

ВОЗДЕЙСТВИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА НА ФОРМИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПРОЦЕССА.

1. КОЭФФИЦИЕНТ ХАОТИЧНОСТИ

© 2023 г. И. В. Лебедь*

Институт прикладной механики Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: lebed-ivl@yandex.ru

Поступила в редакцию 30.08.2022;

после доработки 06.10.2022;

принята в печать 20.10.2022

Уравнения многомоментной гидродинамики, дополненные стохастическими составляющими, используются для изучения хаотического искажения регулярного течения в следе за сферой. Исследуется взаимное влияние на этот процесс числа Рейнольдса и интенсивности малых неупорядоченных возмущений в набегающем потоке, характеризуемой коэффициентом турбулентности. Расчеты показали, что турбулентная картина течения образуется за счет непомерного роста неупорядоченных возмущений в неустойчивой зоне закручивания в ближнем следе за сферой. Переход от ламинарного движения к турбулентному обладает значительной протяженностью на шкале числа Рейнольдса. Коэффициент турбулентности является ключевым фактором, влияющим на формирование турбулентной картины течения. Низкие значения коэффициента турбулентности способны заблокировать возникновение турбулентности даже при сколь угодно высоких значениях числа Рейнольдса. Напротив, высокие значения коэффициента турбулентности способны инициировать турбулентность даже при невысоких значениях числа Рейнольдса. Интерпретация степени развития турбулентности проводится в терминах коэффициентов хаотичности, зависящих от числа Рейнольдса и коэффициента турбулентности. Ранее сформулированное представление о природе турбулентности нашло свое подтверждение. Регулярная составляющая турбулентности образуется в результате неустойчивого движения когерентных структур. Непомерно разрастающиеся неупорядоченные возмущения образуют хаотическую составляющую турбулентности.

Ключевые слова: многомоментная гидродинамика, коэффициент турбулентности, хаотическое искажение.

DOI: 10.31857/S0207401X23090054, **EDN:** TJIPYI

ВВЕДЕНИЕ

Поиск возможности интерпретации турбулентности берет свое начало во времена создания уравнений классической гидродинамики. Усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)), отображающие полуэмпирический детерминистический подход к расчету турбулентности, выведены в те же далекие времена. Эти уравнения и их современная модификация в виде моделирования крупных вихрей (Large Eddy Simulation (LES)) решаются вплоть до настоящего времени, несмотря на значительные количественные и качественные расхождения с данными эксперимента [1, 2]. В каждом конкретном случае необходимым условием корректности приближенных полуэмпирических методов является совпадение результатов RANS- и LES-расчетов с результатами прямого численного интегрирования уравнений Навье–Стокса. Прямое численное интегрирование — наи-

более точный способ моделирования наблюдаемых явлений, простых и сложных. Расхождение результатов прямого численного интегрирования уравнений Навье–Стокса с экспериментом делает совершенно бессмысленными попытки воспроизвести этот эксперимент в рамках приближенных методов RANS и LES.

Простейшая задача гидродинамики, задача обтекания твердой сферы, является хорошим объектом для проверки корректности различных уравнений гидродинамики и различных методов их решения при умеренно высоких и высоких значениях числа Рейнольдса Re . Прямое численное интегрирование уравнений Навье–Стокса позволяет успешно воспроизвести все устойчивые регулярные течения вокруг сферы, однако оно не в состоянии воспроизвести ни одного из наблюдаемых неустойчивых регулярных режимов. Расчеты показали, что поведение решений

уравнений Навье–Стокса строго следует сценарию Ландау–Хопфа [3].

Уравнения многомоментной гидродинамики позволяют сделать следующий шаг на пути продвижения по шкале Рейнольдса. Решения уравнений многомоментной гидродинамики удовлетворительно воспроизводят наблюдаемые неустойчивые регулярные течения, последовательно возникающие после того, как основное течение теряет свою устойчивость (периодические пульсации зоны закручивания и два режима вихревого испускания) [4].

Сравнение результатов прямого численного интегрирования уравнений Навье–Стокса и уравнений многомоментной гидродинамики с наблюдаемой турбулентностью в задаче обтекания сферы привело к следующему выводу. Детерминистические решения этих уравнений совершенно безперспективны для интерпретации хаотического турбулентного режима [5]. Этот вывод и есть причина интереса к исследованию влияния стохастических факторов на возникновение и развитие турбулентности.

В результате многолетних наблюдений за различными турбулентными процессами установлено, что турбулентные картины течения изобилуют наличием крупных вихрей (когерентных структур) [6]. Эти картины течения породили представление о том, что движение огромного количества регулярных когерентных структур следует отождествлять с турбулентностью [7]. Решения детерминистических уравнений классической гидродинамики позволяют успешно справиться с воспроизведением устойчивого движения регулярных когерентных структур, а решения уравнений многомоментной гидродинамики — с воспроизведением неустойчивого движения. Способность решений детерминистических уравнений к воспроизведению движения регулярных когерентных структур позволяет надеяться на способность решений этих уравнений к воспроизведению турбулентности. Несостоятельность детерминистических уравнений (уравнений классической и многомоментной гидродинамики), проявляющаяся при попытке воспроизведения турбулентности в простейшей задаче гидродинамики, задаче обтекания сферы, развеивает эту надежду.

В работах [5, 8, 9] предложено искать возможность приведения детерминистических уравнений к пригодному для интерпретации турбулентности виду на пути включения в эти уравнения стохастических составляющих, поэтому эти уравнения дополняются стохастическими членами. Статистические характеристики стохастических составляющих коррелируют с характеристиками неупорядоченных возмущений, возникающих в набегающем на неподвижную сферу потоке за счет внешнего воздействия. Исследование показало,

что при определенных условиях интенсивность неупорядоченных возмущений резко возрастает. Резкий рост создает хаотическую картину течения в следе за сферой [5, 8, 9]. Сценарий возникновения и развития турбулентности, которому следует поведение решений уравнений многомоментной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими, качественно отличается от классического сценария Ландау–Хопфа.

Данные экспериментов, выполненных при умеренно высоком отклонении состояния среды от состояния статистического равновесия, показывают, что интенсивность возмущений набегающего потока, характеризующая коэффициентом турбулентности, является одним из ключевых факторов, влияющих на формирование турбулентной картины течения в следе за сферой. Напротив, результаты линейного анализа и прямого численного интегрирования уравнений Навье–Стокса показывают, что коэффициент турбулентности не оказывает заметного воздействия на переход от ламинарной картины течения к турбулентной. Существенное влияние интенсивности возмущений набегающего потока на формирование турбулентной картины течения обнаружено при интегрировании детерминистических уравнений многомоментной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими [5, 8, 9].

С давних времен известно, что число Re является показателем перехода от ламинарной картины течения к турбулентной. Число Рейнольдса характеризует степень отклонения состояния среды от состояния статистического равновесия. Данные экспериментов показывают, что переход ламинарного движения в турбулентное начинается после достижения некоторого критического значения Re . Более того, критическое значение числа Рейнольдса очень сильно зависит от интенсивности возмущений набегающего потока. В свою очередь, наблюдаемое воздействие коэффициента турбулентности на формирование турбулентной картины течения очень сильно зависит от числа Re . Таким образом, при интерпретации возникновения и дальнейшего развития турбулентности необходимо учитывать взаимное влияние этих двух факторов. Проблема взаимного влияния ключевых факторов осталась за рамками исследований [5, 8, 9]. Эта проблема решается в настоящем исследовании. Изучается зависимость степени воздействия коэффициента турбулентности на формирование турбулентной картины течения от числа Рейнольдса. Исследование осуществляется посредством численного интегрирования детерминистических уравнений многомоментной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими.

В разд. 1 кратко описан способ введения стохастических составляющих, ответственных за не-

упорядоченные возмущения, в детерминистические уравнения многомоментной гидродинамики. Представлены результаты численного исследования взаимного влияния коэффициента турбулентности и числа Рейнольдса на переход от ламинарного неустойчивого течения вокруг сферы к турбулентному. В разд. 2 проводится сравнение результатов расчетов, выполненных в рамках существующих подходов, с данными эксперимента.

1. ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТУРБУЛЕНТНОСТИ В НЕУСТОЙЧИВОМ РЕЖИМЕ ОБТЕКАНИЯ

Уравнения многомоментной гидродинамики [10, 11] используются для воспроизведения регулярных режимов обтекания сферы. Спектральный метод решения уравнений многомоментной гидродинамики приводит к замкнутой нелинейной системе, состоящей из n дифференциальных уравнений 1-го порядка для безразмерных коэффициентов $\hat{C}_i(t)$, которые зависят от времени t [12]:

$$\frac{\partial \hat{C}_i}{\partial t} = F_i(\hat{C}_1, \dots, \hat{C}_n), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Решение $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, нелинейной системы (1), состоящей из 20 уравнений, описывает первый неустойчивый режим: периодические пульсации зоны закручивания в следе за сферой — $\mathbf{V}_0^{exp}(t, \mathbf{x})$. Здесь $\hat{C}_i^{(0)}$ есть стационарная составляющая этого решения, $\delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$ — регулярная флуктуация стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$. Решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, дает возможность рассчитать распределения всех гидродинамических величин. Коэффициент $\hat{C}_{20}^{(0)}(t)$ несет ответственность за осесимметричное распределение скорости течения [12].

В работе [5] детерминистические уравнения для регулярных коэффициентов $\hat{C}_i(t)$ дополнены членами, ответственными за эволюцию стохастических отклонений. Стохастические отклонения отождествлены с неупорядоченными возмущениями, появляющимися в каждой точке $\mathbf{x} = \mathbf{x}(x, y, z)$ среды за счет внешнего воздействия. Неупорядоченные возмущения возникают в экспериментальных установках, на промышленных предприятиях, в окружающей среде. Само оборудование промышленных и экспериментальных установок неизбежно вносит неупорядоченные возмущения. Неупорядоченные возмущения могут содержаться в резервуарах со средой, создающих течение в установке. Они могут быть внесены искусственно по воле экспериментатора. Шероховатость поверхности сферы также является источником неупорядоченных возмущений [3].

Флуктуация детерминистического коэффициента $\hat{C}_{20}^{(0)}$ представлена в виде линейной комбинации двух независимых составляющих:

$$\begin{aligned} \hat{C}_{20,i}^{(0)}(t, \mathbf{x}) &= \hat{C}_{20}^{(0)}(t) + \delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \\ \delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x}) &= \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t) + \delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x}). \end{aligned} \quad (2)$$

В этом уравнении $\delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ является неупорядоченным возмущением стационарного решения $\hat{C}_{20}^{(0)}$, отвечающим i -компоненте скорости течения, $i = x, y, z$. Неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ отвечает модулю скорости течения.

Стохастические отклонения $\delta \hat{C}_i^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ остальных детерминистических коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 19$, ищутся по аналогии со стохастическим отклонением коэффициента $\hat{C}_{20}^{(0)}$. Подстановка выражений для гидродинамических величин, учитывающих вклад неупорядоченных возмущений, в уравнение сохранения импульса (см. [13, Гл. 5]) приводит к линейному дифференциальному уравнению для коэффициентов $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t)$ и $\delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ [5].

Интенсивность неупорядоченных возмущений набегающего потока характеризуется коэффициентом турбулентности $\bar{K}_d$. Коэффициент есть отношение характерной, средней во времени и в пространстве, величины модуля неупорядоченного возмущения скорости набегающего потока, $\Delta \bar{U}_0^{(d)}$, к самой скорости течения перед сферой, U_0 : $\bar{K}_d = \Delta \bar{U}_0^{(d)} / U_0 \ll 1$. В следе за сферой неупорядоченные возмущения скорости течения $\Delta \bar{U}_0^{(d)}$ могут быть проинтерпретированы посредством введения модуля неупорядоченного возмущения коэффициента $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$: $\Delta \bar{U}_0^{(d)} = U_0 \operatorname{Re} \delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$ и $\bar{K}_d = \operatorname{Re} \delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$ [5].

Численное решение уравнения сохранения импульса позволяет провести исследование поведения во времени неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ в разных точках $\mathbf{x}$ неустойчивой зоны закручивания, т.е. при $\operatorname{Re} \geq \operatorname{Re}_0^*$ (в расчете используется критическое значение числа Рейнольдса $\operatorname{Re}_0^* = 129.1$). При расчете пространство в следе за сферой разделяется на элементарные ячейки с характерным линейным размером $\delta l \ll a$. Подробности расчета приведены в работе [5].

На рис. 1 представлены картины течения в неустойчивой зоне закручивания, прочерченные материальными линиями. Рисунок 1а дает рассчитанную для $\bar{K}_d = 0.03\%$ при $\operatorname{Re} = 300$ картину течения, которая крайне слабо отличается от ре-

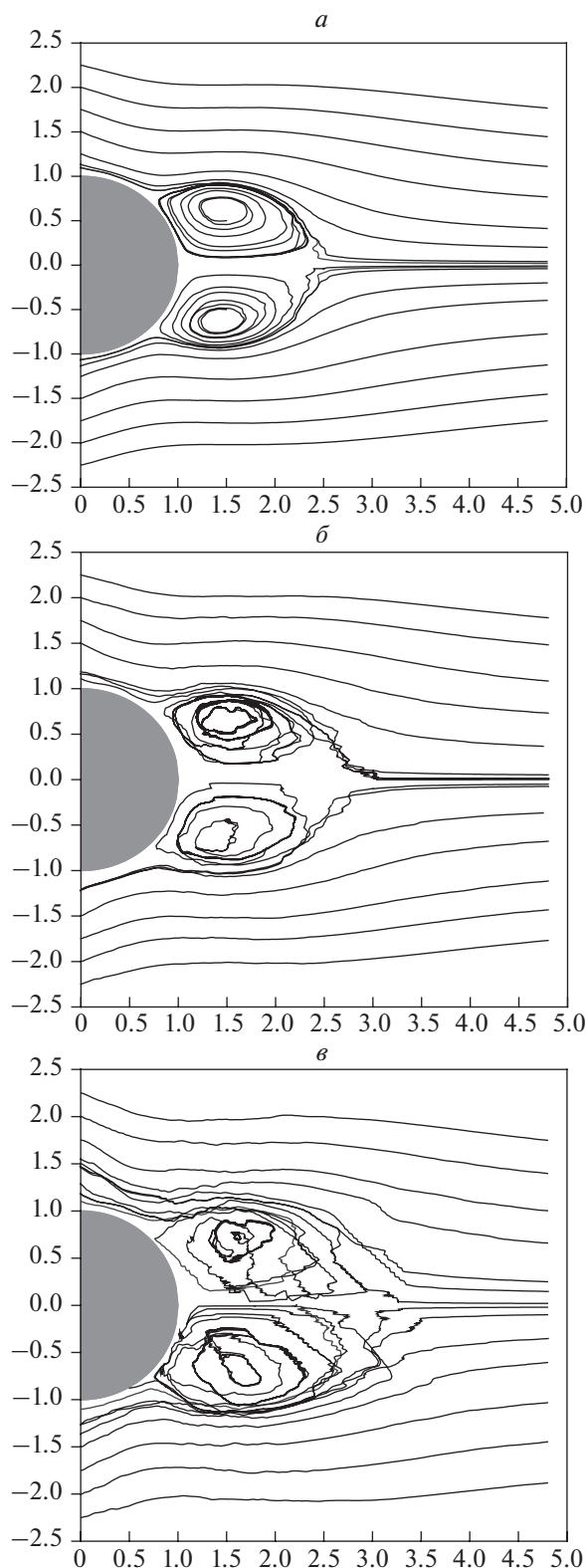


Рис. 1. Воздействие неупорядоченных возмущений на картину течения в ближнем следе за сферой: *а* – $Re = 300$, $\bar{K}_d = 0.03\%$; *б* – $Re = 400$, $\bar{K}_d = 0.4\%$; *в* – $Re = 500$, $\bar{K}_d = 2\%$.

гулярной картины. Назовем такое искажение слабо выраженным. Нарастание искажения регулярной картины течения имеет место при повышении $\bar{K}_d$ и Re . Назовем искажение регулярной картины течения в ближнем следе за сферой, представленное на рис. 1б для $\bar{K}_d = 0.4\%$ при $Re = 400$, заметным искажением. На рис. 1в представлено искажение регулярной картины течения, рассчитанное для $\bar{K}_d = 2\%$ при $Re = 500$. Назовем такое искажение сильно выраженным. Сильно выраженное искажение создает ярко выраженную турбулентную картину течения. Дальнейшее увеличение значений $\bar{K}_d$ и Re ведет систему в направлении развитой турбулентности.

Расчеты показали, что характерная величина модуля локального неупорядоченного возмущения скорости течения в следе за сферой, $\Delta U_0^{(d)}$, несет ответственность за искажение регулярной картины течения, $\Delta U_0^{(d)} = U_0 Re \delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$ [5]. В соответствии с уравнением (1) неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}$ накладывается на регулярную флуктуацию $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t)$. Таким образом, интерпретация искажения регулярной картины течения будет проведена в терминах абсолютной величины расхождения суммарного вклада регулярных флуктуаций и неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ в разных ячейках следа за сферой, т.е. при разных $\mathbf{x}$. Поэтому коэффициент $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ становится тем фактором, который будет характеризовать переход ламинарного движения в турбулентное. Представим коэффициент $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ в виде

$$\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x}) = \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t = 0) + \Delta \delta \hat{C}_{20,i(n)}^{rd(0)}(t). \quad (3)$$

В этом уравнении номер ячейки n определяет ее место в пространстве: $n = n(\mathbf{x})$; $\Delta \delta \hat{C}_{20,i(n)}^{rd(0)}(t)$ есть отклонение коэффициента $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ от некоторого среднего для всех точек $\mathbf{x}$ значения, отождествляемого с регулярной флуктуацией $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t)$ в момент времени $t = 0$.

Выберем среднее квадратичное отклонение

$$\left\{ \left\langle \left(\Delta \delta \hat{C}_{20,i(n)}^{rd(0)}(t) \right)^2 \right\rangle \right\}^{1/2}$$

в качестве меры интенсивности расхождения коэффициентов $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ в разных точках $\mathbf{x}$. Просуммируем квадрат отклонения по всем ячейкам следа за сферой:

$$\left\langle \left(\Delta \delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t) \right)^2 \right\rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \left(\Delta \delta \hat{C}_{20,i(n)}^{rd(0)}(t) \right)^2. \quad (4)$$

В уравнении (4) N задает количество ячеек в следе за сферой. Тогда отношение

$$Q_{rd}^{(1)} = \frac{\left\langle \left(\Delta \delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t) \right)^2 \right\rangle^{1/2}}{\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t=0)} \quad (5)$$

станет относительным средним квадратичным отклонением от среднего значения $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t=0)$.

Наряду с коэффициентом хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ определим коэффициент хаотичности

$$Q_{rd}^{(2)} = \text{Re} \left\langle \left(\Delta \delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t) \right)^2 \right\rangle^{1/2}, \quad (6)$$

который отождествляется с абсолютным средним квадратичным отклонением от среднего значения $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t=0)$.

На рис. 2а и рис. 3а представлена зависимость соответственно коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ (уравнение (5)) и $Q_{rd}^{(2)}$ (уравнение (6)) от коэффициента турбулентности $\bar{K}_d$ при фиксированном значении числа Re. Расчеты показали, что увеличение интенсивности неупорядоченных возмущений в набегающем потоке (увеличение $\bar{K}_d$) сопровождается ростом как коэффициента $Q_{rd}^{(1)}$, так и $Q_{rd}^{(2)}$. Более высокое значение Re при фиксированном значении $\bar{K}_d$ обеспечивает более высокое значение как коэффициента $Q_{rd}^{(1)}$, так и $Q_{rd}^{(2)}$. На рис. 2б и рис. 3б представлены зависимости соответственно коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ от числа Re при фиксированном значении $\bar{K}_d$. Расчеты показали, что увеличение Re сопровождается ростом как коэффициента $Q_{rd}^{(1)}$, так и $Q_{rd}^{(2)}$. Более высокое значение $\bar{K}_d$ при фиксированном значении Re обеспечивает более высокие значения коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$.

Рост величины коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ сопровождается нарастанием искажения регулярной картины течения. Расчеты показали, что заметные искажения регулярной картины течения имеют место при значениях коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$, превышающих 20%. Заметные искажения проявляются при значениях коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(2)}$, превышающих 10%. Сильное искажение регулярной картины течения, создающее ярко выраженную турбулентную картину, имеют место при значениях коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$, превышающих 100%. Сильные искажения проявляются при значениях

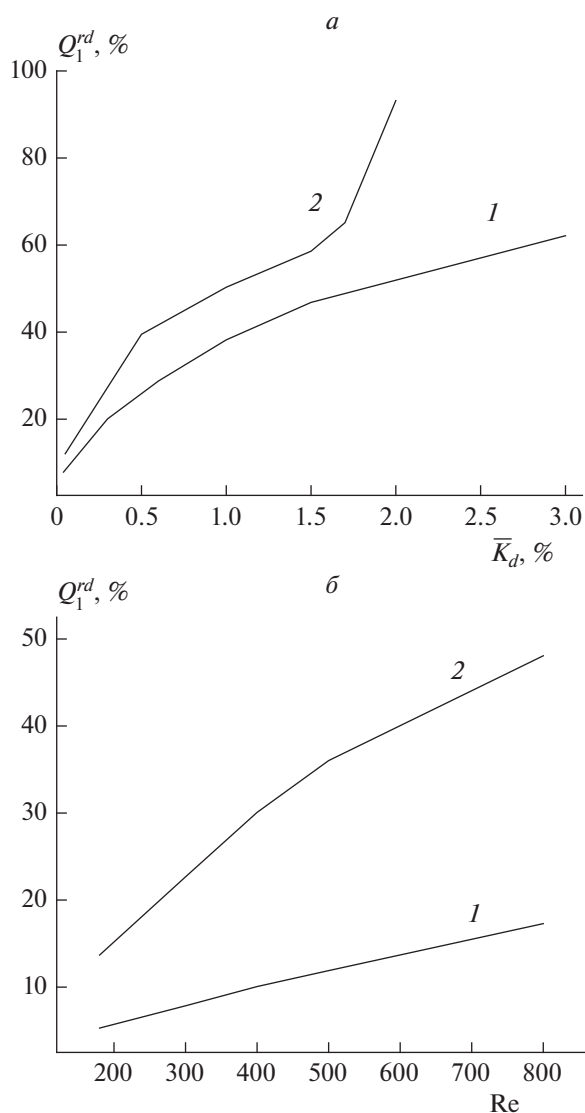


Рис. 2. Поведение коэффициента хаотичности Q_1^{rd} : а – зависимость Q_1^{rd} от $\bar{K}_d$, кривая 1 рассчитана при $Re = 300$, кривая 2 – при $Re = 500$; б – зависимость Q_1^{rd} от Re , кривая 1 рассчитана при $\bar{K}_d = 0.04\%$, кривая 2 – при $\bar{K}_d = 0.4\%$.

коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(2)}$, превышающих 50%. Дальнейший рост значений $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ способствует достижению развитой турбулентности. Увеличение Re при достаточно низком значении коэффициента $\bar{K}_d$ не позволяет привести к заметным искажениям регулярной картины течения (см. рис. 2б и 3б). Напротив, заметные искажения регулярной картины течения достигаются в результате роста коэффициента $\bar{K}_d$ даже при относительно низких значениях Re (см. рис. 2а и 3а).

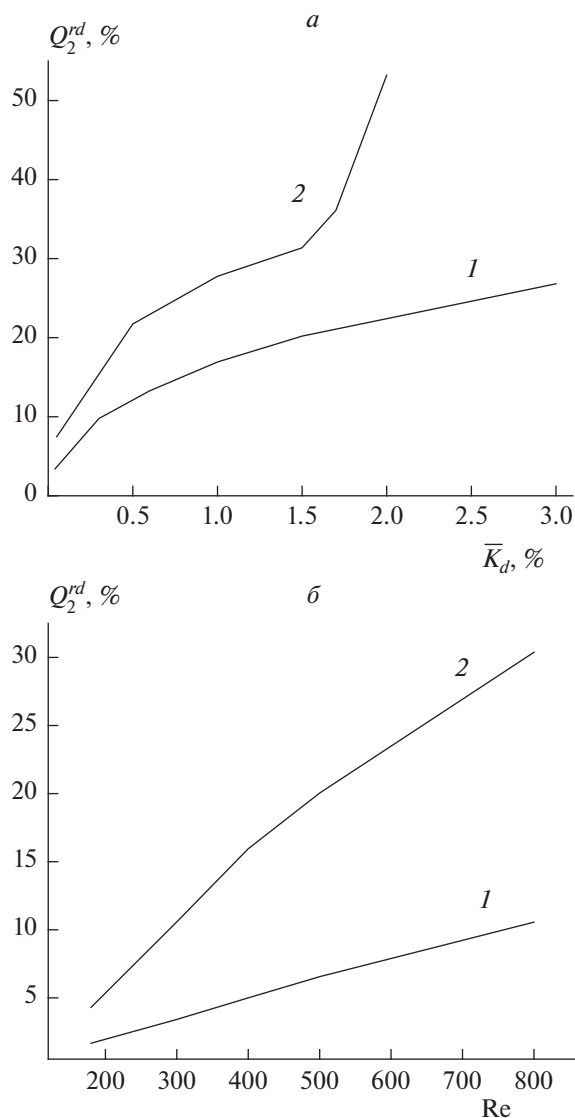


Рис. 3. Поведение коэффициента хаотичности Q_2^{rd} : а – зависимость Q_2^{rd} от $\bar{K}_d$, кривая 1 рассчитана при $Re = 300$, кривая 2 – при $Re = 500$; б – зависимость Q_2^{rd} от Re , кривая 1 рассчитана при $\bar{K}_d = 0.04\%$, кривая 2 – при $\bar{K}_d = 0.4\%$.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В эксперименте регистрируются три устойчивых состояния среды при обтекании твердой сферы: осесимметричное течение $U_0^{exp}(\mathbf{x})$, неосесимметричное течение $U_1^{exp}(\mathbf{x})$ и течение центрального типа $U_2^{exp}(t, \mathbf{x})$. По мере роста числа Re каждое из этих течений развивается в своем собственном, отличном от других направлении [3].

Основное течение $U_0^{exp}(\mathbf{x})$ теряет устойчивость после достижения первого критического значения

числа Рейнольдса, Re_0^* . При $Re > Re_0^*$ тороидальная зона закручивания в ближнем следе за сферой начинает периодически пульсировать. Пульсирующее течение $V_0^{exp}(t, \mathbf{x})$ сохраняет свою осесимметричную тороидальную форму.

Достижение второго критического значения:

$Re_0^{**} > Re_0^*$, сопровождается возникновением вихревого испускания. Периферия зоны закручивания периодически отделяется от ее ядра и устремляется вниз по потоку в виде вихревого кольца. В дальнем следе за сферой в эксперименте регистрируются разделенные значительными промежутками вихревые кольца, которые перемещаются по спиральной траектории $W_0^{exp}(t, \mathbf{x})$. Вихревые кольца испускаются с частотой, которая равна частоте спирального вращения течения в дальнем следе.

Изменение режима вихревого испускания возникает после достижения третьего критического значения числа Рейнольдса, Re_0^{***} . Начиная с Re_0^{***} , частота вихревого испускания резко возрастает по мере увеличения Re . В то же самое время рост Re не приводит к заметному изменению частоты спирального вращения течения в следе за сферой. Вихревые кольца сливаются друг с другом за счет возрастания частоты вихревого испускания, т.е. промежутки между вихревыми кольцами исчезают. В дальнем следе за сферой в эксперименте регистрируется непрерывная спиралеобразная вихревая пелена $Q_0^{exp}(t, \mathbf{x})$. На двух других направлениях развития турбулентности регистрируются еще четыре различных режима периодического вихревого испускания [3].

Экспериментальное исследование вихревого испускания проводится в стационарных граничных условиях.

Тем не менее при $Re \geq Re_0^*$ наблюдаемые картины течения изменяются во времени. Эта зависимость от времени становится причиной интерпретации наблюдаемого явления периодического вихревого испускания в терминах неустойчивых процессов. Эксперимент трактует это явление как неустойчивость Кельвина–Гельмгольца [14]. Таким образом, по мере роста Re один неустойчивый режим сменяется другим режимом, также неустойчивым. Потеряв устойчивость после достижения первого критического значения

числа Re_0^* , система далее продолжает оставаться в неустойчивом состоянии [3].

Решения детерминистических уравнений многомоментной гидродинамики удовлетворительно воспроизводят как осесимметричную тороидальную зону закручивания в следе за сферой, $U_0^{exp}(\mathbf{x})$,

так и неустойчивые режимы $V_0^{exp}(t, \mathbf{x})$, $W_0^{exp}(t, \mathbf{x})$ и $Q_0^{exp}(t, \mathbf{x})$, последовательно возникающие после потери устойчивости $U_0^{exp}(\mathbf{x})$ [4]. Однако рост Re не сопровождается нарушением регулярности этих решений. Таким образом, решения уравнений многомоментной гидродинамики также не позволяют воспроизвести турбулентную картину течения. Это стало причиной введения в детерминистические уравнения стохастических составляющих, а именно составляющих, ответственных за неупорядоченные возмущения.

В экспериментах по обтеканию сферы интенсивность малых неупорядоченных возмущений в набегающем потоке, характеризуемая коэффициентом турбулентности $\bar{K}_d$, не превышает десятых долей процента. То есть интенсивность этих возмущений значительно меньше некоторого среднего для всех точек $\mathbf{x}$ значения, отождествляемого с абсолютной величиной регулярной флуктуации $\delta \hat{C}_{20}^{(0)}(t=0)$. Проведенное исследование показало, что интенсивность неупорядоченных возмущений в зоне закручивания приблизительно совпадает по абсолютной величине с $\delta \hat{C}_{20}^{(0)}(t=0)$ в случае заметного искажения регулярной картины течения (см. рис. 5 из [5]). Для ярко выраженной турбулентности интенсивность неупорядоченных возмущений в зоне закручивания в несколько раз превосходит абсолютную величину $\delta \hat{C}_{20}^{(0)}(t=0)$. Для интерпретации турбулентности в терминах неупорядоченных возмущений необходимо понимание причин роста их интенсивности в турбулентном следе за сферой.

Численное решение уравнений многомерной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими, позволило подробно описать эти причины [5, 8, 9]. При докритических значениях $Re < Re_0^*$ решение системы уравнений многомоментной гидродинамики стационарно и устойчиво. Неупорядоченные возмущения, возникающие в течении перед сферой, затухают на некотором масштабе, значительно меньшем масштаба изменения гидродинамических величин. Качественно иной порядок имеет место после достижения критического значения Re_0^* . Независимость в поведении неупорядоченных возмущений исчезает. В зоне закручивания уравнение сохранения импульса вынуждает неупорядоченные возмущения подстраивать свое поведение во времени и в пространстве под поведение гидродинамических величин. Отрицательно определенные неупорядоченные возмущения по-прежнему затухают, в то время как положительно определенные — нарастают. Это различие в поведении и неравномерность возникновения положительно и отрицательно опреде-

ленных неупорядоченных возмущений приводят к накоплению возмущений в зоне закручивания.

Накопление неупорядоченных возмущений, в свою очередь, приводит к качественному изменению регулярной картины течения в следе за сферой. Перемещаясь по материальной линии, жидкая частица испытывает хаотические изменения как направления своего движения, так и модуля скорости движения. В отличие от регулярных материальных линий искаженные материальные линии хаотически пересекаются в зоне закручивания. Форма последних хаотически изменяется. Хаотическое движение жидкой частицы по искаженным неупорядоченными возмущениями пересекающимся материальным линиям создает турбулентную картину течения в зоне закручивания (см. рис. 1).

Исследования, проведенные в работах [15, 16], показали, что постоянно присутствующие в реальной физической системе спонтанные флуктуации не в состоянии исказить ламинарную картину течения, потерявшего устойчивость. Таким образом, ответственность за возникновение и развитие турбулентности полностью ложится на неупорядоченные возмущения, возникающие в среде за счет внешнего воздействия.

Интерпретации роста интенсивности неупорядоченных возмущений проводится в терминах коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$. Коэффициенты $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ определены в разд. 1. Их расчет проводится путем суммирования абсолютной величины расхождения суммарного вклада регулярных флуктуаций и неупорядоченных возмущений, $\delta \hat{C}_{20,i}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$, в разных точках $\mathbf{x}$ следа за сферой. Коэффициенты $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ являются количественной характеристикой относительного и абсолютного средних квадратичных отклонений локальной скорости течения от ее регулярного значения. Рисунки 2б и 3б демонстрируют, что рост коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ достигается за счет увеличения Re при фиксированном значении $\bar{K}_d$. Из рис. 2б и 3б следует, что при умеренно высоких и высоких значениях коэффициента турбулентности $\bar{K}_d$ рост коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ при росте Re обеспечивается за счет постепенного перехода от слабо выраженного искажения регулярной картины течения (рис. 1а) к ярко выраженной турбулентной картине (рис. 1б). Такой сценарий возникновения и развития турбулентности удовлетворительно согласуется с наблюдаемой картиной течения в следе за сферой [17]. Постепенный переход от ламинарного движения к турбулентному наблюдается не только в следе за сферой, но и в других экспериментах. Одним из ярких примеров постепенного перехода является течение в сдвиговом слое за цилиндром с параболоидным носиком [18].

Рисунки 2б и 3б показывают, что при достаточно низких значениях $\bar{K}_d$ рост Re не дает возможности коэффициентам хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ достичь величин, обеспечивающих появления заметных искажений регулярной картины течения. Такое поведение коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ согласуется с данными эксперимента. Эксперимент регистрирует строго регулярную картину течения во всем исследуемом диапазоне значений Re (вплоть до $Re = 30000$ при движении твердой сферы в среде, находящейся в состоянии статистического равновесия [14]).

Рисунки 2а и 3а демонстрируют, что рост коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ достигается за счет увеличения $\bar{K}_d$ при фиксированном значении Re. Из этих рисунков следует, что высокие значения коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ обеспечивают достижение заметных искажений регулярной картины течения даже при относительно низких значениях Re.

Перестроение регулярных течений, устойчивых или неустойчивых, происходит после достижения критических значений числа Рейнольдса. На шкале значений Re это перестроение происходит мгновенно [4]. В отличие от перестроений регулярного течения, перестроение ламинарного течения в турбулентное обладает значительной протяженностью на шкале Re. При низких значениях коэффициентов хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ регулярные картины течения содержат элементы хаотичности, не поддающиеся визуальному наблюдению.

Рост коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ сопровождается нарастанием хаотических искажений. Протяженность процесса роста искажений не оставляет сомнений в нецелесообразности интерпретации возникновения и развития турбулентности посредством введения критических значений коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$. Изменение величины каждого из коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ достигается за счет вариации параметров течения Re и $\bar{K}_d$. Интерпретация возникновения и развития турбулентности посредством введения критического значения одного из параметров (числа Рейнольдса или коэффициента турбулентности) при фиксированном значении другого параметра также становится совершенно нецелесообразной из-за протяженности процесса роста искажений.

Неустойчивость течения является необходимым условием накопления неупорядоченных возмущений, обеспечивающего искажение регулярной картины течения [5]. Однако интегрирование уравнений многомерной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими, показывает, что потеря устойчивости течения не является до-

статочным условием для возникновения турбулентности. Искажения картины течения, потерявшего свою устойчивость, могут быть выражены крайне слабо из-за невысокого значения коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ или $Q_{rd}^{(2)}$. Заметные (или ярко выраженные) искажения регулярной картины неустойчивого течения проявляются лишь при достаточно высоких значениях коэффициента хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ или $Q_{rd}^{(2)}$. Высокие значения коэффициентов $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ достигаются при достаточно высоких значениях коэффициента турбулентности $\bar{K}_d$ (или числа Re). При этом значение коэффициента $\bar{K}_d$ (или Re), обеспечивающее появление турбулентной картины течения, является функцией числа Re (или коэффициента $\bar{K}_d$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование подтвердило существующее представление о том, что возникновение турбулентности связано с появлением в среде когерентных структур (зон закручивания, вихревых дорожек и других крупных вихрей) [6, 7], а также сформированное ранее представление о природе турбулентности сдвигового течения [5, 8, 9]. Нестационарные когерентные структуры формируют регулярную составляющую турбулентности. Регулярная составляющая является результатом неустойчивого движения когерентных структур. Неупорядоченные возмущения, возникающие в среде за счет внешнего воздействия, ответственные за хаотическую (пульсационную) составляющую турбулентности. Попадая в область неустойчивости течения, слабые неупорядоченные возмущения перестают затухать. Нарастающие неупорядоченные возмущения накапливаются в области неустойчивости. На картине течения это накопление проявляется в виде непомерного роста неупорядоченных возмущений. Непомерно разросшиеся неупорядоченные возмущения создают хаотические искажения, которые накладываются на регулярную составляющую, постепенно маскируя ее. Однако хаотические искажения не могут разрушить регулярную составляющую. Регулярное движение когерентных структур, устойчивое и неустойчивое, само по себе не создает турбулентную картину течения. Турбулентная картина возникает в результате хаотического искажения неустойчивого движения когерентных структур, возникающего за счет непомерного роста неупорядоченных возмущений. Коэффициенты хаотичности $Q_{rd}^{(1)}$ и $Q_{rd}^{(2)}$ становятся количественным показателем степени искажения регулярной картины течения, т.е. степени развития турбулентности сдвигового течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Alfonci G.* // Appl. Mech. Rev. 2009. V. 62. № 040802.
2. *Sagaut P.* Large Eddy Simulation for Incompressible Flows. N.Y.: Springer, 2006.
3. *Лебедь И.В., Уманский С.Я.* // Хим. физика. 2007. Т. 26. № 1. С. 65.
4. *Лебедь И.В.* // Хим. физика. 2014. Т. 33. № 4. С. 1.
5. *Kiselev A.Ph., Lebed I.V.* // Chaos Solitons Fractals. 2021. V. 142. № 110491.
6. *Taylor G.I.* // Proc. Roy. Soc. London. A. 1935. V. 151. P. 421.
7. *Moffatt H.K.* // J. Fluid Mech. 1981. V. 106. P. 27.
8. *Киселев А.Ф., Лебедь И.В.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 1. С. 79.
9. *Киселев А.Ф., Лебедь И.В.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 6. С. 80.
10. *Lebed I.V.* // Physica A. 2019. V. 515. P. 715.
11. *Lebed I.V.* // Physica A. 2019. V. 524. P. 325.
12. *Лебедь И.В.* // Хим. физика. 1997. Т. 16. № 7. С. 72.
13. *Lebed I.V.* The foundations of multimoment hydrodynamics, Part 1: ideas, methods and equations. N.Y.: Nova Sci. Publ., 2018.
14. *Chomaz J.M., Bonneton P., Hopfinger E.J.* // J. Fluid Mech. 1993. V. 234. P. 1.
15. *Лебедь И.В.* // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 1. С. 77.
16. *Лебедь И.В.* // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 4. С. 81.
17. *Sakamoto H., Haniu H.* // J. Fluid Mech. 1995. V. 287. P. 151.
18. *Mikami F., Toyota R., Nishikawa N.* // J Phys: Conf. Ser. 2010. V. 216. № 012013.