

ИЗЛУЧЕНИЕ АРГОНА ЗА ФРОНТОМ СИЛЬНОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ: ЭКСПЕРИМЕНТ И ПРЯМОЕ СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

© 2023 г. П. В. Козлов¹, А. Л. Кусов¹, Н. Г. Быкова¹, И. Е. Забелинский¹,
В. Ю. Левашов^{1*}, Г. Я. Герасимов¹

¹Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*E-mail: vyl69@mail.ru, levashovvy@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 13.08.2022;

после доработки 13.09.2022;

принята в печать 20.09.2022

Измерены радиационные характеристики ударно-нагретого аргона в диапазоне скоростей ударной волны 4.5–7.8 км/с при давлении газа перед ее фронтом 0.25, 1.0 и 5.0 Торр. Получены интегральные по времени развертки излучения, а также временные зависимости интенсивности излучения ударно-нагретого аргона на длине волны 420 нм в абсолютных единицах. Представлены результаты прямого статистического моделирования методом Монте-Карло радиационно-химических процессов в аргоне за фронтом сильной ударной волны. В модели учитываются процессы возбуждения и ионизации атома электронным ударом, излучения и поглощения для дискретного спектра, тормозное излучение, процессы фотоионизации и фоторекомбинации, а также уширение атомарных линий. Проведено сравнение экспериментальных и расчетных данных.

Ключевые слова: ударная волна, эксперимент, ударная труба, неравновесное излучение, аргон, метод DSMC.

DOI: 10.31857/S0207401X23040106, EDN: MXCLGM

ВВЕДЕНИЕ

Распространение ударных волн большой интенсивности с образованием низкотемпературной плазмы сопровождается сложными физико-химическими процессами как во фронте волны, так и в зоне релаксации [1]. К таким процессам можно отнести обмен энергией между поступательными, вращательными, колебательными и электронными степенями свободы частиц газа, газофазные и гетерогенные химические реакции, излучение и др. [2]. Для описания такого рода явлений необходима разработка математических моделей с соответствующим набором параметров, а также их валидация [3].

Например, при входе космического корабля в атмосферу Земли со второй космической скоростью и выше тепловой поток к поверхности аппарата имеет две составляющие: конвективную от молекул ударно-нагретого газа и радиационную, связанную с излучением газа [4]. Роль конвективной и радиационной составляющих теплового потока до сих пор остается неясной ввиду неопределенности параметров компьютерных моделей и сложности в проведении прямых летных экспериментов [5]. Считается, что при входе космического корабля в атмосферу Земли со второй кос-

мической скоростью радиационный нагрев становится сравнимым с конвективным нагревом [6]. Из численного моделирования следует, что для второй космической скорости около 90% радиационного теплового потока связано с излучением атомарных линий, а около 60% радиационного потока происходит из области вакуумного ультрафиолета. При входе в атмосферу Венеры из-за огромной плотности ее атмосферы и высокой скорости входа радиационный тепловой поток является преобладающим. Для газовых гигантов типа Юпитера радиационный поток также должен быть значительным. Поэтому необходимо создание соответствующих моделей для численного моделирования.

Аргоновая низкотемпературная плазма, образующаяся за фронтом сильной ударной волны, является удобным объектом для тестирования различных столкновительно-радиационных (CR, collisional-radiative) моделей излучения ударно-нагретых газов [7–9]. Это связано, прежде всего, с отсутствием у частиц газа внутренних степеней свободы: вращательных и колебательных, а также процессов диссоциации. Изучение аргоновой плазмы позволяет определить ведущие физические процессы за фронтом ударной волны, кото-

рые связаны с ионизацией, возбуждением энергетических уровней атомов и ионов и их дезактивацией в условиях высоких температур. Кроме того, в экспериментах с аргоном на ударных трубах можно добиться больших скоростей и температур по сравнению с воздухом.

Исследованию радиационных характеристик аргоновой плазмы в широком интервале температур, давлений и длин волн посвящено большое количество экспериментальных работ. В основном они выполнялись на плазматронах, магнетронах и лазерных установках [10–13]. В настоящей работе представлены экспериментальные данные по излучению аргоновой плазмы, полученные в ударной трубе НИИ механики МГУ. Теоретическое описание процесса проведено с помощью метода прямого статистического моделирования Монте-Карло (DSMC, Direct Simulation Monte-Carlo).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальные данные по излучению ударно-нагретого аргона были получены в модернизированной двухдиафрагменной ударной трубе DDST-M (modified double-diaphragm shock tube) Института механики МГУ им. М.В. Ломоносова. Принцип действия ударной трубы диаметром 5 см и система регистрации излучения описаны ранее [14]. Труба относится к ударным установкам на детонационном горении, в которых инициирование сильной ударной волны осуществляется за счет детонационного сжигания в камере высокого давления стехиометрической смеси кислорода и водорода, разбавленной гелием. Модернизация исходной двухдиафрагменной ударной трубы за счет включения в ее конструкцию дополнительного элемента (форкамеры) позволила оптимизировать детонационный процесс и увеличить энергоэффективность установки [15]. В частности, удалось повысить скорость ударной волны, V_{SW} , в аргоне до 11 км/с при начальном давлении газа перед ударной волной $p_0 = 0.25$ Торр.

Система регистрации излучения ударной трубы позволяет измерять спектральные характеристики ударно-нагретого газа в широком диапазоне спектра — от вакуумного ультрафиолета до инфракрасной области. В зависимости от поставленных задач система регистрации фиксирует либо спектральное распределение интенсивности излучения, либо временное изменение интенсивности излучения на заданных длинах волн. Для определения интенсивностей излучения в абсолютных единицах проводилась калибровка системы регистрации путем стандартной процедуры сравнения с излучением известных калибровочных источников [16].

МЕТОД ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Теоретическое описание процесса излучения аргоновой плазмы обычно проводится с помощью SR-моделей путем решения уравнений уровневой кинетики [8] или стационарных балансовых уравнений [11]. Метод DSMC основан на построении процесса, который имитирует движение частиц газа, а также их столкновения между собой с возбуждением внутренних степеней свободы и излучением фотонов [17–19]. При этом большое количество реальных частиц газа заменяется гораздо меньшим набором модельных частиц. Столкновения между частицами моделируются как мгновенный случайный переход системы из одного состояния в другое, что отличает метод DSMC от метода молекулярной динамики, в котором столкновения рассматриваются детерминировано. Макроскопические свойства газа, такие как плотность и средняя скорость, получаются в установившихся потоках путем усреднения свойств частиц по времени. Метод DSMC успешно используется в настоящее время для моделирования различных физико-химических процессов в газовой фазе [20, 21]. Основные идеи метода и используемые параметры применительно к аргоновой плазме приведены в работе [22].

Метод DSMC позволяет учесть основные процессы в низкотемпературной плазме и при этом фактически не имеет ограничений по числу рассматриваемых уровней энергии системы. В то время как при решении уравнений кинетики с ростом числа уровней катастрофически увеличивается матрица уравнений, требующая обращения, и решение требует либо больших машинных ресурсов, либо упрощенных моделей межуровневых переходов.

При температуре газового потока $T \geq 10000$ эВ начинают возбуждаться электронные уровни атомов и ионов. При электронных переходах в молекулах изменяются параметры частиц (колебательный и вращательный кванты и т.д.), поэтому возбужденная и невозбужденная частицы рассматриваются как отдельные компоненты. Для аргоновой плазмы это относится только к изменению энергии ионизации для различных атомарных уровней. Дискретный набор уровней атомов и ионов аргона, учитываемых в данной модели, принят в соответствии с приведенным в работе [8]. Начальное состояние системы сталкивающихся частиц газа задается с помощью функции распределения Максвелла.

Для описания процесса столкновений между частицами системы необходимо задать модель взаимодействия частиц. Основная трудность при моделировании методом DSMC процессов с излучением состоит в необходимости рассмотрения столкновений частиц с возбуждением электрон-

ных уровней. В настоящей работе для моделирования возбуждения атома электронным ударом используется модифицированное выражение [2] – борновское приближение:

$$\sigma_{n \rightarrow m} = \pi a_0^2 \left(\frac{d}{a_0}\right)^2 f_{nm} \frac{(E_m - E_n)}{(E + E_n)} \times \ln \left(\frac{E + E_n}{E_m - E_n}\right) \Theta(E + E_n - E_m), \quad (1)$$

где $\sigma_{n \rightarrow m}$ – сечение перехода с уровня n на более высоко лежащий уровень m ; E – кинетическая энергия налетающего электрона; E_n и E_m – энергии электронных уровней n и m ; d – параметр модели ($d \sim a_0$, где $a_0 = 0.529 \text{ \AA}$ – радиус первой борновой орбиты); $\Theta(x)$ – функция Хэвисайда, выражающая собой закон сохранения энергии $E > E_m - E_n$; f_{nm} – сила осциллятора дипольного перехода $|n\rangle \rightarrow |m\rangle$.

При тушении, т.е. обратных переходах $|m\rangle \rightarrow |n\rangle$, сечение выражается как

$$\sigma_{m \rightarrow n} = \pi a_0^2 \left(\frac{d}{a_0}\right)^2 f_{mn} \frac{(E_m - E_n)}{(E + E_m)} \ln \left(\frac{E + E_m}{E_m - E_n}\right). \quad (1a)$$

На рис. 1 представлено сравнение сечения возбуждения атома аргона из основного состояния $(3p^6)^1S_0$ в состояние $3p^54s$, вычисленного по выражению (1), с квантовомеханическими расчетами [23, 24], а также с имеющимися экспериментальными данными [25, 26]. Видно, что данная зависимость вполне адекватно описывает зависимость сечения возбуждения от энергии электрона E .

Процесс ионизации атома аргона в результате столкновения с другим атомом или с электроном описывается с помощью модели полной энергии столкновения [17]. В этом случае сечение ионизации записывается в следующем виде:

$$\sigma_i = \pi a_0^2 \left(\frac{d}{a_0}\right)^2 \left(\frac{E}{E_i} - 1\right)^\alpha \left(\frac{E}{E_i}\right)^{-\beta} \Theta(E - E_i). \quad (2)$$

Здесь E – полная энергия сталкивающихся частиц; E_i – энергия ионизации; α , β и d – параметры модели. Сечение рекомбинации определяется с использованием данных по константе равновесия и выражения для сечения ионизации (2). Процесс диэлектронной рекомбинации, когда в качестве третьего тела выступает электрон атома, не рассматривается.

В модели учитываются также процессы излучения–поглощения для дискретного спектра, тормозное излучение, процессы фотоионизации и фоторекомбинации, а также уширение атомарных линий. Для описания процессов излучения–поглощения использовались коэффициенты Эйнштейна A_{nm} для спонтанного излучения, а также коэффициенты индуцированного излучения и коэф-

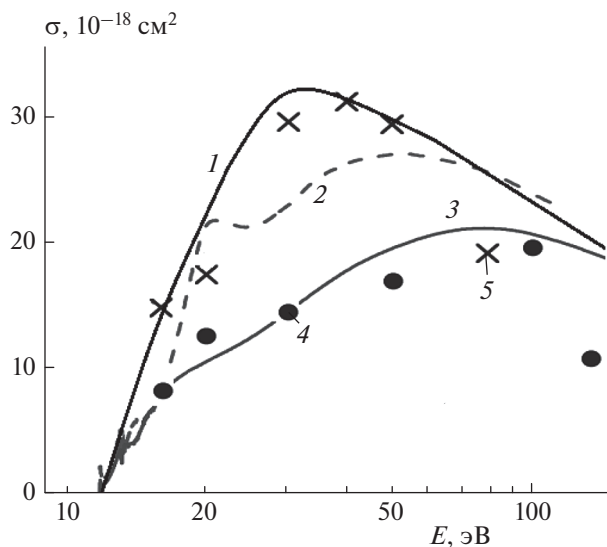


Рис. 1. Сечение возбуждения атома аргона электронным ударом из основного состояния $(3p^6)^1S_0$ в состояние $3p^54s$: 1 – расчет по формуле (1); 2 и 3 – результаты квантовомеханических расчетов из работ [23] и [24], соответственно; 4 и 5 – экспериментальные данные из работ [25] и [26] соответственно.

фициенты поглощения [27]. Интенсивность тормозного излучения электронов при их взаимодействии с ионами оценивалась по формуле Крамера [28]. Сечения фотоионизации и фоторекомбинации, связанные друг с другом соотношениями равновесия, вычислялись по упрощенным формулам [8]. Уширение спектральных линий, когда спектр из-за различных процессов взаимодействия излучающих атомов начинает размываться по частоте, оценивалось с помощью профилей Гаусса и Лоренца [27].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В результате проведенных экспериментов измерены радиационные характеристики ударно-нагретого аргона в диапазоне скоростей ударной волны $V_{SW} = 4.5\text{--}7.8 \text{ км/с}$ при давлении газа перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25\text{--}5.0 \text{ Торр}$. Основной объем полученной информации содержится в интегральных по времени развертках излучения (панорамные спектры) в интервале длин волн $\lambda = 200\text{--}1100 \text{ нм}$, который соответствует ультрафиолетовому, видимому и инфракрасному спектральным диапазонам. На рис. 2 приведен панорамный спектр излучения аргона при различных значениях p_0 и V_{SW} . Видно, что излучение аргона состоит из линейчатого спектра атомов с максимальной интенсивностью в диапазоне $\lambda = 700\text{--}950 \text{ нм}$ и непрерывного фона с максимальной интенсивностью в диапазоне $\lambda = 400\text{--}500 \text{ нм}$. Излучение в непрерывном спектре определяется

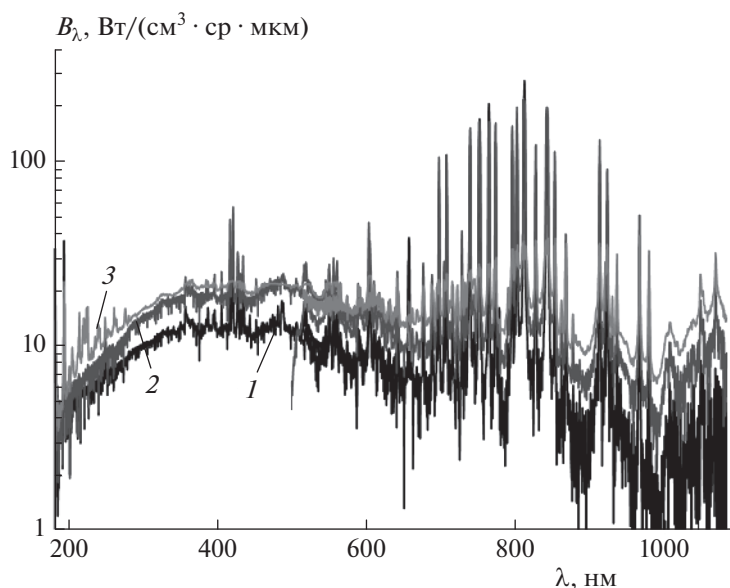


Рис. 2. Интегральная по времени плотность излучения атома аргона за фронтом ударной волны: 1 – $p_0 = 0.25$ Торр, $V_{SW} = 7.58$ км/с; 2 – $p_0 = 1.00$ Торр, $V_{SW} = 5.68$ км/с; 3 – $p_0 = 5.00$ Торр, $V_{SW} = 4.59$ км/с.

концентрацией электронов за фронтом ударной волны и включает их тормозное и фоторекомбинационное излучение [29]. Следует отметить, что в панорамных спектрах излучения, показанных на рис. 2, вместе с увеличением давления p_0 уменьшается скорость ударной волны V_{SW} . Это приводит к тому, что приведенные спектрограммы не сильно отличаются друг от друга.

На рис. 3 представлены данные измерения эволюции излучения атомарной линии аргона $\lambda = 420$ нм, которая описывает переход $3s^2 3p^5 ({}^2P_{3/2}^o) 5p \rightarrow 3s^2 3p^5 ({}^2P_{3/2}^o) 4s$, при начальном давлении $p_0 = 1$ Торр и различных скоростях ударной волны. Хорошо видно, что скорость ударной волны оказывает существенное влияние на величину радиационного теплового потока J , а также на интервал времени от момента прихода ударной волны до момента начала излучения. Этот интервал определяет время задержки излучения, в течение которого происходит наработка возбужденных атомов аргона. В частности, при скорости ударной волны $V_{SW} = 4.61$ км/с начало излучения соответствует моменту времени $t = 14$ мкс, а при $V_{SW} = 6.31$ км/с излучение наблюдается с задержкой, составляющей около 2 мкс. Временная эволюция индивидуальных линий спектра дает информацию о механизмах возбуждения и дезактивации атомных уровней и используется для тестирования разрабатываемых теоретических моделей [30].

Результаты DSMC-моделирования излучения аргоновой плазмы и их сравнение с эксперимен-

тальными данными приведены на рис. 4, где показан панорамный спектр излучения ударно-нагретого аргона при давлении перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25$ Торр и ее $V_{SW} = 7.7$ км/с. Наблюдается достаточно хорошее согласие вычисленных и измеренных спектрограмм. Особенно это относится к спектральному диапазону $\lambda = 700\text{--}950$ нм, где основную роль играет линейчатый спектр излучения атомов аргона. Измеренное фоновое излучение на всем исследованном спектральном интервале лежит выше теоретических оценок, что может быть объяснено не совсем корректным описанием тормозного излучения, а также различием расчетных и экспериментальных значений электронных концентраций и температур, что сильно влияет на интенсивность излучения. Следует отметить, что фоновое излучение ударно-нагретого воздуха, наблюдаемое в экспериментах на ударной трубе EAST, эксплуатируемой в Исследовательском центре NASA Ames, также значительно превышает расчетные значения, полученные с помощью компьютерной программы NEQAIR [31]. Эти факты, с одной стороны, наглядно свидетельствуют о недостаточности теоретического описания и необходимости тщательного анализа сечений процессов. С другой стороны, качественно расчет и эксперимент находятся в хорошем согласии, что говорит об адекватности используемых моделей.

Сравнение экспериментальных и вычисленных профилей излучения атомарной линии с длиной волны $\lambda = 420$ нм в ударно-нагретом аргоне показано на рис. 5. Приведенные результаты пересчитаны с временных зависимостей излучения

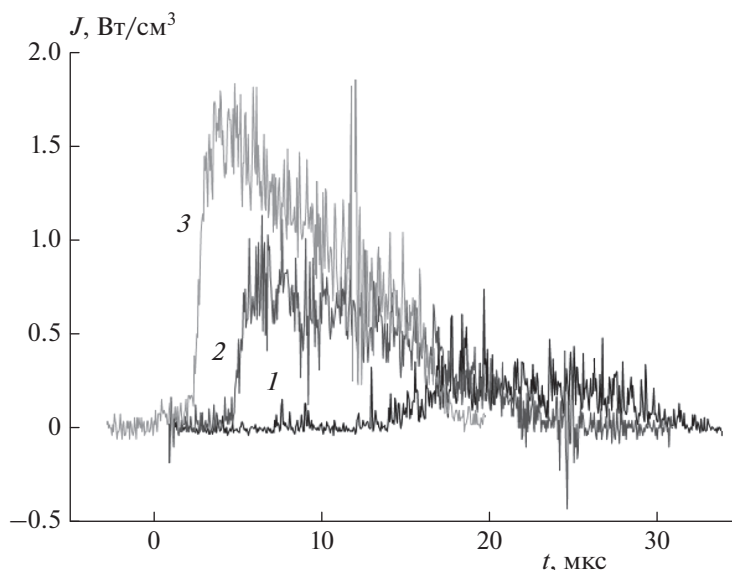


Рис. 3. Временные осциллограммы излучения линии с длиной волны $\lambda = 420$ нм атома аргона при начальном давлении $p = 1$ Торр и различных скоростях ударной волны V_{SW} : 4.61 (1), 5.71 (2) и 6.31 (3) км/с.

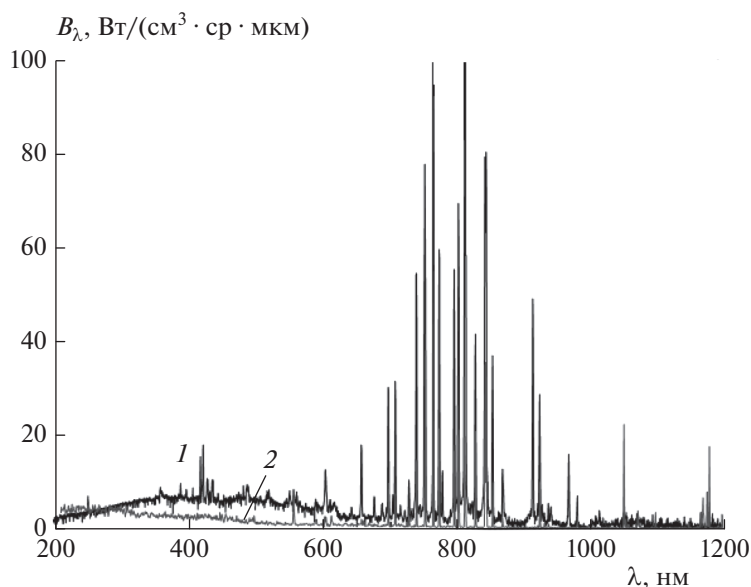


Рис. 4. Сравнение экспериментальной (1) и теоретической (2) интегральной по времени плотности излучения атома аргона за фронтом ударной волны при начальном давлении $p_0 = 0.25$ Торр и скорости ударной волны $V_{SW} = 7.7$ км/с.

на линейные, где координата x равна расстоянию точки наблюдения от фронта ударной волны. Видно, что теоретический профиль, полученный при $V_{SW} = 7.70$ км/с, располагается между двумя измеренными профилями при $V_{SW} = 7.61$ и 7.79 км/с соответственно. Измеренные профили излучения характеризуются резким нарастанием интенсивности излучения I после прохождения ударной волной точки наблюдения, причем увеличение

скорости ударной волны ведет к росту максимума интенсивности. Вычисленный профиль имеет более пологое изменение величины I , которое завершается резким пиком максимума и последующим спадом.

Результаты вычисления плотности газа ρ и концентрации электронов N_e и их сравнение с экспериментальными данными, полученными при $p_0 = 2.06$ Торр и $V_{SW} = 5.53$ км/с, приведены на

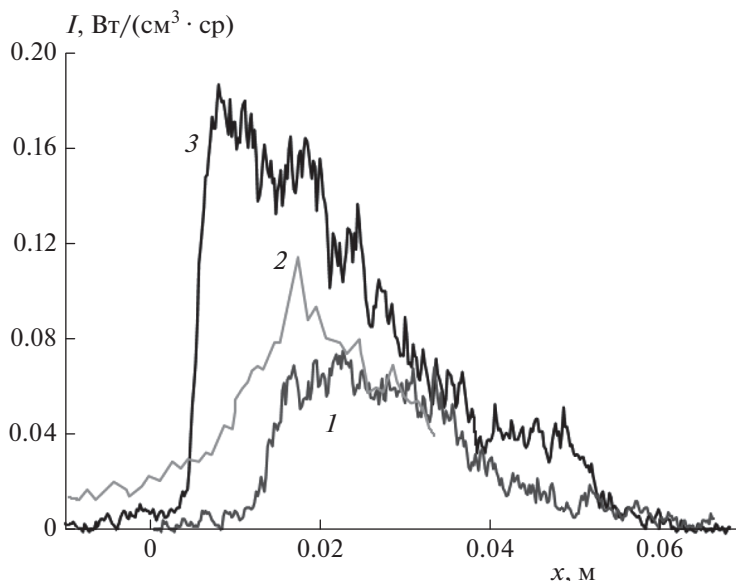


Рис. 5. Сравнение экспериментальной (1, 3) и теоретической (2) эволюции излучения линии с длиной волны $\lambda = 420$ нм атома аргона при начальном давлении $p_0 = 0.25$ Торр и различных скоростях ударной волны V_{SW} : 7.61 (1), 7.70 (2) и 7.79 (3) км/с.

рис. 6 и 7. Расчеты проведены с помощью моделей DSMC и CR [8], экспериментальные данные взяты из работы [32]. Видно, что разработанная нами модель DSMC более точно описывает поведение экспериментальных точек для плотности ρ на всем исследованном интервале расстояний x точки наблюдения от фронта ударной волны. Расчетная зависимость концентрации электро-

нов N_e методом DSMC на начальном этапе процесса несколько опережает экспериментально измеренный рост данной величины, в то время как результаты расчета методом CR описывают резкий рост концентрации N_e с небольшой задержкой. В целом обе модели дают адекватное описание процесса образования низкотемпературной плазмы в ударно-нагретом аргоне.

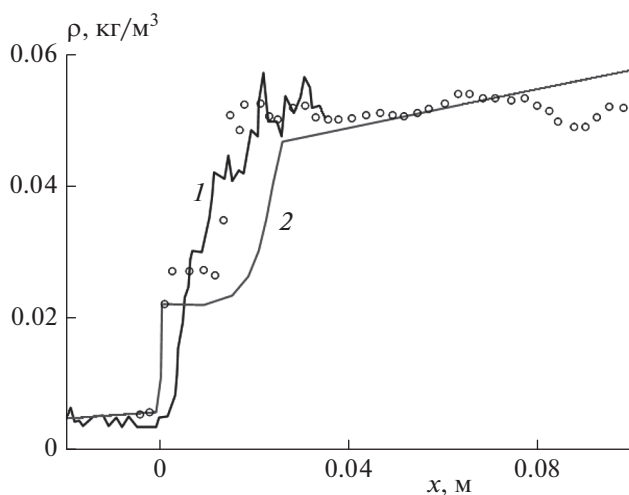


Рис. 6. Распределение плотности в ударной волне, распространяющейся со скоростью $V_{SW} = 5.53$ км/с по аргону при $p_0 = 2.06$ Торр: 1 – расчет по модели DSMC; 2 – расчет по модели CR; точки – экспериментальные данные.

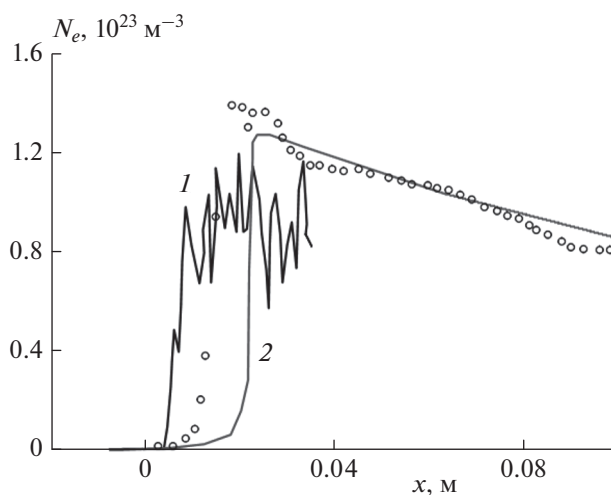


Рис. 7. Распределение концентрации электронов в ударной волне, распространяющейся со скоростью $V_{SW} = 5.53$ км/с по аргону при $p_0 = 2.06$ Торр: 1 – расчет по модели DSMC; 2 – расчет по модели CR; точки – экспериментальные данные.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Измерены панорамные спектры излучения ударно-нагретого аргона в диапазоне скоростей ударной волны $V_{SW} = 4.5\text{--}7.8$ км/с при давлении газа перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25\text{--}5.0$ Торр в интервале длин волн $\lambda = 200\text{--}1100$ нм. Анализ полученных результатов показывает, что излучение аргона состоит из линейчатого спектра атомов с максимальной интенсивностью в диапазоне $\lambda = 700\text{--}950$ нм и непрерывного фона с максимальной интенсивностью в диапазоне $\lambda = 400\text{--}500$ нм.

Проведено измерение временной зависимости излучения атомарной линии аргона $\lambda = 420$ нм при начальном давлении $p_0 = 1$ Торр и различных скоростях ударной волны. Показано, что скорость ударной волны оказывает существенное влияние на величину радиационного теплового потока, а также на интервал времени от момента прихода ударной волны до момента начала излучения.

Теоретическое описание процесса излучения аргоновой плазмы проведено с помощью DSMC-модели. Вычислен панорамный спектр излучения ударно-нагретого аргона при давлении перед фронтом ударной волны $p_0 = 0.25$ Торр и скорости ударной волны $V_{SW} = 7.7$ км/с, а также профиль излучения атомарной линии с $\lambda = 420$ нм. Наблюдается достаточно хорошее согласие вычисленных и измеренных спектрограмм, однако требуется дальнейшее изучение скоростей рассматриваемых процессов.

Работа выполнена в рамках задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации “Экспериментальное и теоретическое исследование кинетических процессов в газах” (регистрационный номер АААА-А19-119012990112-4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Surzhikov S.* // AIAA Paper. 2017. № 2017-1147.
2. *Park C.* Nonequilibrium Hypersonic Aerothermodynamics. N.Y.: Wiley, 1990.
3. *Суржиков С.Т.* // Хим. физика. 2010. Т. 29. № 7. С. 48.
4. *Johnston C.O., Brandis A.M.* // J. Spacecr. Rockets. 2015. V. 52. P. 105.
5. *Суржиков С.Т.* Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели. М.: Физматлит, 2018.
6. *Lemal A., Jacobs C.M., Perrin M.-Y. et al.* // J. Thermophys. Heat Transfer. 2016. V. 30. P. 197.
7. *Kano K., Suzuki M., Akatsuka H.* // Plasma Sources Sci. Technol. 2000. V. 9. P. 314.
8. *Kapper M.G., Cambier J.-L.* // J. Appl. Phys. 2011. V. 109. № 113308.
9. *Abrantes R.J.E., Karagozjan A.R., Bilyeu D., Le H.P.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2018. V. 216. P. 47.
10. *Evdokimov K.E., Konischev M.E., Pichugin V.F., Sun Z.* // Resour.-Effic. Technol. 2017. V. 3. P. 187.
11. *Chai K.-B., Kwon D.-H.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2019. V. 227. P. 136.
12. *Dzierżęga K., Zawadzki W., Sobczuk F. et al.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2019. V. 237. № 106635.
13. *Sun J.-H., Sun S.-R., Zhang L.-H., Wang H.-X.* // Plasma Chem. Plasma Process. 2020. V. 40. P. 1383.
14. *Козлов П.В., Забелинский И.Е., Быкова Н.Г., Герасимов Г.Я., Левашов В.Ю.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 12. С. 23.
15. *Забелинский И.Е., Козлов П.В., Акимов Ю.В. и др.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 11. С. 22.
16. *Козлов П.В., Забелинский И.Е., Быкова Н.Г. и др.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 8. С. 26.
17. *Bird G.A.* Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
18. *Mewes D., Mayinger F.* // Rarefied Gas Dynamics. Heat and Mass Transfer. Berlin: Springer, 2005. P. 275.
19. *Кусов А.Л.* // Мат. моделирование. 2015. Т. 27. № 12. С. 33.
20. *Titarev V.A., Frolova A.A., Rykov V.A. et al.* // J. Comput. Appl. Math. 2020. V. 364. № 112354.
21. *Beyer J., Pfeiffer M., Fasoulas S.* // J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer. 2022. V. 280. № 108083.
22. *Кусов А.Л., Левашов В.Ю., Герасимов Г.Я. др.* // Физ.-хим. кинетика в газ. динамике. 2020. Т. 21. № 2. С. 1.
23. *Zatsarinny O., Bartschat K.* // J. Phys. B. 2004. V. 37. № 23. P. 4693.
24. *Zatsarinny O., Wang Y., Bartschat K.* // Phys. Rev. A. 2014. V. 89. 022706.
25. *Hoshino M., Murai H., Kato H. et al.* // Chem. Phys. Lett. 2013. V. 585. P. 33.
26. *Filipović D.M., Marinković B.P., Pejčev V., Vušković L.* // J. Phys. B. 2000. V. 33. № 11. P. 2081.
27. *Бай Шу-и.* Динамика излучающего газа. М.: Мир, 1968.
28. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматлит, 2008.
29. *Jung Y.-D., Kim C.-G.* // J. Plasma Phys. 2002. V. 67. P. 191.
30. *Левашов В.Ю., Козлов П.В., Быкова Н.Г., Забелинский И.Е.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 1. С. 16.
31. *Collen P.L., Doherty L.J., McGilvray M.* // Intern. Conf. FAR-2019. 2019. № 1053360.
32. *Bristow M.P.F.* // UTIAS. Tech. Rep. № 158. 1971.