## = ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА НАНОМАТЕРИАЛОВ

УДК 538.935

# ВОЗБУЖДЕНИЕ И СТИМУЛИРОВАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ Mn<sup>2+</sup>(3d<sup>5</sup>) В ДОПИРОВАННЫХ МАРГАНЦЕМ КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ ZnCdS В ФЕМТОСЕКУНДНОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ НАКАЧКА–ЗОНДИРОВАНИЕ

© 2022 г. А. С. Ветчинкин<sup>1</sup>, С. Я. Уманский<sup>1\*</sup>, Ю. А. Чайкина<sup>1</sup>, А. И. Шушин<sup>1</sup>

1Федеральный исследовательский центр химической физики им. Н.Н. Семёнова Российской академии наук,

Москва, Россия \*E-mail: unan43@mail.ru Поступила в редакцию 25.08.2021; после доработки 09.09.2021; принята в печать 20.09.2021

Построена модель возбуждения  $Mn^{2+}(^{6}A)$  в допированных марганцем квантовых точках (KT) ZnCdS фемтосекундным лазерным импульсом с несущей частотой, близкой к частоте радиационного перехода между краем валентной зоны и краем зоны проводимости. Модель базируется на том, что возбужденное состояние <sup>4</sup>T иона, локализованного вблизи ловушки электрона с энергией в запрещенной зоне, перемешивается обменным взаимодействием с состояниями электронов в зоне проводимости КТ. Модель описывает экспериментально наблюдаемое при очень малых временах задержки между накачивающим и зондирующим лазерными импульсом излучение на частоте, отвечающей переходу <sup>4</sup>T  $\rightarrow ^{6}A$  в Mn<sup>2+</sup>.

*Ключевые слова:* квантовая точка, фемтосекундный импульс, обменное взаимодействие, матрица плотности, уравнение Лиувилля, релаксация, стимулированное излучение. **DOI:** 10.31857/S0207401X22090102

## введение

В последние годы большой интерес исследователей вызывают полупроводниковые квантовые точки (КТ). Это связано с их уникальными электронными и оптическими свойствами, которые обусловлены эффектом размерного квантования. Простота в управлении размерами нанокристаллов и их яркая люминесценция являются хорошей платформой для использования в фотовольтаике и оптоэлектронике [1–3].

Одним из типов полупроводниковых КТ, привлекающих внимание исследователей, являются КТ, допированные  $Mn^{2+}$  [4–15]. Дело в том, что многие полупроводники имеют широкую запрещенную зону, что ограничивает возможности поглощения видимого света соответствующими КТ. В то же время  $Mn^{2+}$  может излучать оранжевый свет с длиной волны около 590 нм, отвечающий запрещенному по спину переходу  ${}^{4}T_{1} \rightarrow {}^{6}A_{1}$ .

Для того чтобы использовать это свойство до-

панта Mn<sup>2+</sup>, необходима безызлучательная передача электронного возбуждения кристалла-хозяина допанту [15–25]. Практически во всех экспериментах наблюдалось время такой передачи в пикосекундном диапазоне. Исключение представляет работа [25], в которой проводились фемтосекундные эксперименты накачка—зондирование с допированными  $Mn^{2+}(3d^5)$  квантовых точках  $Zn_xCd_{1-x}S$  и  $Zn_xCd_{1-x}S/ZnS$  в коллоидном растворе в циклогексане. Накачивающий лазерный импульс имел несущую частоту  $\omega_{pmp}$ , несколько меньшую, чем частота  $\omega_{CBEX}$  радиационного перехода между краем валентной зоны и краем зоны проводимости (см. рис. 1).

В этих экспериментах уже при временах задержки ( $\tau_{del}$ ) между накачивающим и зондирующим импульсами  $\tau_{del} \ge 120$  фс наблюдалось медленно растущее с ростом  $\tau_{del}$  стимулированное зондирующим импульсом излучение (SE) в области длин волн ~590 нм, отвечающей полосе длин волн излучения при переходе  ${}^{4}T_{1} \rightarrow {}^{6}A_{1}$  в Mn<sup>2+</sup>( $3d^{5}$ ). Дефект резонанса при передаче энергии возбуждаемого накачивающим импульсом экситона допанту Mn<sup>2+</sup>( ${}^{6}A_{1}$ ) в основном электронном состоянии  ${}^{6}A_{1}$  с образованием Mn<sup>2+</sup>( ${}^{4}T_{1}$ ) в возбужденном состоянии  ${}^{4}T_{1}$  довольно велик (>5 · 10<sup>3</sup> см<sup>-1</sup>). Такую энергию надо передать фо-



**Рис. 1.** Система электронных состояний и энергий в квантовых точках ZnCdS, допированных  $Mn^{2+}(3d^5)$ : VB — валентная зона, CB — зона проводимости,  $El_{Tr}H_{VB}$  — электрон в ловушке с дыркой в VB,  $El_{CB}H_{VB}$  — электрон на краю CB с дыркой в VB,  $E_{Tr}$  — энергия электрона в ловушке,  $\Delta E_{Mn}$  — энергия перехода  $Mn^{2+}(^{4}T) \rightarrow Mn^{2+}(^{6}A)$ ,  $E_{CB}$  — энергия края зоны проводимости, SE — стимулированное зондирующим лазерным импульсом излучение, CBEX — возбуждение квантовой точки накачивающим лазерным импульсом.

нонам. Это многофононный процесс, и поэтому его время существенно превышает 120 фс. В настоящей работе предлагается простая модель, позволяющая качественно объяснить наблюдаемый в работе [25] эффект.

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

#### Модель электронной подсистемы

Предлагаемая модель, объясняющая быстрое появление стимулированного излучения в экспериментах накачка—зондирование в работе [25] тем, что в полупроводниковых КТ имеется весьма высокая концентрация ловушек электронов с энергиями в запрещенной зоне [26–36].

Предполагается, что в рассматриваемом коллоидном растворе имеется некоторая заметная концентрация  $N^*$  наночастиц, в которых присут-

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022



**Рис. 2.** Четырехуровневая модель электронных состояний, описывающая показанную на рис. 1 электронную подсистему квантовой точки  $Zn_xCd_{1-x}S/Mn^{2+}(3d^5)$ .

ствуют "комплексы"  $Mn^{2+}({}^{6}A_{1})/Tr. В$  этих комплексах  $Mn^{2+}({}^{6}A_{1})$  локализован вблизи ловушки Tr, электронный уровень которой  $E_{Tr}$  (см. рис. 1) удовлетворяет следующему условию:

$$\left|\Delta E_{\rm Mn} + E_{\rm Tr} - E_{\rm CB}\right| \ll E_{\rm CB} - \Delta E_{\rm Mn}.$$
 (1)

В пренебрежении взаимодействием между электронами, принадлежащими  $Zn_xCd_{1 - x}S$  и  $Mn^{2+}$  волновые функции "комплексов"  $Mn^{2+}(^{6}A_{1}) + El_{CB}H_{VB}$ ,  $Mn^{2+}(^{4}T) + El_{Tr}H_{VB}$ ,  $Mn^{2+}(^{6}A_{1}) + El_{Tr}H_{VB}$  и  $Mn^{2+}(^{6}A_{1}) + VB$  (см. рис. 2) могут быть представлены в следующем виде:

$$\Phi_{1}(\mathbf{r}_{e}, \mathbf{r}_{e,Mn}) = \Theta_{CB}(\mathbf{r}_{e})\Phi_{Mn}(\mathbf{r}_{e,Mn}),$$

$$\Phi_{2}(\mathbf{r}_{e}, \mathbf{r}_{e,Mn}) = \Theta_{Tr}(\mathbf{r}_{e})\Phi_{Mn^{*}}(\mathbf{r}_{e,Mn}),$$

$$\Phi_{3}(\mathbf{r}_{e}, \mathbf{r}_{e,Mn}) = \Theta_{Tr}(\mathbf{r}_{e})\Phi_{Mn}(\mathbf{r}_{e,Mn}),$$

$$\Phi_{4}(\mathbf{r}_{e}, \mathbf{r}_{e,Mn}) = \Theta_{VB}\Phi_{Mn}(\mathbf{r}_{e,Mn}).$$

$$(2)$$

Здесь  $\Theta_{CB}(\mathbf{r}_e)$  — волновая функция выбитого из валентной зоны электрона в зоне проводимости,  $\Theta_{Tr}(\mathbf{r}_e)$  — волновая функция выбитого из валентной зоны электрона, локализованного в ловушке,  $\Theta_{VB}$  — волновая функция электронов в валентной зоне,  $\Phi_{Mn}(\mathbf{r}_{e, Mn})$  и  $\Phi_{Mn^*}(\mathbf{r}_{e, Mn})$  — волновые функции локализованного вблизи ловушки допанта  $Mn^{2+}$  в состояниях  ${}^{6}A_{1}$  и  ${}^{4}T$  соответственно ( $\mathbf{r}_{e}$  — координаты электрона, выбитого из валентной зоны;  $\mathbf{r}_{e, Mn}$  — совокупность координат электронов допанта  $Mn^{2+}$ ).

Следует подчеркнуть, что все это относится к качественной модели, не учитывающей спины электронов и спин-орбитальное взаимодействие. При этом в рамках более детального рассмотрения можно показать, что сохранение полного спина может быть обеспечено для всех представляющих интерес радиационных переходов в системе  $Zn_xCd_{1-x}S/Mn^{2+}$  обменным взаимодействием между электронными подсистемами  $Zn_xCd_{1-x}S$  и  $Mn^{2+}$  (см. [37–39]). Соответственно, в предлагаемой модели вводятся эффективные дипольные моменты перехода

$$d_{\rm VC} = \langle \Phi_4 | \hat{\mathbf{D}} | \Phi_1 \rangle, d_{\rm Mn} = \langle \Phi_2 | \hat{\mathbf{D}} | \Phi_3 \rangle,$$
(3)

где  $\hat{\mathbf{D}}$  – оператор дипольного момента электронной подсистемы квантовой точки. Оценка этих величин по экспериментальным радиационным временам жизни из [9] дает  $d_{VC}^2 \approx d_{Mn}^2 \sim 10^{-3} - 10^{-4} D^2$ . Первый из них определяет переход электрона из валентной зоны в зону проводимости под действием накачивающего лазерного импульса – CBEX на рис. 1, а второй – стимулированное зондирующим лазерным импульсом излучение Mn<sup>2+</sup>(<sup>4</sup>T) – SE на рис. 1.

В рассматриваемой здесь модели особенно важно, что не равен нулю матричный элемент  $V_c = \langle \Phi_1 | \hat{V}_{ex} | \Phi_2 \rangle$ , где  $\hat{V}_{ex}$  – оператор обменного взаи модействия. Всюду ниже для простоты будем предполагать, что матричный элемент  $V_c$  действителен. Как показывают расчеты, проведенные в работах [37–39],  $|V_c|$  имеет порядок величины  $10^1-10^2$  см<sup>-1</sup>. Это приводит к тому, что состояния  $\Phi_1(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_{e,Mn})$  и  $\Phi_2(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_{e,Mn})$  перемешиваются, а соответствующие им уровни энергии расталкиваются (см. рис. 2). Что касается изолированных по энергии состояний  $\Phi_3$  и  $\Phi_4$ , то влияние обменного взаимодействия на эти состояния не существенно и учитываться здесь не будет.

## Волновые функции и уровни энергии перемешанных состояний $\Psi_1$ и $\Psi_2$

Базис модельных электронных состояний, не учитывающий слабую связь между электронной системой квантовой точки ZnCdS и допанта  $Mn^{2+}(3d^5)$ , включает четыре состояния (см. (2) и рис. 2). В соответствии с рис. 2 матрица  $\hat{\mathbf{H}}^{(d)}$  электронного гамильтониан на  $\hat{\mathbf{H}}$  в базисе состояний  $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4$  имеет следующий вид (здесь и всюду ниже электронная энергия отсчитывается от уровня энергии  $E_4 = 0$  основного состояния  $\Phi_4$ ):

$$\hat{\mathbf{H}}^{(d)} = \begin{pmatrix} e_1 & V_c & 0 & 0 \\ V_c & e_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_4 \end{pmatrix}.$$
 (4)

При этом перемешанные функции  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  имеют следующий вид:

$$\Psi_1 = \cos \theta \Phi_1 + \sin \theta \Phi_2,$$
  

$$\Psi_2 = -\sin \theta \Phi_1 + \cos \theta \Phi_2,$$
(5)

где

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{2V_c}{e_1 - e_2}\right). \tag{6}$$

Соответствующие же уровни энергии  $E_1$  и  $E_2$  определяются следующими формулами:

$$E_{1,2} = \frac{1}{2}(e_1 + e_2) \pm \frac{1}{2} \left[ (e_1 - e_2)^2 + 4V_c^2 \right]^{1/2}.$$
 (7)

В рассматриваемой модели электронных состояний (см. (4)–(7)и рис. 2) состояния  $\Phi_3$  и  $\Phi_4$ , далеко отстоящие по энергии от состояний  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и друг от друга, и соответствующие им уровни энергии не модифицируются обменным взаимодействием. Ниже для единообразия для них будут использоваться обозначения  $\Psi_3$  и  $\Psi_4$  и  $E_3$  и  $E_4$ . Матрица  $\hat{\mathbf{H}}^{(ad)}$  электронного гамильтониана  $\mathbf{H}$  в базисе состояний  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $\Psi_3$  и  $\Psi_4$  имеет следую-

оазисе состоянии  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2, \Psi_3$  и  $\Psi_4$  имеет следующий диагональный вид:  $\begin{pmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 

$$\hat{\mathbf{H}}^{(ad)} = \begin{pmatrix} 0 & E_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_4 \end{pmatrix}.$$
(8)

#### Схема эксперимента

Прежде чем переходить к рассмотрению интерпретации результатов экспериментов, полученных в работе [25] в рамках описанной выше модели электронной подсистемы наночастиц с ионами Mn<sup>2+</sup>(<sup>6</sup>A<sub>1</sub>), локализованными вблизи ловушки электрона с энергией в запрещенной зоне, представляется полезным описать схему этих экспериментов. Следует отметить, что в этих экспериментах использовался метод накачка-зондирование, в котором накачка осуществлялась спектрально ограниченным импульсом, но зонлирование проводилось импульсом-суперконтинуумом с аномально широким спектром (см. [40]). Импульс-суперконтинуум имеет ту же длительность: ~10 фс, что и обычно используемые спектрально ограниченные импульсы. Однако этот импульс имеет очень большую спектральную ширину: ~ $10^4$  см<sup>-1</sup>. Характерная же спектральная ширина спектрально ограниченных импульсов имеет величину ~10<sup>3</sup> см<sup>-1</sup>. Импульсы-суперконтинуумы с указанными свойствами необходимы при исследовании очень быстрых (с характерным временем ~10<sup>-13</sup>-10<sup>-12</sup> с) процессов передачи энергии между различными электронными со-



Рис. 3. Схема эксперимента накачка-зондирование с зондирующим импульсом-суперконтинуумом: 1 -основной блок экспериментальной установки; 2 -исходный мощный спектрально ограниченный фемтосекундный импульс, который полупрозрачным зеркалом разделяется на импульсы  $2_1$  и  $2_2$ ; 3 -блок сравнения; 4 -элемент преобразования спектральноограниченного фемтосекундного импульса в фемтосекундный импульс суперконтинуум; 5 -фемтосекундный импульс суперконтинуум; 5 -фемтосекундный импульс суперконтинуум; который полупрозрачным зеркалом разделяется на импульсы  $5_1$  и  $5_2$ ; 6 -линия задержки; 7 -кювета со взвесью квантовых точек в циклогексане; 8 -полихроматор, позволяющий получить спектр коэффициента поглощения.

стояниями, дефект резонанса которых часто превышает  $5 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup> (в рассматриваемом здесь случае его величина составляет примерно  $6 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup>).

На рис. 3 представлена схема экспериментов, проведенных в работе [25]. Мощный спектрально ограниченный фемтосекундный импульс 2 разделяется на два импульса. Импульс  $2_1$  проходит через линию задержки 6 и кювету 7 со взвесью квантовых точек в циклогексане и осуществляет их возбуждение. Импульс  $2_2$  поступает в элемент 4, преобразующий спектрально-ограниченный фемтосекундный импульс в фемтосекундный импульссуперконтинуум 5.

Импульс 5 также разделяется на два. Импульс  $5_1$  поступает в кювету 7 через время задержки  $\tau_{del}$  после импульса  $2_1$  и зондирует временну́ю эволюцию возбужденных электронных состояний квантовых точек. Эта эволюция регистрируется полихроматором, позволяющим получить спектр коэффициента поглощения  $A_{ex}(\omega, \tau_{del})$ . Функция  $A_{ex}(\omega, \tau_{del})$  описывает не только возбуждение



Рис. 4. Модельная система электронных уровней и радиационных переходов между ними.

квантовых точек накачивающим импульсом  $2_1$  и временну́ю эволюцию соответствующих возбужденных состояний, но и поглощение импульса суперконтинуума  $5_1$  на электронных переходах из основных состояний, которые не были индуцированы импульсом  $2_1$ . Поэтому импульс-суперконтинуум  $5_2$ поступает в блок сравнения, который дает спектр коэффициента поглощения  $A_{gr}(\omega)$  квантовых точек в основных электронных состояниях. Эволюцию возбужденных состояний в чистом виде описывает величина  $\Delta A(\omega, \tau_{del}) = A_{ex}(\omega, \tau_{del}) - A_{gr}(\omega)$ , которая измерялась в [25]. Система уровней, использованная при интерпретации экспериментальных данных, и соответствующие электронные волновые функции показаны на рис. 4.

Функции  $\Psi_1 - \Psi_4$  определены формулами (2) и (5). Соответствующие электронные уровни энергии определены формулами (4) и (7). Волновая функция  $\Psi_5(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_{e,Mn}) = \Theta_{VB} \Phi_{Mn^*}(\mathbf{r}_{e,Mn})$  и соответствующий уровень энергии  $E_5$  отвечает ионам Mn<sup>2+</sup>(<sup>4</sup>T), не локализованным вблизи ловушек. Волнистые стрелки отвечают индуцированным импульсом-суперконтинуумом 5<sub>1</sub> переходам в возбужденные электронные состояния допированных Mn<sup>2+</sup> квантовых точек из их основных состояний. Эффект этих переходов исключается при формировании описанной выше величины  $\Delta A(\omega, \tau_{del})$ . Прямые стрелки — стимулированному импульсом-суперконтинуумом 5<sub>1</sub> излучению заселенных накачивающим спектрально ограниченным импульсом в незаселенное при комнатной температуре состояние  $\Psi_3$ . Именно этот процесс определяет измеренную в работе [25] величину  $\Delta A(\omega, \tau_{del})$ , которая рассчитывается в настоящей работе в рамках модели электронных состояний, показанной на рис. 2.

## Формирование электронного волнового пакета накачивающим спектрально ограниченным импульсом

Эксперименты в работе [25] проводились в коллоидном растворе квантовых точек ZnCdS в циклогексане при температуре 278 К. Поэтому эволюция электронного волнового пакета, сформированного накачивающим спектрально ограниченным лазерным импульсом, определяется не только внутренней динамикой КТ, но и диссипативными процессами, обязанными взаимодействию со средой. Строго говоря, в такой ситуации эту эволюцию следует описывать в терминах эволюции матрицы плотности  $\hat{\rho}(t)$  (см, например, [41–44]). Формирование включающего возбужденные состояния  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$  электронного волнового пакета при моделировании реального эксперимента в [25] определяется следующим:

1. Поскольку частота повторяемости накачивающих импульсов в экспериментах составляет примерно 10<sup>2</sup> Гц, начальные условия для  $\hat{\rho}(t)$  можно задать при  $t \to -\infty$ .

2. Энергия состояний  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  и  $\Psi_3$  по отношению к энергии основного состояния  $\Psi_4$  превышает  $5 \cdot 10^3$  см<sup>-1</sup>( $7 \cdot 10^3$  K). Поэтому начальное состояние может считаться чистым и описываться волновой функцией  $\Psi_4 = \Phi_4$ , а заселенности состояний  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  и  $\Psi_3$  до прихода накачивающего импульса могут считаться равными нулю.

3. Как следует из (1) и рис. 1, несущая частота накачивающего лазерного импульса  $\omega_{pmp}$  и наблюдаемая частота  $\omega_{SE}$ , отвечающая стимулированным зондирующим импульсом переходам  $\Psi_1 \rightarrow \Psi_3$  и  $\Psi_2 \rightarrow \Psi_3$ , значительно превосходят частоту  $\omega_{Tr} = E_{Tr}/\hbar$ . Поэтому возможная индуцированная внешним полем излучения связь  $\Psi_4$  с  $\Psi_3$ не существенна в рассматриваемом случае и ею можно пренебречь. Состояние  $\Psi_4$  связывается внешним полем излучения только с состоянием  $\Phi_1$ , а состояние  $\Psi_3$  – только с состоянием  $\Phi_2$ . Соответственно матрицу электронного дипольного момента квантовой точки в базисе  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $\Psi_3$  и  $\Psi_4$  можно взять в следующем виде (см. (3), (5) и рис. 2):

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & d_{13} & d_{14} \\ 0 & 0 & d_{23} & d_{24} \\ d_{13} & d_{23} & 0 & 0 \\ d_{14} & d_{24} & 0 & 0 \end{pmatrix},$$
(9)

где

$$d_{13} = d_{\rm Mn} \sin \theta, \quad d_{14} = d_{\rm VC} \cos \theta, d_{23} = d_{\rm Mn} \cos \theta, \quad d_{24} = -d_{\rm VC} \sin \theta.$$
(10)

 Эволюция ρ̂(t) с момента прихода накачивающего импульса определяется следующими временными параметрами: длительность накачивающего импульса  $\tau_{pmp}$ ; временем фазовой релаксации  $\tau_{ph}$ , характеризующим скорость затухания недиагональных элементов матрицы плотности; временем  $\tau_{pt}$  переноса заселенности между лежащими близко по энергии перемешанными состояниями  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ . Эти характерные времена определяются следующими соотношениями:

Порядки величин  $\tau_{pmp}$  и  $\tau_{pt}$  следуют из данных работы [25]. Что касается фазовой релаксации, то прежде всего следует отметить, что, как будет показано в дальнейшем при обсуждении формирования сигнала SE, именно она определяет спектральную ширину стимулированного зондирующим импульсом излучения в [25]. Хорошо известно (см., например, [41, 45]), что фазовая релаксация включает две компоненты – однородную и неоднородную. Однородная фазовая релаксация обязана, как и перенос заселенности, динамическому взаимодействию электронных степеней свободы КТ с ее колебательными степенями свободы и средой. Неоднородная релаксация обязана статистическому разбросу параметров КТ. Ширины полос выцветания и SE, наблюдаемых в [25], составляют ~10<sup>3</sup> см<sup>-1</sup>. Формально эта величина соответствует времени релаксации  $\sim 10^{-15}$  с и (ср. с (11)), практически полностью определяется неоднородным уширением. Однако в работе [25] имеются количественные результаты, касающиеся временной эволюции максимума гауссовского распределения абсолютной величины дифференциального коэффициента стимулированного излучения (отрицательного поглощения). Именно эта величина в компактном виде особенно ярко описывает отмеченное выше очень раннее появление сигнала SE и его роста с ростом  $\tau_{del}$ . Поэтому в рассматриваемой здесь модели учитываются только узкие полосы вблизи максимумов полос CBEX и SE с шириной порядка ширины, обязанной однородному уширению с характерным временем  $\tau_{ph}$  из соотношений (11).

Накачивающий спектрально ограниченный лазерный импульс

$$E_{pmp}(t) = E_0 \exp(-t^2/\tau_{pmp}^2) \cos\left(\omega_{pmp}t\right)$$
(12)

создает электронный волновой пакет, включающий возбужденные состояния  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ . Как отмечалось выше, начальное состояние системы является чистым и описывается волновой функцией  $\Psi_4$ . Поэтому, учитывая то, что  $\tau_{ph} > \tau_{pmp}$  (см. (11), формирование исходного волнового пакета под действием накачивающего импульса может быть описано с использованием временно́го уравнения Шредингера. Для этогоудобно представить

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022

волновую функцию  $\Psi(t)$  электронной системы в следующем виде:

$$\Psi(t) = a_1(t)\Psi_1 \exp(-i\omega_1 t) + a_2(t)\Psi_2 \exp(-i\omega_2 t) + a_3(t)\exp(-i\omega_3 t)\Psi_3 + a_4(t)\exp(-i\omega_4 t)\Psi_4.$$
(13)

Здесь

$$\omega_1 = E_1/\hbar, \ \omega_2 = E_2/\hbar,

 \omega_3 = E_3/\hbar, \ \omega_4 = E_4/\hbar = 0.$$
(14)

Решение временно́го уравнения Шредингера в первом порядке теории возмущений по взаимодействию  $\hat{V}_{pmp}(t)$  накачивающего поля  $E_{pmp}(t)$  с дипольным моментом  $\hat{\mathbf{D}}$  (см. (9)) квантовой точки при начальных условиях

$$a_1(-\infty) = 0, \quad a_2(-\infty) = 0,$$
  
 $a_3(-\infty) = 0, \quad a_4(-\infty) = 1$  (15)

дает:

$$a_{1}(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{t} \langle 1 | \hat{V}_{pmp}(t') | 4 \rangle \exp(i\omega_{1}t') dt',$$
  

$$a_{2}(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^{t} \langle 2 | \hat{V}_{pmp}(t') | 4 \rangle \exp(i\omega_{2}t') dt', \qquad (16)$$
  

$$a_{3}(t) = 0, \quad a_{4}(t) = 1.$$

Здесь (см. [46])

$$\left\langle 1 \left| \hat{V}_{pmp}(t) \right| 4 \right\rangle = -F_L E_{pmp}(t) d_{14},$$

$$\left\langle 2 \left| \hat{V}_{pmp}(t) \right| 4 \right\rangle = -F_L E_{pmp}(t) d_{24},$$

$$(17)$$

где электрическое поле  $E_{pmp}(t)$  определено в (12), матричные элементы дипольного момента  $d_{14}$  и  $d_{24}$  определены в (10), и

$$F_L = (n^2 + 2)/3 \tag{18}$$

— лоренцева поправка, учитывающая поляризацию среды (*n* — показатель преломления). Для использованного в работе [25] в качестве растворителя циклогексана  $n^2 \approx 2$  в представляющем интерес интервале частот  $3 \cdot 10^{15}$ —4.5  $\cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>.

Зондирующий импульс длительностью  $\tau_{pr}$  воздействует на возбужденную накачивающим импульсом квантовую точку через время задержки

$$\tau_{del} \gg \tau_{pmp} \sim \tau_{pr} \sim 10^{-14} \text{c.}$$
(19)

Поэтому хорошим начальным условием  $\hat{\rho}^{(in)}$  для матрицы плотности  $\hat{\rho}(t)$ , которая затем эволюционирует вследствие внутренней динамики и релаксации и зондируется пробным импульсом, является матрица плотности, отвечающая сфор-

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022

мированному накачивающим лазерным импульсом электронному волновому пакету. В базисе состояний  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$ ,  $\Psi_3$ ,  $\Psi_4$  эта матрица имеет следующий вид:

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}^{(in)} = \begin{pmatrix} \rho_{11}^{(in)} & \rho_{12}^{(in)} & 0 & \rho_{14}^{(in)} \\ \rho_{12}^{(in)*} & \rho_{22}^{(in)} & 0 & \rho_{24}^{(in)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \rho_{14}^{(in)*} & \rho_{24}^{(in)*} & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \rho_{11}^{(in)} = a_1(\infty) a_1(\infty)^*, \\ \rho_{12}^{(in)} = a_1(\infty) a_2(\infty)^*, \quad \rho_{22}^{(in)} = a_2(\infty) a_2(\infty)^*, \\ \rho_{14}^{(in)} = a_1(\infty), \quad \rho_{24}^{(in)} = a_2(\infty); \\ a_1(\infty) = -\frac{F_L E_0 d_{VC} \tau_{pmp} \sqrt{\pi}}{2\hbar} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{4}(\omega_1 - \omega_{pmp})^2 \tau_{pmp}^2\right\} \cos\theta, \\ a_2(\infty) = \frac{F_L E_0 d_{VC} \tau_{pmp} \sqrt{\pi}}{2\hbar} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{4}(\omega_2 - \omega_{pmp})^2 \tau_{pmp}^2\right\} \sin\theta. \end{cases}$$
(20)

## Временна́я эволюция сформированного накачивающим импульсом электронного волнового пакета

Временна́я эволюция сформированной накачивающим импульсом электронной матрицы плотности  $\hat{\rho}^{(in)}$  определяется управляющим уравнением

$$\frac{d\hat{\mathbf{\rho}}(t)}{dt} = \Re \hat{\mathbf{\rho}}(t) + \Re \hat{\mathbf{\rho}}(t).$$
(21)

Здесь  $\mathfrak{L}$  — супероператор Лиувилля, описывающий внутреннюю динамику рассматриваемой модельной электронной системы. Он действует на матрицу плотности следующим образом:

$$\mathfrak{L}\hat{\boldsymbol{\rho}}(t) = -\frac{i}{\hbar} \Big[ \hat{\mathbf{H}}^{(ad)} \hat{\boldsymbol{\rho}}(t) - \hat{\boldsymbol{\rho}}(t) \hat{\mathbf{H}}^{(ad)} \Big], \qquad (22)$$

где матрица  $\hat{\mathbf{H}}^{(ad)}$  электронного гамильтониана КТ дается формулой (8).

Процессы релаксации описываются в рамках простейшего подхода с использованием марковского и секулярного приближений [41, 42, 44]. В этом подходе входящий в (21) релаксационный член  $\Re \hat{\rho}(t)$  имеет следующий вид:

$$\Re \hat{\mathbf{p}}(t) = \begin{pmatrix} \Re \hat{\mathbf{p}}_{ex}(t) & \Re \hat{\mathbf{p}}_{eg}(t) \\ \Re \hat{\mathbf{p}}_{eg}^{+}(t) & \Re \hat{\mathbf{p}}_{gr}(t) \end{pmatrix},$$
  
$$\Re \hat{\mathbf{p}}_{ex}(t) = \begin{pmatrix} -k_1 \rho_{11}(t) + k_2 \rho_{22}(t) & -k_d \rho_{12}(t) \\ -k_d \rho_{12}^{*} & -k_2 \rho_{22}(t) + k_1 \rho_{11}(t) \\ -k_d \rho_{13}(t) & -k_d \rho_{14}(t) \\ -k_d \rho_{23}(t) & -k_d \rho_{24}(t) \end{pmatrix},$$
  
$$\Re \hat{\mathbf{p}}_{gr}(t) = \begin{pmatrix} 0 & -k_d \rho_{34}(t) \\ -k_d \rho_{34}^{*} & 0 \end{pmatrix}.$$
  
(23)

Здесь  $k_1, k_2 \sim 1/\tau_{pt}$  и  $k_d \sim 1/\tau_{ph}$  – константы скорости переноса заселенности и дефазировки (см. (11)). Поскольку эксперименты проводятся при постоянной температуре, константы скорости переноса заселенности удовлетворяют принципу детального равновесия и их можно представить в следующем виде:

$$k_1 = k_p \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{2k_B T}\right), \quad k_2 = k_p \exp\left(\frac{E_2 - E_1}{2k_B T}\right).$$
 (24)

Уравнения (21) должны решаться со следующими начальными условиями:

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}(t=0) = \hat{\boldsymbol{\rho}}^{(in)}, \qquad (25)$$

где  $\hat{\rho}^{(in)}$  дается формулой (20). Это решение в базисе состояний  $\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$  имеет следующий вид:

$$\hat{\mathbf{p}}(t) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{p}}_{ex}(t) \ \hat{\mathbf{p}}_{eg}(t) \\ \hat{\mathbf{p}}_{eg}^{+}(t) \ \hat{\mathbf{p}}_{gr}(t) \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{ex}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{p}_{11}(t) & \exp[-k_d t - i(\omega_1 - \omega_2)t]\mathbf{p}_{12}^{(in)} \\ \exp[-k_d t + i(\omega_1 - \omega_2)t]\mathbf{p}_{12}^{(in)*} & \mathbf{p}_{22}(t) \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{eg}(t) = \begin{pmatrix} \exp[-k_d t - i(\omega_1 - \omega_3)t]\mathbf{p}_{13}^{(in)} & \exp[-k_d t - i\omega_1t]\mathbf{p}_{14}^{(in)} \\ \exp[-k_d t - i(\omega_2 - \omega_3)t]\mathbf{p}_{23}^{(in)} & \exp[-k_d t - i\omega_2t]\mathbf{p}_{24}^{(in)} \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{p}}_{gr}(t) = \begin{pmatrix} 0 & \exp[-k_d t - i\omega_3t]\mathbf{p}_{34}^{(in)*} & 1 \end{pmatrix};$$
(26)

$$\rho_{11}(t) = \frac{\left[k_2 + \exp(-k_{pl}t)k_1\right]\rho_{11}^{(in)}}{k_{pt}} - \frac{\left[-1 + \exp(-k_{pl}t)\right]k_2\rho_{22}^{(in)}}{k_{pt}},$$

$$\rho_{22}(t) = \frac{\left[k_1 + \exp(-k_{pl}t)\right]k_2\rho_{22}^{(in)}}{k_{pt}} - \frac{\left[-1 + \exp(-k_{pl}t)\right]k_1\rho_{11}^{(in)}}{k_{pt}},$$

$$k_{pt} = k_1 + k_2.$$
(27)

## Простая модель спектра отрицательного поглощения (SE)

Модель спектра отрицательного времяразрешенного поглощения базируется на соотношениях различных временных масштабов (см. (11) и (19)). Самое существенное упрощение основывается на том, что  $\tau_{del} \ge \tau_{ph}$ ,  $\tau_{pr}$  и  $\tau_{pt} \ge \tau_{pr}$ . Это позволяет сделать два существенных упрощения:

1) к моменту прихода зондирующего импульса когерентность сформированного накачивающим импульсом волнового пакета теряется (исчезают все недиагональные элементы  $\hat{\rho}(t)$ );

2) в течение всего действия зондирующего импульса на квантовую точку матрицу плотности  $\hat{\rho}(t)$  может считаться постоянной и равной

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}(\boldsymbol{\tau}_{del}) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(\boldsymbol{\tau}_{del}) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{22}(\boldsymbol{\tau}_{del}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
 (28)

Поскольку все недиагональные элементы  $\hat{\rho}(\tau_{del})$  равны нулю, средний дипольный момент кванто-

вой точки  $P_{av}(\tau_{del}) = \operatorname{Sp}(\hat{\rho}(\tau_{del})\hat{\mathbf{D}})$  равен нулю. Ненулевой средний дипольный момент наводится в результате взаимодействия квантовой точки с зондирующим лазерным импульсом.

В рассматриваемом приближении задача о расчете индуцированного зондирующим импульсом дипольного момента квантовой точки ставится следующим образом. За начало отсчета времени принимается  $t = \tau_{del}$ , и начальное условие для соответствующей модельной матрицы плотности  $\hat{\rho}_{pr}(t, \tau_{del})$  принимает вид  $\hat{\rho}_{pr}(t = -\infty, \tau_{del}) = \hat{\rho}(\tau_{del})$ . Взаимодействие между электрическим полем зондирующего импульса  $E_{pr}(t)$  и квантовой точки ставится следи собъется оператором  $\hat{V}_{pr}(t) = -F_L E_{pr}(t)\hat{D}$ ,

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022

где  $E_{pr}(t)$  — быстро спадающий при  $t \to \pm \infty$  фемтосекундный импульс-суперконтинуум. Соответственно, уравнение для матрицы плотности принимает вид

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del})}{dt} = \mathfrak{L}\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}) + \mathfrak{R}\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}) + \\ + \mathfrak{L}_{pr}\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}),$$
(29)

где

$$\begin{split} & \mathfrak{L}_{pr}(t)\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}) = \\ &= -\frac{i}{\hbar} \Big( \hat{\mathbf{V}}_{pr}(t) \,\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}) - \hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t,\tau_{del}) \hat{\mathbf{V}}_{pr}(t) \Big), \end{split} \tag{30}$$

а  $\mathfrak{L}$  и  $\mathfrak{R}$  даются формулами (22) и (23).

Уравнение (29) решается с точностью до первого порядка по  $\Omega_{pr}$ :

$$\hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}(t, \tau_{del}) = \hat{\boldsymbol{\rho}}(\tau_{del}) + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}^{(1)}(t, \tau_{del})$$
(31)

и, соответственно,

$$\frac{d\hat{\rho}_{pr}^{(1)}(t,\tau_{del})}{dt} = \Re \hat{\rho}_{pr}^{(1)}(t,\tau_{del}) + \Re \hat{\rho}_{pr}^{(1)}(t,\tau_{del}) + \\ + \Re_{pr} \hat{\rho}_{pr}(\tau_{del}).$$
(32)

Это уравнение удобно решать с использованием преобразования Фурье:

$$\boldsymbol{\rho}_{pr}^{(1)}(t,\boldsymbol{\tau}_{del}) = \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\mathbf{F}} \widehat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}^{(1)}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\tau}_{del}) e^{-i\omega t} d\boldsymbol{\omega},$$

$$\widehat{\mathbf{F}} \widehat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}^{(1)}(\boldsymbol{\omega},\boldsymbol{\tau}_{del}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\boldsymbol{\rho}}_{pr}^{(1)}(t,\boldsymbol{\tau}_{del}) e^{i\omega t} dt,$$

$$\widehat{\boldsymbol{\Omega}}_{pr}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F} \widehat{\boldsymbol{\Omega}}_{pr}(\boldsymbol{\omega}) e^{-i\omega t} d\boldsymbol{\omega},$$

$$\mathcal{F} \widehat{\boldsymbol{\Omega}}_{pr}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\boldsymbol{\Omega}}_{pr}(t) e^{i\omega t} dt.$$
(33)

Подстановка (33) в (32) дает, что фурье-компоненты  $\widehat{\mathbf{F}\rho}_{pr}^{(1)}(\omega, \tau_{del})$  поправки первого порядка  $\hat{\rho}_{pr}^{(1)}(t, \tau_{del})$  к матрице плотности  $\hat{\rho}(\tau_{del})$  удовлетворяют следующему алгебраическому уравнению:

$$(-i\omega - \mathfrak{L} - \mathfrak{R})\widehat{\mathbf{F}}\widehat{\hat{\boldsymbol{\rho}}}_{pr}^{(1)}(\omega, \tau_{del}) = \mathscr{F}\mathfrak{L}_{pr}(\omega)\widehat{\boldsymbol{\rho}}(\tau_{del}). \quad (34)$$

Решение уравнения (34) с учетом (28) дает, что в полосе SE с частотами  $\omega$  вблизи  $\omega_{SE} = (\omega_1 + \omega_2)/2 - \omega_3$  (см. (14), рис. 1 и 2) средний наведенный зондирующим импульсом дипольный момент KT при времени задержки  $\tau_{del}$  имеет вид

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022

$$P_{av}(\omega, \tau_{del}) = \operatorname{Sp}\left(\widehat{\mathbf{F}}\widehat{\rho}_{pr}^{(1)}(\omega, \tau_{del})\widehat{\mathbf{D}}\right) =$$

$$= \alpha(\omega, \tau_{del})\operatorname{FE}_{pr}(\omega),$$

$$\operatorname{FE}_{pr}(\omega) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} E_{pr}(t)e^{i\omega t}dt,$$

$$\alpha(\omega, \tau_{del}) = -\left[\frac{F_{L}d_{13}^{2}\rho_{11}(\tau_{del})}{\hbar(\omega_{1} - \omega_{3} - \omega - ik_{d})}\right] - \left[\frac{F_{L}d_{23}^{2}\rho_{22}(\tau_{del})}{\hbar(\omega_{2} - \omega_{3} - \omega - ik_{d})}\right].$$
(35)

При этом (см. [47]), интенсивность стимулированного излучения (отрицательного поглощения) пропорциональна мнимой части поляризуемости α(ω, τ<sub>del</sub>):

$$\operatorname{Im}(\omega, \tau_{del}) = -\left\{ \frac{F_L d_{13}^2 k_d \rho_{11}(\tau_{del})}{\left[ \hbar (\omega_1 - \omega_3 - \omega)^2 + k_d^2 \right]} \right\} - \left\{ \frac{F_L d_{23}^2 k_d \rho_{22}(\tau_{del})}{\hbar \left[ (\omega_2 - \omega_3 - \omega)^2 + k_d^2 \right]} \right\},$$
(36)

а сечение стимулированного излучения

$$\sigma_{\rm SE}(\omega,\tau_{del}) = -\frac{4\pi\omega}{c} {\rm Im}\alpha(\omega,\tau_{del}). \tag{37}$$

При этом коэффициент усиления пробного импульса в указанной области частот

$$K(\omega, \tau_{del}) = N^* \sigma_{SE}(\omega, \tau_{del}), \qquad (38)$$

где  $N^*$  — концентрация таких КТ в растворе, в которых  $Mn^{2+}(^{6}A)$  локализован вблизи ловушки, на которую может сесть электрон в соответствии со схемой на рис. 2. Таким образом, безразмерный дифференциальный коэффициент отрицательного поглощения в рассматриваемой области частот в случае тонкого поглощающего слоя толщиной  $\ell$  дается следующей формулой:

$$\Delta A(\omega, \tau_{del}) = -N^* \ell \frac{4\pi\omega}{c\hbar k_d} \times \left[ \frac{F_L d_{13}^2 k_d^2 \rho_{11}(\tau_{del})}{(\omega_1 - \omega_3 - \omega)^2 + k_d^2} + \frac{F_L d_{23}^2 k_d^2 \rho_{22}(\tau_{del})}{(\omega_2 - \omega_3 - \omega)^2 + k_d^2} \right].$$
(39)

В работе [25] по экспериментальным данным определялась функция  $|\Delta A_{rel} (\tau_{del})|_{max}$  — максимум распределения абсолютной величины дифференциального коэффициента отрицательного поглощения в относительных единицах. В рассматриваемой модели эта функция следующим образом выражается через детализированное общее выражение (39):

$$\begin{split} \left| \Delta A_{rel} \left( \tau_{del} \right) \right|_{max} &= \frac{\max_{\omega} \left| \Delta A \left( \omega, \tau_{del} \right) \right|}{\max_{\omega} \left| \Delta A \left( \omega, \infty \right) \right|} = \\ &= \frac{\max_{\omega} \left[ \Phi_1 \left( \omega, \tau_{del} \right) + \Phi_2 \left( \omega, \tau_{del} \right) \right]}{\max_{\omega} \left[ \Phi_1 \left( \omega, \infty \right) + \Phi_2 \left( \omega, \infty \right) \right]}; \\ \Phi_1 \left( \omega, \tau_{del} \right) &= \frac{k_d^2 \sin^2 \theta}{\left( \omega_1 - \omega_3 - \omega \right)^2 + k_d^2} \times \\ &\times \left[ B_{11} - B_{12} \exp\left( -k_{pt} \tau_{del} \right) \right], \\ \Phi_2 \left( \omega, \tau_{del} \right) &= \frac{k_d^2 \cos^2 \theta}{\left( \omega_2 - \omega_3 - \omega \right)^2 + k_d^2} \times \\ &\times \left[ B_{21} - B_{22} \exp\left( -k_{pt} \tau_{del} \right) \right]. \end{split}$$
(40)

Здесь

$$B_{11} = \sin^{2}\theta \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{2} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \times \\ \times \exp\left(-\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right) + \cos^{2}\theta \times \\ \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(-\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right), \\ B_{12} = \sin\theta^{2} \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{2} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \times \\ \times \exp\left(-\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right) - \cos^{2}\theta \times \\ \times \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right), \quad (41) \\ B_{21} = \cos^{2}\theta \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right) + \\ + \sin^{2}\theta \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{2} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right), \\ B_{22} = \cos^{2}\theta \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{1} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right) - \\ - \sin^{2}\theta \exp\left[-\frac{1}{2}(\omega_{2} - \omega_{pmp})^{2}\tau_{pmp}^{2}\right] \exp\left(-\frac{E_{1} - E_{2}}{2k_{B}T}\right). \end{cases}$$

Выражения для коэффициентов  $B_{ij}$  получены с использованием формул (27) для  $\rho_{11}(\tau_{del})$  и  $\rho_{22}(\tau_{del})$  и (20) для  $\rho_{11}^{(in)}$  и  $\rho_{22}^{(in)}$ .

## СОПОСТАВЛЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Прежде всего отметим, что общее выражение (39) для  $\Delta A(\omega, \tau_{del})$  позволяет качественно объяснить очень большое (три порядка) различие величин сигналов в экспериментах (см. рис. 2 в [25]) в областях длин волн порядка 450 нм (выцветание) и 550–600 нм (SE). Дело, видимо, в том, что определяющая SE концентрация  $N^*$  много меньше

определяющей выцветание полной концентрации *N* квантовых точек в растворе.

Количественное сопоставление развитой в настоящей работе теории с экспериментом можно провести для  $|\Delta A_{rel}(\tau_{del})|_{max}$ . Измеренная в [25] для квантовых точек QD2 величина  $|\Delta A_{rel}(\tau_{del})|_{max}^{(exp)}$  при  $\tau_{del}$  в интервале  $10^{-13}$ – $2 \cdot 10^{-12}$  сможет быть аппроксимирована функцией

$$\begin{aligned} \left| \Delta A_{rel} \left( \tau_{del} \right) \right|_{max}^{(exp)} &= 1 - 0.15 \exp\left( -\tau_{del} / \tau_1 \right), \\ \tau_1 &= 6.25 \cdot 10^{-13} \text{ c.} \end{aligned}$$
(42)

Прежде всего отметим, что (см. (40)), зависимость функции  $\left|\Delta A_{rel}\left( au_{del} 
ight) \right|_{max}$ от  $au_{del}$  определяется константой скорости  $k_{nt}$ . Из (27) же следует, что этой константой определяется скорость переноса заселенности между близколежащими по энергии перемешанными состояниями  $\Psi_1$  и  $\Psi_2$ . Поэтому, учитывая то, что время τ<sub>1</sub> имеет характерный для переноса заселенности между близколежащими электронными состояниями порядок величины (см. (11)), естественно отождествить k<sub>nt</sub>  $1/\tau_1$ . Если не обращать внимание на зависимость от  $\tau_{del}$ , то  $|\Delta A(\tau_{del})|_{max}$  зависит отвеличин  $E_1, E_2, \theta$  и константы скорости фазовой релаксации k<sub>d</sub>. Что касается  $E_1, E_2$  и  $\theta$ , то их величина определяется энергетическими параметрами  $e_1 = E_{\rm CB},$  $e_2 = \Delta E_{\rm Mn} + E_{\rm Tr}$  и  $V_c$  (см. рис. 1, 2). При расчетах были использованы приведенные в [25] значения  $E_{\rm CB} = 23256$  см<sup>-1</sup>,  $\Delta E_{\rm Mn} = 16938$  см<sup>-1</sup>. Энергия электрона в ловушке, E<sub>Tr</sub>, и матричный элемент V<sub>c</sub> обменного взаимодействия подбирались из условия согласия результатов расчета с (42). При этом учитывалось, что энергия Е<sub>тг</sub> должна удовлетворять неравенству (1), а значение  $|V_c|$  должно лежать в пределах, полученных в работах [37-39]. Было установлено, что воспроизвести  $|\Delta A_{rel} (\tau_{del})|_{max}^{(exp)}$ удается, приняв, что  $E_{\mathrm{Tr}} = 6133 \,\mathrm{cm^{-1}}$  и  $V_c = 59 \,\mathrm{cm^{-1}}$ . этих значениях  $E_{\rm Tr}$  и  $V_c$  функция При  $\Phi_1(\omega, \tau_{del}) \ll \Phi_2(\omega, \tau_{del})$  и поэтому $|\Delta A_{rel}(\tau_{del})|_{max}$  не зависит от  $k_d$ . Кроме того, при этих значениях параметров в шкале длин волн положение  $\lambda_{max}$  максимума распределения абсолютной величины дифференциального коэффициента отрицательного поглощения не зависит от  $\tau_{del}$  и равно 590 нм. В работе [25] наблюдалось, что в рассматриваемом интервале времен задержки λ<sub>max</sub> практически не зависит от  $\tau_{del}$  и равно примерно 580 нм. Следует отметить, что обе величины лежат в центре полосы SE, ширина которой составляет примерно 60 нм.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в настоящей работе простая аналитическая модель дает качественное и даже в некоторых аспектах количественное описание следующих основных особенностей наблюдавшегося в работе [25] сигнала фемтосекундного эксперимента накачка—зондирование с допированными марганцем квантовыми точками ZnCdS:

1) наблюдение уже при  $\tau_{del} = 120$  фс сигнала стимулированного зондирующим импульсом излучения в полосе длин перехода  ${}^{4}T_{1} \rightarrow {}^{6}A_{1}$  в Mn<sup>2+</sup>(3d<sup>5</sup>);

2) медленный рост интенсивности этого излучения с ростом  $\tau_{del}$ .

Первая особенность объясняется тем, что воз-

бужденное состояние <sup>4</sup>Т иона  $Mn^{2+}$ , локализованного вблизи ловушки электрона с энергией в запрещенной зоне, может лежать близко по энергии к краю зоны проводимости. Это состояние перемешивается обменным взаимодействием с состояниями электронов в зоне проводимости КТ и может возбуждаться накачивающим фемтосекундным импульсом. Поэтому SE появляется сразу после прохождения накачивающего импульса с длительностью порядка  $10^{-14}$  с.

Вторая особенность обязана перераспределению заселенности между двумя отмеченными выше перемешанными состояниями, вызванному релаксационными процессами.

Авторы выражают благодарность В.А. Надточенко за плодотворные обсуждения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерством науки и высшего образования Российской Федерации в рамках госзадания (регистрационный номер АААА-А19-119012890064-7).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Nozik A.J., Beard M.C., Luther J.M. et al. // Chem. Rev. 2010. V. 110. P. 6873; https://doi.org/10.1021/cr900289f
- Николенко Л.М., Разумов В.Ф. // Успехи химии. 2013. Т. 82. № 5. С. 429.
- Lodahl P., Mahmoodian S., Stobbe S. // Rev. Mod. Phys. 2015. V. 87. P. 347; https://doi.org/10.1103/RevModPhys.87.347
- Gumlich H.E. // J. Lumin. 1981. V. 23. P. 73; https://doi.org/10.1016/0022-2313(81)90191-5
- Bhargava R.N., Gallagher D. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 416.
- Sooklal K., Cullum B.S., Angel S.M. et al. // J. Phys. Chem. 1996. V. 100. P. 4551.
- Dinsmore A.D., Hsu D.S., Gray H.F. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 75. P. 802.
- Song Wei Lua, Burtrand I.L., Zhong Lin Wang // J. Lumin. 2001. V. 92. P. 73.

ХИМИЧЕСКАЯ ФИЗИКА том 41 № 9 2022

- 9. *Li-Yu Lin, Teng-Ming Chen* // Tamkang J. Sci. Eng. 2002. V. 5. № 3. P. 187.
- de Mello Donega C., Bol A.A., Meijerink A. // J. Lumin. 2002. V. 96. P. 87.
- Yang H., Holloway P.H., Ratna B.B. // J. Appl. Phys. 2003. V. 93. P. 586; https://doi.org/10.1063/1.1529316
- Peng W.Q., Qua S.C., Conga G.W. et al. // J. Cryst. Gr. 2005. V. 282. P. 179; https://doi.org/10.1016/j.jcrysgro.2005.05.005
- Sapra S., Prakash A., Ghangrekar A. et al. // J. Phys. Chem. B. 2005. V. 109. P. 1663; https://doi.org/10.1021/jp049976e
- 14. *Hao Ying Lu, Sheng Yuan Chu, Soon Seng Tan //* Jap. J. Appl. Phys. 2005. V. 44. P. 5282.
- Zhen-Qian Chen, Chao Lian, Dong Zhou et al. // Chem. Phys. Lett. 2010. V. 488. P. 73; https://doi.org/10.1016/j.cplett.2010.02.002
- Olano E.M., Grant C.D., Norman T.J. et al. // J. Nanosci. Nanotech. 2005. V. 5. P. 1492; https://doi.org/10.1166/jnn.2005.315
- 17. Бендерский В.А., Кац Е.И. // Хим. физика. 2009. Т. 28. С. 6.
- Kripal R., Gupta A.K., Mishra S.K. et al. // Spectr. Acta. A. 2010. V. 76. P. 523; https://doi.org/10.1016/j.saa.2010.04.018
- Taguchi S., Ishizumi A., Kanemitsu Y. // J. Phys. Soc. Jap. 2010. V. 79. P. 063710; https://doi.org/10.1143/JPSJ.79.063710
- Hsiang-Yun Chen, Maiti S., Dong Hee Son // ACS Nano. 2012. V. 6. P. 583; https://doi.org/10.1021/nn204452e
- 21. *Maiti S., Hsiang-Yun Chen, Park Y. et al.* // J. Phys. Chem. C. 2014. V. 118. P. 18226; https://doi.org/10.1021/jp505162c
- 22. Horoz S., Dai Q., Maloney F.S. et al. // Phys. Rev. Appl. 2015. V. 3. P. 024011; https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.3.024011
- 23. Данилов В.В., Панфутова А.С., Шилов В.Б. и др. // Хим. физика. 2015. Т. 34. С. 58.
- 24. Gahlot K., Pradeep K.R., Camellini A. // ACS Energy Lett. 2019. V. 4. P. 729; https://doi.org/10.1021/acsenergylett.9b00064
- 25. *Nadtochenko V., Kostrov A., Titov A. et al.* // Chem. Phys. Lett. 2020. V. 743. A. 137160; https://doi.org/10.1016/j.cplett.2020.137160
- 26. Bawendi M.G., Carroll P.J., Wilson W.L. et al. // J. Chem. Phys. 1992. V. 96. P. 946; https://doi.org/10.1063/1.462114
- 27. Иванов Г.К., Боднева В.Л. // Хим. физика. 2007. Т. 26. С. 74.
- 28. Балашов Е.М., Иванов Г.К., Колченко Н.Н. // Хим. физика. 2008. Т. 27. С. 75.
- 29. Lee S.F., Osborne M.A. // ChemPhysChem. 2009. V. 10. P. 2174; https://doi.org/10.1002/cphc.200900200
- Jones M., Lo S.S., Scholes G.D. // Proc. Nat. Acad. Sci. 2009. V. 106. P. 3011; https://doi.org/10.1073/pnas.0809316106

- Mao Ye, Searson P.C. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. 125317; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.125317
- 32. *Veamatahau A., Bo Jiang, Seifert T. et al.* // Phys. Chem. Chem. Phys. 2014. V. 17. P. 2850; https://doi.org/10.1039/c4cp04761c
- Boehme S.C., Azpiroz J.M., Aulin Y. et al. // Nano Lett. 2015. V. 15. P. 3056; https://doi.org/10.1021/acs.nanolett.5b00050
- 34. Kahmann S., Sytnyk M., Schrenker N. et al. // Adv. Electron. Mater. 2017. 1700348; https://doi.org/10.1002/aelm.201700348
- Kushavah D., Mohapatra P.K., Ghosh P. et al. // Mater. Res. Expr. 2017. V. 4. 075007; https://doi.org/10.1088/2053-1591/aa7a4f
- 36. Kirkwood N., Monchen J.O.V., Crisp R.W. et al. // J. Amer. Chem. Soc. 2018. V. 140. P. 15712; https://doi.org/10.1021/jacs.8b07783
- 37. Beaulac R., Gamelin D.R. // Phys. Rev. B. 2010. V. 82. P. 224401; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.224401

- Beaulac R., YongFeng, May J.W. et al. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 195324; https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.195324
- Bo Peng, Liang W., White M.A. et al. // J. Phys. Chem. C. 2012. V. 116. P. 11223; https://doi.org/10.1021/jp2118828
- 40. Желтиков А.М. // УФН. 2006. Т. 176. С. 623.
- 41. *Mukamel S*. Nonlinear optical spectroscopy. New York, Oxford: Oxford University Press, 1995.
- 42. *Domcke W., Stock G.* // Adv. Chem. Phys. 1997. V. 100. P. 1.
- 43. *Gelin M.F., Pisliakov A.V., Egorova D. et al.* // J. Chem. Phys. 2003. V. 118. P. 5287; https://doi.org/10.1063/1.1547751
- 44. *Blum K*. Density matrix theory and applications. Berlin, Heidelberg: Springer, 2012.
- 45. *Allen L., Eberly J.H.* Optical resonance and two-level atoms. N.Y., London: John Wiley & Sons, 1975.
- 46. Dexter D.L. // Sol. State. Phys. 1958. V. 6. P. 353.
- 47. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Физматлит, 2005.

82