

ОСОБЕННОСТИ ФИЗИЧЕСКИХ НАБЛЮДАЕМЫХ СИЛЬНО КОРРЕЛИРОВАННОЙ СВЕРХПРОВОДЯЩЕЙ НАНОПРОВОЛОКИ СО СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ РАШБА

*М. С. Шустин**, *С. В. Аksenov***

*Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 04 декабря 2021 г.,
после переработки 28 января 2022 г.
Принята к публикации 28 января 2022 г.

Исследовано поведение калорических характеристик и электронной компоненты спиновой поляризации возбуждений в режиме сильных электронных корреляций нанопроволоки, которая характеризуется наведенной сверхпроводимостью расширенного s -типа симметрии, спин-орбитальным взаимодействием Рашба и зеemanовским расщеплением одноузельных уровней. Проблема анализировалась на основе метода ренормгруппы для матрицы плотности. Показано, что для однозначной идентификации различных фаз системы — топологически тривиальной с краевыми возбуждениями или без них, а также топологически нетривиальных фаз с одной или несколькими парами майорановских мод — недостаточно анализировать по отдельности каждую из упомянутых характеристик, а необходимо рассматривать их особенности совместно.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 95-летию Э. И. Рашба

DOI: 10.31857/S0044451022100108
EDN: JTNPAF

1. ВВЕДЕНИЕ

Майорановские моды (ММ) в низкоразмерных сверхпроводниках были предсказаны около 20 лет назад для моделей двумерных [1] и одномерных [2] невзаимодействующих электронных систем с нетривиальным сверхпроводящим спариванием. Такие моды характеризуются нулевой энергией возбуждения и пространственной нелокальностью: одно майорановское связанное состояние (МСС), которое представляет собой фермиевское возбуждение, можно условно представить в виде двух ММ с перекрывающимися волновыми функциями. В низкоразмерных системах ММ могут быть локализованы на краях или неоднородностях квантовых проволок [3, 4], неоднородностях (вихрях) сверхпроводящего параметра порядка или углах двумерных систем [4, 5]. Было показано, что фазы с отсутстви-

ем или наличием ММ могут быть классифицированы топологическими методами (топологические фазы — ТФ), а потому сверхпроводящие материалы, в которых реализуются состояния с нулевой энергией и пространственной нелокальностью называются топологическими сверхпроводниками. При этом нелокальная структура майорановских квазичастиц является причиной их устойчивости к локальным внешним возмущениям и обуславливает топологическую защищенность этих состояний. Более того, изменение пространственного положения ММ в двумерных системах может приводить к изменениям волновой функции основного состояния системы, не сводящимся к умножению её на глобальный фазовый множитель [6]. Отмеченные особенности обуславливают значительный интерес к твердотельным системам с ММ как к материалам перспективным для реализации квантовых вычислений.

В настоящее время исследование топологических сверхпроводников превратилось в обширное и активно развиваемое направление физики конденсированного состояния (см., например, работы [7–10] и цитируемую в них литературу). Начиная с модели

* E-mail: mshustin@yandex.ru

** E-mail: asv86@iph.krasn.ru

Китаева, было известно, что для реализации нетривиальных фаз и ММ важную роль играет сверхпроводящее спаривание электронов с одинаковыми проекциями спинового момента, т.е. триплетное спаривание [2]. Поскольку имеется ограниченное количество кандидатов в триплетные сверхпроводники (Sr_2RuO_4 , UGe_2 , UCoGe , URhGe [11–16]), важным оказался поиск условий, при которых такой механизм спаривания может эффективно реализовываться в более распространенных синглетных сверхпроводниках.

В работах [17, 18] впервые было показано, что для возникновения спаривания p -типа и ММ в одномерных системах необходимо одновременное присутствие спин-орбитальной связи Рашба и магнитного поля. Эти результаты послужили триггером для синтеза и экспериментального исследования гибридных структур типа традиционный сверхпроводник/полупроводник с сильным спин-орбитальным взаимодействием [19, 20]. В частности, изучены транспортные свойства полупроводниковых нанопроволок InAs или InSb , на поверхность которых эпитаксиальным образом напылялся слой Al [21–23]. В отмеченных гетероструктурах наблюдался квантованный пик дифференциальной проводимости при нулевом напряжении, сохраняющийся в некотором диапазоне магнитных полей и электростатических полей электродов затвора. В дополнение к этому были синтезированы и экспериментально исследованы гибридные структуры Al-EuS-InAs с тонким слоем ферромагнетика EuS [24]. Наличие контакта ферромагнетика со сверхпроводящей нанопроволокой позволило индуцировать в последней ближний магнитный порядок и наблюдать квантованный пик дифференциальной проводимости в отсутствие внешнего магнитного поля, которое оказывает негативное воздействие на сверхпроводимость и соответствующий эффект близости.

Возникновение стабильного квантованного пика кондактанса связывалось с реализацией в системе МСС, хотя относительно верности данной трактовки до настоящего времени ведутся дискуссии (см., например, [25–27]). Интерпретацию экспериментальных данных может усложнить также и то, что для нанопроволок InAs были проведены экспериментальные исследования, указывающие на возможную реализацию в них режима сильных электронных корреляций (СЭК) [28].

Таким образом, в настоящее время приобрел актуальность поиск наблюдаемых характеристик сверхпроводящих нанопроволок, позволяющий идентифицировать топологические фазовые пере-

ходы и МСС в том числе в режиме СЭК. Данный вопрос рассматривался в работах [29–34] в рамках модели цепочки Китаева с использованием метода ренормгруппы для матрицы плотности (density matrix renormalization group — DMRG) [35–38]. Обсуждались два типа критериев. Первый из них основывался на использовании характеристик спектра и собственных состояний многочастичной системы: вырождение многочастичной энергии основного состояния (для секторов гильбертова пространства с различной фермионной четностью), вырождение спектра редуцированной многочастичной матрицы плотности и асимптотическое поведение свойств одночастичной матрицы плотности на больших расстояниях [30–34]. Формулировка второго типа критериев связывалась с наблюдаемыми характеристиками: возникновением максимума спектральной функции (которая определяет поведение дифференциальной проводимости) на нулевой частоте [29], аномальным поведением сжимаемости и восприимчивости [30, 31].

Исследования возможностей детектирования ТФ проводились также в рамках модели сверхпроводящей нанопроволоки (СП) со спин-орбитальным взаимодействием Рашба и зеemanовским расщеплением (см. разд. 2), которая активно используется при интерпретации экспериментальных данных для гибридных структур Al-InAs и Al-EuS-InAs . Так, были предсказаны особенности поведения калорическими функций [39] и свойств резонансов Фано [40], позволяющие предсказывать условия реализации ТФ в коротких нанопроволоках. Также рассматривались перспективы детектирования МСС на основе анализа их спиновой поляризации [41–45]. Однако отмеченные исследования проводились либо при учете слабых электрон-электронных взаимодействий [39, 40], либо в пренебрежении ими [41–45].

В настоящей работе в рамках модели СП со спин-орбитальным взаимодействием Рашба и зеemanовским расщеплением анализируется возможность экспериментального детектирования ТФ в условиях сильного хаббардовского отталкивания. Первые результаты анализа данной проблемы, полученные на основе метода DMRG, обсуждались в работе [46]. В частности, отмечалось, что одних только особенностей поведения магнитно- и электрокалорических эффектов недостаточно для определения типа ТФ. В данной статье демонстрируется, что для решения этой проблемы необходимо совместно анализировать особенности калорических функций и спиновой поляризации возбуждений.

2. МОДЕЛЬ ГИБРИДНОЙ НАНОПРОВОЛОКИ

Полупроводниковую нанопроволоку InAs, на поверхность которой эпитаксиальным образом напылены тонкие слои (3-5 нм) Al и EuS, ответственные за индуцирование наведенной сверхпроводимости и ближнего магнитного порядка (в последнем случае, как указывалось в разд. 1, аналогичный эффект может быть достигнут действием внешнего магнитного поля), будем моделировать в рамках следующего гамильтониана в приближении сильной связи [46, 47]:

$$\begin{aligned} \hat{H}_W = & \sum_{f\sigma} \xi_\sigma \hat{a}_{f\sigma}^\dagger \hat{a}_{f\sigma} + U \sum_f \hat{n}_{f\uparrow} \hat{n}_{f\downarrow} - \\ & - \sum_{f\sigma} \left(\frac{t}{2} \hat{a}_{f\sigma}^\dagger \hat{a}_{f+1\sigma} + \frac{\alpha}{2} \eta_\sigma \hat{a}_{f\sigma}^\dagger \hat{a}_{f+1\bar{\sigma}} + \text{H. c.} \right) + \\ & + \sum_f [\Delta \hat{a}_{f\uparrow} \hat{a}_{f\downarrow} + \Delta_1 (\hat{a}_{f\uparrow} \hat{a}_{f+1\downarrow} + \hat{a}_{f+1\uparrow} \hat{a}_{f\downarrow}) + \\ & + \text{H. c.}]. \quad (1) \end{aligned}$$

Здесь слагаемые первых двух строк описывают одномерную систему фермионов с интегралом перескока t ; параметром спин-орбитального взаимодействия Рашба α ; а также зависящую от проекции спина энергию фермиона на одном узле (отсчитанную от химического потенциала μ),

$$\xi_\sigma = -\mu - \eta_\sigma h, \quad h = \frac{1}{2} g \mu_B H,$$

где g — фактор Ланде, μ_B — магнетон Бора, H — эффективное магнитное поле, сформированное внешним магнитным полем и/или наведенным магнетизмом от слоя EuS. Оператор $\hat{a}_{f\sigma}$ ($\hat{a}_{f\sigma}^\dagger$) описывает уничтожение (рождение) фермиона на узле с номером f и проекцией спина $\sigma = \uparrow, \downarrow$, $\eta_\uparrow = 1$, $\eta_\downarrow = -1$. Второе слагаемое гамильтониана соответствует учету одноузельного (хаббардовского) кулоновского взаимодействия фермионов с амплитудой U . Оператор числа электронов на узле $\hat{n}_{f\sigma} = \hat{a}_{f\sigma}^\dagger \hat{a}_{f\sigma}$. В четвертом слагаемом гамильтониана представлены слагаемые, связанные с наличием (за счет эффекта близости) потенциала сверхпроводящего спаривания расширенного s -типа симметрии с амплитудами Δ и Δ_1 . В настоящей работе все параметры модели (1) считаются действительными и принимается, что $h > 0$. Также учет электрон-электронных взаимодействий будет проводиться как в режиме слабых $U < t/2$, так и сильных $U \gg t/2$ электронных корреляций (СЭК). При этом под слабыми электронными корреляциями мы понимаем режим, при котором система

может быть с хорошей точностью описана в приближении самосогласованного среднего поля (ССП, см. [39, 40]).

3. РОЛЬ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ РАШБА В РЕАЛИЗАЦИИ МАЙОРАНОВСКИХ КВАЗИЧАСТИЦ

Остановимся подробнее на роли, которую играет спин-орбитальная связь Рашба в формировании МСС. Наиболее общим обоснованием важности такого взаимодействия является симметричный аргумент. Так, строгая одномерность модели и сверхпроводящие спаривания приводят к реализации эффективной симметрии по отношению к инверсии времени, а также электрон-дырочной симметрии, соответственно. Если бы в системе не было спин-орбитального взаимодействия Рашба, то такой набор симметрий соответствовал бы классу C в классификации Алтланда–Цирнбауэра неупорядоченных гамильтонианов без взаимодействия [48–50]. При этом, согласно топологической классификации таких гамильтонианов [51–53], 1D-ансамбль фермионов класса C не может реализовывать топологически нетривиальные фазы. Наличие в модели (1) спин-орбитального взаимодействия Рашба нарушает в системе вращательную инвариантность в спиновом пространстве и понижает симметрию гамильтониана до класса BDI. Последний допускает реализацию топологически нетривиальных фазовых состояний и классифицируется посредством целочисленного инварианта $N_{BDI} \in \mathbb{Z}$ (см. разд. 4). Ранее нами было показано [46], что в системе (1) могут реализовываться ТФ с $-2 \leq N_{BDI} \leq 2$, причем такие фазы реализуются как в режиме слабых, так и сильных электронных корреляций. При этом $|N_{BDI}|$ соответствует количеству МСС, имеющихся в нанопроволоке в данной фазе.

Второй аргумент связан с количеством ферми-точек в одномерных моделях в интервале квазиимпульсов $k \in [0, \pi]$. В работе [2] было продемонстрировано, что топологически нетривиальная фаза в одномерном бесспиновом сверхпроводнике реализуется, если в нормальном состоянии система имеет нечетное число ферми-точек на половине зоны Бриллюэна. Учет спиновых степеней свободы в общем случае означает двукратное вырождение состояний, усложняя тем самым наблюдение таких фаз. Однако, как было показано в статьях [17, 18], совместное действие зеемановского расщепления и спин-орбитального взаимодействия

Рашба в отсутствие сверхпроводящего спаривания приводит к двухзонному спектру со щелью при $k = 0$. В результате, если μ находится внутри этой щели, то имеет место желаемая картина с одной ферми-точкой для $k \in [0; \pi]$. Более того, ниже мы покажем, что без учета хаббардовского отталкивания в режиме сильного зеemanовского расщепления СП со спариваниями s -типа фактически ведет себя как p -волновой сверхпроводник в ансамбле бесспиновых фермионов, а гамильтониан(1) сводится к обобщенной модели Китаева [54]. Это позволит не только подчеркнуть важность спин-орбитального взаимодействия Рашба в формировании МСС, но и обосновать ограничение $-2 \leq N_{BDI} \leq 2$ на значения топологического инварианта модели(1).

Запишем гамильтониан (1) при $U = 0$ в квазиимпульсном представлении:

$$\hat{H}_W = \sum_{k\sigma} \xi_{k\sigma} \hat{a}_{k\sigma}^\dagger \hat{a}_{k\sigma} + \sum_k \{i\alpha_k \hat{a}_{k\downarrow}^\dagger \hat{a}_{k\uparrow} + \Delta_k \hat{a}_{k\uparrow} \hat{a}_{-k\downarrow} + \text{H. c.}\}, \quad (2)$$

где $\xi_{k\sigma} = \xi_k - \eta_\sigma h$, $\xi_k = -t \cos k - \mu$, $\alpha_k = \alpha \sin k$, $\Delta_k = \Delta + 2\Delta_1 \cos k$. Введем новые операторы, которые соответствуют фермионам в упомянутых в предыдущем абзаце зонах:

$$\begin{aligned} \hat{d}_k &= \cos \phi_k \cdot \hat{a}_{k\uparrow} + i \operatorname{sign}(\alpha_k) \sin \phi_k \cdot \hat{a}_{k\downarrow}, \\ \hat{p}_k &= \sin \phi_k \cdot \hat{a}_{k\uparrow} - i \operatorname{sign}(\alpha_k) \cos \phi_k \cdot \hat{a}_{k\downarrow}, \\ \cos \phi_k &= \sqrt{(1+r_k)/2}, \\ \sin \phi_k &= \sqrt{(1-r_k)/2}, \\ r_k &= h/\sqrt{h^2 + \alpha_k^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

и выразим через них \hat{H}_W , записав последний в форме Боголюбова–де Жена:

$$\begin{aligned} \hat{H}_W &= \sum_k \left(\xi_k + \frac{1}{2} \hat{R}_k^\dagger \cdot H_{BG}(k) \hat{R}_k \right), \\ \hat{R}_k^\dagger &= (\hat{d}_{k\uparrow}^\dagger, \hat{d}_{-k}, \hat{p}_k^\dagger, \hat{p}_{-k}), \\ H_{BG}(k) &= \begin{pmatrix} \varepsilon_{k-} & iA_k & 0 & -iB_k \\ -iA_k & -\varepsilon_{k-} & iB_k & 0 \\ 0 & -iB_k & \varepsilon_{k+} & -iA_k \\ iB_k & 0 & iA_k & -\varepsilon_{k+} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k\mp} &= \xi_k \mp \sqrt{h^2 + \alpha_k^2}, \\ A_k &= \Delta_k \alpha_k / \sqrt{h^2 + \alpha_k^2}, \\ B_k &= P_k \Delta_k h / \sqrt{h^2 + \alpha_k^2}, \end{aligned}$$

где $P_k = \operatorname{sign}(\alpha_k)$. Видно, что в новых переменных гамильтониан СП описывает две фермиевские подсистемы, взаимодействие между которыми определяется параметром B_k . Внутри каждой из них реализуются сверхпроводящие спаривания с симметрией p -типа параметра порядка A_k . Видно, что в спин-поляризованном режиме, когда $h \gg t, \alpha, \Delta_k$, взаимодействие между d - и p -подсистемами по амплитуде превышает взаимодействие внутри подсистем, так как $|A_k| \sim \Delta_k \alpha_k / h$, а $|B_k| \sim |\Delta_k|$. Поэтому целесообразно, вводя новые операторы \hat{d}_k и \hat{p}_k , изменить соотношения интенсивностей взаимодействия внутри и между подсистемами.

Переход к новым квазичастицам проведем посредством унитарного преобразования для матрицы Боголюбова–де Жена $H_{BG}(k)$:

$$H_{BG}(k) \rightarrow \tilde{H}_{BG}(k) = e^{-S_k} H_{BG}(k) e^{S_k} = H_{BG}(k) + [H_{BG}(k), S_k] + \frac{1}{2} [[H_{BG}(k), S_k], S_k] + \dots \quad (5)$$

Выберем матрицу оператора инфинитезимального преобразования S_k в виде

$$S_k = \frac{iB_k}{2\xi_k} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Такой выбор совместно с требованием на унитарность матрицы $\exp(S_k)$ приводит к необходимости рассматривать только режимы низкой или высокой электронной концентрации, $|\mu| \gg t, \alpha_k, \Delta_k$. Действительно, в пренебрежении слагаемыми порядка $O(1/\mu^2)$ получаем, что

$$\begin{aligned} \frac{B_k}{2\xi_k} &= -\frac{\Delta_k}{2\mu} P_k \left(1 + \frac{t \cos k}{\mu}\right)^{-1} \left(1 + \frac{\alpha_k^2}{h^2}\right)^{-1/2} \simeq \\ &\simeq -\frac{\Delta_k}{2\mu} P_k \left(1 - \frac{t \cos k}{\mu}\right) \left(1 - \frac{\alpha_k^2}{2h^2}\right) \simeq -\frac{\Delta_k}{2\mu} P_k, \end{aligned} \quad (7)$$

а потому $e^{-S_k} \cdot e^{S_k} = 1 + O(1/\mu^2)$. Таким образом, мы будем работать фактически в параметрической области $h \approx |\mu| \gg t, \alpha_k, \Delta_k$, а при проведении вычислений пренебрегать слагаемыми порядка $O(1/\mu^2, 1/h^2)$. Тогда, переходя в рассматриваемом приближении к новым операторам,

$$\hat{R}_k^\dagger \rightarrow \hat{R}_k^\dagger = \hat{R}_k e^{S_k} = (\hat{d}_{k\uparrow}^\dagger, \hat{d}_{-k}, \hat{p}_k^\dagger, \hat{p}_{-k}), \quad (8)$$

получим гамильтониан нанопроволоки в представлении, позволяющем пренебречь взаимодействием между подсистемами d - и p -фермионов:

$$\hat{H}_W = \frac{N\Delta^2}{2\mu} + \frac{N\Delta_1^2}{\mu} + \sum_k (\hat{H}_k^{(d)} + \hat{H}_k^{(p)}), \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned}
\hat{H}_k^{(d)} &= (-\tilde{\mu} - \tilde{h} - t_d \cos k - t_{1d} \cos 2k) \hat{d}_k^\dagger \hat{d}_k - \\
&\quad - \frac{i}{2} (\tilde{\Delta}_k \hat{d}_k \hat{d}_{-k} + \text{H. c.}), \\
\hat{H}_k^{(p)} &= (-\tilde{\mu} + \tilde{h} - t_p \cos k - t_{1p} \cos 2k) \hat{p}_k^\dagger \hat{p}_k + \\
&\quad + \frac{i}{2} (\tilde{\Delta}_k \hat{p}_k \hat{p}_{-k} + \text{H. c.}), \\
\tilde{\mu} &= \mu + \frac{\Delta^2}{2\mu} + \frac{\Delta_1^2}{\mu}, \\
\tilde{h} &= h + \frac{\alpha^2}{4h}, \\
t_{d(p)} &= t - \frac{2\Delta\Delta_1}{\mu}, \\
t_{1d(p)} &= \frac{\Delta_1^2}{\mu} \mp \frac{\alpha^2}{4h}, \\
\tilde{\Delta}_k &= \frac{\alpha\Delta}{h} \sin k + \frac{\alpha\Delta_1}{h} \sin 2k.
\end{aligned} \tag{10}$$

Первые два слагаемых правой части (9) дают поправки к энергии основного состояния многочастичной системы, обусловленные виртуальными процессами рождения и уничтожения куперовских пар затравочных электронов. Операторы $\hat{H}_k^{(d)}$ и $\hat{H}_k^{(p)}$ характеризуют спектр одночастичных возбуждений системы над основным состоянием. При этом, если $\mu < 0$ ($\mu > 0$), низкоэнергетические фермиевские возбуждения, представляющие практический интерес, описываются оператором $\hat{H}_k^{(d)}$ ($\hat{H}_k^{(p)}$). Фактически такие гамильтонианы представляют собой обобщение гамильтониана цепочки Китаева [2], в котором учитываются дальние перескоки и сверхпроводящие спаривания p -типа. Видно, что амплитуда такого спаривания $\tilde{\Delta}_k$ пропорциональна константе спин-орбитального взаимодействия Рашба α . Более того, поскольку в конечной цепочке Китаева локализация ММ требует наличия достаточно большой сверхпроводящей щели (по сравнению с характерной энергией гибридизации ММ $\varepsilon \sim \exp(-L)$), то реализация МСС в рамках эффективной модели (10) подразумевает необходимость достаточно сильного спин-орбитального взаимодействия Рашба.

Модель (9), (10), как и исходный гамильтониан (1), относится к классу BDI и также допускает существование нескольких пар ММ за счет присутствия дальних взаимодействий. При этом в области применимости теории возмущений число пар ММ для исходной и эффективной моделей должно совпадать. Отсюда можно сразу заключить, что количество пар ММ на противоположных концах нанопроволоки, описываемой эффективной моделью (9), не превышает двух (см. ниже расд. 7). Это легко ви-

деть, если перейти к операторам Майорана в узельном представлении. Тогда в особых точках параметрического пространства на краях проволоки могут возникать до двух неспаренных майорановских фермиона [54]. Последнее качественно обосновывает ограничение $|N_{BDI}| \leq 2$ для исходной модели СП (1).

4. МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ ДЛЯ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ

Исследование низкоэнергетических свойств гамильтониана (1) проводилось с использованием метода DMRG при сохранении 64 базисных состояний. В рамках такого подхода были аппроксимированы четыре наименьшие энергии $E_{1,2\pm}$ и соответствующие волновые функции $|\Psi_{1,2\pm}\rangle$ многочастичных состояний: по два для секторов гильбертова пространства с положительной ($P = +1$) и отрицательной ($P = -1$) фермионной четности. Здесь и далее собственные значения P оператора фермионной четности \hat{P} многочастичного состояния считаются положительными (отрицательными), если это состояние описывается суперпозицией парциальных вкладов с четным (нечетным) числом фермионов. Спектр возбуждений системы отсчитывался от основного состояния с энергией $E_0 = \min\{E_{1+}, E_{1-}\}$, которое может характеризоваться как положительной, так и отрицательной фермионной четностью. Энергии первых двух возбуждений определяются как $\varepsilon_j = E_{j-} - E_0$, если $E_0 = E_{1+}$, и $\varepsilon_j = E_{j+} - E_0$, если $E_0 = E_{1-}$ ($j = 1, 2$). Аналогичное обозначение будет использоваться для многочастичной волновой функции основного состояния системы. По определению $\varepsilon_j \geq 0$ и обращение в нуль данных характеристик может свидетельствовать о реализации в системе квантового перехода. Также в рамках DMRG вычислялся многочастичный оператор плотности,

$$\hat{\rho} = \sum_{j=1,2} (p_{j+} |\Psi_{j+}\rangle \langle \Psi_{j+}| + p_{j-} |\Psi_{j-}\rangle \langle \Psi_{j-}|), \tag{11}$$

и редуцированная матрица плотности,

$$\tilde{\rho}_{s,s'} = \sum_e \langle s, e | \hat{\rho} | s', e \rangle, \tag{12}$$

где мы условно обозначили переменные окружения, по которым проводилось суммирование посредством « e ». В качестве «системы» и «окружения» принимались соответственно левая и правая половины цепочки; $p_{1+} + p_{2+} + p_{1-} + p_{2-} = 1$. Знание $\hat{\rho}$ позволяет вычислять равновесные средние значения

физических наблюдаемых системы \hat{A} , в дальнейшем обозначаемые как $\langle \hat{A} \rangle$.

Анализ топологических свойств модели (1) проводился на основе двух критериев. Первый критерий основывался на анализе кратности вырождения спектра квантовой запутанности [55]. А именно, мы анализировали кратность вырождения D_L собственных значений редуцированной матрицы плотности $\tilde{\rho}_{s,s'}$. Если $D_L = 2$ ($D_L = 4$), то в цепочке длины L реализуется одна (две) пары ММ. Если же собственные значения матрицы плотности $\tilde{\rho}_{s,s'}$ невырождены, то в системе реализуется топологически тривиальная фаза без МСС. Это позволило для системы симметричного класса BDI (см. разд. 3) ввести топологический индекс \tilde{N} [56]:

$$\tilde{N} = |N_{BDI}| = [(L_1 - L_0) \ln(2)]^{-1} \sum_{L'=L_0}^{L_1} \ln(D_{L'}). \quad (13)$$

Здесь посредством L_0 (L_1) обозначена нижняя (верхняя) граница интервала длин СП. Усреднение кратности вырождения по длинам цепочки проводится с целью учета возможности сильных флуктуаций \tilde{N} . Такие флуктуации реализуются при подавлении наведенных сверхпроводящих спариваний локальными кулоновскими взаимодействиями и связаны с изменением топологического класса системы (см., например, [56]). С учетом сказанного из формулы (13) следует, что введенный инвариант описывает либо СП с \tilde{N} парами майорановских мод, в случае $\tilde{N} \in \mathbb{Z}$, либо проволоку с подавленными сверхпроводящими спариваниями, если $\tilde{N} \notin \mathbb{Z}$.

Второй критерий построения топологической фазовой диаграммы основывался на анализе спектра возбуждений системы. Так, в тривиальной топологической фазе в случае длинной нанопроволоки $\varepsilon_{1,2} \neq 0$, тогда как в фазе с $\tilde{N} = 1$ ($\tilde{N} = 2$) реализуется ситуация, когда $\varepsilon_1 \rightarrow 0$, $\varepsilon_2 \neq 0$ ($\varepsilon_{1,2} \rightarrow 0$). Практически вычисления D проводились в варианте бесконечного DMRG при $L_0 = 300$, $L_1 = 400$. Другие характеристики вычислялись в варианте конечного DMRG. Длина цепочки L измерялась в единицах постоянной решетки $a = 1$.

5. ТИПЫ КВАЗИЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

В режиме слабых электронных корреляций, когда описание системы (1) может быть с хорошей точностью проведено в рамках ССП, боголюбовский оператор МСС, $\hat{\alpha}_0$, можно представить в виде су-

перпозиции пары операторов ММ, $\hat{\alpha}_0 = \hat{b}' + i\hat{b}''$, для которых справедливы разложения

$$\hat{b}' = \sum_{f=1,\sigma}^L w_{f\sigma} \hat{\gamma}_{Af\sigma}, \quad \hat{b}'' = \sum_{f=1,\sigma}^L z_{f\sigma} \hat{\gamma}_{Bf\sigma}, \quad (14)$$

где $\hat{\gamma}_{Af\sigma} = \hat{a}_{f\sigma} + \hat{a}_{f\sigma}^\dagger$; $\hat{\gamma}_{Bf\sigma} = i(\hat{a}_{f\sigma} - \hat{a}_{f\sigma}^\dagger)$ — майорановские операторы в узельном представлении. Действительные коэффициенты разложения $w_{f\sigma}$, $z_{f\sigma}$ имеют смысл волновых функций ММ, ассоциированных соответственно с операторами \hat{b}' и \hat{b}'' . В случае МСС волновые функции ММ имеют тенденцию к локализации на противоположных краях проволоки и степень их перекрытия экспоненциально уменьшается при увеличении длины цепочки, приводя к экспоненциальному уменьшению энергии МСС. При этом гибридизация ММ приводит к осциллирующему поведению энергии ММ при изменении параметров системы.

При учете многочастичных эффектов, обусловленных электронными корреляциями, структура квазичастичных возбуждений усложняется. В частности, в разложениях операторов ММ \hat{b}' и \hat{b}'' в энергетическом представлении (14) кроме линейных слагаемых по операторам $\gamma_{i\sigma}$ будут содержаться слагаемые с тремя, пятью и т. д. узельными майорановскими операторами [33, 34, 57]:

$$\begin{aligned} \hat{b}' &= \sum_{i;\sigma} w_{i\sigma} \hat{\gamma}_{i\sigma} + \sum_{ijk;\sigma\eta\lambda} B'_{i\sigma;j\eta;k\lambda} \hat{\gamma}_{i\sigma} \hat{\gamma}_{j\eta} \hat{\gamma}_{k\lambda} + \dots; \\ \hat{b}'' &= \sum_{i;\sigma} z_{i\sigma} \hat{\gamma}_{i\sigma} + \sum_{ijk;\sigma\eta\lambda} B''_{i\sigma;j\eta;k\lambda} \hat{\gamma}_{i\sigma} \hat{\gamma}_{j\eta} \hat{\gamma}_{k\lambda} + \dots, \end{aligned} \quad (15)$$

где $i, j, k = 1, \dots, 2L$; $\sigma, \eta, \lambda = \uparrow, \downarrow$; $\hat{\gamma}_{2f-1,\sigma} = \hat{a}_{f\sigma}^\dagger + \hat{a}_{f\sigma}$, $\hat{\gamma}_{2f,\sigma} = i(\hat{a}_{f\sigma}^\dagger - \hat{a}_{f\sigma})$. В этом случае определение многочастичных операторов ММ сводится к требованиям [33, 34, 57]

$$\hat{b}^2 = 1, \quad [\hat{b}, \hat{H}] = 0, \quad \{\hat{b}, \hat{P}\} = 0, \quad \{\hat{b}', \hat{b}''\} = 0, \quad (16)$$

где $\hat{b} = \hat{b}'$ или $\hat{b} = \hat{b}''$. Тогда фермиевское возбуждение $\hat{\alpha}_0 = \hat{b}' + i\hat{b}''$, реализуемое на подпространстве вырожденных многочастичных состояний с различной фермионной четностью, представляет собой суперпозицию ММ.

С точки зрения многочастичных состояний, возникновение одной (двух) пар ММ в длинных нанопроволоках соответствует двукратному (трехкратному) вырождению основного состояния. При этом вырожденными являются состояния $|\Psi_0\rangle$, $|\Psi_1\rangle$ при реализации одного МСС; $|\Psi_0\rangle$, $|\Psi_{1,2}\rangle$ в случае двух МСС. В случае коротких СП вырождение снимается и изменение параметров системы, таких как μ , h

и L , может приводить к реализации квантовых переходов либо в полном многочастичном гильбертовом пространстве, либо в подпространствах с фиксированной фермионной четностью.

Кроме МСС в двух нетривиальных фазах в модели СП (1) также существуют краевые состояния, которые возникают в континуальной области параметров с $\tilde{N} = 0$. Энергия таких возбуждений отлична от нуля. Состояния такого типа были найдены нами в СП в режиме слабых электронных корреляций. Они аналогичны краевым состояниям, предсказанным в работе [58].

Дополнительно, в режиме СЭК при $\tilde{N} = 0$ могут возникать состояния, для которых характерна существенная гибридизация волновых функций ММ и осциллирующее в зависимости от параметров модели поведение энергий возбуждения. При этом ε_1 может периодически обращаться в нуль, а амплитуда осцилляций существенно превышать таковые в случае с истинными МСС в нетривиальных фазах. Отмеченные особенности связаны с локальным подавлением сверхпроводимости в СП. Таким образом, для различных параметров модели (1) могут реализовываться следующие квазичастичные возбуждения (см. рис. 1):

- i) тривиальные возбуждения в фазе с $\tilde{N} = 0$. Характеризуются существенной гибридизацией ММ и делокализованным характером возбуждения;
- ii) краевые возбуждения в фазе с $\tilde{N} = 0$. Характеризуются существенной гибридизацией ММ, но краевым характером возбуждения;
- iii) МСС при $\tilde{N} = 1$. Первое возбуждение характеризуется слабой гибридизацией ММ, уменьшающейся экспоненциально с увеличением L ;
- iv) МСС при $\tilde{N} = 2$. Первые два возбуждения характеризуются слабой гибридизацией ММ, уменьшающейся экспоненциально с увеличением L ;
- v) псевдомайорановские возбуждения в фазе с $\tilde{N} = 0$. Для достаточно коротких цепочек их структура аналогична МСС типа iii) или iv), однако при увеличении длины цепочки возбуждения становятся делокализованными.
- vi) быстро осциллирующие делокализованные возбуждения в фазе с $\tilde{N} = 0$. В отличие от возбуждений типа i) их пространственная

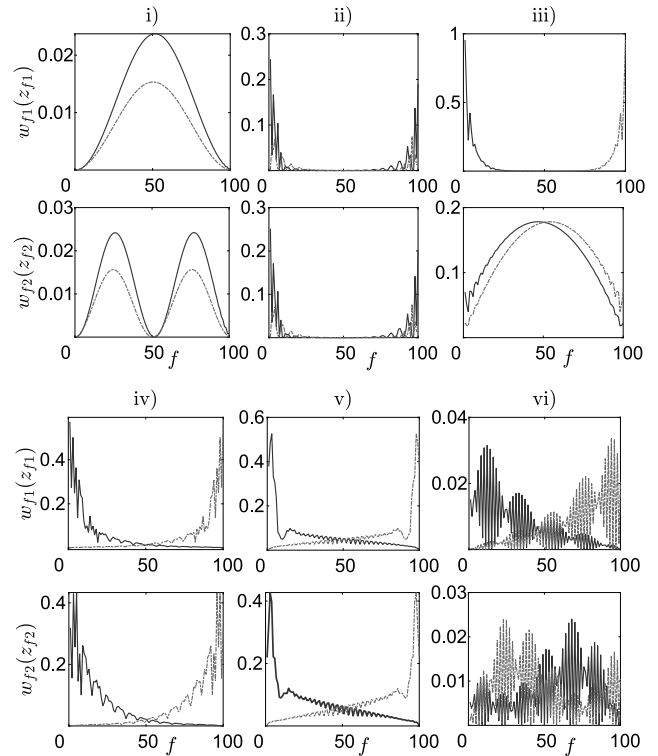


Рис. 1. Пространственные зависимости волновых функций майорановских мод первых двух квазичастичных возбуждений для состояний типа i)–vi). Сплошная кривая отвечает коэффициентам w_{fj} ; пунктир — z_{fj} . Параметры в единицах $t > 0$ принимались следующие: $\alpha = 1.5$, $\Delta = -0.5$, $\Delta_1 = 0.1$; $U = 0.5$, $\mu = 0.5$, $h = 1.3$ и $h = 0.65$ для построений типа i) и ii) соответственно; $\Delta_1 = 0.2$, $U = 3$, $h = 0.2$, $\mu = -0.1$ и 1.1 для построений типа iii) и iv) соответственно; $\Delta_1 = 0.2$, $U = 8$, $h = 0.2$, $\mu = -1.64$ для состояний типа v); $\Delta_1 = 0.2$, $U = 8$, $h = 0.4$, $\mu = -0.8$ для состояний типа vi)

структура характеризуется быстрыми осцилляциями волновых функций ММ с медленной модуляцией.

На рис. 1 возбуждения типа i)–vi) представлены путем построения пространственной зависимости действительных коэффициентов

$$w_{fj} = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} |\langle \Psi_j | (\hat{a}_{f\sigma} + \hat{a}_{f\sigma}^\dagger) | \Psi_0 \rangle|,$$

$$z_{fj} = \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} |\langle \Psi_j | (\hat{a}_{f\sigma} - \hat{a}_{f\sigma}^\dagger) | \Psi_0 \rangle|, \quad j = 1, 2,$$

связанных с волновыми функциями квазичастиц $\hat{\alpha}_j = \hat{b}'_j + i\hat{b}''_j$, описывающих переход из основного многочастичного состояния $|\Psi_0\rangle$ в одно из возбужденных состояний $|\Psi_j\rangle = \hat{\alpha}_j^\dagger |\Psi_0\rangle$. При этом коэффициенты w_{fj} и z_{fj} относятся к майорановским

операторам соответственно \hat{b}'_j и \hat{b}''_j . Видно, что для возбуждений типа i) и ii) волновые функции ММ существенно перекрываются между собой, формируя состояния с конечной энергией $\varepsilon_j > 0$. При этом первые имеют объемный характер, а вторые — краевой. Для майорановских возбуждений типа iii) и iv) перекрытие волновых функций ММ экспоненциально убывает с увеличением длины цепочки, что приводит к возникновению бесцелевых возбуждений. Так, для случая iii) $\varepsilon_1 \sim \exp(-L)$, $\varepsilon_2 > 0$, тогда как для случая iv) $\varepsilon_{1,2} \sim \exp(-L)$. При этом слабая гибридизация волновых функций ММ приводит к тому, что при изменении параметров модели (1) реализуется серия квантовых переходов между состояниями $|\Psi_0\rangle$ и $|\Psi_1\rangle$ с изменением фермионной четности основного состояния для возбуждений типа iii); серия переходов между состояниями $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$ без изменения P для возбуждений типа iv). Также на рис. 1 приведены тривиальные и делокализованные возбуждения типа vi), возникающие в режиме СЭК, пространственная структура которых (в отличие от возбуждений типа i)) характеризуется быстрыми осцилляциями волновых функций ММ, модулированными в пространстве (так называемая волна плотности). Такое поведение приводит к пилообразной зависимости энергий возбуждений $\varepsilon_{1,2}$ от параметров системы и сопутствующей серии квантовых переходов с изменением P . Существование таких переходов может проявлять себя в калорических характеристиках системы.

Существенно, что в режиме СЭК реализуются также псевдомайорановские возбуждения типа v), которые имеют сходства с МСС типа iii) или iv). Так, на рис. 1 приведены возбуждения типа v), имеющие сходства с состояниями типа iv): для относительно коротких цепочек волновые функции квазичастиц \hat{a}_j локализованы вблизи краев цепочки, а гибридизация волновых функций ММ приводит к каскаду квантовых переходов между состояниями $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$ при изменении параметров системы. Однако в отличие от возбуждений типа iv) у возбуждений типа v) гибридизация волновых функций ММ сохраняется с ростом L . В пределе длинных цепочек $L \rightarrow \infty$ такие возбуждения становятся делокализованными вследствие сохраняющейся гибридизации волновых функций ММ с конечной нормировкой. Возбуждения типа v) отвечают тривиальному значению топологического инварианта $\tilde{N} = 0$, но при определенных условиях они могут мимикрировать под топологически нетривиальные возбуждения типа iii) или iv).

Из рассмотрения квазичастичных возбуждений приведенных типов следует, что для их однозначной идентификации в физических экспериментах необходимо и достаточно исследовать две их особенности: характер локализации возбуждений (краевой или объемный) и тенденцию к реализации квантовых переходов при изменении параметров системы. В разд. 6 мы рассмотрим две наблюдаемые характеристики, позволяющие идентифицировать отмеченные особенности при учете электрон-электронных взаимодействий.

6. СПИНОВАЯ ПОЛЯРИЗАЦИЯ И КАЛОРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Естественными кандидатами для детектирования характера пространственного распределения возбуждений являются пространственные профили зарядовой плотности и спиновой поляризации нанопроволоки. Однако корректное введение таких наблюдаемых требует учета особенностей топологически нетривиальных возбуждений, связанных с перекрываемостью волновых функций ММ, формирующих одно МСС. В приближении ССП эта особенность может быть выражена в виде условия $w_{f\sigma} z_{f\sigma} = 0$ для любого узла f . Такая ситуация определяет электрическую и спиновую нейтральность МСС, поскольку зарядовая и спиновая плотности боголюбовских квазичастиц определяются выражениями

$$\begin{aligned} \delta n_{f,j} &= \sum_{\sigma} w_{f\sigma;j} z_{f\sigma;j}, \\ \delta s_{f,j}^z &= \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \eta_{\sigma} w_{f\sigma;j} z_{f\sigma;j}, \\ \delta s_{f,j}^x &= \frac{1}{2} \sum_{\sigma} w_{f\sigma;j} z_{f\sigma;j}. \end{aligned}$$

В работах [43–45, 59, 60] было показано, что при $U = 0$, рассматривая только электронную или только дырочную компоненты изменений $\delta n_{f\sigma,j}$ и $\delta s_{f\sigma,j}^{x,z}$, можно различать квазичастичные возбуждения в тривиальной и нетривиальной ТФ. В частности, пространственное распределение электронной компоненты $s_{f\sigma,j}^{x,z}$ для МСС имеет краевой характер. Для выделения электронной компоненты зарядовой (спиновой) плотности в режиме слабых электронных корреляций необходимо к характеристикам $\delta n_{f,j}$ ($\delta s_{f,j}^z$) добавить одночастичные вклады, связанные с дырочным фоном $\sum_{\sigma} |v_{f\sigma;j}|^2$ ($\sum_{\sigma} \eta_{\sigma} |v_{f\sigma;j}|^2$).

В режиме СЭК актуальной является переформулировка изменения спиновых и зарядовых профилей системы в терминах многочастичных состояний:

$$\begin{aligned} \delta s_{f,j}^z &= \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\sigma} \eta_{\sigma} [\langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_j \rangle - \langle \Psi_0 | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_0 \rangle], \quad (17) \\ \delta n_{f,j} &= \sum_{\sigma} [\langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_j \rangle - \langle \Psi_0 | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_0 \rangle]. \end{aligned}$$

Аналогично сказанному выше $\delta n_{f,j}$, $\delta s_{f,j}^z \sim \exp(-L)$, если $\tilde{N} \neq 0$. Для нахождения ненулевых электронных компонент мы предлагаем по аналогии учесть вклады от одночастичного дырочного фона в виде

$$\begin{aligned} n_{f,j} &= \delta n_{f,j} + \sum_{\sigma} \langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} | \Psi_j \rangle, \\ s_{f,j}^z &= \delta s_{f,j}^z + \sum_{\sigma} \langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_0 \rangle \langle \Psi_0 | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} | \Psi_j \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

В приближении ССП величины $n_{f,j}$ и $s_{f,j}^z$ сводятся к определениям электронной компоненты изменения заряда и спиновой поляризации j -го элементарного возбуждения

$$n_{f,j}^0 = \sum_{\sigma} |u_{f\sigma;j}|^2, \quad s_{f,j}^{0z} = \sum_{\sigma} \eta_{\sigma} |u_{f\sigma;j}|^2,$$

введенным в [43–45, 59, 60]. Здесь и ранее коэффициенты Боголюбова

$$u_{f\sigma;j} = \langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} | \Psi_0 \rangle \quad (v_{f\sigma;j} = \langle \Psi_j | \hat{a}_{f\sigma} | \Psi_0 \rangle)$$

описывают электронную (дырочную) компоненту волновой функции соответствующего возбуждения. В режиме СЭК отмеченное строгое равенство нарушается, однако с хорошей точностью реализуется приближенные равенства $n_{f,j} \approx n_{f,j}^0$, $s_{f,j}^z \approx s_{f,j}^{0z}$ (в частности, см. ниже рис. 6).

Анализ пространственного поведения $n_{f,j}$ и $s_{f,j}^z$ позволяет идентифицировать состояния разных типов, описанных в разд. 5. Однако на данном этапе нет оснований утверждать, что взаимодействие квантовой системы с измерительным прибором при измерении $s_{f,j}^z$ ($n_{f,j}$) позволит однозначно определить каждую из отмеченных фаз по отдельности. В частности, видится проблематичным экспериментально отделить фазы типа ii), iv) и v). В работах [43–45, 59, 60] предлагалось решать данную проблему посредством изучения спин-поляризованного транспорта, что позволяло одновременно с поведением спиновой поляризации $s_{f,j}^z$ наблюдать особенности спектра возбуждений системы. Однако такое рассмотрение проводилось в режиме слабых

электронных корреляций, когда возбуждения СП являются с высокой точностью одночастичными. В режиме сильных электронных корреляций подобный анализ требует развития теории электронного транспорта (например, спин-поляризованной туннельной микроскопии) при корректном учете многочастичных эффектов. Такая задача выходит за пределы настоящего исследования.

В настоящей работе для экспериментальной идентификации особенностей спектра возбуждений мы предлагаем использовать величины магнито- и электрокалорических эффектов нанопроволоки (соответственно МСЕ и ЕСЕ). Важной особенностью таких характеристик является то, что их поведение определяется только наличием или отсутствием в системе квантовых переходов и не зависит от структуры многочастичных состояний [61, 62]. Соответственно, поведение МСЕ и ЕСЕ позволяет определить особенности спектра возбуждений системы при произвольных амплитудах межэлектронных взаимодействий. Ранее поведение МСЕ и ЕСЕ в СП рассматривалось в работах [39, 40, 46]. Для наглядности приведем здесь только выражения для электрокалорического эффекта, справедливое в приближении ССП:

$$\begin{aligned} \text{ECE} &= -\frac{1}{T} \left(\frac{\partial T}{\partial \mu} \right)_{S,h} = \left(\frac{\partial \langle \hat{N} \rangle / \partial T}{C(T)} \right)_{\mu,h}, \\ \frac{\partial \hat{N}}{\partial T} &= \frac{1}{2T^2} \sum_{m=1}^{2L} A_m \varepsilon_m f(\varepsilon_m) (1 - f(\varepsilon_m)), \quad (19) \\ C(T) &= \frac{1}{T^2} \sum_{m=1}^{2L} \varepsilon_m^2 f(\varepsilon_m) (1 - f(\varepsilon_m)), \\ A_m &= \sum_{f=1,\sigma}^L w_{f\sigma,m} z_{f\sigma,m}, \quad \hat{N} = \sum_{f=1,\sigma}^L \hat{a}_{f\sigma}^{\dagger} \hat{a}_{f\sigma} \end{aligned}$$

где \hat{N} — оператор полного числа электронов в проволоке, а $f(\varepsilon_m/T)$ — функция Ферми–Дирака. Из выражений (19) следует, что если в спектре возбуждений открытой системы имеется щель и рассматриваются низкие температуры, $\varepsilon_m \lesssim T \ll \varepsilon_{n>m}$, то ЕСЕ демонстрирует ряд особенностей. Так, при $m = 1$ электрокалорическая функция испытывает расходимость в квантовых критических точках и имеет разные знаки слева и справа от них. Поскольку в коротких нанопроволоках в топологически нетривиальной области параметров с $\tilde{N} = 1$, а также в состоянии с $\Delta = \Delta_1 = 0$ осцилляции одного из элементарных возбуждений относительно нуля энергии соответствуют каскаду квантовых переходов, величина

электрокалорического эффекта демонстрирует серию аномалий при низких температурах. В области с $\tilde{N} = 2$ (т.е. $m = 2$) величины калорических эффектов при низких температурах демонстрируют осциллирующее поведение со сменой знака, но без аномалий, поскольку основное состояние не меняется, но реализуются квантовые переходы в дуальном к основному подпространстве с фиксированной фермионной четностью. В тривиальной ТФ с щелевым спектром и при температурах много меньших характерной величины энергетической щели величина ЕСЕ $\rightarrow 0$.

Аналогичные выводы справедливы для величин магнитокалорического эффекта, а также для поведения МСЕ и ЕСЕ в режиме сильных электронных корреляций. В последнем случае выражение для ЕСЕ представляется в форме (19), для которой

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \hat{N} \rangle}{\partial T} &= \frac{1}{T^2} (\langle \hat{H}_W \hat{N} \rangle - \langle \hat{H}_W \rangle \langle \hat{N} \rangle), \\ C(T) &= \frac{1}{T^2} (\langle \hat{H}_W^2 \rangle - \langle \hat{H}_W \rangle^2), \\ \hat{N} &= \sum_{f\sigma} \hat{a}_{f\sigma}^\dagger \hat{a}_{f\sigma}. \end{aligned} \quad (20)$$

Здесь усреднение с оператором плотности (11) проводилось в предположении, что $p_{j\pm} = e^{-E_{j\pm}/T}/Z$, где $Z = \sum_{j=1,2; \nu=\pm} e^{-E_{j\nu}/T}$. Поскольку для рассматриваемой модели имеется однозначное соответствие между поведением низкоэнергетических ветвей спектра возбуждений и низкотемпературным поведением ЕСЕ (МСЕ), в следующем разделе будем приводить более репрезентативные зависимости энергий возбуждений $\varepsilon_{1,2}$ от параметров модели. При этом зависимости $\varepsilon_{1,2}(\mu)$ будем рассматривать совместно с зависимостями $s_{f,j}^z(\mu)$ и подробно анализировать случай СЭК, слабо изученный к настоящему времени.

7. ОСОБЕННОСТИ НАБЛЮДАЕМЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НАНОПРОВОЛОКИ В РЕЖИМЕ СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Рассмотрим, как общие утверждения предыдущих разделов проявляют себя для нанопроволоки (1) в режиме СЭК с $U = 8$ (все величины измеряются в единицах $t > 0$). Зависимости энергий элементарных возбуждений $\varepsilon_{1,2}$ и топологического индекса \tilde{N} от химического потенциала приведены на рис. 2. Видно, что в системе могут реализовываться фазы с отсутствием, одним и двумя

МСС. При этом критическими точками, при которых реализуются топологические переходы, являются значения химического потенциала: $\mu_1 \approx -1.65$, $\mu_2 \approx -1$, $\mu_3 \approx -0.57$, $\mu_4 \approx 1.14$. Отметим, что зависимости энергии возбуждения $\varepsilon_{1,2}$ от химического потенциала в областях $\mu_2 < \mu < \mu_3$ и $\mu_3 < \mu < \mu_4$ выглядят аналогичными, несмотря на различные значения топологических индексов в этих областях. Такая схожесть является следствием конечности рассматриваемой цепочки. Так, при увеличении L в области с $\tilde{N} = 1$ энергия возбуждений ε_1 экспоненциально стремится к нулю, тогда как в области с $\tilde{N} = 0$ такого не происходит.

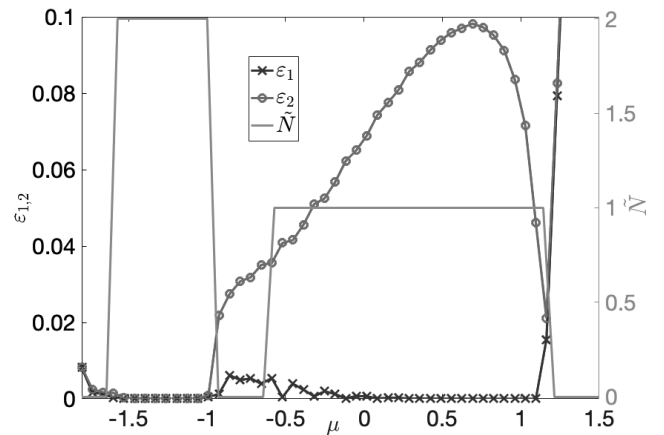


Рис. 2. Зависимость двух нижних энергий возбуждения $\varepsilon_{1,2}$ (левая ось ординат) и топологического инварианта \tilde{N} (правая ось ординат) от химического потенциала μ . Параметры: $\alpha = 1.5$, $\Delta = -0.5$, $\Delta_1 = 0.2$; $h = 0.4$, $U = 8$

Не зависит, однако, от длины цепочки характер поведения фермионной четности основного состояния, зависимость которого от химического потенциала приведена на рис. 3. Видно, что в областях с $\tilde{N} = 2$ и $\tilde{N} = 1$ зависимость $P(\mu)$ является соответственно постоянной и осциллирующей. С микроскопической точки зрения постоянная зависимость $P(\mu)$ в области $\tilde{N} = 2$ означает, что фермионная четность основного состояния $|\Psi_0\rangle$ является положительной, тогда как состояния из сопряженного сектора гильбертова пространства, $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$, сменяют друг друга в качестве первого возбужденного при изменении параметров системы. Осциллирующее поведение $P(\mu)$ означает то, что в качестве основного сменяют друг друга состояния $|\Psi_0\rangle$ и $|\Psi_1\rangle$, относящиеся к сопряженным секторам гильбертова пространства.

Таким образом, в области с $\tilde{N} = 1$ в системе наблюдается серия квантовых переходов с изменением фермионной четности основного состояния. Согласно

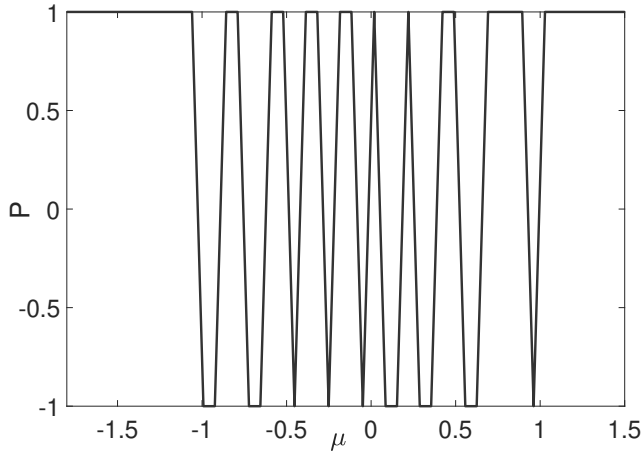


Рис. 3. Зависимость фермионной четности основного состояния от химического потенциала, $P(\mu)$, для параметров рис. 2

но общей теории [61, 62], в этой области при изменении параметров системы должна наблюдаться серия калорических аномалий, подобная той, что обсуждалась в разд. 6. Вычисления величины электрокалорического эффекта по формулам (19) и (20) подтверждают данные заключения. Поведение зависимостей $E_{SE}(\mu)$ аналогично поведению $M_{SE}(h)$ в работе [46]: в области с $\tilde{N} = 1$ величина электрокалорического эффекта демонстрирует серию аномалий со сменой знака в точках смены P , тогда как в области с $\tilde{N} = 2$ зависимость $E_{SE}(\mu)$ осциллирует от носительно нуля с конечной амплитудой.

Важно, что в режиме СЭК на фазовой диаграмме системы индуцируется фаза с $\tilde{N} = 0$ (область $\mu_2 < \mu < \mu_3$ на рис. 2) и возбуждениями типа ν_i из разд. 5, в которой система демонстрирует серию квантовых переходов с осцилляциями индекса P . При изменении параметров внутри данной области величина $E_{SE}(\mu)$ демонстрирует серию аномалий которые аналогичны аномалиям в параметрической области с $\tilde{N} = 1$. Таким образом, в сильно коррелированной СП измерение электрокалорических функций, в общем случае, не позволяет различать тривиальные и нетривиальные фазы. Качественно отмеченный эффект объясняется тем, что в случае сильных электронных корреляций $U \gg 1$ в системе реализуются параметрические области с подавленной за счет электронных взаимодействий сверхпроводимостью. Для последней характерна реализация тривиальной ТФ с осциллирующим поведением минимальной энергии возбуждения и фермионной четности основного состояния.

Для преодоления отмеченной неопределенности в идентификации ТФ на основе наблюдаемых характеристик мы предлагаем использовать особенности поведения электронных компонент зарядовой и спиновой поляризации многочастичных возбуждений. DMRG-расчеты в режиме СЭК продемонстрировали, что распределения характеристик $n_{f,j}$ и $s_{f,j}^z$ по узлам цепочки имеют делокализованный характер, если $\tilde{N} = 0$, и краевой характер для $j = 1$ ($j = 1, 2$), если $\tilde{N} = 1$ ($\tilde{N} = 2$). Так, примеры пространственных зависимостей $s_{f,j}^z$ для параметров, отвечающих различным фазам системы, приведены на рис. 4. Дополнительно, из сравнения второго и четвертого столбцов на рис. 4 следует, что распределения для тривиальных фаз имеют разных характер. При $\mu_2 < \mu < \mu_3$ система далека от половинного заполнения. В результате за счет большой интенсивности хаббардовского отталкивания для обоих возбуждений наблюдаются волны спиновой плотности — модулированные в пространстве сильные осцилляции $s_{1,2}^z$. При $\mu > \mu_4$ средняя одноузловая концентрация равна единице, что, по сути, нивелирует эффект зарядовых корреляций.

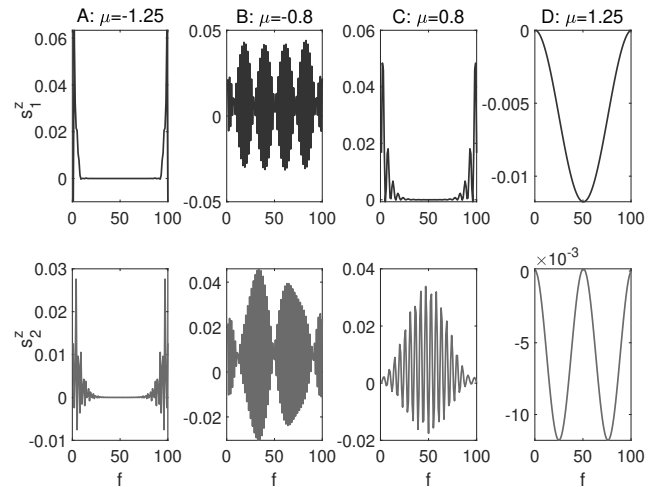


Рис. 4. Пространственные распределения спиновой поляризации первого (верхний ряд) и второго (нижний ряд) возбуждений в различных топологических фазах для параметров рис. 2

Для упрощения анализа эволюции такого рода распределений в параметрическом пространстве удобно использовать интегральную величину IPR (inverse participation ratio), которая активно применяется для характеристики одночастичных возбуждений в низкоразмерных системах с открытыми граничными условиями [63–66]. Например, обобщение

IPR на случай спиновой поляризации имеет вид

$$sIPR_j = \frac{\sum_f |s_{f,j}^z|^2}{\left(\sum_f |s_{f,j}^z|\right)^2}, \quad j = 1, 2. \quad (21)$$

Исходя из формулы (21), $sIPR_j$ имеет порядок $1/L$ для делокализованного распределения $s_{f,j}^z$, и много больше чем $1/L$ для распределения, имеющего краевой характер ($sIPR_j = 1$ в предельном случае распределений, локализованных строго на крайних узлах).

На рис. 5 приведена зависимость величины $sIPR$, определяемой выражением (21), от химического потенциала (см. левую ось ординат). Видно, что в области с $\tilde{N} = 0$, реализуемой при значениях химического потенциала $\mu < \mu_1$, $\mu_2 < \mu < \mu_3$ и $\mu_4 < \mu$, значения $sIPR_j(\mu) \ll 1$. В области с $\tilde{N} = 1$ и $\tilde{N} = 2$ заметно отличными от нуля являются соответственно зависимости $sIPR_1(\mu)$ и $sIPR_{1,2}(\mu)$. Отметим, что на рис. 5 значения величин $sIPR_j$ различаются незначительно в левой и правой малой окрестности точек топологических фазовых переходов (в точках $\mu_{1,\dots,4}^\pm = \mu_{1,\dots,4} \pm \delta$, где $\delta \ll 1$). Такая плавность изменения значений $sIPR_j$ связана с тем, что последняя характеристика рассчитывалась для конечной цепочки с $L = 100$. С ростом L резкость изменения IPR-характеристик при прохождении этих точек увеличивается. Таким образом, совместный анализ особенностей калорических функций и спиновой поляризации многочастичных возбуждений позволяет однозначно идентифицировать различные топологические фазовые состояния системы и соответствующие им виды низкоэнергетических возбуждений, описанные в разд. 5.

В заключении сравним $sIPR_{1,2}$, полученные на основе формулы (18), с аналогичными величинами $sIPR_{1,2}^0$, когда спиновая поляризация определяется, исходя из обобщенных коэффициентов Боголюбова [39, 43]. Зависимости $sIPR$ от интенсивности одноузельного кулоновского взаимодействия приведены на рис. 6. Как следует из графика, при заданных значениях химического потенциала и зеемановской энергии имеется одно МСС при $U < 4$. В этом диапазоне U наблюдается количественное согласие между двумя типами $sIPR$. В свою очередь, при $U > 4$, когда упомянутая топологическая фаза подавляется, согласие между $sIPR_{1,2}$ и $sIPR_{1,2}^0$ становится качественным.

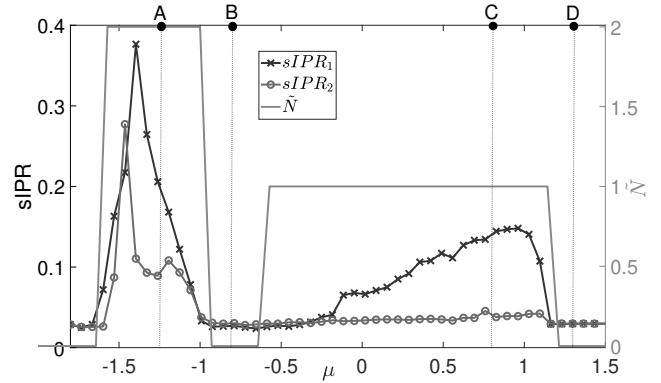


Рис. 5. Зависимость $sIPR$ (левая ось y) и топологического инварианта \tilde{N} (правая ось y) от химического потенциала для параметров рис. 2. Буквами A, \dots, D обозначены величины μ , для которых на рис. 4 построены пространственные распределения спиновой поляризации первых двух возбуждений

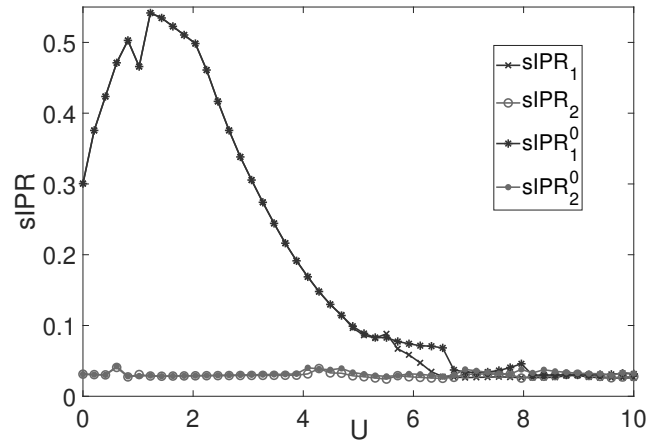


Рис. 6. Функция $sIPR(U)$ для первых двух возбуждений, рассматриваемых как строго одночастичные процессы (см. кривые с маркерами-звездочками и маркерами-точками) и как переходы с учетом многочастичных вкладов (см. кривые с маркерами-крестиками и маркерами-кружками), для параметров рис. 2 и $\mu = -0.8$

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен вопрос об идентификации топологических фаз сильно коррелированной сверхпроводящей нанопроволоки со спин-орбитальным взаимодействием Рашба и зеемановским расщеплением одноузельных энергий частиц. Ранее было показано [39, 46], что для такой системы в качестве наблюдаемой характеристики могут выступать величины магнито- и электрокалорического эффектов. В настоящей работе демонстрируется, что в режиме сильных электронных корреляций для однозначного определения различных состояний

системы измерений одних калорических функций недостаточно. В частности, в режиме СЭК индуцируется топологически тривиальная фаза, в которой поведение калорических функций аналогично поведению в фазе топологической сверхпроводимости с одним МСС. В качестве дополнительной наблюдаемой характеристики в работе предложено анализировать степень локализации электронной компоненты спиновой поляризации многочастичных возбуждений СП. В отсутствие электрон-электронных взаимодействий, а также в режиме слабых зарядовых корреляций данная характеристика сводится к определениям, предложенным ранее в работах [43–45, 59, 60]. Расчеты с помощью метода ренормгруппы для матрицы плотности показали, что даже при учете взаимодействий между фермионами электронная компонента спиновой поляризации низкоэнергетических возбуждений имеет тенденцию к локализации вблизи краев цепочки в топологической фазе. Однако обратное, вообще говоря, не верно. В частности, в нанопроволоке могут реализовываться краевые возбуждения нетопологического характера, которые нельзя однозначно идентифицировать с помощью анализа спиновой поляризации, но которые могут быть идентифицированы калорическими измерениями. В этой связи в работе делается вывод, что для однозначной идентификации фазовых состояний системы с различными типами краевых возбуждений (топологического и нетопологического характера) в нанопроволоке, в том числе сильно коррелированной, недостаточно изучать отдельно ее калорические характеристики и особенности спиновой поляризации, а необходимо анализировать их совместно.

Благодарности. Авторы благодарят А. Д. Федосеева за дискуссии.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 19-02-00348, № 20-02-00015), правительства Красноярского края и Краевого фонда науки (проекты № 20-42-243001, 20-42-243005), совета по грантам Президента РФ (проекты № МК-1641.2020.2, МК-4687.2022.1). Один из авторов, Ш.М.С., благодарит Фонд развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Read and D. Green, Phys. Rev. B **61**, 10267 (2000).
2. А. Ю. Китаев, УФН **44**, 131 (2001).
3. V. Kaladzhyan and C. Bena, Phys. Rev. B **100**, 081106 (2019).
4. Q. Wang, C.-C. Liu, Y.-M. Lu, et al., Phys. Rev. Lett. **121**, 186801 (2018).
5. X. Zhu, Phys. Rev. B. **91**, 205134 (2018).
6. C. Nayak, S. H. Simon, A. Stern et al., Rev. Mod. Phys. **80**(3), 1083 (2008).
7. J. Alicea, Rep. Prog. Phys. **75**, 076501 (2012).
8. S. R. Elliot and M. Franz, Rev. Mod. Phys. **87**, 137 (2015).
9. M. Sato and Y. Ando, Rep. Prog. Phys. **80**, 076501 (2017).
10. В. В. Вальков, М. С. Шустин, С. В. Аксенов и др., УФН **192**, 3 (2022).
11. A. P. Mackenzie and Y. Maeno, Rev. Mod. Phys. **75**, 657 (2003).
12. S. Das Sarma, C. Nayak, and S. Tewari, Phys. Rev. B **73**, 220502(R) (2006).
13. A. Pustogow, Y. Luo, A. Chronister et al., Nature **574**, 72 (2019).
14. S.-I. Suzuki, M. Sato, and Y. Tanaka, Phys. Rev. B **101**, 054505 (2020).
15. J. D. Sau and S. Tewari, Phys. Rev. B **86**, 104509 (2012).
16. В. П. Минеев, УФН **187**, 129 (2017).
17. R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma, Phys. Rev. Lett. **105**, 077001 (2010).
18. Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen, Phys. Rev. Lett. **105**, 177002 (2010).
19. V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov et al., Science **336**, 1003 (2012).
20. M. T. Deng, C. L. Yu, G. Y. Huang et al., Nano Lett. **12**, 6414 (2012).
21. F. Nichele, A. C. C. Drachmann, A. M. Whiticar et al., Phys. Rev. Lett. **119**, 136803 (2017).
22. H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic et al., Nature (London) **556**, 74 (2018).
23. P. Yu, J. Chen, M. Gomanko et al., Nat. Phys. **17**, 482 (2021).
24. S. Vaitiekėnas, Y. Liu, P. Krogstrup et al., Nature Physics, **17** (2020).
25. C. Moore, T. D. Stanescu, and S. Tewari, Phys. Rev. B **97**, 165302 (2018).
26. C. Reeg, O. Dmytruk, D. Chevallier et al., Phys. Rev. B **98**, 245407 (2018).

27. H. Zhang, C.-X. Liu, S. Gazibegovic et al., *Nature* **581**, E4 (2020).
28. Y. Sato, S. Matsuo, C.-H. Hsu et al., *Phys. Rev. B* **99**, 155304 (2019).
29. R. Thomale, S. Rachel, and P. Schmitteckert, *Phys. Rev. B* **88**, 161103(R) (2013).
30. Y.-H. Chan, C.-K. Chiu, and K. Sun *Phys. Rev. B* **92**, 104514 (2015).
31. N. M. Gergs, L. Fritz, and D. Schurich, *Phys. Rev. B* **93**, 075129 (2016).
32. J.-J. Miao, H.-K. Jin, Y. Zhou, *Sci. Rep.* **8**:488, 1 (2018).
33. G. Kells, *Phys. Rev. B* **92**, 081401(R) (2015).
34. G. Kells, *Phys. Rev. B* **92**, 155434 (2015).
35. S. R. White, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 2863 (1992).
36. S. R. White, *Phys. Rev. B* **48**, 10345 (1993).
37. U. Schollwöck, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 259 (2005).
38. U. Schollwöck, *Ann. Phys.* **326**, 96 (2011).
39. В. В. Вальков, В. А. Мицкан, М. С. Шустин, *Письма в ЖЭТФ* **12**, 762 (2017).
40. V. V. Val'kov, M. Yu. Kagan, and S. V. Aksenov, *J. Phys.: Cond. Matt* **31**, 225301 (2019).
41. В. В. Вальков, С. В. Аксенов, *ФНТ* **43**, 546 (2017).
42. V. V. Val'kov and S. V. Aksenov, *J. Magn. Magn. Mat* **440**, 112 (2017).
43. D. Sticlet, C. Bena, and P. Simon, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 096802 (2012).
44. P. Szumniak, D. Chevallier, D. Loss et al., *Phys. Rev. B* **96**, 041401(R) (2017).
45. M. Serina, D. Loss, and J. Klinovaja, *Phys. Rev. B* **98**, 035419 (2018).
46. S. V. Aksenov, A. O. Zlotnikov, and M. S. Shustin, *Phys. Rev. B* **101**, 125431 (2020).
47. E. M. Stoudenmire, J. Alicea, O. A. Starykh et al., *Phys. Rev. B* **84**, 014503 (2011).
48. M. R. Zirnbauer, *J. Math. Phys.* **37**, 4986 (1996).
49. A. Altland and M. R. Zirnbauer, *Phys. Rev. B* **55**, 1142 (1997).
50. P. Heinzner, A. Huckleberry, and M. R. Zirnbauer, *Commun. Math. Phys.* **257**, 725 (2005).
51. A. P. Schnyder, S. Ryu, A. Furusaki et al., *Phys. Rev. B* **78**, 195125 (2008).
52. A. P. Schnyder, S. Ryu, A. Furusaki, et al., *AIP Conf. Proc.* **1134**, 10 (2009).
53. A. Yu. Kitaev, *AIP Conf. Proc.* **1134**, 10 (2009).
54. W. DeGottardi, M. Thakurathi, S. Vishveshwara et al., *Phys. Rev. B* **88**, 165111 (2013).
55. A. M. Turner, F. Pollmann, and E. Berg, *Phys. Rev. B* **83**, 075102 (2011).
56. М. С. Шустин, С. В. Аксенов, *ФТТ* **63**, 1758 (2021).
57. G. Goldstein and C. Chamon, *Phys. Rev. B* **86**, 115122 (2012).
58. А. Д. Федосеев, *ЖЭТФ* **155**, 138 (2019).
59. M. Leijnse and K. Flensberg, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 210502 (2011).
60. Y. Nagai, H. Nakamura, and M. Machida, *J. Phys. Soc. Jpn.* **83**, 064703 (2014).
61. L. Zhu, M. Garst, A. Rosch et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 066404 (2003).
62. M. Garst and A. Rosch, *Phys. Rev. B* **72**, 205129 (2005).
63. D. J. Thouless, *Phys. Rep.* **13**, 93 (1974).
64. N. C. Murphy, R. Wortis, and W. A. Atkinson, *Phys. Rev. B* **83**, 184206 (2011).
65. M. Malki and G. S. Uhrig, *Eur. Phys. Lett.* **127**, 27001 (2019).
66. А. Д. Федосеев, *ЖЭТФ* **160**, 88 (2021).