ИЗВЕСТИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА 2020,
№ 2, с. 28–39

УДК 539.2

УСЛОВИЯ РЕАЛИЗАЦИИ ВОЗМОЖНЫХ РЕЖИМОВ РАЗВИТИЯ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

В. Т. Беликов

Институт геофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия
e-mail: belik2a@mail.ru

Поступила в редакцию 10.03.2018 г.
После доработки 04.04.2019 г.
Принята к публикации 24.04.2019 г.

Предложена континуальная модель и построена система уравнения для описания процессов разрушения твердого тела. В рамках модели разрушающееся твердое тело рассматривается как гетерогенная среда, состоящая из двух фаз – твердой и газообразной. На основе анализа уравнения баланса энергии, в котором учитывается и поверхностная ее составляющая, исследованы закономерности наступления отдельных этапов развития процесса разрушения твердого тела. Дано описание каждого из этапов, исследованы условия и сформулированы критерии, при которых возможна их реализация.

Ключевые слова: режим развития процессов разрушения, баланс энергии, поверхностная энергия

DOI: 10.31857/S0572329920010055

Введение. В соответствии с современными представлениями разрушение можно рассматривать, как разворачивающийся во времени многоступенчатый процесс, который начинается задолго до появления магистральных трещин, разделяющих твердое тело на части [1–3]. Детальное изучение процесса разрушения показывает, что в его развитии можно выделить отдельные этапы (режимы), становление которых тесно связано с изменением напряженно-деформированного состояния твердого тела, а также характером временных изменений его структурных параметров. В связи с этим, возникает важная проблема, касающаяся изучения условий реализации различных режимов развития процесса разрушения. Возможность определять причины возникновения каждого из этапов, а также умение прогнозировать их наступление, позволит более полно исследовать и контролировать развитие процесса разрушения твердого тела. Характер протекания деструктивных процессов в различных материалах имеет свою специфику, связанную с особенностями их структуры. Поэтому актуальной в настоящее время становится задача изучения наиболее общих закономерностей, характеризующих наступление того или иного этапа развития процессов разрушения в различных средах. Эти закономерности могут быть исследованы на основе анализа уравнений, описывающих процессы разрушения с наиболее общих позиций. Такие уравнения могут быть получены в рамках континуального подхода, в соответствии с которым, разрушающееся твердое тело рассматривается как гетерогенная среда, одной из фаз которой является трещиновато-пористое пространство (ТПП) [4]. В такой постановке, объектом изучения будет не отдельная трещина, а вся область, где развиваются процессы разрушения. Данная область будет характеризоваться такими изменяющимися структурными параметрами твердого тела, как доля объема, занимаемая ТПП (пористость), а также величина ограничивающей его поверхности, рассчитанной на единицу объема – удельная внутренняя поверхность (УВП). Одним из основных соотношений при таком описании будет уравнение баланса энергии разрушающегося твердого тела, включающее в себя также и поверхностную ее часть. Для его анализа необходимо использовать информацию о временных изменениях структурных характеристик разрушающегося материала, которая может быть получена в результате количественной интерпретации экспериментальных данных по индикаторам процессов разрушения [4]. В таких областях, как теория упругости, материаловедение и геофизика, одним из важнейших, является вопрос об условиях возникновения, так называемого неустойчивого (катастрофического) режима развития процесса разрушения. В геофизике, этот вопрос стоит особенно остро в связи с проблемой предсказания горных ударов и землетрясений. При изучении причин наступления того или иного этапа развития процесса разрушения необходимо исследовать условия, при которых он реализуется. Начиная с работ Гриффитса, условия развития отдельной трещины, и, в частности причины ее неустойчивого распространения, обсуждались в литературе неоднократно [5–8]. Однако попытка перенести эти результаты на всю область, где развиваются процессы разрушения, сталкивалась с определенными трудностями. В рамках континуального описания процессов разрушения эти трудности отчасти можно преодолеть. При этом, с одной стороны, появляется возможность более полно исследовать все механизмы, сопровождающие деструктивные процессы в твердом теле, с другой, более строго сформулировать условия наступления каждого из этапов развития процесса разрушения.

Таким образом, целью настоящей работы является изучение условий реализации отдельных этапов в развитии процесса разрушения, в том числе анализ закономерностей их возникновения и сменяемости.

1. Постановка задачи. Если считать разрушающееся твердое тело гетерогенным, то для изучения развития процессов разрушения в пространстве и времени можно использовать уравнения, описывающие процессы тепломассопереноса в многофазной среде. Соответствующая модель и система осредненных (по объему с размерами много большими характерного размера фаз) уравнений были рассмотрены в [9]. При описании процессов разрушения твердого тела его следует рассматривать как двухфазную гетерогенную среду, состоящую из твердой фазы – “1”, и газообразной (трещинной) фазы – “2”, представляющей собой пространство пор и трещин, заполненное газообразным флюидом. Уравнение баланса импульса единицы объема разрушающегося твердого тела, может быть получено суммированием соответствующих соотношений для каждой из фаз. В пренебрежении диссипативными процессами его можно записать в виде [10]

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 v_i^{(1)} + \rho_2 v_i^{(2)}) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho_1 v_i^{(1)} v_k^{(1)} + \rho_2 v_i^{(2)} v_k^{(2)} - \sigma_{ik}^{(1)}\varphi_1 - \sigma_{ik}^{(2)}\varphi_2) - \\ - \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}} (\sigma_{ik}^{'(1)} - \sigma_{ik}^{'(2)}) n_k^{(1)} dS - \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}} (\rho_1' - \rho_2') v_i^{'(1)} u_k n_k^{(1)} dS = 0 \tag{1.1}$$

В уравнении (1.1) и далее индексы фаз, стоящие сверху, будут заключены в скобки. Обозначения в (1.1) следующие: $\rho_1 = 1/V\int\limits_V \rho_1' dV$ и $\rho_2 = 1/V\int\limits_V \rho_2' dV$ – осредненные плотности твердой и газообразной фазы, соответственно, $v_i^{(1)} = 1/V_1\int\limits_V v_i^{'(1)} dV$ и $v_i^{(2)} = 1/V_2\int\limits_V v_i^{'(2)} dV$ – осредненные скорости этих фаз, $\sigma_{ik}^{(1)} = 1/V_1\int\limits_V \sigma_{ik}^{'(1)} dV$ и $\sigma_{ik}^{(2)} = 1/V_2\int\limits_V \sigma_{ik}^{'(2)} dV$ – осредненные тензоры упругих напряжений в фазах, V_1 и V_2 – объемы, занимаемые фазами в пределах объема осреднения V, $V = V_1 + V_2$, $\varphi_1 = V_1/V$ и $\varphi_2 = V_2/V$ – доли объема, приходящиеся на каждую из фаз, ρ_1', ρ_2', $v_i'^{(1)}$, $v_i'^{(2)}$, $\sigma_{ik}'^{(1)}$, $\sigma_{ik}'^{(2)}$ – плотности, скорости и тензоры упругих напряжений в точке, находящейся в пределах соответствующей фазы [9, 10], S_{12} – межфазная поверхность (граница) между твердой и трещинной фазами, которую будем считать гладкой, $n_k^{(1)}$ – вектор нормали, внешней по отношению к твердой фазе, u_k – скорость движения межфазной границы S_{12} при фазовом переходе. В процессе разрушения твердого тела поверхность S_{12} движется со скоростью u_k в сторону твердой фазы. Подробнее физический смысл величины u_k будет обсужден ниже. Для долей объема φ_1 и φ_2 справедливо очевидное соотношение $\varphi_1 + \varphi_2 = 1$. Последние два члена в левой части (1.1) являются функциями источника в уравнении баланса импульса разрушающегося твердого тела. Третье слагаемое слева в (1.1) обусловлено динамической неравновесностью на межфазной поверхности S_{12}. Как будет показано далее, оно характеризует величину импульса, генерируемого ускоренно движущимися (колеблющимися) межфазными поверхностями, выведенными из равновесия процессами разрушения. Последнее слагаемое слева в (1.1) – это функция источника, обусловленная разностью импульсов фаз в объеме разрушившегося твердого тела. При его записи учитывалось, что на S_{12} $v_i'^{(1)} = v_i'^{(2)}$. Для упрощения выражения (1.1), пренебрежем плотностью газообразной фазы по сравнению с плотностью твердого тела ($\rho_1' \gg \rho_2'$, $\rho_1 \gg \rho_2$) и будем считать ее неподвижной, то есть, положим $v_i'^{(2)} = 0$, $v_i^{(2)} = 0$. Третье слева слагаемое в (1.1), преобразуем, предполагая, что осредненные по каждой из фаз тензоры напряжений $\sigma_{ik}^{(1)}$ и $\sigma_{ik}^{(2)}$, с точностью до малых более высокого порядка, совпадают с их средними значениями на межфазной поверхности S_{12}. Кроме того, в выражении для плотности потока импульса пренебрежем его составляющей $\sigma_{ik}^{(2)}\varphi_2$ по сравнению с $\sigma_{ik}^{(1)}\varphi_1$ и введем обозначение $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)}\varphi_1$. Если учесть, что обычно доля объема, занимаемая трещинной фазой $\varphi_2 \ll 1$, то $\varphi_1 \approx 1$. Отсюда следует, что практически $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{(1)}$. Таким образом, уравнение (1.1) примет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho v_i v_k - \sigma_{ik}) - \Delta\sigma_{ik}^{(12)}\tilde{n}_k^{(1)}\Omega_{12} - q_i = 0 \tag{1.2}$$

где введены обозначения

$$q_i = \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}} \rho_1' v_i'^{(1)} u_k n_k^{(1)} dS \tag{1.3}$$

$\rho = \rho_1$, $v_i = v_i^{(1)}$. В соотношении (1.2) $\Delta\sigma_{ik}^{(12)} = \sigma_{ik}^{(1)} - \sigma_{ik}^{(2)}$ – разность осредненных по соответствующей фазе тензоров упругих напряжений, $\tilde{n}_k^{(1)} = 1/V\Omega_{12}\int\limits_{S_{12}} n_k^{(1)} dS$ – осредненный (по S_{12}) вектор нормали, внешней по отношению к твердой фазе, $\Omega_{12} = S_{12}/V$ – УВП. В соответствии с природой трещинной фазы, осредненный тензор упругих напряжений в ней имеет вид $\sigma_{ik}^{(2)} = -p_2\delta_{ik}$, где p_2 – осредненное давление газа в порах и трещинах, δ_{ik} – дельта-символ Кронекера. Имея это в виду, в дальнейшем, для сохранения общности будем использовать обозначение $\sigma_{ik}^{(2)}$. Величина $\Delta\sigma_{ik}^{(12)}\tilde{n}_k^{(1)} = \sigma_{ik}^{(1)}\tilde{n}_k^{(1)} - \sigma_{ik}^{(2)}\tilde{n}_k^{(1)}$ в (1.2) – это разность осредненных векторов упругих напряжений на границе между твердой и трещинной фазами. Она представляет собой, действующую на единицу площади межфазной поверхности S_{12} силу, которую можно записать в виде

$\Delta\sigma_{ik}^{(12)}\tilde{n}_k^{(1)} = |\Delta\sigma_{ik}^{(12)}\tilde{n}_k^{(1)}|e_i^{(12)} = \Delta\sigma_{12}e_i^{(12)}$, где $e_i^{(12)}$ – единичный вектор в направлении указанной силы, $\Delta\sigma_{12} = |\Delta\sigma_{ik}^{(12)}\tilde{n}_k^{(1)}|$ – модуль вектора этой силы. В работе [11] параметр $\Delta\sigma_{12}$ назван осредненной разностью упругих напряжений на межфазной поверхности S_{12}. Минимальное значение $\Delta\sigma_{12}$ принимает при равновесии. Тогда величина $\Delta\sigma_{12}$ определяется физическими свойствами межфазной поверхности S_{12} и ее кривизной. В случае изотропных фаз, минимальное значение $\Delta\sigma_{12}$, совпадает с поверхностным давлением, определяемым в соответствии с формулой Лапласа [12].

Осредненное уравнение баланса объемной части энергии разрушающегося твердого тела, полученное суммированием соответствующих соотношений для каждой из рассматриваемых двух фаз [9], может быть записано в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1\varepsilon_1 + \rho_2\varepsilon_2) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_1 v_i^{(1)}\varepsilon_1 + \rho_2 v_i^{(2)}\varepsilon_2 - \sigma_{ik}^{(1)}\varphi_1 v_k^{(1)} - \sigma_{ik}^{(2)}\varphi_2 v_k^{(2)} + J_i^{(1)} + J_i^{(2)}) -$$
$$- \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}}(\sigma_{ik}^{'(1)} - \sigma_{ik}^{'(2)})v_k^{'(1)}n_i^{(1)}dS - \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}}(\rho_1'\varepsilon_1' - \rho_2'\varepsilon_2')u_i n_i^{(1)}dS + \tag{1.4}$$
$$+ \frac{1}{V}\int(J_i^{'(1)} - J_i^{'(2)})n_i^{(1)}dS = 0$$

где $\varepsilon_1 = E_1 + v^{(1)2}/2$ и $\varepsilon_2 = E_2 + v^{(2)2}/2$ – рассчитанные на единицу массы осредненные полные энергии фаз, $\varepsilon_1' = E_1' + v^{'(1)2}/2$ и $\varepsilon_2' = E_2' + v^{'(2)2}/2$ – аналогичные величины в точке, находящейся в пределах соответствующей фазы, E_1 и E_2 – осредненные внутренние энергии фаз, E_1' и E_2' – соответствующие величины в точке, $J_i^{(1)}$ и $J_i^{(2)}$ – осредненные кондуктивные потоки тепла в фазах, $J_i^{'(1)}$ и $J_i^{'(2)}$ – соответствующие величины в точке. Третье слагаемое слева в (1.4), записанное в предположении, что на S_{12} $v_k^{'(1)} = v_k^{'(2)}$, представляет собой работу, производимую в единицу времени разностью упругих напряжений на границе фаз, связанную с деформацией межфазной поверхности S_{12}. В общем случае, эта работа тратится на деформацию твердой фазы, изменение поверхностной энергии и акустическое излучение. Если предполагать, что межфазная поверхность S_{12} слабо отклоняется от положения равновесия, то можно пренебречь изменением энергии деформации твердой фазы, а также изменением поверхностной энергии. В этом приближении работа разности упругих напряжений на границе фаз фактически полностью расходуется на акустическое излучение. Таким образом, третье слагаемое слева в (1.4) – это энергия (рассчитанная на единицу объема), излучаемая в единицу времени в виде упругих волн колеблющимися межфазными поверхностями, выведенными из равновесия процессами разрушения. Четвертое слагаемое слева в (1.4) – это функция источника, обусловленная разностью энергий фаз в объеме твердого тела, подвергнутого разрушению. Последнее слагаемое слева в (1.4) – это скрытая теплота фазового перехода, которая расходуется на разрушение кристаллической решетки твердого тела. Упростим уравнение (1.4). Так как $\rho_1' \gg \rho_2'$ и $\rho_1 \gg \rho_2$, то в выражении (1.4) можно пренебречь $\rho_2'\varepsilon_2'$ по сравнению с $\rho_1'\varepsilon_1'$ и $\rho_2\varepsilon_2$ по сравнению с $\rho_1\varepsilon_1$. В силу того, что по предположению газообразная фаза неподвижна ($v_i^{'(2)} = 0$, $v_i^{(2)} = 0$), можно опустить соответствующие слагаемые в плотности потока энергии. Обычно, скорости деформации твердого тела относительно невелики. Поэтому можно пренебречь его кинетической энергией по сравнению с внутренней, тогда $\varepsilon_1' = E_1'$ и $\varepsilon_1 = E_1$. Кондуктивная теплопроводность газообразной фазы мала по сравнению с соответствующей величиной для твердой фазы. Отсюда следует, что можно пренебречь $J_i^{(2)}$ и $J_i'^{(2)}$ по сравнению с $J_i^{(1)}$ и $J_i'^{(1)}$. Третье слева в (1.4) слагаемое преобразуем, предполагая, что $\sigma_{ik}^{(1)}$, $\sigma_{ik}^{(2)}$ и $v_k^{(1)}$, с точностью до малых более высокого порядка, совпадают с их средними значениями на межфазной поверхности S_{12}. Тогда уравнение (1.4) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 E_1) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho_1 v_i^{(1)} E_1 - \sigma_{ik} v_k^{(1)} + J_i^{(1)}) - \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k^{(1)} \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12} - Q = 0 \tag{1.5}$$

где

$$Q = \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}} \rho_1' E_1' u_i n_i^{(1)} dS - \frac{1}{V}\int\limits_{S_{12}} J_i'^{(1)} n_i^{(1)} dS \tag{1.6}$$

— рассчитанная на единицу объема и единицу времени энергия, связанная с разрушением кристаллической структуры твердого тела. Чтобы получить уравнение для полной энергии разрушающегося твердого тела, к соотношению (1.5) необходимо прибавить уравнение для его поверхностной энергии, которое имеет вид [4]

$$\frac{dE_\Omega}{dt} = \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12} \tag{1.7}$$

где E_Ω — поверхностная энергия единицы объема разрушающегося твердого тела, μ_{12} — коэффициент поверхностного натяжения на межфазной поверхности S_{12}, γ_{12} — структурный параметр, характеризующий относительное изменение УВП Ω_{12} при перемещении межфазной поверхности S_{12}, который определяется так [4]

$$\gamma_{12} = \frac{1}{S_{12}}\int\limits_{S_{12}} (v_i'^{(1)} + u_i) n_i^{(1)} \frac{\partial n_i^{(1)}}{\partial x_i} dS$$

Таким образом, величина γ_{12} описывает изменение УВП, вызванное как деформацией межфазной поверхности S_{12}, так и фазовыми переходами, которые характеризует скорость u_i движения границы S_{12} при разрушении твердого тела. Можно показать, что величина $\partial n_i^{(1)}/\partial x_i$ является кривизной [4] и, с точностью до знака, связанного с выбором направления вектора нормали совпадает с удвоенным значением средней кривизны поверхности S_{12} в данной точке [13]. Отметим, что коэффициент поверхностного натяжения μ_{12} представляет собой свободную поверхностную энергию, рассчитанную на единицу площади [4]. Суммируя (1.5) и (1.7), а также считая скорости деформации малыми (что дает возможность использовать в (1.7) частную производную по времени), уравнение баланса полной (объемной и поверхностной) энергии разрушающегося твердого тела можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E + E_\Omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho v_i E - \sigma_{ik} v_k + J_i) - \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12} - Q - \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12} = 0 \tag{1.8}$$

где введены обозначения: $E = E_1$, $J_i = J_i^{(1)}$, а кроме того, как и в (1.2) $\rho = \rho_1$, $v_i = v_i^{(1)}$.

Рассмотрим вопрос о физическом смысле величины u_i, названной выше скоростью движения межфазной поверхности S_{12} при фазовом переходе. На разрушение кристаллической структуры твердого тела необходимы затраты энергии. Вместе с тем, в процессе разрушения часть объема твердого тела замещается газообразной фазой, при этом скачком меняется плотность. Отсюда следует, что с термодинамических позиций можно трактовать процесс разрушения как фазовый переход первого рода. Как известно, при фазовых превращениях важную роль играют флуктуации физических величин. В кинетической теории прочности предполагается, что процесс разрушения твердых тел имеет термофлуктуационную природу, при этом разрыв межатомных связей осуществляется тепловыми флуктуациями [1]. Авторы работы [1] считают, что испарение (сублимация) атомов с поверхности твердой фазы в устье трещины, может являться одним из механизмов, ведущих к ее росту, допуская при этом, что возможны и другие термоактивационные процессы разрушения твердого тела. По-видимому, не случайно, что входящая в формулу для долговечности начальная энергия активации разрушения совпадает с энергией сублимации [1]. Согласно данным, приведенным в [8], оптические методы свидетельствуют о сильном разогреве материала на микроскопических расстояниях от вершины растущей трещины. Если к тому же, в окрестности вершины трещины существуют большие растягивающие напряжения, это ведет к уменьшению давления в данной области. Тогда при низких давлениях и относительно высоких температурах теоретически возможен фазовый переход из твердого в газообразное состояние. Однако он, по-видимому, маловероятен, так как в этом случае давление должно быть меньше давления в тройной точке для данного вещества. Когда материал в окрестности вершины трещины подвергается не очень сильному растягивающему напряжению, тогда при более высоких давлениях возможны два фазовых перехода: из твердого в жидкое и из жидкого в газообразное состояние, происходящих последовательно. При этом необходимо, чтобы данные фазовые превращения были локализованы в микроскопической окрестности вершины трещины и происходили в течение очень короткого промежутка времени. По существу, быстрота и интенсивность протекания фазовых переходов в вершине трещины и определяет скорость ее распространения. В силу того, что процессы разрушения происходят вблизи вершины растущей трещины, скорость u_i отлична от нуля только на небольшом, ограничивающем эту область участке межфазной поверхности S_{12}. Необходимо подчеркнуть, что введение скорости u_i движения межфазной поверхности S_{12} при фазовом переходе — это всего лишь способ феноменологического описания процессов разрушения в рамках механики сплошных сред. Помимо уравнений баланса импульса (1.2) и энергии (1.8), величина u_i входит в соотношения $\partial\varphi_2/\partial t = -\partial\varphi_1/\partial t = 1/V\int_{S_{12}}(v_i'^{(1)} + u_i)dS$ [9] и $d\Omega_{12}/dt = \gamma_{12}\Omega_{12} = 1/V\int_{S_{12}}(v_i'^{(1)} + u_i)n_i^{(1)}\partial n_i^{(1)}/\partial x_i dS$ [4], определяющие изменение таких структурных параметров твердого тела, как φ_2 и Ω_{12}. Из приведенных уравнений видно, что при разрушении, которое происходит вследствие движения межфазной поверхности S_{12} со скоростью u_i внутрь твердой фазы, изменяется доля объема ею занимаемая φ_1, а, следовательно, и пористость φ_2. Кроме того, меняется значение УВП Ω_{12}. Таким образом, развитие процесса разрушения твердого тела характеризуют такие параметры его структуры, как пористость φ_2 и УВП Ω_{12}, которые зависят от координат и времени. При этом УВП Ω_{12} определяет не только само значение величины поверхности, ограничивающей ТПП, но и ее морфологию [11]. Характер изменения φ_2 и Ω_{12} в пространстве и времени оказывает существенное влияние на развитие процесса разрушения. В работах [3, 14], для описания состояния материала при его деформировании и разрушении предлагалось ввести такие параметры, как сплошность ψ $(0 \le \psi \le 1)$ и поврежденность ω $(0 \le \omega \le 1)$, $\omega = 1 - \psi$. Следует отметить, однако, что величины ψ и ω не имеют однозначного физического толкования [15]. В отличие от них, физический смысл таких характеристик, как пористость φ_2 и УВП Ω_{12} вполне определен, а информация об их значениях может быть получена прямыми или косвенными методами.

2. Анализ и обсуждение результатов. В квазистационарном случае, пренебрегая конвективным потоком внутренней энергии, выражение (1.8) можно записать следующим образом

$$v_k \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} + \sigma_{ik} \frac{\partial v_k}{\partial x_i} - \frac{\partial J_i}{\partial x_i} + \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12} + Q + \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12} = 0 \tag{2.1}$$

Первые два члена слева в (2.1) представляют собой, рассчитанную на единицу объема мощность упругих сил, обусловленных внешним воздействием на твердое тело. Третье слева слагаемое $-\partial J_i/\partial x_i$ – количество тепла, получаемое (отдаваемое) данным единичным объемом в единицу времени посредством кондуктивной теплопроводности, слагаемое $\Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12}$ описывает мощность акустического излучения, генерируемого единицей объема твердого тела вследствие колебаний поверхностей пор и трещин, инициированных процессами разрушения. Последнее слагаемое слева в (2.1) описывает скорость изменения поверхностной энергии твердого тела при движении межфазной границы. Будем предполагать, что процесс разрушения протекает достаточно медленно и в ходе его развития твердое тело проходит последовательность квазистационарных состояний, каждое из которых описывается уравнением (2.1). В квазистационарном случае, соотношение баланса импульса (1.2), если пренебречь его конвективным потоком, можно переписать в виде

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \Delta\sigma_{ik}^{(12)} \tilde{n}_k^{(1)} \Omega_{12} + q_i = 0 \tag{2.2}$$

В соответствии с (2.2), учитывая симметрию тензора упругих напряжений σ_{ik}, первое слагаемое слева в (2.1), можно записать следующим образом

$$v_k \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} = v_i \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} = -\Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12} - q_i v_i = -\Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12}.$$

Из предыдущего соотношения, в котором опущено квадратичное по скорости слагаемое $q_i v_i$, следует, что справедливо равенство

$$v_k \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_i} + \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12} = 0 \tag{2.3}$$

Можно показать, что $v_k \partial\sigma_{ik}/\partial x_i$ (первое слагаемое слева в (2.1) и (2.3)) входит в уравнение баланса кинетической энергии твердого тела. Отсюда следует, что эта величина описывает работу, совершаемую в единицу времени упругими силами, идущую на увеличение кинетической энергии единицы объема разрушающегося твердого тела. Рост кинетической энергии обусловлен, в свою очередь, распространяющимися в среде упругими волнами, возбуждаемыми колебаниями межфазной поверхности S_{12} (слагаемое $\Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12}$ слева в (2.3)), вызванными процессами образования и роста трещин. Подставляя (2.3) в (2.1) и учитывая симметрию тензора упругих напряжений, получим

$$\sigma_{ik} v_{ik} - \frac{\partial J_i}{\partial x_i} + Q + \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12} = 0 \tag{2.4}$$

где $v_{ik} = 1/2(\partial v_i/\partial x_k + \partial v_k/\partial x_i)$ – осредненный тензор скоростей деформации. Из соотношения (2.4) видно, что работа упругих напряжений в единицу времени $\sigma_{ik} v_{ik}$, которая сопровождается выделением тепла, частично расходуется на разрушение твердого тела (слагаемое Q слева в (2.4)), частично кондуктивным образом отводится из области разрушения (слагаемое $-\partial J_i/\partial x_i$). Кроме того, часть мощности упругих сил тратится на изменение поверхностной энергии материала (слагаемое $\gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12}$). Если вклад величин Q и $-\partial J_i/\partial x_i$ несущественен, выражение (2.4) примет вид

$$\sigma_{ik}v_{ik} + \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12} = 0 \tag{2.5}$$

Соотношение (2.5) представляет собой пространственный аналог энергетического критерия Гриффитса [5]. Однако в данном случае речь идет не об отдельной трещине и условиях ее распространения, а о трещинном пространстве, структурной характеристикой которого является УВП Ω_{12}. Таким образом, в рамках принятых нами приближений справедливо не только равенство (2.1), но и выполняются условия (2.3) и (2.4) (или (2.5)) по отдельности. Каждое из этих уравнений описывает определенный режим развития процессов разрушения. Оценим по порядку величины первое и второе слагаемые слева в (2.1). Пусть L_1 – характерный размер изменения компонент тензора упругих напряжений, (расстояние, на котором эти компоненты меняются на величину, порядка их самих), L_2 – характерный размер изменения компонент скоростей деформации, определяемый аналогично. В зависимости от того, как соотносятся между собой величины L_1 и L_2, изменяется соотношение между первым и вторым членами слева в (2.1). Если $L_1 \approx L_2$, то слагаемое $\sigma_{ik}\partial v_k/\partial x_i$ (совпадающее с $\sigma_{ik}v_{ik}$ в (2.4) и (2.5)), а также величина $v_k\partial\sigma_{ik}/\partial x_i$ – одного порядка. В такой ситуации процесс разрушения описывается общим уравнением (2.1), в соответствии с которым, энергия внешнего воздействия на твердое тело расходуется на разрушение его кристаллической структуры при фазовом переходе, акустическое излучение, изменение поверхностной энергии, а также частично отводится из области разрушения посредством кондуктивной теплопроводности. Таким образом, в данном случае, в соответствии с принципом Ле-Шателье [16], работают все механизмы, стремящиеся ослабить внешнее воздействие на твердое тело. Условие $L_1 \approx L_2$ выполняется, в основном, в упругом приближении, а также при относительно небольших отклонениях от этого состояния. Если $L_1 \gg L_2$, то справедливо соотношение $\sigma_{ik}v_{ik} \gg v_k\partial\sigma_{ik}/\partial x_i$. Данное неравенство выполняется, когда производные компонент тензора упругих напряжений меняются мало, а производные (градиенты) компонент скоростей деформации резко возрастают по сравнению с теми их значениями, которые были при $L_1 \approx L_2$. Такая ситуация может возникнуть на фоне роста упругих напряжений в окрестности включений, которые являются их концентраторами. При этом, если включение ограничено поверхностью, на которой отсутствуют участки большой кривизны (коэффициент концентрации упругих напряжений не очень велик), поведение материала в его окрестности станет пластическим. Случай, больших значений коэффициента концентрации вблизи вершины трещины, будет рассмотрен далее. В пластичном состоянии деформации (смещения) начнут расти быстрее напряжений, причем степень их неоднородности, в зависимости от расстояния до включения, также может увеличиваться. Возникновение больших градиентов компонент смещений может быть обусловлено тем, что поведение материала на разных расстояниях от включения подчиняется различным реологическим соотношениям. Когда мы рассматриваем процесс разрушения, как последовательность квазистационарных состояний, скорости деформации будут меняться в зависимости от расстояния до включения также как смещения. Тогда в окрестности включений возникнут большие градиенты не только компонент смещений, но и компонент скоростей деформации, что и обусловит выполнение условия $L_1 \gg L_2$. Процесс разрушения в тех областях, где справедливо соотношение $L_1 \gg L_2$, будет описываться уравнением (2.4). В этом случае мощность упругих напряжений расходуется на деформацию твердого тела, а выделяемое в этом процессе тепло частично тратится на разрушение твердого тела (в том числе и на образование зародышей микротрещин), частично, кондуктивным образом отводится из области разрушения. Кроме того, часть энергии внешнего воздействия расходуется на изменение величины межфазной поверхности (в том числе, за счет поверхностей образовавшихся микротрещин) между твердой и трещинной фазой, что приведет к изменению поверхностной энергии. Характерная особенность данного этапа состоит в том, что возникающие микротрещины, в основном влияют лишь на реологию материала, а процесс их слияния является редким явлением. Поэтому акустическое излучение будет в данном случае незначительным. Если затраты энергии на разрушение, а также отвод тепла посредством кондуктивной теплопроводности, малы, выполняется соотношение (2.5), в соответствии с которым, мощность упругих напряжений полностью расходуется на изменение поверхностной энергии твердого тела при пластическом деформировании межфазных поверхностей. Режим развития процесса разрушения, удовлетворяющий соотношению (2.4) или (2.5), можно условно назвать эволюционным, в том смысле, что он не сопровождается значительным акустическим излучением. Если $L_1 \ll L_2$, то справедливо неравенство $v_k \partial\sigma_{ik}/\partial x_i \gg \sigma_{ik} v_{ik}$. Данное соотношение выполняется, когда производные компонент тензора упругих напряжений достаточно велики, а градиенты компонент скоростей деформации малы по сравнению с теми их значениями, которые наблюдаются при $L_1 \approx L_2$. Такая ситуация возникает вблизи включений, на поверхности которых есть участки большой кривизны и прежде всего в окрестности вершин трещин. Известно [7, 8], что компоненты тензора упругих напряжений с расстоянием r от вершины трещины изменяются, как $r^{-0.5}$, а их производные пропорциональны $r^{-1.5}$. То есть упругие напряжения очень сильно возрастают с уменьшением расстояния от вершины трещины, при этом существенно увеличиваются и производные компонент тензора напряжений. В то же время, при таких высоких значениях упругих напряжений в локальной области вблизи вершины трещины может происходить существенное увеличение температуры [8]. Это приведет к тому, что вещество в окрестности вершины трещины перейдет в состояние текучести. При развитом пластическом течении материала силы трения будут способствовать выравниванию скоростей и смещений в процессе деформации. В результате, вблизи вершины трещины, градиенты компонент скоростей деформации уменьшатся, а производные компонент тензора напряжений не сильно изменятся по сравнению с теми их значениями, которые были в упругом приближении. С другой стороны, в этой области твердого тела, находящейся в метастабильном состоянии, возрастет вероятность образования зародышей микротрещин, а вследствие их объединения – самих микротрещин. В такой ситуации, возобладает тенденция, в соответствии с которой возникающие микротрещины начнут образовывать в области разрушения скопления (кластеры), трассирующие будущую магистральную трещину. При этом, когда расстояния между микротрещинами в кластерах станут по порядку величины сравнимы с L_1, производные компонент тензора напряжений в области скопления микротрещин будут велики, а градиенты компонент скоростей деформации относительно малы. Материал, находящийся в перемычках между микротрещинами, приобретет свойство текучести и в данной области будет выполнено условие $L_1 \ll L_2$. Вновь возникающие микротрещины будут группироваться, преимущественно, вблизи вершины растущей магистральной трещины, а их слияние приведет к росту последней [8]. Слияние микротрещин будет происходить вследствие разрушения перемычек между ними посредством фазового перехода. При этом, энергетические затраты на образование микротрещин и их слияние будут в данном случае невелики по сравнению с акустическим излучением, генерируемым колебаниями, поверхностей растущих магистральных трещин. Процесс разрушения в данной области будет описываться уравнением (2.3). При выполнении этого соотношения, главным механизмом, в результате действия которого происходит высвобождение упругой энергии, является акустическое излучение. Уравнение (2.3) справедливо в течение всего промежутка времени пока в области разрушения продолжается рост (а возможно и ветвление) магистральных трещин. Данный процесс завершится, когда одна из магистральных трещин достигнет длины, сравнимой с размерами твердого тела, после чего оно разрушится. Таким образом, когда справедливо условие $L_1 \ll L_2$, акустическое излучение, сопровождающее процесс образования и роста магистральных трещин, будет основным механизмом, посредством которого, в соответствии с принципом Ле-Шателье, твердое тело стремится снять внешнее воздействие. С этой точки зрения, указанный режим развития процессов разрушения можно условно назвать неустойчивым (катастрофическим), в том смысле, что он сопровождается значительным акустическим излучением. Степень его катастрофичности будет характеризоваться, прежде всего мощностью излучаемой энергии, которая зависит от разности упругих напряжений на межфазных поверхностях, скорости их колебаний, величиной УВП. Рассмотренные выше режимы развития процесса разрушения, соответствующие уравнениям (2.1), (2.3) и (2.4), могут реализовываться в различных областях разрушающегося твердого тела, подвергнутого внешнему воздействию не только последовательно, но и одновременно. В некоторых случаях, каждый из рассмотренных режимов может осуществляться во всей области разрушения. Все будет определяться внутренней структурой твердого тела, а также характером изменения внешнего воздействия.

Для удобства последующего изложения введем следующие обозначения для входящих в соотношения (2.3) и (2.5) слагаемых $B_E = \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12}$, $B_\Omega = \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12}$. Выше, уже отмечалось, что величина $B_E = \Delta\sigma_{ik}^{(12)} v_k \tilde{n}_i^{(1)} \Omega_{12}$ описывает мощность акустического излучения, генерируемого поверхностями трещин, выведенных из равновесия процессами разрушения. Это явление называют акустической эмиссией (АЭ) [17], которая сопровождает процессы разрушения, являясь их индикатором. Если имеются данные по амплитудно-частотному спектру АЭ, то величину B_E можно записать так $B_E = \nu_{12}^2 \rho L^{(12)} v_i e_i^{(12)}$, где ν_{12} – частота АЭ, $L^{(12)}$ – ее амплитуда [18]. Таким образом, B_E – энергия АЭ, излученная в единицу времени единичным объемом разрушающегося твердого тела. Рассмотренные ранее режимы развития процесса разрушения, описываемые уравнениями (2.1), (2.3) и (2.5) можно охарактеризовать и в зависимости от соотношения между мощностью акустического излучения B_E и скоростью изменения поверхностной энергии $B_\Omega = \gamma_{12}\mu_{12}\Omega_{12}$ единицы объема твердого тела. Как было сказано выше, уравнение (2.5) может быть получено из (2.4), если пренебречь величинами Q и $-\partial J_i/\partial x_i$. Поэтому говоря далее об уравнении (2.1), мы будем иметь в виду, что эти слагаемые в нем отсутствуют. Если B_E и B_Ω одного порядка, то развитие процессов разрушения будет описываться соотношением (2.1). Когда $B_E \gg B_\Omega$, характер развития процессов разрушения будет определяться условием (2.3) и сопровождаться значительным акустическим излучением. На данном этапе в твердом теле будут происходить процессы образования трещин, а также их слияния и укрупнения, сопровождающиеся АЭ. Если $B_\Omega \gg B_E$, режим развития процессов разрушения будет описываться уравнением (2.5). На этом, эволюционном этапе развития процессов разрушения, акустическое излучение будет незначительным, а вся мощность упругих сил будет расходоваться на изменение величины межфазной поверхности S_{12} между твердой и трещинной фазами. Это, в свою очередь, будет приводить к изменению поверхностной энергии. Таким образом, наличие сигналов АЭ, может служить свидетельством возникновения катастрофического этапа развития процессов разрушения, а ее отсутствие или значительное уменьшение (при продолжающемся воздействии на твердое тело), указывает на то, что реализуется эволюционный этап. Алгоритмы количественной интерпретации данных наблюдений АЭ в процессе разрушения твердого тела дают возможность восстанавливать функцию распределения составляющих ТПП по их характерным размерам, а также соответствующие распределения пористости φ_2 и

УВП Ω_{12} для различных моментов времени [11]. Кроме того, результаты интерпретации сигналов АЭ позволяют рассчитывать величину отношений B_E и B_Ω для тех же моментов времени. Использование этих данных дает возможность, на основе анализа уравнений (2.3) и (2.5), охарактеризовать возможный режим развития процесса разрушения, а также осуществить прогноз наступления того или иного его этапа [18].

Во введении было сказано о важности вопроса, касающегося исследования условий реализации катастрофического режима развития процессов разрушения в геофизике. В связи с этим, отметим, что, в основном, изложенные выше закономерности развития процесса разрушения будут справедливы и для горных пород. Вместе с тем, существует и некоторая специфика, которая обусловлена, тем, что горные породы изначально являются гетерогенными структурами, состоящими из совокупности минеральных фаз. Кроме того, пространственные масштабы, характеризующие процессы разрушения в горных массивах существенно выше, чем в технических изделиях. Поэтому при оценке степени катастрофичности процессов разрушения в массиве горных пород следует учитывать то обстоятельство, что выросшие до достаточно больших размеров магистральные трещины могут нарушить его целостность. Это приведет к тому, что ограниченные этими трещинами фрагменты массива могут приобрести некоторую подвижность. В результате, появится возможность их перемещения в пределах массива по поверхностям некоторых из магистральных трещин. Такие подвижки могут стать источником мощного акустического импульса, что чаще всего и обуславливает высокую степень разрушительности горного удара или землетрясения.

Заключение. В рамках континуального подхода предложено рассматривать разрушающееся твердое тело как гетерогенный материал, состоящий из двух фаз — твердой и газообразной, разделенных межфазной поверхностью, ограничивающей ТПП. Построена система уравнений для описания процессов разрушения, основанная на физико-математической модели, характеризующей явления тепломассопереноса в гетерогенных средах. В такой постановке, объектом изучения является не отдельная трещина, а вся область, где развиваются процессы разрушения, характеризуемая такими параметрами, как пористость и УВП. В силу гетерогенности разрушающегося твердого тела, в балансе его полной энергии учтена и поверхностная ее составляющая. На основе анализа уравнения энергии, исследованы условия наступления отдельных этапов развития процесса разрушения твердого тела. Дана характеристика каждого из этапов и сформулированы критерии, при которых возможна их реализация. Показано, что с привлечением данных о временных изменениях структурных характеристик твердого тела, а также информации о скорости изменения поверхностной энергии и мощности акустического излучения, сформулированные критерии позволяют осуществлять прогноз наступления того или иного этапа развития процесса разрушения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Регель В.Р., Слуцкер А.Н., Томашевский Э.Е.* Кинетическая природа прочности твердых тел. М.: Наука, 1974. 560 с.
2. *Панин В.Е., Лихачев В.А., Гриняев Ю.В.* Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. 255 с.
3. *Работнов Ю.Н.* Введение в механику разрушения. М.: Наука, 1987. 80 с.
4. *Беликов В.Т., Шестаков А.Ф.* Изучение временных изменений напряженного состояния геосреды в процессе разрушения // Геология и геофизика. 2008. № 5. С. 461–470.
5. *Griffith A.A.* The phenomenon of rupture and flow in solids // Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A. 1920. V. 221. P. 163–198.
6. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988. 712 с.
7. *Партон В.З., Морозов Е.М.* Механика упругопластического разрушения. М.: Наука, 1985. 504 с.
8. *Партон В.З.* Механика разрушения от теории к практике. М.: Наука, 1990. 240 с.

9. *Беликов В.Т.* Количественное описание процессов тепломассопереноса в литосфере // Геология и геофизика. 1991. № 5. С. 3–9.
10. *Алейников А.Л., Беликов В.Т., Немзоров Н.И.* Акустическая эмиссия в гетерогенных средах // Дефектоскопия. 1993. № 3. С. 31–36.
11. *Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Использование результатов наблюдений акустической эмиссии для изучения структурных характеристик твердого тела // Акустический журнал. 2015. Т. 61. № 5. С. 622–630.
12. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
13. *Погорелов А.В.* Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1969. 176 с.
14. *Качанов Л.М.* Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.
15. *Левин В.А., Морозов Е.М., Матвиенко Ю.Г.* Избранные нелинейные задачи механики разрушения. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 408 с.
16. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. М.: Наука, 1964. 568 с.
17. *Грешников В.А., Дробот Ю.Б.* Акустическая эмиссия. М.: Издательство стандартов, 1976. 272 с.
18. *Беликов В.Т., Рывкин Д.Г.* Исследование режимов развития процесса разрушения на основе данных наблюдений акустической эмиссии // Физическая мезомеханика. 2017. Т. 20. № 4. С. 77–84.