

КВАНТОВОЕ ТЕОРЕТИКО-ПОЛЕВОЕ ОПИСАНИЕ ОСЦИЛЛЯЦИЙ НЕЙТРИНО В МАГНИТНОМ ПОЛЕ И ПРОБЛЕМА СОЛНЕЧНЫХ НЕЙТРИНО

*В. О. Егоров, И. П. Волобуев**

*Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 марта 2022 г.,
после переработки 27 марта 2022 г.
Принята к публикации 29 марта 2022 г.

В рамках нового квантового теоретико-полевого подхода описываются процессы осцилляций нейтрино во внешнем постоянном почти однородном магнитном поле. Подход основан на диаграммной технике Фейнмана с модифицированным зависящим от расстояния пропагатором, который учитывает геометрию экспериментов по осцилляциям нейтрино. В геометрии экспериментов с солнечными нейтрино, источником которых является протяженное солнечное ядро, учитывается конечный размер источника и рассматриваются конкретные примеры, когда нейтрино регистрируются только через взаимодействие с заряженным током или через взаимодействия как с заряженным, так и с нейтральным токами.

DOI: 10.31857/S0044451022080077
EDN: EGKYBM

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время процессы рассеяния элементарных частиц с большой точностью описываются Стандартной моделью в рамках формализма S-матрицы и техники диаграмм Фейнмана. Этот подход предполагает, что процессы рассеяния происходят во всем пространстве-времени, а входящие и выходящие частицы описываются плоскими волнами. Это приближение оказывается очень хорошим для процессов рассеяния. Однако оно не годится для описания явлений осцилляций частиц, поскольку процессы осцилляций происходят на конечных пространственных и временных интервалах. По этой причине осцилляции нейтрино обычно описываются в рамках квантово-механических подходов в терминах либо плоских волн, либо волновых пакетов [1–5]. Тем не менее оба этих подхода не последовательны, поскольку они используют так называемые флейворные состояния нейтрино, которые определяются как суперпозиции массовых состояний нейтрино, но не могут рассматриваться как истинные кванто-

вые состояния¹⁾. Таким образом, требуется построение последовательного квантового теоретико-полевого описания нейтринных осцилляций.

Для описания нейтринных осцилляций в рамках квантовой теории поля и S-матричного подхода необходимо каким-то образом учесть конечность расстояний и временных интервалов. Первый шаг в этом направлении был сделан еще в 1982 г. в статье [6]. В ней использовался стандартный пертурбативный S-матричный формализм, где массовые состояния нейтрино, распространяющиеся от источника к детектору, считались виртуальными частицами, а осцилляции возникали в результате интерференции амплитуд, соответствующих разным массовым состояниям нейтрино. Предполагалось, что нейтрино рождаются и детектируются ядрами, и состояния ядер описывались дельта-функциями их координат, в то время как остальные частицы описывались плоскими волнами. Эта идея получила дальнейшее развитие в работах [7–12], где для описания всех взаимодействующих частиц использовались ло-

¹⁾ Напомним, что согласно принципу суперпозиции состояний допустимы только линейные комбинации состояний одной и той же квантовой системы, т. е. комбинации состояний, эволюция которых во времени описывается одним и тем же гамильтонианом. Очевидно, что это не так для массовых состояний нейтрино.

* E-mail: volobuev@theory.sinp.msu.ru

кализованные волновые пакеты. Однако расчеты в рамках подхода с волновыми пакетами оказываются очень сложными. Причина в том, что стандартный формализм матрицы рассеяния плохо приспособлен для описания процессов, происходящих на конечных пространственно-временных интервалах.

В работах [13–18] был развит модифицированный пертурбативный подход к описанию нейтринных осцилляций. Он основан на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению. Последние отражают геометрию экспериментов по осцилляциям нейтрино и приводят к модификации фейнмановского пропагатора виртуальных массовых состояний нейтрино в импульсном представлении. А именно, возникает зависящий от расстояния пропагатор массовых состояний нейтрино в импульсном представлении, в то время как остальные правила Фейнмана в этом представлении остаются прежними. Описание в терминах плоских волн позволяет избежать громоздких вычислений, но при этом уловить суть явления.

Известно, что внешние поля и материя влияют на осцилляции нейтрино [3]. Вопрос о том, как магнитное поле влияет на нейтринные осцилляции, и его следствия для проблемы солнечных нейтрино изучались в рамках стандартного квантово-механического описания в статьях [19–25]. Однако эта проблема никогда не изучалась в рамках квантового теоретико-полевого описания осцилляций нейтрино в терминах волновых пакетов, поскольку соответствующие вычисления были бы слишком сложными. В настоящей работе мы изучаем осцилляции нейтрино в постоянном магнитном поле в модифицированном формализме. Мы будем рассматривать нейтрино малых энергий, порядка 1 МэВ и меньше, для которых влияние вещества на осцилляции считается незначительным и им можно пренебречь. Мы анализируем только возможные эффекты, связанные с магнитным полем. Подход позволяет разобраться с проблемой солнечных нейтрино и учесть структуру Солнца.

В дальнейшем предполагается, что нейтрино рождаются и регистрируются за счет взаимодействия заряженных и нейтральных токов с ядрами и электронами в отсутствие поля, но считается, что распространение частиц происходит в области магнитного поля. Мы рассматриваем случай протяженного источника, размер которого все же много меньше расстояния между источником и детектором. Мы будем рассматривать солнечное ядро как источник нейтрино именно таким образом. В разд. 2 мы из-

лагаем теорию осцилляций нейтрино в модифицированном подходе. В разд. 3 применяем результаты к конкретным примерам с солнечными нейтрино, а именно: к рождению нейтрино в распадах ^{15}O и ^{13}N или электронном захвате ^7Be и регистрации при помощи Ga–Ge или черенковского детектора.

2. ОСЦИЛЛЯЦИИ НЕЙТРИНО В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Хотя мы будем рассматривать протяженный источник, его размер, как и размер детектора, все равно должен быть намного меньше расстояния между источником и детектором. Таким образом, можно использовать одномерное приближение, когда импульсы нейтрино направлены вдоль линии, соединяющей центры источника и детектора.

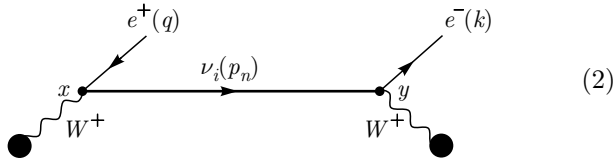
Мы начнем с приближения точечного источника и детектора, а затем проведем интегрирование по объему источника, чтобы учесть его размер.

Мы работаем в рамках минимального расширения Стандартной модели правыми синглетами нейтрино. Лагранжиан слабого взаимодействия лептонов имеет вид

$$L_{int}^{lep} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left(\sum_{i,k=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu (1-\gamma^5) U_{ik} \nu_k W_\mu^- + \text{H.c.} \right) + \frac{g \sin^2 \theta_w}{\cos \theta_w} \sum_{i=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu l_i Z_\mu - \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{i=1}^3 \bar{l}_i \gamma^\mu (1-\gamma^5) l_i Z_\mu + \frac{g}{4 \cos \theta_w} \sum_{k=1}^3 \bar{\nu}_k \gamma^\mu (1-\gamma^5) \nu_k Z_\mu, \quad (1)$$

где l_i — поле заряженного лептона i -го поколения, U_{ik} — матрица Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты (ПМНС), ν_k обозначает поле нейтрино с определенной массой m_k , матрица γ^5 определяется как $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

Сначала рассмотрим процесс в вакууме, когда нейтрино рождается и регистрируется за счет взаимодействия заряженного тока с ядрами. Диаграмма процесса в низшем порядке теории возмущений представлена в формуле (2). Предполагается, что точки рождения и детектирования x и y разделены фиксированным макроскопическим расстоянием L вдоль единичного вектора \mathbf{n} , направленного из центра источника нейтрино в центр нейтринного детектора. Промежуточное массовое состояние нейтрино является виртуальной частицей, описываемой



$$S_i^c(p, \mathbf{n}, L) = i \frac{\hat{p} + \gamma \cdot \mathbf{n} \left(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} - \sqrt{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 + p^2 - m_i^2} \right) + m_i}{2\sqrt{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 + p^2 - m_i^2 + i\epsilon}} \times \exp \left\{ -i \left(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} - \sqrt{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 + p^2 - m_i^2} \right) L \right\}, \quad (2)$$

пропагатором Фейнмана в координатном представлении. Закрашенные кружки представляют матричные элементы слабого заряженного адронного тока. Амплитуда должна быть просуммирована по индексу $i = 1, 2, 3$ массового состояния нейтрино.

Амплитуда процесса в координатном представлении может быть построена по правилам Фейнмана, сформулированным, например, в учебнике [26]. Для перехода к импульсному представлению необходимо проинтегрировать ее по x и y по пространству Минковского. Однако такое прямое интегрирование привело бы к потере информации о пространственно-временном интервале между событиями рождения и детектирования. Таким образом, для описания процессов, протекающих на конечных пространственных и временных интервалах, необходимо зафиксировать расстояние между точками рождения и регистрации нейтрино. В работе [6] это было достигнуто путем того, что матричные элементы адронных токов в координатном представлении были взяты пропорциональными дельта-функциям $\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1)$, $\delta(\mathbf{y} - \mathbf{x}_2)$ с фиксированным $\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$, $\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 = L\mathbf{n}$. В нашем подходе мы фиксируем не положения начального и конечного ядер, а расстояние L между точками взаимодействия вдоль единичного вектора \mathbf{n} , направленного от источника к детектору, вводя под интеграл дельта-функцию $\delta(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}) - L)$, что позволяет обобщить стандартный пертурбативный формализм для случая процессов, проходящих на конечных расстояниях.

Введение дельта-функции формально эквивалентно замене стандартного фейнмановского пропагатора $S_i^c(y - x)$ массового состояния нейтрино ν_i в координатном представлении на

$$S_i^c(y - x) \delta(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}) - L).$$

Фурье-образ этого выражения мы называем зависящим от расстояния пропагатором массового состояния нейтрино ν_i в импульсном представлении [13]:

$$S_i^c(p, \mathbf{n}, L) \equiv \int d^4z e^{ipz} S_i^c(z) \delta(\mathbf{n} \cdot \mathbf{z} - L). \quad (3)$$

Интеграл можно вычислить точно методом контурного интегрирования:

где $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$.

Как было показано в статье [9], виртуальные частицы, распространяющиеся на макроскопические расстояния, находятся почти на массовой поверхности, и для импульсов \mathbf{p} , удовлетворяющих условию $|p^2 - m_i^2| / (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n})^2 \ll 1$, зависящий от расстояния пропагатор можно привести к простому виду:

$$S_i^c(p, \mathbf{n}, L) = i \frac{\hat{p} + m_i}{2\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}} \exp \left\{ i \frac{p^2 - m_i^2}{2\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}} L \right\}. \quad (5)$$

Это приближение всегда справедливо для импульсов нейтрино \mathbf{p} , направленных вдоль вектора \mathbf{n} , $\mathbf{p} \cdot \mathbf{n} = |\mathbf{p}|$, которые являются единственно необходимыми для вычисления амплитуд.

Этот зависящий от расстояния пропагатор отличается от найденного в статье [6] тем, что последний представляет собой оператор $\hat{p} + m_i$, умноженный на сферическую волну, тогда как в формуле (5) этот оператор умножается на экспоненту, аналогичную той, которая появляется в стандартном плосковолновом приближении. Отметим также, что зависящий от расстояния пропагатор, очень похожий на наш, был найден в работе [27].

Использование выражения (5) вместо обычного фейнмановского пропагатора для построения амплитуды в импульсном представлении позволяет последовательно описать осцилляции нейтрино в вакууме [14–17]. Чтобы применить этот подход к описанию осцилляции нейтрино в магнитном поле, нам нужно сначала найти соответствующий пропагатор нейтрино в поле. Для этого рассмотрим уравнение движения массового состояния нейтрино во внешнем электромагнитном поле:

$$\left(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i - \frac{1}{2} \mu_0 m_i F_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} \right) \nu_i(x) = 0, \quad (6)$$

где магнитный момент i -го массового состояния нейтрино, пропорциональный его массе, равен $\mu_i = \mu_0 m_i$, и $\sigma^{\mu\nu} = (i/2) [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$, и мы пренебрегли переходными магнитными моментами, которые предполагаются много меньшими, чем дипольные магнитные моменты μ_i . В Стандартной модели параметр $\mu_0 = 3eG_F/8\sqrt{2}\pi^2$. Таким образом, магнитные моменты нейтрино оказываются по крайней мере на 10 порядков меньше, чем магнетон Бора для

экспериментально разрешенных масс нейтрино, но они могут быть значительно больше в расширениях Стандартной модели.

В однородном электромагнитном поле функция Грина уравнения (6) в импульсном представлении имеет вид

$$S_i^c(p) = i \left\{ (p^2 - m_i^2) (p^2 - m_i^2 + i\varepsilon) - \mu_0^2 m_i^2 [(p^2 + m_i^2) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - 4F_{\mu\nu} p^\nu F^{\mu\sigma} p_\sigma] + \frac{1}{4} \mu_0^4 m_i^4 \left[(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})^2 + (F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu})^2 \right] \right\}^{-1} \times \left\{ (p^2 - m_i^2) (\hat{p} + m_i) - \frac{1}{2} \mu_0^2 m_i^2 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} (\hat{p} - m_i) - 2\mu_0^2 m_i^2 F_{\mu\nu} F^{\nu\sigma} p_\sigma \gamma^\mu + 2\mu_0 m_i^2 \tilde{F}_{\mu\nu} p^\nu \gamma^\mu \gamma^5 + \mu_0 m_i \left[\frac{1}{2} (p^2 + m_i^2) F_{\mu\nu} - \frac{1}{4} \mu_0^2 m_i^2 F^{\rho\sigma} \times (F_{\rho\sigma} F_{\mu\nu} + \tilde{F}_{\rho\sigma} \tilde{F}_{\mu\nu}) - 2F_{\mu\rho} p^\rho p_\nu \right] \sigma^{\mu\nu} - \frac{i}{2} \mu_0^2 m_i^3 F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu} \gamma^5 \right\}, \quad (7)$$

где $\tilde{F}^{\mu\nu} = -(1/2)\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$, а стандартный полностью антисимметричный тензор определяется формулой $\varepsilon^{0123} = -1$.

Для однородного магнитного поля \mathbf{H} имеем $F_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu k0} H^k$, $k = 1, 2, 3$. Тогда знаменатель функции Грина (7) дает следующее дисперсионное соотношение для нейтрино:

$$(p^0)^2 = \mathbf{p}^2 + m_i^2 + \mu_0^2 m_i^2 \mathbf{H}^2 \pm \pm 2\mu_0 m_i \sqrt{\mathbf{p}^2 \mathbf{H}_\perp^2 + m_i^2 \mathbf{H}^2}, \quad (8)$$

где \mathbf{H}_\perp обозначает компоненту магнитного поля \mathbf{H} , поперечную по отношению к направлению распространения нейтрино $\mathbf{n} = \mathbf{p}/|\mathbf{p}|$. Это дисперсионное соотношение совпадает с таковым для нейтрона в магнитном поле, которое было впервые получено в работе [28] и недавно воспроизведено для нейтрино в рамках стандартного подхода в работе [24].

Как мы уже отмечали, магнитный момент нейтрино чрезвычайно мал, так что справедливо соотношение $\mu_0^2 m_i^2 \mathbf{H}^2 \ll \mathbf{p}^2$. Мы пренебрегаем членами порядка 2 и выше по μ_0 в (7) и переходим в координатное представление. Затем, подставляя функцию Грина в координатном представлении в определение (3) зависящего от расстояния пропагатора, считая импульс нейтрино параллельным \mathbf{n} , а также пренебрегая массами нейтрино всюду, кроме экспоненты, получаем зависящий от расстояния пропагатор мас-

сового состояния нейтрино в однородном магнитном поле в импульсном представлении:

$$S_i^c(p, L, \mathbf{H}) = i \frac{\hat{p}(1 - \mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma})}{4|\mathbf{p}|} \exp \left\{ i \frac{p^2 - m_i^2 + 2\mu_0 m_i |\mathbf{p}| H_\perp}{2|\mathbf{p}|} L \right\} + i \frac{\hat{p}(1 + \mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma})}{4|\mathbf{p}|} \exp \left\{ i \frac{p^2 - m_i^2 - 2\mu_0 m_i |\mathbf{p}| H_\perp}{2|\mathbf{p}|} L \right\}. \quad (9)$$

Здесь $H_\perp = |\mathbf{H}_\perp|$, мы полагаем $m_i^2 \mathbf{H}^2 \ll \mathbf{p}^2 \mathbf{H}_\perp^2$, и

$$\mathbf{j} \equiv \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{h}}{\sqrt{1 - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{h})^2}}, \quad \mathbf{h} \equiv \frac{\mathbf{H}}{|\mathbf{H}|}, \quad \mathbf{j}^2 = 1. \quad (10)$$

Формулы (5) и (9) означают, что в магнитном поле каждое массовое состояние нейтрино расщепляется на два состояния, соответствующие двум возможным ориентациям спина и энергиям. Числители в экспонентах, $p^2 - m_i^2 \mp 2\mu_0 m_i |\mathbf{p}| H_\perp$, определяют сход виртуальных нейтрино с массовой поверхностью, что согласуется с дисперсионным соотношением (8) в нашем приближении.

Мы видим, что зависящий от расстояния пропагатор по существу зависит только от поперечной составляющей магнитного поля. В дальнейшем мы пренебрегаем продольной составляющей поля, считаем магнитное поле поперечным и обозначаем $H = |\mathbf{H}|$. Хотя пропагатор (9) был выведен для случая постоянного однородного магнитного поля, его можно использовать и для поперечного магнитного поля, величина которого меняется на пути нейтрино адиабатически, т. е. если выполняется условие

$$|\mu_0 m_{max} (\mathbf{n} \cdot \nabla) H| \ll \frac{|\mathbf{p}|}{d}, \quad (11)$$

где d — характерный размер области поля, m_{max} — наибольшая из масс нейтрино. Это условие уточняет условие адиабатичности для магнитного поля, найденное ранее в работе [22]. В отличие от условия в этой статье, формула (11) учитывает магнитные моменты нейтрино, размер области поля и гарантирует, что член $(p^2 - m_i^2)/2|\mathbf{p}|$ в экспоненте можно считать постоянным вдоль пути нейтрино. Однако поле H_\perp в формуле (9) следует заменить на среднее поле

$$\bar{H} = \frac{1}{L} \int_0^L H(l) dl, \quad (12)$$

так учитывается изменение магнитного поля вдоль пути нейтрино.

Используя зависящий от расстояния пропагатор (9), в приближении взаимодействия Ферми мы

можем записать амплитуду процесса, отвечающего диаграмме (2), в импульсном представлении следующим образом:

$$M = -i \frac{G_F^2}{8|\mathbf{p}_n|} j_\rho^{(2)}(\mathbf{P}^{(2)}, \mathbf{P}^{(2')}) \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma^\rho (1 - \gamma^5) \hat{p}_n \times \\ \times \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \left[(1 - \mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \times \right. \\ \left. \times \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_i^2 + 2|\mathbf{p}_n| \mu_0 m_i \bar{H}}{2|\mathbf{p}_n|} L \right\} + \right. \\ \left. + (1 + \mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_i^2 - 2|\mathbf{p}_n| \mu_0 m_i \bar{H}}{2|\mathbf{p}_n|} L \right\} \right] \times \\ \times \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}) j_\mu^{(1)}(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1')}). \quad (13)$$

Здесь мы для краткости опускаем индексы поляризации фермионов, а массы нейтрино не учитываем нигде, кроме показателя экспоненты. 4-импульсы частиц обозначаются так, как показано на диаграмме (2): q , p_n и k — 4-импульсы соответственно позитрона, промежуточного виртуального нейтрино и электрона. Матричные элементы слабого адронного тока, соответствующие закрашенным кружкам, равны

$$j_\mu^{(1)}(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1')}) = \\ = \left\langle \frac{A_1}{Z_1 - 1} X(\mathbf{P}^{(1')}) \left| j_\mu^{(h)} \right| \frac{A_1}{Z_1} X(\mathbf{P}^{(1)}) \right\rangle, \quad (14) \\ j_\rho^{(2)}(\mathbf{P}^{(2)}, \mathbf{P}^{(2')}) = \\ = \left\langle \frac{A_2}{Z_2 + 1} X(\mathbf{P}^{(2')}) \left| j_\rho^{(h)} \right| \frac{A_2}{Z_2} X(\mathbf{P}^{(2)}) \right\rangle,$$

где импульсы ядер 1 $\left(\frac{A_1}{Z_1} X\right)$, 1' $\left(\frac{A_1}{Z_1 - 1} X\right)$, 2 $\left(\frac{A_2}{Z_2} X\right)$, 2' $\left(\frac{A_2}{Z_2 + 1} X\right)$ обозначены как $\mathbf{P}^{(l)}$, $l = 1, 1', 2, 2'$.

В приближении нулевых масс нейтрино всюду, кроме экспоненты, квадрат модуля амплитуды (13), усредненный по поляризациям начальных ядер и просуммированный по поляризациям конечных частиц и ядер (операция усреднения и суммирования обозначается угловыми скобками), факторизуется. При этом мы также пренебрегаем членами, пропорциональными p_n^2 , которые в силу теоремы Гримуса–Штокенгера [9] имеют порядок квадрата масс нейтрино. При квадрировании амплитуды (13) члены, содержащие вектор \mathbf{j} , взаимно уничтожаются, и мы получаем следующий результат:

$$\langle |M|^2 \rangle = \langle |M_P|^2 \rangle \langle |M_D|^2 \rangle \times \\ \times \frac{1}{4\mathbf{p}_n^2} P_{ee}(|\mathbf{p}_n|, L, \bar{H}). \quad (15)$$

Здесь

$$\langle |M_P|^2 \rangle = 4G_F^2 \left[-g^{\mu\nu} (qp_n) + q^\mu p_n^\nu + p_n^\mu q^\nu - \right. \\ \left. - i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} q_\rho (p_n)_\sigma \right] W_{\mu\nu}^{(1)} \quad (16)$$

— квадрат модуля амплитуды процесса рождения;

$$\langle |M_D|^2 \rangle = 4G_F^2 \left[-g^{\mu\nu} (p_n k) + p_n^\mu k^\nu + \right. \\ \left. + k^\mu p_n^\nu - i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (p_n)_\rho k_\sigma \right] W_{\mu\nu}^{(2)} \quad (17)$$

— квадрат модуля амплитуды процесса детектирования;

$$W_{\mu\nu}^{(l)} = W_{\mu\nu}^{(l,S)} + iW_{\mu\nu}^{(l,A)} = \left\langle j_\mu^{(l)} (j_\nu^{(l)})^+ \right\rangle, \quad (18) \\ l = 1, 2,$$

— ядерные тензоры, характеризующие взаимодействие ядер 1, 1' и 2, 2' с лептонами, их симметричные части $W_{\mu\nu}^{(l,S)}$ вещественные, а антисимметричные $iW_{\mu\nu}^{(l,A)}$ — мнимые;

$$P_{ee}(|\mathbf{p}_n|, L, \bar{H}) = 1 - \sum_{\substack{i,k=1 \\ k < i}}^3 |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \times \\ \times \left\{ \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}_n|} - \frac{\mu_0 \Delta m_{ik} \bar{H}}{2} \right) L \right] + \right. \\ + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}_n|} - \frac{\mu_0 \Sigma m_{ik} \bar{H}}{2} \right) L \right] + \\ + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}_n|} + \frac{\mu_0 \Sigma m_{ik} \bar{H}}{2} \right) L \right] + \\ \left. + \sin^2 \left[\left(\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}_n|} + \frac{\mu_0 \Delta m_{ik} \bar{H}}{2} \right) L \right] \right\} - \\ - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L) \quad (19)$$

— вероятность осцилляций нейтрино, зависящая от модуля $|\mathbf{p}_n|$ импульса нейтрино, L — расстояние между источником и детектором, \bar{H} — среднее значение поперечного магнитного поля; мы также вводим обозначения, аналогичные обычным:

$$\Delta m_{ik}^2 \equiv m_i^2 - m_k^2, \quad \Delta m_{ik} \equiv m_i - m_k, \quad (20) \\ \Sigma m_{ik} \equiv m_i + m_k.$$

В случае двух ароматов нейтрино формула (19) согласуется с формулами, полученными в работах [24, 25] для однородного магнитного поля, хотя и выглядит иначе.

Заметим, что в рассматриваемом процессе сохраняются энергия и импульс, так как нейтрино рождаются и детектируются в отсутствие магнитного поля, и поле поперечно траектории нейтрино. Для нахождения вероятности процесса мы должны следовать рецепту, сформулированному в работах [14–16], и перед интегрированием по фазовому объему конечных частиц умножить выражение (15) не только на дельта-функцию сохранения энергии-импульса, но и на дельта-функцию, которая будет гарантировать, что импульс \mathbf{p}_n промежуточных нейтрино направлен вдоль вектора \mathbf{n} . Естественно выбрать $p_n^2 = 0$, т. е. вычислить вероятность в том же приближении безмассовых нейтрино, в каком мы вычислили квадрат модуля амплитуды. Конкретное значение p_n , удовлетворяющее этому условию, обозначим через p , где \mathbf{p} направлен от источника к детектору, а $p^2 = 0$.

Таким образом, мы умножаем квадрат модуля амплитуды на дельта-функцию сохранения энергии-импульса

$$(2\pi)^4 \delta(P^{(1)} + P^{(2)} - P^{(1')} - q - P^{(2')} - k)$$

и на дельта-функцию

$$2\pi \delta(P^{(1)} - P^{(1')} - q - p),$$

а также подставляем p вместо p_n везде в (15) [14]. Поступая таким образом, мы фиксируем импульс промежуточных нейтрино, направление которого определяется взаимным расположением источника и детектора, и после интегрирования по фазовому объему находим дифференциальную вероятность d^3W/d^3p процесса с определенным импульсом нейтрино. Поскольку экспериментальная ситуация определяет только направление импульса нейтрино, но не его абсолютную величину, мы должны также проинтегрировать d^3W/d^3p по $|\mathbf{p}|$ по всем допустимым значениям. Выполняя эту процедуру расчета, приходим к вероятности процесса с точечными источником и детектором:

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} \frac{d^3W_P}{d^3p} W_D P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \bar{H}) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|. \quad (21)$$

Здесь d^3W_P/d^3p — дифференциальная вероятность распада ядра 1 на ядро $1'$, позитрон и безмассовый фермион с импульсом \mathbf{p} , W_D — вероятность процесса рассеяния безмассового фермиона с импульсом \mathbf{p} и ядра 2 с образованием ядра $2'$ и электрона.

В (21) нижний предел интегрирования $|\mathbf{p}|_{min}$ определяется порогом процесса регистрации, а верхний $|\mathbf{p}|_{max}$ — законом сохранения энергии-импульса в вершине рождения. В дальнейшем начальные ядра 1 и 2 будем считать покоящимися и положим их импульсы $\mathbf{P}^{(1)}$, $\mathbf{P}^{(2)}$ равными нулю. Тогда пределы интегрирования даются выражениями [29]

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}|_{min} &= \frac{(M_{2'} + m_e)^2 - M_2^2}{2M_2}, \\ |\mathbf{p}|_{max} &= \frac{M_1^2 - (M_{1'} + m_e)^2}{2M_1}, \end{aligned} \quad (22)$$

где M_l , $l = 1, 1', 2, 2'$, — массы ядер, а m_e — масса электрона.

Приведенный выше результат относится к случаю точечных источника и детектора, что означает, что их размеры пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними, а также по сравнению с длинами осцилляций и когерентности. Кроме того, предполагалось наличие магнитного поля на всем пути нейтрино. Наш следующий шаг — рассмотреть Солнце как источник, принимая во внимание его структуру. На самом деле нейтрино рождаются в солнечном ядре как протяженной области, и считается, что магнитное поле присутствует в основном внутри конвективной зоны Солнца [30], хотя гораздо более сильные магнитные поля могут существовать в зоне лучистого переноса [31].

Мы исходим из следующих предположений. Ядро Солнца имеет радиус $R_{core} = 173\,000$ км, конвективная зона занимает оболочку от $R_{conv} = 496\,000$ км почти до поверхности Солнца, $R_{Sun} = 696\,000$ км, так что толщина конвективной зоны равна $L_{conv} \equiv R_{Sun} - R_{conv} = 200\,000$ км. Радиус солнечного ядра R_{core} составляет всего около 0.12% от расстояния между Солнцем и Землей даже в перигелии, 147 млн км, поэтому можно пренебречь разницей углов, под которыми нейтрино, которые будут зарегистрированы, испускаются из разных точек источника. Одномерное приближение, необходимое при выводе зависящего от расстояния пропагатора (9), остается в силе.

В этом приближении можно найти максимальную относительную разность пробега через конвективную зону для нейтрино, вылетевшего из центра солнечного ядра и из его границы в направлении Земли:

$$\begin{aligned} \Delta_L &= \frac{\sqrt{R_{Sun}^2 - R_{core}^2} - \sqrt{R_{conv}^2 - R_{core}^2}}{R_{Sun} - R_{conv}} - 1 = \\ &= 0.047, \end{aligned} \quad (23)$$

т. е. менее 5%.

Предположим для простоты, что магнитное поле, удовлетворяющее соотношению адиабатичности (11), занимает только конвективную зону, касательно к любой сферической оболочке и аксиально-симметрично относительно оси вращения Солнца. Предполагается, что силовые линии магнитного поля лежат в плоскостях, перпендикулярных оси вращения Солнца. Нейтрино, которые проходят более длинный путь сквозь конвективную зону, подвержены влиянию более слабого поперечного поля H_{\perp} . Ослабление поперечного поля для граничных нейтрино по сравнению с центральными определяется отличием косинуса угла проекции от единицы и может достигать

$$\Delta_H = 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{R_{core}}{R_{conv}}\right)^2} = 0.063, \quad (24)$$

т. е. чуть больше 6 %.

Два эффекта, поправки из-за которых даются выражениями (23) и (24), работают друг против друга: нейтрино с более длинным пробегом в магнитном поле, как правило, испытывают влияние более слабого поперечного поля. Таким образом, осцилляционные фазы, набранные нейтрино, испущенными из разных точек источника, при движении через поле одинаковы в пределах погрешности $\Delta_L = 4.7\%$ как максимум. В принципе, эти геометрические эффекты можно учесть точно, однако это сделало бы приведенные ниже выражения гораздо более громоздкими. Это имеет смысл для конкретного эксперимента, но здесь мы пренебрегаем данной ошибкой среди других неточностей и предполагаем, что нейтрино, испускаемые из всех точек солнечного ядра, «чувствуют» одно и то же среднее поле \overline{H} на пути одной и той же длины L_{conv} .

Скорость реакции рождения в данной точке солнечного ядра предполагается пропорциональной плотности вещества в этой точке, $\rho(R)$, где R — расстояние от центра Солнца.

Для того чтобы получить нормированную вероятность регистрации электрона в процессе, в котором источником нейтрино является солнечное ядро, необходимо усреднить вероятность (21) по объему солнечного ядра с учетом распределения плотности и различной длины пути для нейтрино, испускаемых из разных точек источника. Делая это, разобьем ядро на сечения, для каждого из которых расстояние между точкой рождения и точкой детектирования нейтрино будет одинаковым. Эти сечения ортогональны \mathbf{n} , их положение определяется сдвигом r вдоль \mathbf{n} от центра ядра, $-R_{core} \leq r \leq R_{core}$

(отрицательное значение r соответствует сдвигу в противоположном направлении относительно \mathbf{n}). В свою очередь, сечения разбиваются на окружности, на которых плотность вещества ядра Солнца одинакова, и x — радиус такой окружности в текущем сечении, $0 \leq x \leq \sqrt{R_{core}^2 - r^2}$. Нормировка выбрана таким образом, чтобы вероятность в точке $L = 0$ в пределе равнялась единице для источника нулевого размера. Расстояние между центрами Солнца и детектора обозначается через L . Наконец, получаем вероятность осцилляций нейтрино от протяженного солнечного ядра в виде

$$\begin{aligned} \tilde{W}(L) &= \\ &= \frac{1}{N} \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \times \\ &\times \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \overline{H}). \quad (25) \end{aligned}$$

Здесь нормировочная постоянная есть

$$\begin{aligned} N &= M_{core} \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D P_{ee}(|\mathbf{p}|, 0, \overline{H}) = \\ &= M_{core} \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D, \quad (26) \end{aligned}$$

масса солнечного ядра —

$$M_{core} = \int_{core} \rho(R) dV = 4\pi \rho_c R_M^3, \quad (27)$$

и мы учитываем тот факт, что «магнитная» фаза набирается только внутри конвективной зоны, где присутствует внешнее поле, вследствие следующей модификации вероятности (19):

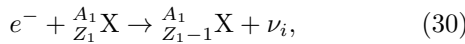
$$\begin{aligned}
 W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H}) = & 1 - \sum_{\substack{i,k=1 \\ k < i}}^3 |U_{1i}|^2 |U_{1k}|^2 \times \\
 & \times \left\{ \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) - \frac{\mu_0 \Delta m_{ik} \bar{H}}{2} L_{magn} \right] + \right. \\
 & + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) - \frac{\mu_0 \Sigma m_{ik} \bar{H}}{2} L_{magn} \right] + \\
 & + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) + \frac{\mu_0 \Sigma m_{ik} \bar{H}}{2} L_{magn} \right] + \\
 & \left. + \sin^2 \left[\frac{\Delta m_{ik}^2}{4|\mathbf{p}|} (L-r) + \frac{\mu_0 \Delta m_{ik} \bar{H}}{2} L_{magn} \right] \right\} - \\
 & - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L_{magn}), \quad (28)
 \end{aligned}$$

где

$$L_{magn} = \begin{cases} 0, & L < R_{conv}, \\ L - R_{conv}, & R_{conv} \leq L < R_{Sun}, \\ L_{conv}, & L \geq R_{Sun}. \end{cases} \quad (29)$$

Само собой разумеется, что формула (25) имеет смысл только при $L > R_{core}$.

В случае, если нейтрино образуются в результате реакции электронного захвата,



дифференциальная вероятность распада d^3W_P/d^3p в (21) должна быть заменена дифференциальной вероятностью реакции (30). Это единственное изменение в формуле (21), однако реакция (30) имеет двухчастичное конечное состояние, следовательно, дифференциальная вероятность рождения d^3W_P/d^3p в этом случае сингулярна. Таким образом, интегрирование в (21) дает

$$\frac{dW}{d\Omega} = \frac{dW_P}{d\Omega} W_D P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \bar{H}). \quad (31)$$

Здесь модуль импульса нейтрино $|\mathbf{p}|$ не переменная, а величина, определяемая законом сохранения энергии-импульса, и $dW_P/d\Omega$ — дифференциальная вероятность рождения безмассового фермиона с импульсом, направленным от источника к детектору.

Если импульсы начальных частиц в реакции (30) фиксированы, то в ней рождаются моноэнергетические нейтрино. Однако в этом случае мы должны учитывать разброс импульсов начальных частиц. В солнечном ядре электроны и атомные ядра находятся в плазме, поэтому именно электроны вносят основной вклад в разброс энергии нейтрино, так как масса электрона как минимум на 3 порядка меньше

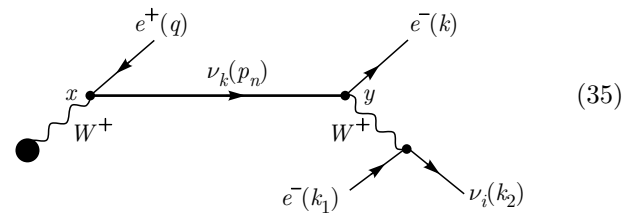
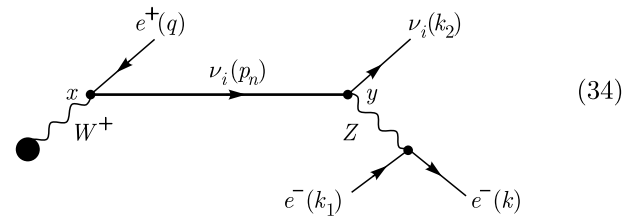
массы ядра. Тогда, пренебрегая движением ядер, в нерелятивистском случае необходимо усреднить выражение (31) по импульсу начального электрона с распределением Максвелла–Больцмана. Далее требуется усреднить результат по объему ядра Солнца аналогично предыдущему случаю, но с учетом распределения температуры $T(R)$. Это дает

$$\begin{aligned}
 \tilde{W}(L) = & \frac{1}{M_{core}} \times \\
 & \times \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \times \\
 & \times \frac{1}{N(\sqrt{r^2 + x^2})} \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(\sqrt{r^2 + x^2})) \times \\
 & \times \frac{dW_P}{d\Omega} W_D W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H}), \quad (32)
 \end{aligned}$$

где $f(|\mathbf{q}|, T)$ — распределение Максвелла–Больцмана по модулю $|\mathbf{q}|$ импульса начального электрона, характеризуемое температурой T , а

$$N(R) = \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(R)) \frac{dW_P}{d\Omega} W_D. \quad (33)$$

Таким же образом можно рассмотреть процесс осцилляций нейтрино, когда нейтрино детектируются через взаимодействие как с заряженным, так и с нейтральным токами, как это показано на следующих диаграммах:



Обозначения для импульсов частиц те же, что и на диаграмме (2), но мы также вводим дополнительные

обозначения k_1 и k_2 для 4-импульсов налетающего электрона и улетающего нейтрино ν_i соответственно.

В приближении взаимодействия Ферми амплитуда в импульсном представлении, соответствующая диаграмме (34), имеет вид

$$\begin{aligned}
 M_i^{nc} = & i \frac{G_F^2}{8 |\mathbf{p}_n|} U_{1i}^* j_\mu^{(1)} \left(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1')} \right) \bar{\nu}_i (\mathbf{k}_2) (1 + \gamma^5) \gamma^\rho \hat{p}_n \times \\
 & \times \left[(1 - i\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_i^2 + 2 |\mathbf{p}_n| \mu_0 m_i \bar{H}}{2 |\mathbf{p}_n|} L \right\} + \right. \\
 & \left. + (1 + i\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_i^2 - 2 |\mathbf{p}_n| \mu_0 m_i \bar{H}}{2 |\mathbf{p}_n|} L \right\} \right] \times \\
 & \times \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}) \times \\
 & \times \left[\left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w \right) \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) u(\mathbf{k}_1) + \right. \\
 & \left. + \sin^2 \theta_w \bar{u}(\mathbf{k}) \gamma_\rho (1 + \gamma^5) u(\mathbf{k}_1) \right]. \quad (36)
 \end{aligned}$$

Амплитуда, соответствующая диаграмме (35), просуммированная по индексу k , равна

$$\begin{aligned}
 M_i^{cc} = & -i \frac{G_F^2}{8 |\mathbf{p}_n|} U_{1i}^* j_\mu^{(1)} \left(\mathbf{P}^{(1)}, \mathbf{P}^{(1')} \right) \times \\
 & \times \bar{u}(\mathbf{k}) (1 + \gamma^5) \gamma^\rho \hat{p}_n \sum_{k=1}^3 |U_{1k}|^2 \times \\
 & \times \left[(1 - i\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_k^2 + 2 |\mathbf{p}_n| \mu_0 m_k \bar{H}}{2 |\mathbf{p}_n|} L \right\} + \right. \\
 & \left. + (1 + i\mathbf{j} \cdot \boldsymbol{\gamma}) \exp \left\{ i \frac{p_n^2 - m_k^2 - 2 |\mathbf{p}_n| \mu_0 m_k \bar{H}}{2 |\mathbf{p}_n|} L \right\} \right] \times \\
 & \times \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(\mathbf{q}) \bar{\nu}_i (\mathbf{k}_2) \gamma_\rho (1 - \gamma^5) u(\mathbf{k}_1). \quad (37)
 \end{aligned}$$

Вероятность процесса необходимо просуммировать по индексу i .

Дифференциальная вероятность этого процесса может быть рассчитана по тем же правилам, которые сформулированы выше, и для случая точечного источника имеет вид [18]

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D(L, \bar{H}) |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}|, \quad (38)$$

где дифференциальная вероятность $d^3 W_P/d^3 p$ рождения нейтрино та же самая, что и в формуле (21), полученной для того же процесса рождения и регистрации через взаимодействие с заряженным током, а вероятность детектирования определяется выражением

$$\begin{aligned}
 W_D(L, \bar{H}) = & \frac{G_F^2 m_e}{2\pi} \times \\
 & \times \left\{ \left[(1 - 4 \sin^2 \theta_w + 8 \sin^4 \theta_w) \Delta T - \right. \right. \\
 & \left. \left. - 4 \sin^2 \theta_w \left(\frac{\sin^2 \theta_w}{T_{max}} - \frac{m_e}{4\mathbf{p}^2} \right) \Delta T^2 + \frac{4}{3} \frac{\sin^4 \theta_w}{\mathbf{p}^2} \Delta T^3 \right] \times \right. \\
 & \times \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \cos^2(\mu_0 m_i \bar{H} L) + \\
 & \left. + 8 \sin^2 \theta_w \left[\Delta T - \frac{m_e}{4\mathbf{p}^2} \Delta T^2 \right] P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \bar{H}) \right\}. \quad (39)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 \Delta T \equiv & T_{max} - T_{min}, \quad \Delta T^2 \equiv T_{max}^2 - T_{min}^2, \\
 \Delta T^3 \equiv & T_{max}^3 - T_{min}^3, \quad (40)
 \end{aligned}$$

T_{max} — максимальная кинетическая энергия конечного электрона в процессе детектирования, определяемая законом сохранения 4-импульса,

$$T_{max} = \frac{2\mathbf{p}^2}{2|\mathbf{p}| + m_e}, \quad (41)$$

T_{min} — минимальная кинетическая энергия этого электрона, доступная для регистрации данным детектором. Нижний предел $|\mathbf{p}|_{min}$ интегрирования в (38) связан с T_{min} соотношением, аналогичным (41), что дает

$$|\mathbf{p}|_{min} = \frac{1}{2} \left(T_{min} + \sqrt{T_{min}(T_{min} + 2m_e)} \right). \quad (42)$$

Учет размера источника, которым предполагается солнечное ядро, выполняется описанным выше образом, что дает аналогичное (25) выражение, а именно

$$\begin{aligned}
 \tilde{W}(L) = & \frac{1}{N} \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho \left(\sqrt{r^2 + x^2} \right) \times \\
 & \times \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_P}{d^3 p} \hat{W}_D(L, r, \bar{H}) \quad (43)
 \end{aligned}$$

с нормировочной константой

$$N = M_{core} \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_D(0, \bar{H}), \quad (44)$$

где модифицированная вероятность детектирования $\hat{W}_D(L, r, \bar{H})$ получается из $W_D(L, \bar{H})$, определенной в (39), заменой $L \rightarrow L_{magn}$ в первом члене и $P_{ee}(|\mathbf{p}|, L, \bar{H}) \rightarrow W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H})$ во втором.

Если процессом рождения является реакция электронного захвата (30), то можно получить вероятность процесса осцилляций нейтрино, усредненную по разбросу импульса начального электрона и объему солнечного ядра, в виде

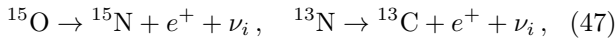
$$\begin{aligned} \tilde{W}(L) = & \frac{1}{M_{core}} \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \times \\ & \times \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \frac{1}{N(\sqrt{r^2 + x^2})} \times \\ & \times \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(\sqrt{r^2 + x^2})) \times \\ & \times \frac{dW_P}{d\Omega} \hat{W}_D(L, r, \bar{H}), \end{aligned} \quad (45)$$

где

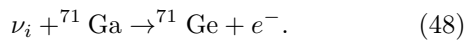
$$N(R) = \int_0^\infty d|\mathbf{q}| f(|\mathbf{q}|, T(R)) \frac{dW_P}{d\Omega} W_D(0, \bar{H}). \quad (46)$$

3. КОНКРЕТНЫЕ ПРИМЕРЫ

Рассмотрим несколько примеров. Сначала предположим, что нейтрино рождаются в реакциях CNO-цикла, распадах ^{15}O и ^{13}N ,



и регистрируются галлий-германиевым детектором,



В ядерной физике реакции (47), (48) называются разрешенными переходами [32]. Для таких реакций можно пренебречь положением и импульсом нуклона и предполагать, что он взаимодействует так, как если бы он находился в покое. Таким образом, зависимостью ядерных формфакторов от переданного импульса можно пренебречь [32]. Пренебрегая также возможным вкладом возбужденных состояний конечных ядер, мы можем аппроксимировать дифференциальную вероятность рождения нейтрино выражением

$$\begin{aligned} \frac{d^3W_P}{d^3p} = & C_P \sqrt{(|\mathbf{p}|_{max} - |\mathbf{p}|)(|\mathbf{p}|_{max} - |\mathbf{p}| + 2m_e)} \times \\ & \times (|\mathbf{p}|_{max} - |\mathbf{p}| + m_e) \end{aligned} \quad (49)$$

и вероятность детектирования нейтрино выражением

$$\begin{aligned} W_D = & C_D \sqrt{(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min})(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + 2m_e)} \times \\ & \times (|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + m_e), \end{aligned} \quad (50)$$

где $C_{P,D}$ — некоторые константы, а $|\mathbf{p}|_{max, min}$ определяются выражениями (22). Для выбранных процессов рождения и регистрации имеем

$$\begin{aligned} |\mathbf{p}|_{min}^{\text{Ga-Ge}} = & 232 \text{ кэВ}, \quad |\mathbf{p}|_{max}^{\text{O}} = 1732 \text{ кэВ}, \\ |\mathbf{p}|_{max}^{\text{N}} = & 1199 \text{ кэВ}. \end{aligned} \quad (51)$$

Мы будем использовать следующие значения углов смешивания [33]:

$$\begin{aligned} \sin^2 \theta_{12} = & 0.307, \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.545, \\ \sin^2 \theta_{13} = & 2.18 \cdot 10^{-2}. \end{aligned} \quad (52)$$

Магнитные моменты нейтрино предполагаются пропорциональными их массам, $\mu_i = \mu_0 m_i$. Рассматривая нормальное упорядочение масс нейтрино, с учетом экспериментальных ограничений [33]

$$\begin{aligned} \Delta m_{21}^2 = & 7.53 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2, \\ \Delta m_{32}^2 = & 2.45 \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2 \end{aligned} \quad (53)$$

и космологического предела [34, 35]

$$m_1 + m_2 + m_3 < 0.120 \text{ эВ} \quad (54)$$

будем исследовать набор масс

$$\begin{aligned} m_1 = & 0.0114 \text{ эВ}, \quad m_2 = 0.0143 \text{ эВ}, \\ m_3 = & 0.0515 \text{ эВ}. \end{aligned} \quad (55)$$

Эксперименты *Wogexino* [36] и *GEMMA* [37] устанавливают ограничение сверху на магнитный момент нейтрино величиной около $2.8 \cdot 10^{-11} \mu_B = 8.3 \cdot 10^{-18} \text{ эВ}^{-1}$, где $\mu_B = e\hbar/2m_e c$ — магнетон Бора. Примем магнитный момент легчайшего нейтрино равным $\mu_1 = 3.5 \cdot 10^{-19} \text{ эВ}^{-1}$, что примерно в 25 раз меньше экспериментального предела. Это значение также определяет магнитные моменты двух других нейтрино.

Среднее поле \bar{H} в конвективной зоне принимается равным 10^4 Гс, как это было оценено в работе [22]. Эта оценка близка к оценкам в более поздней статье [30]. Для выполнения условия адиабатичности (11) при выбранном значении магнитного момента нейтрино градиент магнитного поля должен быть много меньше 10^{19} Гс/км, что, очевидно, выполняется. Ниже мы приводим расчеты для этого значения среднего поля и значений вокруг него.

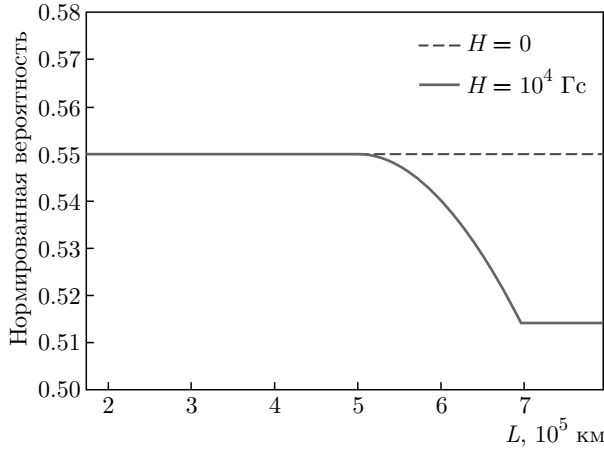


Рис. 1. Нормированная вероятность (25) процесса осцилляций нейтрино в магнитном поле в условиях Солнца; рождение в распаде ^{15}O или ^{13}N , регистрация Ga-Ge-детектором

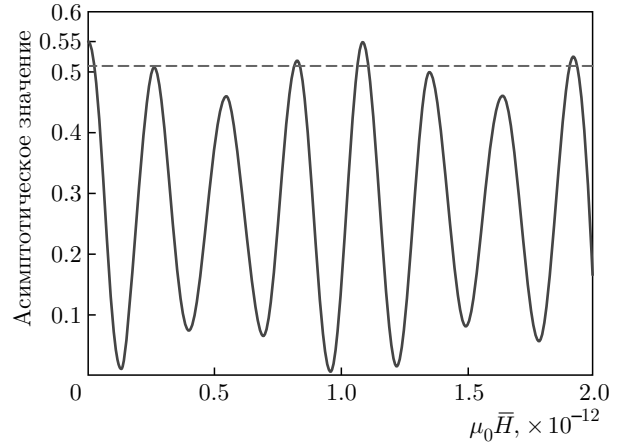


Рис. 2. Асимптотическое значение W_{asym} , даваемое формулой (57), как функция $\mu_0 \bar{H}$

Распределение плотности в солнечном ядре в зависимости от радиуса R может быть аппроксимировано экспоненциальной функцией: [31]

$$\rho(R) = \rho_c e^{-R/R_M}, \quad (56)$$

где $\rho_c = 150 \text{ г/см}^3$ — плотность в центре Солнца, а параметр $R_M = 9.754 \cdot 10^4 \text{ км}$ [38].

Выполняя численное интегрирование в (25) в рамках описанных приближений и допущений, мы приходим к результату, представленному на рис. 1. Крайняя левая точка соответствует границе ядра, $L = R_{core}$. Как было показано в статье [17], на этом расстоянии зависящие от энергии колебания исчезают, и графики одинаковы для источников с ядрами ^{15}O и ^{13}N . На графике виден переход от горизонтальной линии

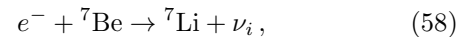
$$\sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 = 0.550,$$

которая является асимптотой осцилляций в отсутствие поля [17], через осцилляции в конвективной зоне к другой горизонтальной асимптоте, значение которой определяется суммарной фазой, накопленной нейтрино на пути в поле. Эта асимптота задается выражением (28) (или (19)) с усредненными зависящими от энергии осцилляциями и для обсуждаемой модели имеет вид

$$W_{asym} = \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L_{conv}), \quad (57)$$

что дает значение 0.513 в рамках наших предположений. Поскольку толщина конвективной зоны L_{conv} практически фиксирована, в то время как значения μ_0 и \bar{H} могут изменяться в зависимости от модели, полезно построить график асимптотического значения W_{asym} нейтринных осцилляций как функции произведения $\mu_0 \bar{H}$. Этот график показан на рис. 2, где штриховая линия изображает нижний предел, даваемый экспериментами GALLEX + GNO (согласно их измерениям, соответствующая величина составляет 0.58 ± 0.07 , в то время как эксперимент SAGE дает близкий результат 0.59 ± 0.07 [38]). Мы видим, что существует много значений произведения $\mu_0 \bar{H}$, совместных с экспериментальными ограничениями.

Рассмотрим теперь образование нейтрино при захвате электрона ядром бериллия,



с регистрацией тем же Ga-Ge-детектором (реакция (48)). Реакция (58) также является разрешенным переходом, поэтому мы пренебрегаем ядерными факторами. В нерелятивистском приближении, пренебрегая возбужденными состояниями ${}^7\text{Li}$, переходя от интегрирования по модулю импульса начального электрона $|\mathbf{q}|$ к интегрированию по модулю импульса промежуточного нейтрино $|\mathbf{p}|$, ве-

роятность (32) можно переписать следующим образом [18]:

$$\begin{aligned} \tilde{W}(L) &= \frac{1}{M_{core}} \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \times \\ &\times \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \frac{1}{N(\sqrt{r^2 + x^2})} \times \\ &\times \int_{\Delta}^{\infty} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \exp\left\{-\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(\sqrt{r^2 + x^2})}\right\} \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} \times \\ &\times \sqrt{(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min})(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + 2m_e)} \times \\ &\times (|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + m_e) W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H}), \quad (59) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} N(R) &= \int_{\Delta}^{\infty} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \exp\left\{-\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(R)}\right\} \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} \times \\ &\times \sqrt{(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min})(|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + 2m_e)} \times \\ &\times (|\mathbf{p}| - |\mathbf{p}|_{min} + m_e), \quad (60) \end{aligned}$$

$\Delta = M_{Be} + m_e - M_{Li} = 862$ кэВ есть энергетический выход реакции (58) (массой нейтрино пренебрегаем) и $|\mathbf{p}|_{min}$ дается в (51).

Будем аппроксимировать распределение температуры в солнечном ядре также экспоненциальной функцией,

$$T(R) = T_c e^{-R/R_T}, \quad (61)$$

где $T_c = 1.5 \cdot 10^7$ К — температура в центре Солнца, а параметр $R_T = 3.433 \cdot 10^5$ км [38].

Численное интегрирование (59) дает тот же результат, который изображен на рис. 1. Это связано с факторизацией осциллирующего множителя $W_{ee}(|\mathbf{p}|, L, r, \bar{H})$, а также с тем, что длины осцилляций намного меньше размера солнечного ядра даже для почти моноэнергетических нейтрино от реакции электронного захвата (58). Фактически осцилляционная картина в рассматриваемой постановке эксперимента описывается формулой (57), где сделана замена $L_{conv} \rightarrow L_{magn}$.

Ситуация с процессами нейтринных осцилляций, где нейтрино детектируются через взаимодействие как со слабым заряженным, так и с нейтральным током, иная, поскольку осциллирующий множитель

не факторизуется. Асимптотика осцилляций теперь зависит от характеристик процессов рождения и детектирования и имеющегося диапазона энергий. Рассмотрим рождение нейтрино в тех же распадах ^{15}O и ^{13}N и регистрацию черенковским детектором на водной основе. Для последнего имеем $|\mathbf{p}|_{min}^{Cher} = 421$ кэВ. Результаты численного интегрирования в (43) для обеих реакций рождения выглядят аналогично представленным на рис. 1, где левая и правая горизонтальны равны 0.645 и 0.431 для ^{15}O -источника, а для ^{13}N -источника эти горизонтальны равны 0.652 и 0.435.

В этом случае асимптотика осцилляций определяется выражением [18]

$$\begin{aligned} \tilde{W}_{asym} &= \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L_{conv}) + \\ &+ C_{nc} \left(1 - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^2 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L_{conv}) - \right. \\ &\left. - \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 + \sum_{i=1}^3 |U_{1i}|^4 \sin^2(\mu_0 m_i \bar{H} L_{conv})\right), \quad (62) \end{aligned}$$

где коэффициент C_{nc} , учитывающий вклад нейтрального тока, имеет вид

$$\begin{aligned} C_{nc} &= \int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \times \\ &\times \left(\int_{|\mathbf{p}|_{min}}^{|\mathbf{p}|_{max}} \frac{d^3 W_P}{d^3 p} W_{\nu_e e} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \right)^{-1}, \quad (63) \end{aligned}$$

$W_{\nu_e e}$ — вероятность рассеяния безмассового флейворного состояния нейтрино ν_e на электроны, рассчитанная в рамках Стандартной модели. Численная оценка в нашем приближении дает $C_{nc} = 0.210$ для рождения нейтрино в распаде ^{15}O и $C_{nc} = 0.226$ для распада ^{13}N . Используя явный вид $W_{\nu_e e}$, в интервале энергий $420 \text{ кэВ} \leq |\mathbf{p}|_{min} < |\mathbf{p}|_{max} \leq 14 \text{ МэВ}$ можно ограничить коэффициент C_{nc} как $0.177 < C_{nc} < 0.321$. Стоит отметить, что C_{nc} уменьшается с ростом $|\mathbf{p}|$, т. е. вклад нейтрального тока в асимптотическое значение (62) уменьшается с увеличением энергии.

Наконец, рассмотрим рождение нейтрино в реакции электронного захвата ^7Be и регистрацию водным черенковским детектором. Вероятность (45) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} \tilde{W}(L) &= \frac{1}{M_{core}} \int_{-R_{core}}^{R_{core}} dr \times \\ &\times \int_0^{\sqrt{R_{core}^2 - r^2}} dx 2\pi x \rho(\sqrt{r^2 + x^2}) \frac{1}{N(\sqrt{r^2 + x^2})} \times \\ &\times \int_{\Delta}^{\infty} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(\sqrt{r^2 + x^2})} \right\} \times \\ &\times \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} \hat{W}_D(L, r, \bar{H}), \end{aligned} \quad (64)$$

где

$$\begin{aligned} N(R) &= \int_{\Delta}^{\infty} d|\mathbf{p}| |\mathbf{p}|^2 \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(R)} \right\} \times \\ &\times \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} W_D(0, \bar{H}). \end{aligned} \quad (65)$$

Результаты численного интегрирования снова выглядят аналогично рис. 1, где левая горизонтальная асимптота равна 0.651, а правая — 0.435. Поскольку мы учитываем распределение температуры, асимптотическое значение в рассматриваемом случае дается той же формулой (62), но с переопределением

$$C_{nc} = \frac{4\pi}{M_{core}} \int_0^{R_{core}} \tilde{C}_{nc}(R) \rho(R) R^2 dR, \quad (66)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{nc}(R) &= \int_{\Delta}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(R)} \right\} \times \\ &\times \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} W_{\nu_{\mu e}} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \times \\ &\times \left(\int_{\Delta}^{\infty} \exp \left\{ -\frac{|\mathbf{p}| - \Delta}{kT(R)} \right\} \times \right. \\ &\left. \times \sqrt{|\mathbf{p}| - \Delta} W_{\nu_{e e}} |\mathbf{p}|^2 d|\mathbf{p}| \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (67)$$

Однако ограничения на C_{nc} остаются такими же, как обсуждалось после формулы (63). Численная оценка с выбранными профилями плотности и температуры (56) и (61) дает $C_{nc} = 0.224$.

Отношение потока нейтрино от ${}^7\text{Be}$ к предсказанному стандартной солнечной моделью было измерено коллаборацией Vogehino и составило $0.62 \pm \pm 0.05$ [39]. Это значение совместно с полученным асимптотическим значением 0.651 в вакууме и допускает вклад от солнечного магнитного поля. Однако значение 0.435, найденное для выбранных значений магнитных моментов нейтрино и магнитного

поля в конвективной зоне Солнца, несколько мало. Тем не менее для некоторых значений произведения $\mu_0 \bar{H}$, представленных на рис. 2, могут быть получены большие значения этого отношения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены осцилляции нейтрино, рождающихся в протяженном солнечном ядре как источнике, с учетом солнечного магнитного поля в рамках Стандартной модели, минимально расширенной правыми синглетами нейтрино. Описание выполнено в терминах плоских волн и основано на диаграммной технике Фейнмана в координатном представлении, дополненной модифицированными правилами перехода к импульсному представлению, отражающими постановку эксперимента.

Модифицированный пертурбативный формализм, обобщающий стандартный S-матричный подход на случай квантовых процессов, протекающих на конечных пространственно-временных интервалах, позволяет учитывать конечный размер источника и распределения плотности и температуры внутри него. Это было проделано для солнечного ядра, а также была учтена структура Солнца. Исследованы четыре типа процессов нейтринных осцилляций: с рождением нейтрино в трехчастичном ядерном распаде или в реакции захвата электрона ядром и с детектированием через взаимодействие только с заряженным или с заряженным и нейтральным слабыми токами.

Рассмотрены конкретные примеры: рождение нейтрино в распадах ядер ${}^{15}\text{O}$ или ${}^{13}\text{N}$ или электронный захват ядром ${}^7\text{Be}$, детектирование нейтрино галлий-германиевым или водным черенковским детектором. Проанализированы асимптотические значения вероятности этих процессов, совпадающие с отношением экспериментально измеренного потока к предсказываемому стандартной солнечной моделью, и получено достаточно хорошее согласие с экспериментальными данными.

Преимуществом формализма является техническая простота и физическая прозрачность. В нем не используются волновые пакеты, что значительно упрощает расчеты. По сути, они очень похожи на таковые в рамках стандартной техники диаграмм Фейнмана с плоскими волнами, главное отличие состоит в использовании зависящего от расстояния пропагатора вместо пропагатора Фейнмана. Флейворные состояния нейтрино в этом подходе излишни.

Благодарности. Авторы благодарны Э. Боосу, А. Лобанову, А. Пухову, Л. Сладю, М. Смолякову и Ю. Чувильскому за интересные и полезные обсуждения. Аналитические расчеты амплитуд выполнены с помощью пакетов ComrNEP и REDUCE.

Финансирование. Работа В. Егорова была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Понтекорво, ЖЭТФ **33**, 549 (1957).
2. V. N. Gribov and B. Pontecorvo, Phys. Lett. B **28**, 493 (1969).
3. C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford Univ. Press, Oxford (2007).
4. S. Bilenky, Lect. Notes Phys. **817**, 1 (2010).
5. B. Kayser, Phys. Rev. D **24**, 110 (1981).
6. И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь, Б. В. Мартемьянов и др., ЯФ **35**, 1210 (1982).
7. C. Giunti, C. W. Kim, J. A. Lee et al., Phys. Rev. D **48**, 4310 (1993).
8. A. D. Dolgov, L. B. Okun, M. V. Rotaev et al., arXiv: hep-ph/0407189 [hep-ph].
9. W. Grimus and P. Stockinger, Phys. Rev. D **54**, 3414 (1996).
10. M. Beuthe, Phys. Rep. **375**, 105 (2003).
11. A. G. Cohen, S. L. Glashow, and Z. Ligeti, Phys. Lett. B **678**, 191 (2009).
12. W. Grimus, J. Phys. G **47**, 085004 (2020), doi: 10.1088/1361-6471/ab716f [arXiv:1910.13776 [hep-ph]].
13. I. P. Volobuev, Int. J. Mod. Phys. A **33**, 1850075 (2018).
14. V. O. Egorov and I. P. Volobuev, Phys. Rev. D **97**, 093002 (2018).
15. И. П. Волобуев, В. О. Егоров, ЖЭТФ **155**, 839 (2019).
16. И. П. Волобуев, В. О. Егоров, ТМФ **199**, 104 (2019).
17. V. O. Egorov and I. P. Volobuev, Phys. Rev. D **100**, 033004 (2019).
18. V. Egorov and I. Volobuev, arXiv:2107.11570 [hep-ph].
19. A. Cisneros, Astrophys. Space Sci. **10**, 87 (1971).
20. K. Fujikawa and R. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).
21. J. Schechter and J. W. F. Valle, Phys. Rev. D **24**, 1883 (1981) [erratum: Phys. Rev. D **25**, 283 (1982)].
22. М. Б. Волошин, М. И. Высоцкий, Л. Б. Окунь, ЖЭТФ **91**, 754 (1986).
23. E. K. Akhmedov and J. Pulido, Phys. Lett. B **553**, 7 (2003).
24. A. Popov and A. Studenikin, Eur. Phys. J. C **79**, 144 (2019).
25. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, Phys. Rev. D **101**, 013003 (2020).
26. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей*, Наука, Москва (1984).
27. K. Fujikawa, arXiv:2009.08082 [hep-ph].
28. И. М. Тернов, В. Г. Багров, А. М. Хапаев, ЖЭТФ **48**, 921 (1965).
29. Е. Бюклинг, К. Каянти, *Кинематика элементарных частиц*, Мир, Москва (1975).
30. Y. Fan, Rev. Sol. Phys. **6**, 4 (2009).
31. T. I. Rashba, V. B. Semikoz, and J. W. F. Valle, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **370**, 845 (2006).
32. О. Бор, Б. Мотгелсон, *Структура атомного ядра*, т. 1, *Одночастичное движение*, Мир, Москва (1971).
33. P. A. Zyla et al. (Particle Data Group), Progr. Theor. Exp. Phys. **2020**, 083C01 (2020).
34. S. Vagnozzi, E. Giusarma, O. Mena et al., Phys. Rev. D **96**, 123503 (2017).
35. N. Aghanim et al. (Planck Collaboration), Astron. Astrophys. **641**, A6 (2020).
36. M. Agostini et al. (Borexino Collaboration), Phys. Rev. D **96**, 091103 (2017).
37. A. G. Beda, V. B. Brudanin, V. G. Egorov et al., Adv. High Energy Phys. **2012**, 350150 (2012).
38. J. N. Bahcall, M. H. Pinsonneault, and S. Basu, Astrophys. J. **555**, 990 (2001).
39. G. Bellini, J. Benziger, D. Bick et al., Phys. Rev. Lett. **107**, 141302 (2011).