей частоты собственных колебаний;

при увеличении M свыше 1.286 возбуждение колебаний пластины связано со следующей изгибной формой колебаний. Частота периодических колебаний пластины растет, и т.д.

Параметры крутильных периодических колебаний [4, табл. 1 и 2], значительно превосходят параметры изгибных периодических колебаний. Очевидно, что подобные соотношения между крутильными и изгибными периодическими колебаниями сохраняются и для колебаний пластины. Сравнение амплитуд колебаний пластины при M = 0.857 и M = 1.286 показывает [5, рис. 9], что амплитуда при первом значении M почти в 4 раза меньше амплитуды колебаний при втором значении M. Следовательно, при M = 0.857 имели место изгибные, а при M = 1.286 – крутильные периодические колебания пластины.

В работах [6–10] и многих других, посвященных в основном гидродинамическому исследованию флаттера, нет сведений об изменении частот колебаний при переходе от неустойчивого к устойчивому состоянию конструкций. Однако в любом эксперименте, технике или природе возникновение периодических колебаний конструкций косвенно свидетельствует об изменении частот колебаний.

Автор монографии [6, с. 231] заметил, что “наблюдается флаттер, так как в реальной системе баланс подведенной и отведенной энергии будет автоматически устанавливаться при определенной амплитуде колебаний”. Баланс возбуждающих и демпфирующих колебания сил возможен, если возбуждение колебаний лопаток ослаблено. Ослабление возбуждения будет только в результате рассогласования частоты колебаний лопаток и остающейся неизменной частоты возбуждения колебаний. Рассогласование же частот возникает , когда изменяется частота колебаний лопаток.

Как правило, экспериментаторы проводили свои исследования на одной конструкции и поэтому не могли прийти к обобщению своих результатов.

Автор настоящей работы, анализируя известные опытные данные, пришел к выводу, что разнонаправленное изменение частоты колебаний является природным свойством нелинейных (в указанном выше смысле) колебаний механических конструкций, взаимодействующих с окружающей средой.

Задача подавления неустойчивых колебаний конструкций актуальна в связи с повышением эффективности современной техники.

На основе природного свойства нелинейных колебаний впервые представлены механизмы реализации трех способов подавления неустойчивых колебаний, позволяющих перейти от неустойчивого состояния к периодическим колебаниям конструкции.

Впервые построена математическая модель колебаний с переменной частотой. Согласно математической модели, что подтверждается и экспериментами, частота и амплитуда периодических колебаний конструкции, возникающих после подавления неустойчивых колебаний, определяется интенсивностью возбуждающих и демпфирующих сил за весь период времени между неустойчивым и устойчивым состояниями конструкции (процесс с предысторией).

2. Постановка задачи. Первая поставленная задача — из анализа экспериментальных данных, имеющихся в литературных источниках, доказать: нелинейные колебания механической конструкции обладают естественным свойством, заключающемся в том, что частота колебаний увеличивается или уменьшается в зависимости от того, связано возбуждение колебаний с перемещениями или со скоростями точек конструкции. Это свойство ввиду его объективной реальности относится к природным явлениям.

Вторая задача: построить математическую модель нелинейных колебаний конструкции, взаимодействующей с окружающей средой. Математическая модель, базирующаяся на указанном природном свойстве, необходима для расчета всего процесса колебаний от неустойчивого состояния до возникновения периодических колебаний или состояния покоя конструкции.

Третья задача: на основе природного свойства нелинейных колебаний представить механизмы реализации трех способов подавления неустойчивых колебаний, позволяющих перейти от неустойчивого к устойчивому состоянию конструкции.

3. Подавление одномодовых неустойчивых колебаний конструкции. Первый, основной способ реализуется при подавлении неустойчивых, одномодовых (с одной степенью свободы) колебаний конструкции и состоит из последовательности автоматических действий:

изменение частоты колебаний конструкции по отношению к ее собственной частоте, на которой произошла потеря устойчивости колебаний;

увеличение рассогласования частоты колебаний и остающейся неизменной частоты возбуждения колебаний;

быстрое ослабление возбуждения колебаний вплоть до равновесия между силами возбуждения и демпфирования колебаний;

возникновение периодических колебаний конструкции.

Нелинейные колебания упругой механической конструкции, взаимодействующей с окружающей средой, возникают, если конструкция взаимодействует с протекающей жидкостью или газом, входит в состав вращающейся системы, испытывает подвижную нагрузку, например, в виде бегущей по поверхности конструкции волны давления.

Основным параметром окружающей среды, определяющим частоту и интенсивность возбуждения колебаний конструкции, является скорость потока жидкости или газа в первом, угловая скорость вращения системы во втором и скорость волны давления в третьем случаях. Если определяющие параметры среды достигают критических значений, возникают колебания конструкции с нарастающей амплитудой. Частота Ω возбуждаемых окружающей средой, одномодовых колебаний конструкции становится близкой к одной из частот ω_j ее собственных колебаний. Интенсивность воздействия среды на колебания возрастает с увеличением перемещений и скоростей точек конструкции, что способствует дальнейшему развитию колебательного процесса, и т.д.

В момент t_* возникновения неустойчивого состояния частота $\beta_j(t)$ колебаний конструкции совпадает с ω_j, т.е. $\beta_j\,(t_*) = \omega_j$. Затем частота $\beta_j(t)$ непрерывно увеличивается или уменьшается в зависимости от того, связано возбуждение колебаний конструкции с перемещениями или со скоростями ее точек. Нелинейные колебания указанного типа обладают еще одним замечательным свойством: чем интенсивнее воздействие среды на колебания конструкции, тем быстрее идет отклонение частоты колебаний от остающейся неизменной частоты возбуждения колебаний. С увеличением рассогласования частот интенсивность возбуждения колебаний конструкции быстро снижается. Изменение частоты колебаний конструкции продолжается до тех пор, пока не наступит равновесие между силами, возбуждающими и демпфирующими колебания конструкции.

Если возбуждается одна форма колебаний конструкции, то неустойчивые колебания в результате изменения частоты $\beta_j(t)$ и отстройки частоты $\beta_j(t)$ от частоты Ω через короткий промежуток времени в момент t_0 заканчиваются периодическими колебаниями (реализуется устойчивый предельный цикл). Частота и амплитуда периодических колебаний конструкции определяются интенсивностью возбуждающих и демпфирующих сил за весь период времени от неустойчивого состояния до момента t_0 (процесс с предысторией). При этом частота периодических колебаний зависит от интенсивности сил, связанных и с перемещениями, и со скоростями, амплитуда – только со скоростями точек конструкции.

Чтобы добиться максимальной эффективности технического устройства путем увеличения параметров окружающей среды, необходимы построение математической модели нелинейных колебаний и расчет на ее основе момента возникновения частоты и амплитуды периодических колебаний, которыми заканчивается процесс выхода из неустойчивого состояния конструкции.

4. Математическая модель нелинейных колебаний с переменной частотой. Предварительно рассматривается квадратичная задача на комплексные собственные значения $\lambda = \alpha + i\,\beta$:

$$D(\lambda)z = (A + \lambda B + \lambda^2 C)z = 0 \tag{4.1}$$

где A, B и C – вещественные симметричные $n \times n$ – матрицы, A и C – положительно определенные, B – положительно ($B > 0$) или отрицательно ($B < 0$) определенная.

Под комплексным собственным значением μ матрицы D понимается корень уравнения $\det D = 0$ [11]. Вектор $z \neq 0$, удовлетворяющий уравнению $D(\mu)z = 0$, называется собственным вектором, соответствующим собственному значению μ.

Многочлен $\det(A+\lambda B+\lambda^2 C)$ с вещественными коэффициентами и степенью $2n$ относительно параметра λ содержит n пар сопряженных корней. Корню $\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j$ отвечает собственный вектор $z_j = x_j + iy_j$, корню $\overline{\lambda}_j = \alpha_j - i\beta_j$ – вектор $\overline{z}_j = x_j - iy_j$.

Пусть $z_1, \ldots, z_n$ – система собственных векторов матрицы D, соответствующих собственным значениям $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$:

$$[A+\alpha_j B - (\beta_j^2 - \alpha_j^2)C + i\beta_j(B + 2\alpha_j C)]z_j = 0 \quad (j = 1 \div n) \tag{4.2}$$

Обе части равенства (4.2) умножаются на вектор $\overline{z}_j$:

$$a_j + \alpha_j b_j - (\beta_j^2 - \alpha_j^2)c_j + i\beta_j(b_j + 2\alpha_j c_j) = 0 \quad (j = 1 \div n) \tag{4.3}$$

Здесь $a_j = (Az_j, \overline{z}_j)$, $b_j = (Bz_j, \overline{z}_j)$, $c_j = (Cz_j, \overline{z}_j)$; a_j, b_j, c_j – вещественные числа, так как скалярное произведение $(Fz, \overline{z})$ вещественно для любой симметричной вещественной матрицы F. Кроме того, $a_j > 0$, $c_j > 0$ $(j = 1 \div n)$, поскольку $A > 0$, $C > 0$.

Равенство (4.3) после отделения в нем вещественной части от мнимой преобразуется в систему двух равенств:

$$a_j + \alpha_j b_j - (\beta_j^2 - \alpha_j^2)c_j = 0, \quad b_j + 2\alpha_j c_j = 0 \quad (j = 1 \div n), \quad \text{откуда}$$

$$\alpha_j = -\frac{b_j}{2c_j}, \quad \alpha_j^2 + \beta_j^2 = \frac{a_j}{c_j} \quad (j = 1 \div n) \tag{4.4}$$

Матрица B такова, что $a_j/c_j - \alpha_j^2 > 0$. Из первой формулы (4.4) следует, что вещественная часть собственного значения λ_j – его амплитудная составляющая α_j $(j = 1 \div n)$ – определяется только элементами матриц B и C. Если $B > 0$, то $b_j > 0$ $(j = 1 \div n)$, и комплексная матрица D по определению, взятому из [12, с. 200], является устойчивой, так как для любого собственного значения λ_j матрицы D $\operatorname{Re}\lambda_j = \alpha_j < 0$ $(j = 1 \div n)$. Этот результат согласуется с утверждением [13, с. 94], что если матрицы A, B и C симметричные и положительно определенные, то корни уравнения $\det(A + \lambda B + \lambda^2 C) = 0$ имеют отрицательные вещественные части. Если $B < 0$, то $b_j < 0$, $\operatorname{Re}\lambda_j = \alpha_j > 0$ $(j = 1 \div n)$, и матрица D – неустойчивая.

В процессе колебаний конструкции происходит постоянный обмен энергией между конструкцией и средой. В полную механическую энергию

$$E = (AZ, \overline{Z}) + (CZ', \overline{Z}) - (\varsigma(t)AZ, \overline{Z}) + (\xi(t)CZ', \overline{Z}) \tag{4.5}$$

системы “упругая конструкция–окружающая среда” входят: потенциальная энергия деформации конструкции; кинетическая энергия колеблющихся точек конструкции и кинетическая энергия движения среды (жидкости, газа и др.), происходящего только от колебаний конструкции [14]; изменение (в момент времени t) потенциальной энергии, равное работе внутренних и внешних по отношению к конструкции сил, связанных с Z; изменение кинетической энергии, равное работе внутренних и внешних сил, связанных с Z'; $Z(t)$ – вектор перемещений точек конструкции; Z' – производная по времени от Z; A и C – вещественные симметричные положительно определенные матрицы порядка n.

Коэффициент ς объединяет в себе воздействие всех сил, изменяющих потенциальную энергию и связанных с Z; коэффициент ξ – всех сил, изменяющих кинетическую энергию и связанных с Z'. Устойчивая матрица в (4.1) соответствует устойчивым колебаниям конструкции, и наоборот. Демпфирование колебаний всегда придает им устойчивый характер. Матрица $D(\lambda)$ устойчива, если $B = \xi C > 0$. Так как $C > 0$, то при демпфировании колебаний, связанном со скоростями точек конструкции, коэффициент $\xi > 0$. При возбуждении колебаний $\xi < 0$.

При любом демпфировании колебаний конструкции частота ее колебаний снижается. Если демпфирование связано с перемещениями точек конструкции, то уменьшение частоты колебаний происходит в результате уменьшения потенциальной энергии деформации конструкции. Так как $A > 0$, то согласно (4.4) и (4.5) при демпфировании коэффициент $\zeta > 0$. При возбуждении колебаний $\zeta < 0$. Как только в момент t_0 наступает равновесие между силами возбуждения и демпфирования колебаний конструкции, коэффициенты ξ и ζ становятся равными нулю, а колебания становятся периодическими.

Демпфирующие силы могут быть связаны с перемещениями (внутренние потери в материале конструкции, аэродинамическая жесткость [15, с. 74]), скоростями (аэродинамическое демпфирование [15, с. 76]) или совместно с перемещениями и скоростями точек конструкции (эксплуатационное демпфирование).

Производится замена переменных $Z = A_* e^{\lambda(t-t_*)} z$. Вектор $z = (z_1, ..., z_n) = (x_1 + iy_1, ..., x_n + iy_n)$ – определяет пространственную конфигурацию, форму решения. A_* – амплитуда колебаний конструкции в момент возникновения неустойчивого состояния. Комплексная частота колебаний $\lambda = \alpha + i\beta$ изменяется во времени, поэтому $Z' = A_* e^{\lambda(t-t_*)} \Lambda z$, $\Lambda = a + ib = \lambda + \lambda'(t - t_*)$.

Представление вектора Z в виде произведения двух функций, одна из которых зависит от времени, а другая – нет, справедливо, если форма колебаний сохраняется в течение переходного процесса и совпадает с формой собственных колебаний конструкции. Переходный процесс начинается в момент t_* и заканчивается устойчивым предельным циклом или устойчивой особой точкой. Автомодельные (подобные себе) решения, базирующиеся на действительном сохранении формы в процессе эволюции нелинейных систем, облегчают их исследование. Лишь для небольшого класса уравнений могут быть найдены точные автомодельные решения, например, когда в состав уравнений входят степенные или экспоненциальные функции [16, с. 112]. Экспериментально подтверждается: амплитуды колебаний лопаток ротора турбокомпрессора экспоненциально возрастают и достигают максимальных значений через 2 с после t_* [4]; форма колебаний лопаток ротора [4] и форма колебаний пластины [5] сохраняются в течение переходного периода.

Сохранение формы колебаний оправдывает применение вариационного принципа, разработанного для статической теории упругости. Задача о стационарности квадратичного функционала E эквивалентна системе линейных алгебраических уравнений $\partial E/\partial \bar{z}_j = 0$ $(j = 1 \div n)$:

$D(\Lambda)z = (1 - \varsigma)Az + \Lambda(\xi + \Lambda)Cz = 0$ [17, с. 178]. Корни уравнения $\det D(\Lambda) = 0$: $a_j(t) = -\dfrac{\xi_j(t)}{2}$, $b_j^2(t) = (1 - \varsigma_j(t))\omega_j^2 - \dfrac{\xi_j^2(t)}{4}$ $(j = 1 \div n)$. Здесь $\omega_j^2 > 0$ – собственные числа обобщенной проблемы $(A - \omega^2 C)z = 0$, которая обладает полной C – ортонормированной системой собственных векторов z_j [18, с. 136]; ω_j и z_j $(j = 1 \div n)$ – частоты и соответствующие формы собственных колебаний конструкции; ς_j и ξ_j – коэффициенты ς и ξ для j-й формы колебаний z_j.

Решение уравнения $\lambda + \lambda'(t - t_*) = \Lambda(t)$, амплитудная $\alpha_j(t)$ составляющая комплексной функции $\lambda_j(t)$, частота $\beta_j(t)$ и амплитуда $A_j(t)$ $(j = 1 \div n)$ нелинейных колебаний конструкции после момента t_* определяются по формулам:

$$\lambda_j(t) = \frac{1}{t - t_*}\int_{t_*}^{t} \Lambda_j d\tau, \quad \alpha_j(t) = -\frac{1}{2(t - t_*)}\int_{t_*}^{t} \xi_j d\tau$$

$$A_j(t) = A_{*j}e^{(t-t_*)\alpha_j(t)} \tag{4.6}$$

$$\beta_j(t) = \pm\frac{1}{t - t_*}\int_{t_*}^{t}\left[\omega_j^2(1 - \varsigma_j(\tau)) - \frac{1}{4}\xi_j^2(\tau)\right]^{\frac{1}{2}} d\tau$$

Анализ формул (4.6) показывает, что частота $\beta_j(t)$ и амплитуда $A_j(t)$ колебаний конструкции определяются значениями коэффициентов ζ и ξ за весь период от t_* до t. При любом ξ, меньшем (возбуждение) или большем (демпфирование колебаний) нуля, частота $\beta_j(t)$ уменьшается. $\beta_j(t)$ увеличивается, если $\varsigma_j(t) < 0$ (возбуждение), и уменьшается, если $\varsigma_j(t) > 0$ (демпфирование колебаний). Амплитуда колебаний $A_j(t)$ зависит только от значений коэффициента ξ. Чем интенсивнее воздействие окружающей среды на колебания конструкции, тем быстрее изменяется частота колебаний $\beta_j(t)$ и увеличивается отстройка частоты $\beta_j(t)$ от частоты возбуждения Ω колебаний (или от собственной частоты ω_j). Увеличение $|\beta_j(t) - \Omega|$ снижает интенсивность возбуждения колебаний. Как только в момент t_0 коэффициенты $\varsigma_j(t)$ и $\xi_j(t)$ становятся равными нулю, изменение частоты $\beta_j(t)$ и амплитуды $A_j(t)$ прекращается. Переходный процесс заканчивается периодическими колебаниями, частота и амплитуда которых определяются по формулам (4.6) при $t = t_0$.

Для расчета коэффициентов ς_j и ξ_j используются характеристики упругой конструкции, критические значения определяющих параметров среды, модуль разности частот $|\beta_j(t) - \Omega|$ и формулы (4.6). Вычисления с шагом по времени позволяют найти характеристики переходного процесса за время от t_* до t_0.

5. Экспериментальное подтверждение природного свойства одномодовых нелинейных колебаний конструкции. Механизм подавления неустойчивых одномодовых колебаний конструкции и математическая модель колебаний с переменной частотой инициированы уникальными экспериментом и методом его обработки, приведенными в статье [4]. Выводы и формулы в п. 3 и 4 полностью согласуются со статьей.

Возбуждение крутильных колебаний лопаток ротора турбокомпрессора связано преимущественно со скоростями точек лопаток. Поэтому эти колебания определяются коэффициентом ξ интенсивности возбуждения. Самопроизвольный переход крутильных колебаний, соответствующих их первой собственной частоте, от неустойчивого состояния к периодическому режиму произошел через 8 с после t_* [4, рис. 1]. За это время частота колебаний снизилась с 534 Гц (первая собственная частота) до 525.3 Гц (частота периодических колебаний – устойчивого предельного цикла). За первые 2 с частота колебаний снизилась на 4.3 Гц, а за последующие 6 с – на 4.4 Гц. Коэффициент $\xi_1(t)$ уменьшился до нуля [4, рис. 2 и 3], что свидетельствовало о равновесии между силами, возбуждающими и демпфирующими колебания. Как следствие, изменение частоты крутильных колебаний лопаток прекратилось [4, рис. 1]. Частота и амплитуда крутильных периодических колебаний зависели от интенсивности возбуждения $\xi_1(t)$ за весь период от t_* до t_0 согласно интегральным формулам (4.6).

Возбуждение изгибных колебаний лопаток связано преимущественно с перемещениями их точек. Поэтому эти колебания определяются коэффициентом $\varsigma_j(t)$ интенсивности возбуждения. Самопроизвольный переход изгибных колебаний, соответствующих их первой собственной частоте, от неустойчивого состояния к периодическому режиму произошел через 25 с после t_* [4, рис. 4]. В отличие от крутильных, частота изгибных колебаний увеличилась с 79.5 Гц (первая собственная частота) до 81.66 Гц (частота периодических колебаний). За первые 10 с частота колебаний увеличилась до 81.1 Гц.

Переход крутильных колебаний от неустойчивого состояния к периодическому режиму произошел в 3 раза быстрее изгибных [4, рис. 1 и 4]. Для крутильных колебаний средние (по двум группам из трех лопаток) значения амплитуды в 250, а удельной энергии в 2700 раз больше, чем для изгибных колебаний [4, табл. 1 и 2].

6. Подавление одномодовых неустойчивых колебаний конструкции путем изменения ее собственной частоты. Неустойчивые колебания конструкции могут подавляться путем изменения ее собственной частоты, на которой произошла потеря устойчивости. Первоначальная форма конструкции или внутренние напряжения в ней могут измениться так, что собственная частота изменится настолько, что возникнет достаточная разность между новой собственной частотой и частотой возбуждения колебаний, определяемой окружающей средой. Неустойчивые колебаний конструкции прекратятся.

Каждый, у кого дома есть стиральная машина, может провести следующий эксперимент. Если белье после стирки в машине неравномерно заполняет ее барабан и отжимается при высокой скорости (1000 об./мин) вращения барабана, то могут возникнуть сильные, нарастающие вибрации корпуса машины. Если случилось последнее, то чтобы не повредить машину, на короткое время придержите сверху руками корпус. В результате ваших действий мгновенно изменится частота собственных колебаний корпуса, и его вибрации исчезнут. Отпустите руки. Вибраций корпуса по-прежнему не будет, несмотря на то, что барабан вращается с той же скоростью.

Второй пример подавления неустойчивых колебаний конструкции, когда в ней изменяются внутренние напряжения. Интенсивные колебания цилиндрической панели в потоке газа “после некоторого небольшого увеличения продольных усилий сжатия внезапно прекращались” [7, с. 207].

Подавление неустойчивых колебаний конструкции в результате изменения ее первоначальной формы происходит обычно спонтанно, случайно, хотя может быть и заранее предусмотрено. Изменение формы конструкции без ее разрушения наблюдается при колебаниях панелей. Например, повышение давления газа во фронте волны, распространяющейся вдоль пологой цилиндрической панели, приводит к интенсивному росту ее прогибов. И если произошло прощелкивание панели, то “переходный процесс завершается затухающими колебаниями около нового прощелкнутого положения равновесия” [7, с. 350].

7. Подавление связанных неустойчивых колебаний конструкции. Значения определяющих параметров окружающей среды и распределение частот собственных колебаний конструкции могут быть такими, что одновременно возбуждаются две или большее число форм колебаний конструкции. Если соответствующие этим формам собственные частоты достаточно близки, то возможно взаимодействие между этими формами. Взаимодействие заключается в сближении вплоть до совпадения частот колебаний в момент t_c, после чего колебания конструкции происходят с одной, объединенной формой. Объединенная форма включает перемещения точек конструкции по каждой из взаимодействующих форм. Силы, возбуждающие и демпфирующие колебания конструкции, с момента t_c также относятся к объединенной форме колебаний.

Легче всего взаимодействуют традиционные изгибные и крутильные формы колебаний конструкции. Для сближения частот различных форм колебаний вновь используется природное свойство нелинейных колебаний конструкции. Когда силы возбуждения колебаний превосходят силы их демпфирования, происходит разнонаправленное изменение частот колебаний: увеличение частот изгибных и уменьшение частот крутильных колебаний. Частоты колебаний изменяются по отношению к собственным частотам возбуждаемых форм колебаний. Если силы демпфирования колебаний конструкции превосходят силы их возбуждения, то частоты изгибных и крутильных колебаний уменьшаются.

Наиболее вероятно возникновение связанных колебаний, когда частота Ω возбуждения колебаний конструкции совпадает с одной из собственных частот ω_t колебаний по крутильной форме и близка к одной из собственных частот ω_b колебаний по изгибной форме. Частоты ω_t и ω_b должны удовлетворять условию: $\omega_t > \omega_b$. Изменяясь во времени, частоты колебаний, исходящие из точек ω_t и ω_b, могут совпасть в момент t_c. Так как частоты крутильных и изгибных колебаний смещаются навстречу друг другу, то разность частот $\omega_t - \omega_b$ собственных колебаний конструкции, при которой возможно образование объединенной, изгибно-крутильной формы колебаний, максимальна среди других сочетаний взаимодействующих (например, изгибно-изгибной и т.д.) форм колебаний. Изгибно-крутильная форма колебаний, когда $\omega_t < \omega_b$ невозможна, так как частоты крутильной и изгибной форм колебаний с течением времени расходятся.

Если частота Ω в момент t_* совпадает с частотой ω_t и близка к частоте ω_b ($\omega_t > \omega_b$), то как и в случае одномодовых колебаний конструкции возникают неустойчивые, резко возрастающие по амплитуде, крутильные колебания, частота которых быстро снижается. В результате отстройки частоты крутильных колебаний конструкции от частоты Ω значительно уменьшается интенсивность возбуждения крутильных колебаний.

Как отмечалось в п. 5, интенсивность сил, возбуждающих крутильные колебания конструкции и зависящих преимущественно от скорости, на несколько порядков выше интенсивности сил, возбуждающих изгибные колебания и зависящих преимущественно от перемещений точек конструкции. Поэтому возбуждение связанных, изгибно-крутильных колебаний конструкции определяется в основном крутильной составляющей объединенной формы колебаний.

Демпфирование связанных колебаний изменяется коренным образом. До момента t_c демпфирование по каждой форме колебаний противодействует колебательным движениям только по этой форме. После t_c демпфирование по крутильной составляющей ввиду превосходства ее амплитуды в объединенной форме колебаний остается практически неизменным. Демпфирование колебаний, ранее относящееся к изгибной форме, теперь тормозит колебания и по изгибной, и по крутильной составляющим объединенной формы. В результате демпфирование связанных колебаний конструкции значительно возрастает.

Таким образом, возбуждение связанных колебаний определяется перемещениями и скоростями точек конструкции в соответствии с крутильной составляющей объединенной формы, а демпфирование связанных колебаний – перемещениями и скоростями в соответствии со всей объединенной формой колебаний.

В зависимости от соотношения возбуждающих и демпфирующих сил возможны два продолжения изгибно-крутильных и других связанных колебаний конструкции. Связанные, как и одномодовые, колебания могут относительно быстро закончиться периодическими колебаниями (устойчивым предельным циклом). Или переход изгибно-крутильных колебаний к устойчивому состоянию оказывается длительным. Связанные колебания заканчиваются затухающими колебаниями конструкции, неустойчивый предельный цикл перестраивается в устойчивую особую точку, что означает выход перемещений точек конструкции на постоянные, в том числе нулевые, значения.

При работе турбокомпрессора могут происходить: связанные, изгибно-крутильные колебания изолированной лопатки; связанные колебания системы лопаток, скрепленных с диском (решеточный флаттер) [15, с. 87]; связанные колебания диска с лопатками и упругого ротора, на который насажен диск. В одном из экспериментов авторы статьи [4] наблюдали связанные колебания, объединявшие первую форму крутильных колебаний лопаток и одну из форм изгибных колебаний ротора турбокомпрессора.

Собственные частоты связанных колебаний должны быть близки. Обычно первые собственные частоты изгибных колебаний ротора намного ниже первых собственных частот крутильных колебаний лопаток. Поэтому первая форма крутильных колебаний лопаток может быть связана с изгибной формой колебаний ротора на несколько единиц выше первой.

Первая собственная частота коллективных крутильных колебаний лопаток составляла 666.7 Гц, а первая собственная частота изгибных колебаний ротора – 213 Гц. Собственная частота одной из последующих форм изгибных колебаний ротора достаточно близко подходила снизу к 666 Гц. В момент t_* при соответствующей скорости потока газа возникли неустойчивые крутильные колебания лопаток. Колебания лопаток через диск передавались на ротор и приводили к возникновению в нем изгибных колебаний.

Через 3 с (далее время отсчитывалось от t_*) интенсивность возбуждения связанных колебаний лопаток и ротора достигла максимума. Через 8 с интенсивность возбуждения снизилась в 2 раза по сравнению с максимальным значением, через 20 с – в 30 раз. Только через 110 с произошла смена знака интенсивности – с возбуждения колебаний на их демпфирование. Таким образом, равновесие между силами возбуждения и демпфирования связанных колебаний – крутильных лопаток и изгибных ротора – наступило через промежуток времени в 10–15 раз больший, чем тот, когда возбуждались бы одни крутильные колебания лопаток.

Частота крутильных колебаний лопаток, а затем частота связанных колебаний лопаток и ротора непрерывно уменьшались по отношению к частоте возбуждения колебаний. Спустя 3 с, 8 с, 20 с и 110 с частота связанных колебаний составляла соответственно 666.29; 666.04; 665.7 и 665.31 Гц. Такое незначительное изменение частоты колебаний от момента возникновения неустойчивого состояния до момента равновесия между силами, возбуждающими и демпфирующими колебания, является характерным для связанных колебаний конструкции. Причина в том, что демпфирование связанных колебаний существенно увеличивается в результате объединения взаимодействующих форм колебаний в одну форму. Вследствие чего интенсивность возбуждения связанных колебаний лопаток и ротора – алгебраическая сумма возбуждения и возросшего демпфирования колебаний – мала по сравнению с интенсивностью одномодовых крутильных колебаний лопаток.

После достижения равновесия между силами возбуждения и демпфирования связанных колебаний частота колебаний продолжала падать, а демпфирование все больше превышало возбуждение колебаний. Спустя минуты или десятки минут колебания лопаток прекратились бы, и наступило квазистатическое равновесие между упругими силами и аэродинамической жесткостью лопаток [15, с. 74]. “Аттрактор системы (предельный цикл или особая точка) представляет, что произойдет в конце концов. И осталось только выяснить, как долго придется ждать этого” [16, с. 137].

Сначала при возбуждении, например, изгибно-крутильных колебаний крутильная и изгибная формы колебаний конструкции не связаны между собой, т.е. N = 1. После совпадения частот колебаний по этим формам, колебания конструкции происходят с единой формой, т.е. число взаимодействующих форм колебаний N = 2. Кроме связанных нелинейных колебаний конструкции, существование при N = 2 двух типов аттракторов – особой точки и предельного цикла – типично и для других диссипативных динамических систем [16, с. 121].

Преимущество связанных изгибно-крутильных колебаний конструкции перед соответствующими одномодовыми крутильными колебаниями состоит в том, что после перехода через неустойчивое состояние связанные периодические колебания конструкции происходят на значительно меньшем уровне, чем одномодовые периодические колебания. Кроме того связанные колебания в отличие от одномодовых могут закончиться затухающими колебаниями конструкции.

8. Заключение. При проектировании современных механических конструкций, взаимодействующих с окружающей средой, проблемы преодоления неустойчивого состояния конструкций становятся особенно актуальны. Открытие природного свойства нелинейных колебаний позволило разработать эффективные способы подавления неустойчивых колебаний механических конструкций. Нелинейные колебания конструкций обладают рядом свойств, единых для нелинейных динамических систем. Представителем последних является, например, нейронная сеть.

Общие свойства нейросетей и нелинейных колебаний конструкции: хаос предшествует процессу принятия решения в нейросети [19, с. 82] и стабилизации нелинейных колебаний конструкции; принятие решения в нейросети [19, с. 74, 82] и подавление неустойчивого состояния конструкции ускоряются с увеличением внешнего воздействия на нейроны и конструкцию, являются процессами с предысторией и заканчиваются выходом на аттрактор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Журавлев В.Ф.* О плоских автоколебаниях колеса на консольной подвеске // Изв. РАН. МТТ. 2012. № 2. С. 3–8.
2. *Русских С.В., Шклярчук Ф.Н.* Нелинейные колебания упругих панелей солнечных батарей космического аппарата при конечном повороте по крену // Изв. РАН. МТТ. 2018. № 2. С. 34–43.
3. *Шифрин Б.М.* Три модели шимми в задачах качения буксируемого пневмоколеса // Изв. РАН. МТТ. 2018. № 3. С. 12–19.
4. *Ганиев Р.Ф., Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г.* Синхронизация и флаттер лопаток ротора турбокомпрессоров // Докл. РАН. 2009. Т. 427. № 2. С. 1–4.
5. *Веденеев В.В. и др.* Экспериментальное исследование одномодового панельного флаттера в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2010. № 2. С. 161–175.
6. *Самойлович Г.С.* Возбуждение колебаний лопаток турбомашин. М.: Машиностроение, 1975. 288 с.
7. *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432.
8. *Poirel D., Yuan W.* Aerodynamics of laminar separation flutter at a transitional Reynolds number // J. Fluids Struct. 2010. V. 26. № 7–8. P. 1174–1194.
9. *Thirusangu V. et al.* A CFD analysis of controlled flutter phenomenon // Thermal Science. 2016. V. 20. Suppl. 4. P. S955–S965.
10. *Joneydi Shariatzadeh O.* Analytical solution of conjugate turbulent forced convection boundary layer flow over plates // THERMAL SCIENCE. 2016. V. 20. № 5. P. 1499–1507.
11. *Кублановская В.Н.* О применении метода Ньютона к определению собственных значений λ-матриц // ДАН. 1969. Т. 188. № 5. С. 1004–1005.
12. *Икрамов Х.Д.* Задачник по линейной алгебре. СПб.: Лань, 2006. 319 с.
13. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц. М.: Наука, 1969. 367 с.
14. *Антонов В.Н.* Собственные колебания соосных цилиндрических оболочек, содержащих протекающую в разных направлениях жидкость // Нелинейные колебания механических систем: Труды 8-й Всеросс. науч. конф. Нижний Новгород, 2008. Т. 2. С. 269–272.
15. *Вольмир А.С.* Оболочки в потоке жидкости и газа. Задачи гидроупругости. М.: Наука, 1979. 318 с.
16. *Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б.* Нестационарные структуры, динамический хаос, клеточные автоматы // Новое в синергетике. Загадки мира неравновесных структур. М.: Наука, 1996. С. 95–164.
17. *Абовский Н.П., Андреев Н.П., Деруга А.П.* Вариационные принципы теории упругости и теории оболочек. М.: Наука, 1978. 288 с.
18. *Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А.* Матрицы и вычисления. М.: Наука, 1984. 320 с.
19. *Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В.* Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. Изд. 3-е. М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2011. 280 с.