

УДК 539.376

**ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ ДО РАЗРУШЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ,
РАСТЯГИВАЕМЫХ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ В ПРИСУТСТВИИ АГРЕССИВНОЙ
СРЕДЫ, ОТ ФОРМЫ ОДНОСВЯЗНОГО ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ**

© 2019 г. Н. С. Ларин^{a,b}, А. М. Локошенко^{b,*}, Л. В. Фомин^b

^a Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

^b Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*e-mail: loko@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 10.04.2019 г.

После доработки 20.04.2019 г.

Принята к публикации 29.04.2019 г.

Исследуется длительная прочность стержней, растягиваемых в агрессивной среде. Рассматриваются стержни различной формы односвязного поперечного сечения (круг, квадрат и прямоугольники с различным соотношением сторон) при условии равенства площадей этих сечений. Для определения уровня агрессивной среды в стержне в различные значения времени используются приближенные решения уравнений диффузии, основанные на учете движения диффузионных фронтов от поверхности стержня. Показана высокая точность полученного приближения. Для оценки влияния агрессивной среды на длительную прочность используется кинетическая теория Ю.Н. Работнова с двумя структурными параметрами (поврежденность материала и концентрация элементов окружающей среды в материале стержня). Получена зависимость времен до разрушения стержней различной формы поперечного сечения при одном и том же уровне растягивающего напряжения. Показано, что время до разрушения стержня квадратного сечения при указанных условиях превышает время до разрушения стержня круглого сечения. В случае стержней с одинаковой формой поперечного сечения рассматривается связь периметра сечения с временем до разрушения стержня. Наименьшее время до разрушения среди рассмотренных стержней реализуется в стержнях прямоугольного сечения с минимальной толщиной.

Ключевые слова: растяжение, форма поперечного сечения, длительная прочность, агрессивная среда, уравнение диффузии, интегральная средняя концентрация, поврежденность

DOI: 10.1134/S0572329919050106

Введение. Высокие требования к качеству и надежности конструкций, длительное время находящихся под нагрузками при высокой температуре, приводят к необходимости проводить прогнозирование долговечности их работы с учетом различных специфических особенностей, которые могут возникать в реальной действительности. Одним из важных факторов, существенно влияющих на характеристики ползучести и длительной прочности металлов, является рабочая среда, в которой находятся исследуемые конструкции или их отдельные элементы. Результаты испытаний, как правило, показывают значительное ухудшение эксплуатационных характеристик металлов вследствие воздействия таких сред.

В [1] рассматривались стержни с такими поперечными сечениями, у которых минимальные размеры совпадали. В отличие от [1], в данной статье рассматриваются стержни различных форм поперечного сечения с одной и той же величиной их площадей F .

1. Постановка задачи. Известные исследования влияния агрессивной окружающей среды на ползучесть и длительную прочность металлов показывают, что это влияние в основном характеризуется протекающими в металле диффузионными и коррозионными процессами. В [2] приведен подробный анализ особенностей механического поведения металлов при длительном высокотемпературном нагруженном состоянии в агрессивных средах и основных феноменологических подходов, используемых при моделировании влияния окружающей среды на ползучесть и длительную прочность.

В данной статье рассматриваются три формы поперечного сечения стержней: прямоугольник, у которого длина одной стороны во много раз меньше длины другой стороны, прямоугольник, длины сторон которого имеют один порядок, и круг. Для исследования диффузионного процесса в таких стержнях используются различные варианты уравнения диффузии: одномерное уравнение в первом случае, двумерное уравнение во втором случае и осесимметричное уравнение в третьем случае. Во всех трех случаях принимаются нулевые начальные условия и постоянные значения концентрации агрессивной среды на контурах поперечных сечений. Точные решения уравнения диффузии могут быть представлены только в виде бесконечных рядов. В данной статье рассмотрены приближенные уравнения при этом начальное и граничные условия выполняются точно, а само уравнение удовлетворяется интегрально.

Для анализа процесса диффузии агрессивной окружающей среды внутрь стержня используется приближенный метод решения уравнения диффузии, основанный на введении диффузионного фронта, распространяющегося от поверхности стержня [3, 4]. Такой подход позволяет разделить весь материал поперечного сечения стержня на возмущенную область (в которой среда уже проникла в материал) и невозмущенную область (в которой еще нет проникновения среды) и затем отслеживать движение границы между этими областями во времени.

2. Одномерное уравнение диффузии в декартовых координатах. Рассмотрим процесс проникновения элементов окружающей среды в стержень с сечением в виде узкого прямоугольника толщиной H (растягиваемый стержень можно называть пластиной толщиной H и бесконечными размерами в двух других направлениях). Для концентрации c среды в материале стержня примем нулевое начальное условие, в качестве граничного условия на поверхностях широких боковых сторон стержня используется равенство концентрации c постоянному значению c_0 . В качестве безразмерных переменных примем

$$\bar{y} = 2y/H, \quad \bar{t} = (48D/H^2)t, \quad \bar{c} = c/c_0, \quad \bar{l} = 2l/H \quad (2.1)$$

где y – координата вдоль толщины стержня ($y = 0$ – на срединной линии поперечного сечения), l – координата диффузионного фронта, t – время, коэффициент диффузии агрессивной окружающей среды в материале стержня обозначим $D = \text{const}$. Из условия симметрии диффузионного процесса рассматриваем половину сечения стержня по толщине. Уравнение одномерной диффузии в безразмерных переменных (2.1) принимает следующий вид:

$$\bar{c} = \bar{c}(\bar{y}, \bar{t}), \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} - \frac{1}{12} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{y}^2} = 0, \quad 0 \leq \bar{t} < \infty, \quad 0 \leq \bar{y} \leq 1 \quad (2.2)$$

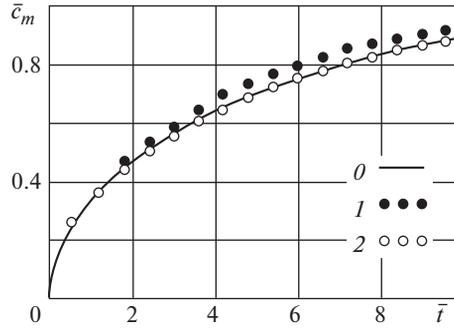


Рис. 1

Начальное и граничные условия имеют вид:

$$\bar{c}(\bar{y}, 0) = 0, \quad \bar{c}(1, \bar{t}) = 1, \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{y}}(0, \bar{t}) = 0 \quad (2.3)$$

Точное решение уравнения (2.2) при учете условий (2.3) может быть представлено в виде ряда [5]:

$$c_{00}(\bar{y}, \bar{t}) = 1 - \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)} \exp\left[-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 \bar{t}}{48}\right] \sin \frac{(2k+1)\pi \bar{y}}{2} \quad (2.4)$$

В дальнейшем будет использовано выражение для интегрально средней в поперечном сечении стержня концентрации агрессивной среды $\bar{c}_m(\bar{t})$:

$$\bar{c}_m(\bar{t}) = \int_0^1 \bar{c}(\bar{y}, \bar{t}) d\bar{y} \quad (2.5)$$

При учете выражения (2.4) выражение для средней концентрации среды в стержне принимает вид:

$$\bar{c}_m(\bar{t}) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} \cdot \exp\left[-\frac{(2k+1)^2 \pi^2 \bar{t}}{48}\right] \quad (2.6)$$

На рис. 1 сплошной линией (кривая 0) нанесена зависящая от времени средняя концентрация \bar{c}_m , соответствующая выражению (2.6).

Приближенное решение уравнения диффузии рассматривается в виде последовательности двух стадий: первая стадия характеризуется движением диффузионных фронтов \bar{l} от поверхности поперечного сечения стержня к его середине, вторая стадия начинается от момента соединения этих двух фронтов ($\bar{t} = \bar{t}_0$, $\bar{l}(\bar{t}_0) = 0$), она характеризуется ненулевым значением $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ при любом \bar{y} и возрастанием уровня $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ с увеличением времени \bar{t} .

Зависимость концентрации \bar{c} от поперечной координаты стержня \bar{y} на каждой стадии диффузионного процесса вначале зададим в виде многочлена второй степени, удовлетворяющего начальному и граничным условиям. При этом рассматриваются

две стадии процесса диффузии: стадия движения фронта ($0 < \bar{t} \leq \bar{t}_0$) и стадия насыщения ($\bar{t} \geq \bar{t}_0$), которые разделены моментом времени t_0 [3, 4]:

$$\bar{c}(\bar{y}, \bar{t}) = \begin{cases} \left[1 - \frac{1 - \bar{y}}{1 - \bar{T}(\bar{t})} \right]^2, & \bar{T}(\bar{t}) < \bar{y} \leq 1 \\ 0 & 0 \leq \bar{y} \leq \bar{T}(\bar{t}) \end{cases} \quad \text{при } 0 < \bar{t} \leq \bar{t}_0 \quad (2.7)$$

$$B(\bar{t}) + [1 - B(\bar{t})] \cdot (\bar{y})^2 \quad \text{при } \bar{t} \geq \bar{t}_0$$

где $\bar{T}(\bar{t})$ – координата диффузионного фронта, $B(\bar{t})$ – концентрация в центре поперечного сечения стержня при $\bar{t} \geq \bar{t}_0$ (на срединной линии $\bar{y} = 0$).

Неизвестные зависимости $\bar{T}(\bar{t})$ и $B(\bar{t})$ определяются из интегрального удовлетворения параболической функции $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ по (2.7) уравнению диффузии (2.2):

$$\int_0^1 \left(\frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{t}} - \frac{1}{12} \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial \bar{y}^2} \right) d\bar{y} = 0 \quad (2.8)$$

В (2.8) отсутствует знак модуля подынтегрального выражения, так как, как показывают последующие вычисления, подынтегральное выражение в (2.8) во всем диапазоне $0 \leq \bar{y} \leq 1$ не меняет знак. Подставляя (2.7) в (2.2) при учете (2.8), получаем зависимости координаты диффузионного фронта $\bar{T}(\bar{t})$ и концентрации $B(\bar{t})$ от времени, а затем $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$:

$$\bar{c}(\bar{y}, \bar{t}) = \begin{cases} \left[1 - \frac{1 - \bar{y}}{\sqrt{\bar{t}}} \right]^2, & \bar{T} = (1 - \sqrt{\bar{t}}) < \bar{y} \leq 1 \\ 0, & 0 \leq \bar{y} \leq \bar{T}(\bar{t}) \end{cases} \quad \text{при } 0 < \bar{t} \leq 1 \quad (2.9)$$

$$1 - (1 - (\bar{y})^2) \cdot \exp[-0.25(\bar{t} - 1)] \quad \text{при } \bar{t} \geq 1$$

В дальнейшем для анализа влияния агрессивной среды на время до разрушения стержня будет использована интегрально средняя в объеме стержня концентрация $\bar{c}_m(\bar{t})$, которая при подстановке (2.9) в (2.5) имеет вид:

$$\bar{c}_m(\bar{t}) = \begin{cases} \frac{1}{3} \sqrt{\bar{t}} & \text{при } \bar{t} \leq 1 \\ 1 - \frac{2}{3} \cdot \exp[-0.25(\bar{t} - 1)] & \text{при } \bar{t} \geq 1 \end{cases} \quad (2.10)$$

В [6] дополнительно получены зависимости $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ и $\bar{c}_m(\bar{t})$ с предположением о зависимости \bar{c} от \bar{y} в виде многочлена третьей степени.

На рис. 1 сплошной линией (кривая 0) нанесена зависящая от времени средняя концентрация $\bar{c}_m(\bar{t})$, соответствующая выражению (2.6). Кроме этого, на рис. 1 нанесены зависимости $\bar{c}_m(\bar{t})$ в случае квадратичной (2.10) и кубической зависимости \bar{c} от \bar{y} (соответствующие кривые 1 и 2).

В качестве меры погрешности приближенного решения $\bar{c}(\bar{y}, \bar{t})$ уравнения диффузии по сравнению с точным решением $\bar{c}_{00}(\bar{y}, \bar{t})$ можно рассмотреть равенство

$$\delta(\bar{t}) = \sqrt{\int_0^1 (\bar{c}(\bar{y}, \bar{t}) - \bar{c}_{00}(\bar{y}, \bar{t}))^2 d\bar{y}}$$

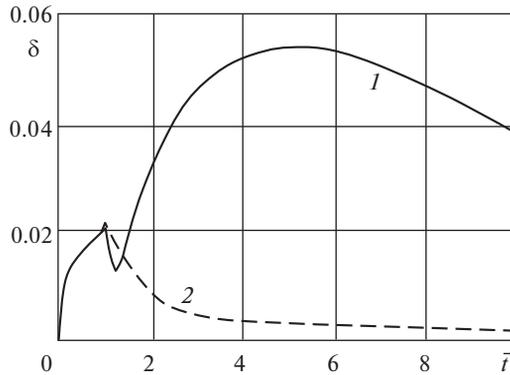


Рис. 2

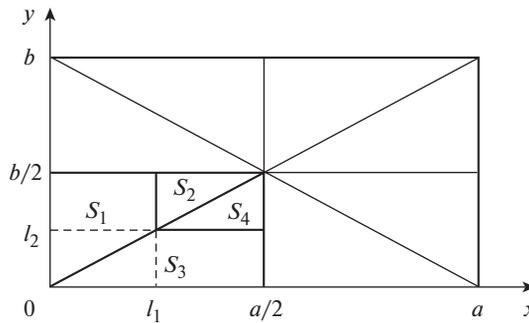


Рис. 3

На рис. 2 кривые 1 и 2 характеризуют зависимости $\delta(\bar{t})$ для квадратичного и кубического приближений соответственно.

В дальнейшем будет рассмотрен отрезок сечения стержня шириной H и длиной d , равной отношению F/H , при этом $d \gg H$, так что влияние агрессивной среды вдоль коротких поперечных отрезков сечения не учитывается ввиду их малых размеров.

3. Двумерное уравнение диффузии в декартовых координатах. В п. 1 исследовался диффузионный процесс в длинном стержне прямоугольного сечения, одна из сторон поперечного сечения которого значительно превосходит другую. В этом случае было достаточно рассматривать одномерный процесс диффузии от широких сторон поперечного сечения стержня к его середине.

В [4, 7] рассмотрена аналогичная задача для длинного стержня прямоугольного сечения, стороны которого a и b ($a \ll L, b \ll L$) имеют один порядок, L – длина стержня (рис. 3). Совместим начало координат с угловой точкой сечения стержня и направим оси координат x и y вдоль сторон сечения. В этом случае рассматриваемая область определяется следующей системой неравенств: $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ (рис. 3).

Концентрация элементов среды $c(x, y, t)$ в этом параграфе удовлетворяет параболическому уравнению диффузии:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \quad (3.1)$$

В начальный момент времени концентрация элементов в стержне принимается равной нулю:

$$c(x, y, 0) = 0 \quad (3.2)$$

С учетом симметрии можно рассматривать только четверть области ($0 \leq x \leq 0.5a$, $0 \leq y \leq 0.5b$), в этом случае граничные условия можно записать в следующем виде:

$$c(0, y, t) \equiv c(x, 0, t) = c_0, \quad \frac{\partial c}{\partial x} \left(\frac{a}{2}, y, t \right) = \frac{\partial c}{\partial y} \left(x, \frac{b}{2}, t \right) = 0 \quad (3.3)$$

Точное решение уравнения диффузии в постановке (3.1)–(3.3) может быть представлено в виде ряда [7]:

$$c(x, y, t) = c_0 - \frac{16c_0}{\pi^2} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)} \exp \left(-\frac{(2n+1)^2 \pi^2 D}{a^2} t \right) \cos \frac{(2n+1)\pi x}{a} \right] \cdot \left[\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)} \exp \left(-\frac{(2m+1)^2 \pi^2 D}{b^2} t \right) \cos \frac{(2m+1)\pi y}{b} \right]$$

Рассмотрим метод, с помощью которого можно получить приближенное решение уравнения (3.1)–(3.3) в виде полинома второй степени по пространственным координатам.

По аналогии с п. 2 рассматриваются две стадии развития диффузионного процесса, при этом на первой стадии принимается, что перпендикулярно осям x и y от границ поперечного сечения стержня к его середине движутся диффузионные фронты $l_1(t)$ и $l_2(t)$, разделяющие всю область на возмущенную и невозмущенную части. Предположим, что невозмущенная область остается подобной исходной области, т.е. имеет место следующее соотношение:

$$\frac{l_2(t)}{l_1(t)} \equiv \frac{b}{a} = \alpha \quad (3.4)$$

Решение уравнения (3.1) о концентрации окружающей среды $c(x, y, t)$ в виде полинома второго порядка относительно координат стержня с зависящими от времени коэффициентами принимает на первой ($0 \leq t \leq t_0$) и второй ($t > t_0$) стадиях соответственно следующий вид [7]:

$$c(x, y, t) = \begin{cases} c_1(x, t) = \begin{cases} c_0 \cdot \left(1 - \frac{x}{l_1(t)}\right)^2 & \text{в } S_1 \\ 0 & \text{в } S_2 \end{cases} \\ c_2(y, t) = \begin{cases} c_0 \cdot \left(1 - \frac{y}{l_2(t)}\right)^2 & \text{в } S_3 \\ 0 & \text{в } S_4 \end{cases} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$c(x, y, t) = \begin{cases} c_0 \left\{ 1 - \left[\frac{4x}{a} - \left(\frac{2x}{a} \right)^2 \right] \cdot q(t) \right\} & \text{в } (S_1 + S_2) \\ c_0 \left\{ 1 - \left[\frac{4y}{b} - \left(\frac{2y}{b} \right)^2 \right] \cdot q(t) \right\} & \text{в } (S_3 + S_4) \end{cases} \quad (3.6)$$

$$q(t) = \exp \left[-\frac{8}{a^2} \cdot \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) D_0 (t - t_0) \right], \quad t_0 = a^2 \left[24D \left(1 + \frac{1}{\alpha^2} \right) \right]^{-1}$$

где $S_1 \div S_4$ изображены на рис. 3.

Интегрально средний уровень концентрации в соответствии с (3.4)–(3.6) зависит от времени следующим образом:

$$\bar{c}_m(\hat{t}) = \begin{cases} \frac{1}{6}(4\sqrt{\hat{t}} - \hat{t}) & \text{при } 0 < \hat{t} \leq 1 \\ 1 - \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{\hat{t}-1}{3}\right) & \text{при } \hat{t} > 1 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$\hat{t} = \frac{6D(\alpha^2 + 1)}{a^2 \alpha^2} t$$

4. Решение уравнения диффузии в осесимметричной постановке. В данном параграфе рассматривается осесимметричная задача о диффузии элементов окружающей среды в цилиндрический стержень радиуса R . По-прежнему рассмотрим для концентрации c нулевое начальное условие, в качестве граничного условия на поверхности стержня примем равенство концентрации c постоянному значению c_0 . Введем в этом параграфе безразмерные переменные

$$\tilde{r} = r/R, \quad \tilde{t} = \frac{D_0}{R^2} t$$

r – расстояние от оси цилиндра до произвольной точки. В этих безразмерных переменных уравнение диффузии принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t})}{\partial \tilde{t}} = \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}} \right), \quad \bar{c}(\tilde{r}, 0) = 0, \quad \bar{c}(1, \tilde{t}) = 1, \quad \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}}(0, \tilde{t}) = 0 \quad (4.1)$$

Точное решение задачи (4.1) имеет вид [8]

$$\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) = 1 - 2 \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{J_0(\mu_j \tilde{r})}{\mu_j J_1(\mu_j)} \exp(-\mu_j^2 \tilde{t})$$

$J_0(\tilde{r})$ и $J_1(\tilde{r})$ – функции Бесселя I рода нулевого и первого порядка соответственно, μ_j ($j = 1, 2, \dots$) – положительные корни уравнения $J_0(\mu_j) = 0$.

При получении приближенного решения уравнения (4.1) введем координату $\tilde{l}(\tilde{t})$ диффузионного фронта ($\tilde{l}(0) = 1, \tilde{l}(\tilde{t}_0) = 0$) и рассмотрим две последовательные стадии решения ($\tilde{l} = l/R$):

$$\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 \leq \tilde{r} \leq \tilde{l}(\tilde{t}), \quad 0 < \tilde{t} \leq \tilde{t}_0 \\ \left[\frac{\tilde{r} - \tilde{l}(\tilde{t})}{1 - \tilde{l}(\tilde{t})} \right]^2 & \text{при } \tilde{l}(\tilde{t}) \leq \tilde{r} \leq 1, \quad 0 < \tilde{t} \leq \tilde{t}_0 \\ B(\tilde{t}) + [1 - B(\tilde{t})] \tilde{r}^2 & \text{при } 0 \leq \tilde{r} \leq 1, \quad \tilde{t} > \tilde{t}_0 \end{cases} \quad (4.2)$$

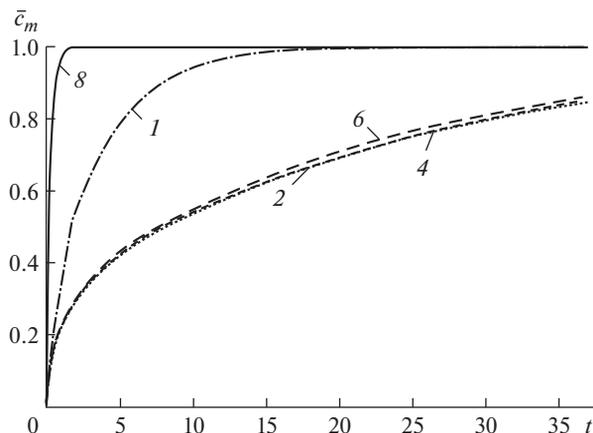


Рис. 4

Определим функции $\tilde{l}(\tilde{t})$ и $\bar{c}(0, \tilde{t}) = B(\tilde{t})$ из интегрального удовлетворения уравнения диффузии:

$$\int_0^1 \left[\frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{t}} - \frac{1}{\tilde{r}} \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{r}} \left(\tilde{r} \cdot \frac{\partial \bar{c}}{\partial \tilde{r}} \right) \right] \tilde{r} d\tilde{r} = 0 \quad (4.3)$$

Подставляя (4.2) в (4.3), определяем функции $\tilde{l}(\tilde{t})$ и $B(\tilde{t})$, а затем — концентрацию $\bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t})$. Система уравнений (4.2), (4.3) приводит к следующим зависимостям координаты диффузионного фронта \tilde{l} и концентрации в центре стержня B от времени \tilde{t} :

$$\tilde{t} = \frac{(1 - \tilde{l})(2 + \tilde{l})}{36}, \quad B(\tilde{t}) = 1 - \exp[-8(\tilde{t} - \tilde{t}_0)], \quad \tilde{t}_0 = \frac{1}{18}$$

Введем интегрально среднюю по поперечному сечению стержня концентрацию $\bar{c}_m(\tilde{t})$ и вычислим зависимость $\bar{c}_m(\tilde{t})$:

$$\bar{c}_m(\tilde{t}) = 2 \cdot \int_0^1 \bar{c}(\tilde{r}, \tilde{t}) \tilde{r} d\tilde{r} = \begin{cases} \frac{1}{6}(1 - \tilde{l})(3 + \tilde{l}) & \text{при } 0 \leq \tilde{t} \leq \frac{1}{18} \\ 1 - \frac{1}{2} \exp\left[-8\left(\tilde{t} - \frac{1}{18}\right)\right] & \text{при } \tilde{t} > \frac{1}{18} \end{cases} \quad (4.4)$$

5. Сравнение характеристик диффузионных процессов с различными формами поперечных сечений. Рассмотрим стержни с различными формами поперечных сечений с неизменной величиной площади этих сечений $F = 100 \text{ мм}^2$. В качестве примера рассмотрим стержни из $\alpha\text{-Fe}$ в водородной среде при температуре 500°C , в этом случае коэффициент диффузии в материале стержня равен $D = 1.02 \text{ мм}^2/\text{мин}$ [9]. В табл. 1 приведены результаты исследования длительной прочности 11 стержней различной формы поперечного сечения: $i = 1$ — круг радиуса R , $i = 2$ — квадрат со сторонами $10 \times 10 \text{ мм}^2$, $i = 3, 4, 5, 6, 7$ — прямоугольники со сторонами a и b при $\alpha = 0.9, 0.85, 0.8, 0.7, 0.6$ соответственно, $i = 8, 9, 10, 11$ — отрезки бесконечных полос толщиной $H = 2.0, 1.5, 1.0, 0.5 \text{ мм}$ и длиной F/H , т.е. при $\alpha = 0.04, 0.0225, 0.01, 0.0025$ соответственно. На рис. 4 приведены зависимости интегрально средней концентрации среды \bar{c}_m от времени t (мин) при $i = 1, 2, 4, 6, 8$.

Таблица 1

	Форма поперечного сечения	Размеры поперечного сечения мм	M мм	$1/M$ 1/мм	$t_0^* = 5$ мин	$t_0^* = 15$ мин	$t_0^* = 25$ мин
					t^* мин t^*/t_0^*	t^* мин t^*/t_0^*	t^* мин t^*/t_0^*
1	Круг	$R = 5.642$	35.449	0.0282	1.171 0.234	2.619 0.175	3.760 0.150
2	Квадрат $\alpha = 1$	$a = 10$ $b = 10$	40.0	0.0250	1.494	3.773	5.805
3	$\alpha = 0.90$	$a = 10.541$ $b = 9.487$	40.056	0.02496	1.454	3.606	5527
4	$\alpha = 0.85$	$a = 10.846$ $b = 9.220$	40.132		1.396	3.458	5.280
5	$\alpha = 0.80$	$a = 11.180$ $b = 8.944$	40.250	0.02484	1.370	3.383	5.155
6	$\alpha = 0.70$	$a = 11.952$ $b = 8.367$	40.638	0.02461	1.344	3.308	5.030
7	$\alpha = 0.60$	$a = 12.910$ $b = 7.746$	41.312	0.02421	1.292	3.158	4.780
8	$\alpha = 0.04$	$a = 50$ $b = 2$	104	0.009615	1.051	2.080	2.740
9	$\alpha = 0.0225$	$a = 66.667$ $b = 1.5$	136.333	0.007335	1.042	2.038	2.635
10	$\alpha = 0.01$	$a = 100$ $b = 1$	202	0.00495	1.034	1.997	2.531
11	$\alpha = 0.0025$	$a = 200$ $b = 0.5$	401	0.00249	0.950	1.903	2.430
					0.190	0.127	0.097

Из рис. 4 следует, что среди стержней с рассмотренными формами поперечных сечений при соблюдении равенства площадей поперечного сечения диффузионный процесс развивается быстрее всего в самом тонком стержне (при $H = 0.5$ мм). Под M в табл. 1 понимаются длины контуров соответствующих сечений.

6. Длительная прочность растягиваемых стержней в агрессивной среде. Рассмотрим кинетическое уравнение, в котором скорость накопления поврежденности зависит от растягивающего напряжения σ_0 (принимаяющего одно и то же значение во всех рассмотренных стержнях) и интегрально среднего уровня концентрации агрессивной среды \bar{c}_m в следующем виде [10]:

$$\frac{d\omega}{dt} = A \left(\frac{\sigma_0}{1 - \omega(t)} \right)^n f(\bar{c}_m(t)), \quad \omega(0) = 0, \quad \omega(t^*) = 1 \quad (6.1)$$

t^* – время до разрушения стержня, зависимости $f(\bar{c}_m)$ – возрастающая функция, удовлетворяющая равенству $f(0) = 1$. Интегрируя (6.1), можно получить связь времени

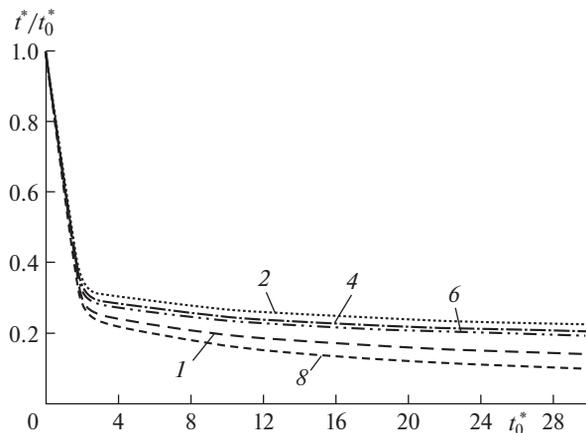


Рис. 5

до разрушения при отсутствии и при наличии агрессивной среды (t_0^* и t^* соответственно):

$$t_0^* = [(n+1)A\sigma_0^n]^{-1} = \int_0^{t^*} f(\bar{c}_m(t)) dt \quad (6.2)$$

В случае зависимости $f(\bar{c}_m)$ с одной материальной константой можно рассматривать линейную функцию [11]:

$$f(\bar{c}_m) = 1 + k\bar{c}_m \quad k = 9.5 \quad (6.3)$$

Подставляя полученные ранее зависимости $\bar{c}_m(t)$ в (6.3), а затем в (6.2), получаем времена до разрушения стержней различной формы в агрессивной среде. Из рис. 5 следует, что среди рассматриваемых форм поперечного сечения стержней минимальное время до разрушения соответствует стержню прямоугольного сечения с самым малым из рассмотренных значением толщины.

В табл. 1 приведены значения времен t^* (полученных с помощью (2.10), (3.7) и (4.4)) и отношений t^*/t_0^* для всех рассмотренных форм поперечного сечения при трех значениях t_0^* (5, 15 и 25 мин). Из табл. 1 следует, что в прямоугольниках независимо от величины t_0^* большему значению M соответствует меньшее значение t^* . Это означает, что увеличение длины контура поперечного сечения прямоугольника M приводит к уменьшению времени до разрушения t^* соответствующего стержня. Это естественно, так как при увеличении значения M возрастает область, подвергающаяся воздействию агрессивной среды. На рис. 5 приведены зависимости t^*/t_0^* от t_0^* при нескольких формах поперечного сечения ($i = 1, 2, 4, 6, 8$).

Представляет интерес сравнить времена до разрушения стержней квадратного и круглого сечений при условии равенства их площадей и уровней растягивающего напряжения. Вычисления показывают (см. таблицу 1), что время до разрушения стержня квадратного сечения t^* больше значения t^* стержня круглого сечения в рассматриваемом диапазоне изменения t_0^* на 28–54%.

Все предыдущие результаты были получены с учетом приближенного решения уравнения диффузии.

Дополнительно было проведено сравнение отношений времен до разрушения стержней круглого и квадратного поперечных сечений при условии равенства их площадей с использованием точного и приближенного решений уравнения диффузии соответственно для каждой из упомянутых форм поперечного сечения.

Ранее было показано, что при учете использования приближенного решения соответствующие времена до разрушения для стержней квадратного поперечного сечения превышают времена до разрушения стержней круглого поперечного сечения. Этот качественный результат подтверждается при использовании точного решения уравнения диффузии.

Заключение. Исследуется зависимость времени до разрушения стержней, растягиваемых при ползучести в агрессивной среде, от формы их одноосного поперечного сечения. С помощью приближенного решения уравнения диффузии определяются характеристики диффузионного процесса в стержнях с различными формами поперечного сечения (круг, квадрат и прямоугольники с различным соотношением сторон). Для определения влияния агрессивной среды на длительную прочность растягиваемых стержней используется вариант кинетической теории Ю.Н. Работнова. Вычисления показывают, что наименьшее время до разрушения реализуется в прямоугольных стержнях с минимальной толщиной. Показано, что среди сечений в виде прямоугольников с различными комбинациями сторон время до разрушения стержней убывает при возрастании величины периметра поперечного сечения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-19-00062, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Локощенко А.М., Фомин Л.В. Влияние формы поперечного сечения растягиваемых стержней на длительную прочность в присутствии агрессивной окружающей среды // ПМТФ. 2016. С. 35–44.
2. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах (обзор) // Физико-химическая механика материалов. 2001. № 4. С. 27–41.
3. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. М.: Изд-во Московского университета, 2000. 178 с.
4. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит, 2016. 504 с. (Перевод: Lokoshchenko A.M. Creep and long-term strength of metals. CISP. CRC Press. Taylor & Francis Group. Boca. Raton. London. New York. 2018. 545 p.).
5. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. М.: ГИТТЛ, 1956. 684 с.
6. Кулагин Д.А., Локощенко А.М. Анализ влияния окружающей среды на длительную прочность с помощью вероятностного подхода // Известия РАН. Механика твердого тела. 2001. № 1. С. 124–133.
7. Кулагин Д.А. Метод приближенного решения двумерного уравнения диффузии // Научн. тр. III Международного семинара “Современные проблемы прочности” (20–24.IX.1999. Старая Русса). НовГУ. Великий Новгород. 1999. Т. 2. С. 114–117.
8. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1968. 112 с.
9. Гельд П.В., Рябов Р.А. Водород в металлах и сплавах. М.: Металлургия, 1974. 364 с.
10. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
11. Фомин Л.В. Описание длительной прочности растягиваемых стержней прямоугольного и круглого поперечных сечений в высокотемпературной воздушной среде // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. физ.-мат. науки. 2013. № 3(32). С. 87–97.