

НОВЫЙ КЛАСС ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ В ВОДОРОДЕ И ДЕЙТЕРИИ ПРИ НАЛИЧИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ИОНИЗАЦИИ И ДИССОЦИИАЦИИ

А. Л. Хомкин^{*}, А. С. Шумихин^{**}

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 12 августа 2021 г.,
после переработки 9 октября 2021 г.
Принята к публикации 11 октября 2021 г.

Рассчитана ударная адиабата Пуассона (изоэнтропа) дейтерия в районе скачка плотности, зафиксированного в эксперименте. Авторы эксперимента связывают этот скачок с фазовым переходом. Отличительной особенностью расчетной модели является учет коллективной энергии связи атомов (когезии) и исключенного объема. Результаты расчета демонстрируют наличие фазового перехода и скачка плотности на изоэнтропе. Аналогичный фазовый переход — диссоциативный фазовый переход — ранее обнаружен при расчете ударной адиабаты Гюгонио для дейтерия. Выдвинута гипотеза о существовании нового класса фазовых переходов — диссоциативного и плазменного — с одинаковой топологией фазовых характеристик. Впервые этот тип фазовых переходов был рассмотрен Норманом и Старостиным [12, 13].

DOI: 10.31857/S0044451022020092

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования свойств сжатого водорода, находящегося в конденсированном состоянии, ведутся давно и широким фронтом. При температурах ниже 1000 К измерена кривая плавления твердого молекулярного водорода и зафиксированы структурные фазовые переходы [1]. Основные усилия были направлены на поиск области существования металлического водорода. Эксперименты, в основном статические, были выполнены на алмазных наковальнях [2].

Закономерности сжатия дейтерия актуальны и в связи с проблемой управляемого термоядерного синтеза (УТС). В разных лабораториях ударно-волновыми методами были выполнены измерения ударной адиабаты Гюгонио (далее просто «адиабаты») для дейтерия [3–6]. Рост температуры при сжатии выявил ряд новых проблем. Среди них закономерности процессов диссоциации и ионизации в плотном дейтерии (водороде).

Уже первые эксперименты по динамическому сжатию дейтерия, выполненные в 90-х годах, сразу привлекли внимание полученными результатами. В работе [3] на ударной адиабате была зафиксирована область «аномального» сжатия дейтерия, объяснить существование которой долго пытались многочисленные научные группы [7]. А вот в других работах [4–6] таких аномальных сжатий зафиксировано не было. В результате исследователи разделились на две неравные группы: группу, считающую результаты эксперимента [3] и эффект аномальной сжимаемости достоверными, и группу, считающую данные эксперимента [3] ошибочными, а эффект аномального сжатия не существующим. Первая группа на сегодня составляет меньшинство и, тем не менее, авторы, приняв участие в обсуждении этой проблемы [8], приняли результаты эксперимента [3] как достоверные. Была предложена [8] физическая модель, качественно описывающая эффект аномального сжатия, в ней было рассмотрено существование необычного фазового перехода, названного авторами диссоциативным фазовым переходом (ДФП). В использованной модели рассмотрена неидеальная смесь диссоциирующего молекулярного дейтерия без процессов ионизации. Учтена ограниченная сжимаемость смеси в приближении Карнахана – Старлинга и коге-

^{*} E-mail: alhomkin@mail.ru

^{**} E-mail: shum_ac@mail.ru

зионное (коллективное, квантовое) притяжение свободных атомов. Модель приводила к существованию фазового перехода со скачком степени диссоциации в районе аномалии адиабаты и к бинодали, отличной от бинодали Ван дер Ваальса (ВдВ) [9]. Скажем прямо, предложенная модель, которая связывала эффект аномальной сжимаемости с существованием нового фазового перехода (ДФП), не убедила научную общественность.

Появление работы Фортова с соавторами [10] вновь оживило дискуссию о фазовых переходах в водороде (дейтерии). Была измерена ударная адиабата Пуассона (далее изоэнтропа) дейтерия и обнаружена аномалия, похожая на скачок плотности, которую авторы работы [10] назвали фазовым переходом. Совсем недавно вышла работа Мочалова с соавторами [11], где исследуется смесь дейтерия и гелия, а также измерены дополнительные точки на изоэнтропе для чистого дейтерия при сверхвысоких давлениях. Существование фазового перехода подтвердилось, при этом основное внимание в работе [11] было уделено эффекту подавления наблюдаемого скачка плотности при добавлении гелия.

Для объяснения первых экспериментов [10] привлекались две принципиально различные модели: модель плазменного фазового перехода (ПФП), предложенная Норманом и Старостиным [12, 13] и ведущая к скачку степени ионизации, и численная модель, описывающая диссоциацию молекулярного водорода и превращение его в водород атомарный при сжатии [14], но без заявки бинодали возможного фазового перехода. Обе модели указывали на скачок плотности в районе экспериментально наблюдаемого. Обращает на себя внимание тот факт, что для объяснения эксперимента в области скачка плотности использовались физические модели, основанные на совершенно различных физических эффектах: аномальной ионизации, свойственной ПФП, и диссоциации при сжатии [14]. В работе [11] используется известная модель SAHA и результаты *ab initio* расчетов. Отмечается наличие процессов диссоциации и процессов ионизации, хотя получаемые температуры в области предполагаемого перехода недостаточны для существенной ионизации. Для ожидаемого фазового перехода предложено обобщающее название: диссоциативно-ионизационный фазовый переход [11]. О бинодали нового фазового перехода не сообщается. Одним из аргументов в пользу ПФП были данные, полученные независимо Терновым с сотрудниками [15] для водорода, где фиксировался рост проводимости при сжатии. Проводимость в обсуждаемых нами

экспериментах [10, 11] не измерялась. Заметим, что при обсуждении результатов [15] возможное влияние процессов «холодной» ионизации [16, 17] на проводимость водорода [15], не рассматривалось.

Несколько слов о ПФП, который является одним из главных претендентов на объяснение полученных аномалий на изоэнтропе дейтерия и свойства которого понадобятся нам в дальнейшем при обсуждении полученных результатов. Гипотеза о существовании ПФП была выдвинута Норманом и Старостиным пятьдесят лет назад [12, 13]. Ситуация вокруг проблемы менялась радикально: от утверждения, что такой переход зафиксирован, до утверждения, что такого перехода нет. Трудность при формулировке четкого ответа была обусловлена, в частности, тем обстоятельством, что его существование ожидалось в плазме плотной (иногда даже говорят о плазме экстремальных параметров), создать которую непросто. Экспериментальные свидетельства существования перехода были в основном косвенные, таковыми были и результаты *ab initio* расчетов [18]. Тем не менее свойства ПФП на модельном уровне были исследованы достаточно подробно и качественно еще в пионерских работах [12, 13], а затем и в более поздних [19, 20]. Отметим ряд свойств модели ПФП, обнаруженных на ранних этапах в работе [13] и свойственных только ему.

1. Переход происходит в реагирующей смеси атомов и свободных зарядов. Кривая ионизационного равновесия (зависимость концентрации атомов от концентрации свободных зарядов) демонстрирует необычное (волнообразное) [13] поведение, допускающее сосуществование состояний с различной степенью ионизации (рис. 1а).

2. Околокритическая изотерма, качественно построенная авторами работы [13], имела необычное (возвратное) поведение, свидетельствующее о существовании метастабильных состояний (рис. 1б) в районе перехода, в отличие от околокритических волнообразных изотерм ВдВ [9].

3. Элементы бинодали ПФП рассмотрены в работе [13]. Зависимость критического давления от температуры рассчитана для атомарной плазмы с ПФП в работе [19]. Критическое давление падало с ростом температуры, что противоречило аналогичной зависимости для классического перехода ВдВ (рис. 2). Исследования в работе [20] выполнялись для плазмы инертных газов, где в области модельного поиска ПФП экспериментально зафиксирован не был [7]. Авторы работы [20], рассмотрев кварк-глю-

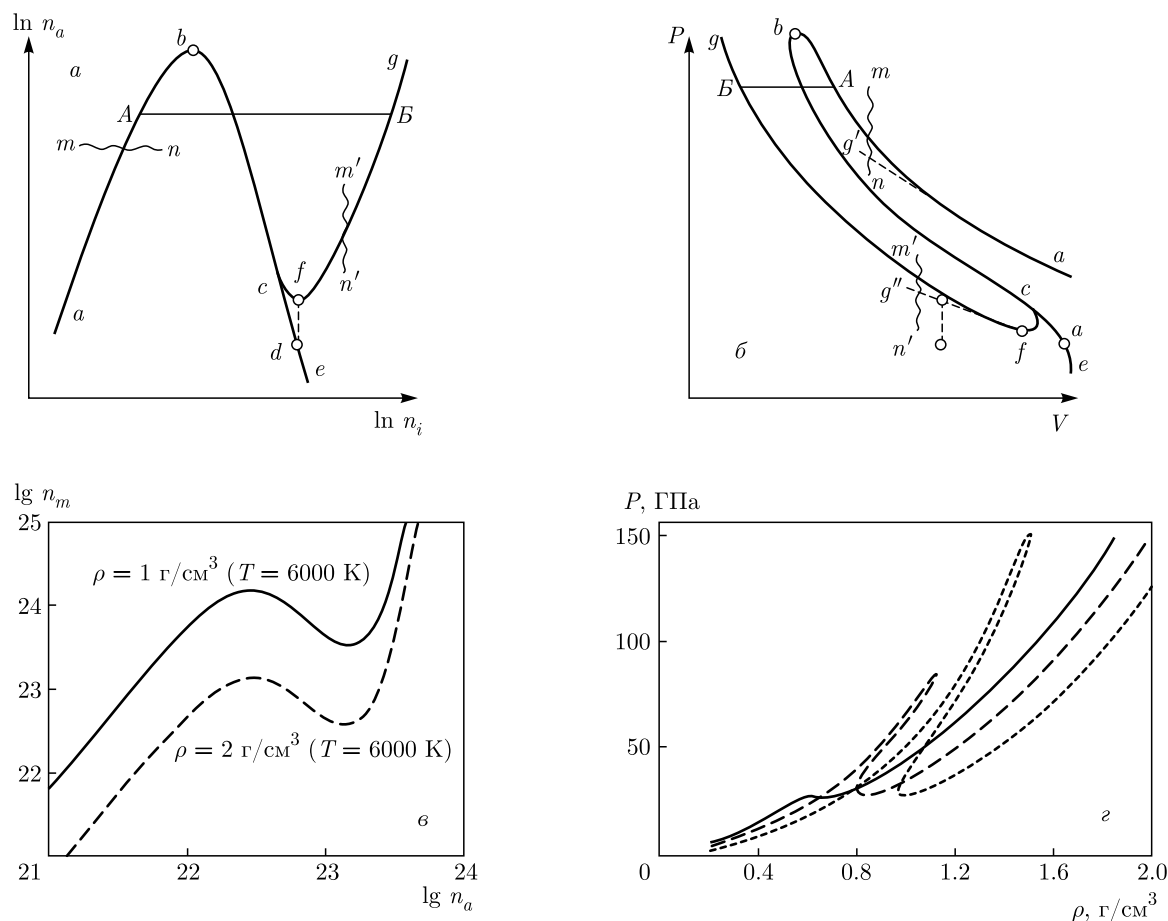


Рис. 1. Кривые ионизационного равновесия (а) и критические изотермы (б) для ПФП (оба рисунка из обзора [13]). Кривая диссоциативного равновесия (в) и околокритические изотермы (г) для ДФП (в — расчет, г — из работы [8])

онную плазму дополнительно к плазме инертных газов, назвали переход в двух последних случаях энтропийным.

В настоящей работе рассчитана изоэнтропа дейтерия с использованием модели с ДФП [8]. Следует заметить, что предварительные результаты таких расчетов были сообщены на ежегодной Сессии по неидеальной плазме под председательством ныне покойного академика В. Е. Фортова еще в 2013 году. Производственная необходимость вынудила нас прервать эту работу, хотя полученные результаты вселяли оптимизм. Итак, мы используем модель молекулярно-атомарного дейтерия с ДФП, предложенную ранее [8] для описания эффекта аномального сжатия дейтерия на адиабате, для описания скачка плотности на изоэнтропе [10, 11]. Тем самым мы выдвигаем гипотезу о существовании ДФП и связанных с ним аномалий как на адиабате, так и на изо-

энтропе дейтерия (водорода). Мы также покажем, что обнаруженный нами ДФП и предсказанный в работе [13] ПФП относятся к одному классу новых фазовых переходов со свойственными только этим переходам бинодально, околокритическими изотермами и кривыми равновесия химических реакций. Можно утверждать, что предсказание ПФП [13], в определенном смысле, привело к предсказанию нового класса фазовых переходов (ПФП и ДФП), одна из модификаций которого (ДФП), возможно, и была обнаружена экспериментально в дейтерии.

Структура работы следующая. В разд. 2 изложены основные соотношения атомарно-молекулярной модели неидеального водорода (дейтерия), которые будут использованы в работе для расчета изоэнтропы. Далее рассмотрены результаты расчетов при варьировании некоторых (размер атома дейтерия) свободных параметров. В разд. 3 приведены уравне-

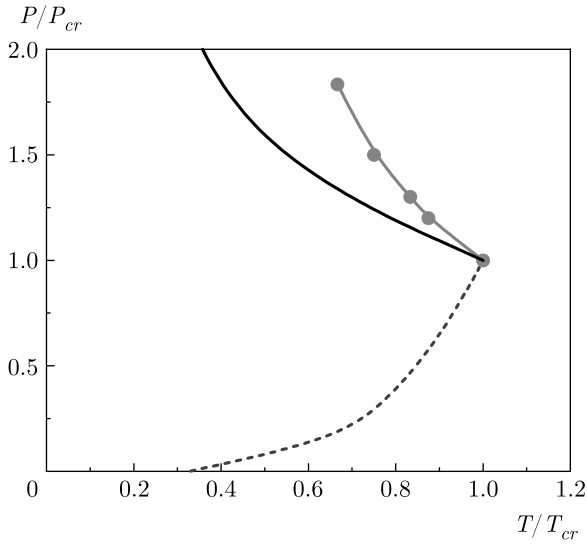


Рис. 2. (В цвете онлайн) Зависимость давления от температуры в приведенных координатах: штриховая кривая — ВдВ; красная кривая с кружками — ДФП [8]; сплошная черная кривая — ПФП [19]

ния диссоциативного и ионизационного равновесий для моделей ДФП и ПФП, а также их изотермы и бинодали для установления их топологического подобия. В Заключение представлены выводы по работе.

2. ХИМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМАРНО-МОЛЕКУЛЯРНОГО ВОДОРОДА (ДЕЙТЕРИЯ) С ДФП

Свободная энергия диссоциирующей атомарно-молекулярной смеси N_m молекул и N_a атомов, находящихся в объеме V при температуре T , предложена нами ранее [8] и имеет вид

$$F = -N_a k_B T \ln \left(\frac{eV g_a}{N_a \lambda_a^3} \right) - N_m k_B T \ln \left(\frac{eV g_m \Sigma_m}{N_m \lambda_m^3} \right) + (N_a + N_m) k_B T \frac{4\eta - 3\eta^2}{(1 - \eta)^2} + \frac{1}{2} N_a E_{coh}(y), \quad (1)$$

где $\lambda_{a(m)} = 2\pi\hbar^2/m_{a(m)}k_B T$ — тепловая длина волны атома (молекулы), $g_{a(m)}$ — их статистические веса, Σ_m — статистическая сумма молекулы, k_B — постоянная Больцмана, $E_{coh}(y)$ — коллективная энергия связи в плотном атомарном водороде как функ-

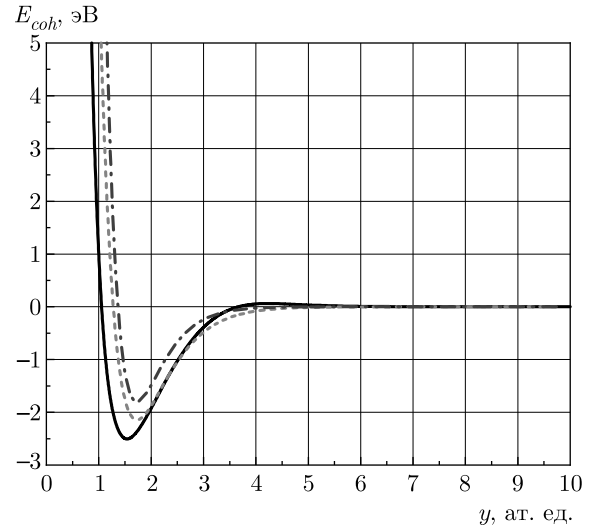


Рис. 3. Когезионная энергия в зависимости от радиуса ячейки Вигнера–Зейтца. Сплошная линия — расчет по Бардину [8]; штриховая кривая — константы UBER из LDA, штрихпунктирная кривая — константы из GGA [23]

ция безразмерного радиуса ячейки Вигнера–Зейтца $R_a = (3/4\pi n_a)^{1/3}$ в боровских радиусах, $y = R_a/a_0$,

$$\eta = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{N_a}{V} R_a^3 + \frac{N_m}{V} R_m^3 \right)$$

— суммарный параметр упаковки, выраженный через радиусы твердых сфер атомов (R_a) и молекул (R_m). Первые три члена описывают смесь атомов и молекул в приближении исключенного объема Карнахана–Старлинга для смеси твердых шаров, а последний, четвертый, член — энергию коллективного (когезионного) взаимодействия атомов.

В работе [8] для когезии используется выражение, рассчитанное для водорода на основе теории Бардина [21]. В настоящей работе для когезии используется универсальная функция UBER [22]:

$$E_{coh}(y) = E_{UBER}(\Delta E, y_0, l_0, y) = \Delta E(1 + a^*(y)) \exp[-a^*(y)],$$

где $a^*(y) = (y - y_0)/l_0$ с параметрами UBER [22, 23], рассчитанными в приближении «атом в желе» (local density approximation, LDA), $y_0 = 1.72$ ат. ед., $l_0 = 0.45$ ат. ед., $\Delta E = 2.16$ эВ. Возможен расчет необходимых параметров и методом GGA (grand gradient approximation).

На рис. 3 сравниваются выражения для когезии, полученные разными методами. Видно, что когезия, рассчитанная по теории Бардина [21] для решетки атомов, близка к таковой для атомов, погруженных

в электронное желе (LDA, GGA) [23]. Для наших вычислений мы выбрали вариант с параметрами, рассчитанными методом LDA просто потому, что он лежит между двумя другими, убедившись в тестовых расчетах в близости вариантов с параметрами, полученными методами LDA и GGA.

2.1. Уравнение состояния. Энтропия

Используя известные термодинамические соотношения, можно получить выражения для давления P , химических потенциалов атомов μ_a и молекул μ_m , а также энтропии:

$$P = k_B T \left(\frac{N_a + N_m}{V} \right) \left(1 + \frac{4\eta - 2\eta^2}{(1 - \eta)^3} \right) - \frac{1}{2} \frac{N_a}{V} \frac{y}{3} \frac{\partial E_{coh}(y)}{\partial y}. \quad (2)$$

Для химических потенциалов молекулы и атома в температурных единицах ($\beta = 1/k_B T$) имеем

$$\beta \mu_m = \beta \mu_m^0 + \beta \Delta \mu_m, \quad (3)$$

$$\beta \mu_a = \beta \mu_a^0 + \beta \Delta \mu_a. \quad (4)$$

Здесь

$$\beta \mu_{a,m}^0 = -\ln \left(\frac{V g_{a,m} \Sigma_{a,m}}{N_{a,m} \lambda_{a,m}^3} \right), \quad (5)$$

$$\beta \Delta \mu_m = \frac{4\eta - 3\eta^2}{(1 - \eta)^2} + \frac{N_a + N_m}{V} \frac{4\pi}{3} R_m^3 \frac{4 - 2\eta}{(1 - \eta)^3}, \quad (6)$$

$$\beta \Delta \mu_a = \frac{4\eta - 3\eta^2}{(1 - \eta)^2} + \frac{N_a + N_m}{V} \frac{4\pi}{3} R_a^3 \frac{4 - 2\eta}{(1 - \eta)^3} + \frac{\beta E_{coh}(y)}{2} \left(1 - \frac{y}{3E_{coh}} \frac{\partial E_{coh}(y)}{\partial y} \right). \quad (7)$$

Для энтропии имеем

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}, \quad (8)$$

$$S = S_{id}^a + S_{id}^m + (N_a + N_m) k_B \frac{4\eta - 3\eta^2}{(1 - \eta)^2}, \quad (9)$$

где S_{id}^a и S_{id}^m — энтропии идеальных газов атомов и молекул [9]. Вклад когезионного взаимодействия не входит в выражение для энтропии, поскольку он не зависит от температуры.

2.2. Уравнения диссоциативного равновесия

Используя соотношение $\mu_m = 2\mu_a$, получим уравнение диссоциативного равновесия:

$$n_m = n_a^2 \lambda_a^3 \frac{g_m}{g_a^2} 2\sqrt{2} \Sigma_m \exp(-\beta \Delta \mu_m + 2\beta \Delta \mu_a), \quad (10)$$

где

$$\Sigma_m = \exp \left(\frac{D_m}{k_B T} \right) \sigma(T), \quad (11)$$

$D_m = 4.478$ эВ — энергия диссоциации молекулы водорода, $\sigma(T)$ — внутренняя статистическая сумма (колебательная и вращательная) молекулы. Для водорода

$$\sigma(T) = \frac{T}{87.58} \frac{1}{1 - \exp(6338.2/T)}. \quad (12)$$

Достаточно подробно процедура решения уравнения диссоциативного равновесия изложена в работе [8]. В результате определяется степень диссоциативного равновесия $\gamma = n_a/n$, где $n = n_a + 2n_m$ — полная плотность ядер водорода, соответственно, $n_m/n = (1 - \gamma)/2$. График зависимости $n_m(n_a)$, рассчитанной в соответствии с выражением (10) для изотермы $T = 6000$ К, представлен выше на рис. 1в. Виден волнообразный характер этой зависимости, напоминающий таковую для ПФП (см. выше рис. 1а). При расчете изоэнтропы мы несколько модифицировали первоначальный алгоритм решения. Мы ввели в качестве внешних параметров размеры твердых сердцевин молекул R_m и атомов R_a . Для энергии когезионной связи атомов водорода мы использовали данные расчетов методом функционала плотности [23].

2.3. Расчет изоэнтропы

На рис. 4, 5 представлены результаты расчета изоэнтропы дейтерия при различных комбинациях размеров молекул и атомов.

В эксперименте энтропия меняется в интервале 22–40 Дж/г·К, что соответствует безразмерной энтропии в диапазоне 5.5–10. Нами для всех расчетов использована величина безразмерной энтропии, равная 7. Отношение радиуса твердой сердцевины молекулы к радиусу атома в наших расчетах изменялось в диапазоне $R_m/R_a = 1.67$ –1.9. При дальнейшем развитии модели, видимо, следует учесть зависимость радиуса твердой сердцевины атома от плотности.

Для достаточно простой модели, тем более уже апробированной на ударной адиабате [8], согласие с экспериментом можно считать удовлетворительным. Главный результат нашей серии модельных расчетов — это наличие ДФП на изоэнтропе с четко фиксируемым скачком плотности.

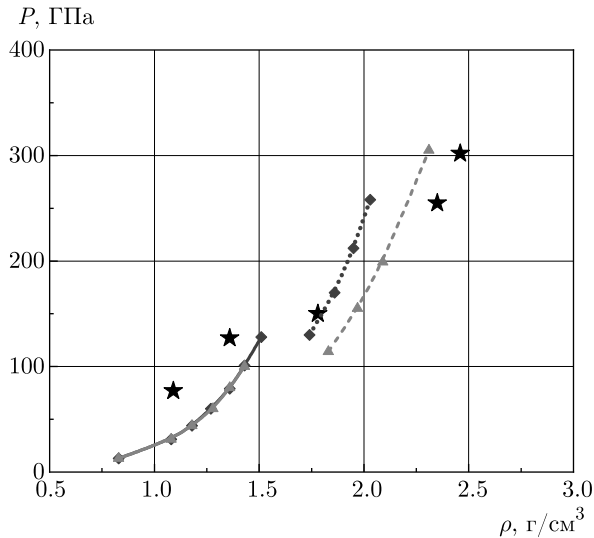


Рис. 4. (В цвете онлайн) Изоэнтропа дейтерия (безразмерная энтропия $S = 7$). Звездочки — эксперимент [10]. Наши расчеты для радиуса твердой сердцевины молекулы (в боровских радиусах) $R_m = 1.4$: синяя и красная сплошные кривые отвечают молекулярной фазе для отношений радиуса молекулы к радиусу атома соответственно $R_m/R_a = 1.67$ и $R_m/R_a = 1.86$; синяя пунктирная и красная штриховая кривые — атомарной фазе соответственно для $R_m/R_a = 1.67$ и $R_m/R_a = 1.86$

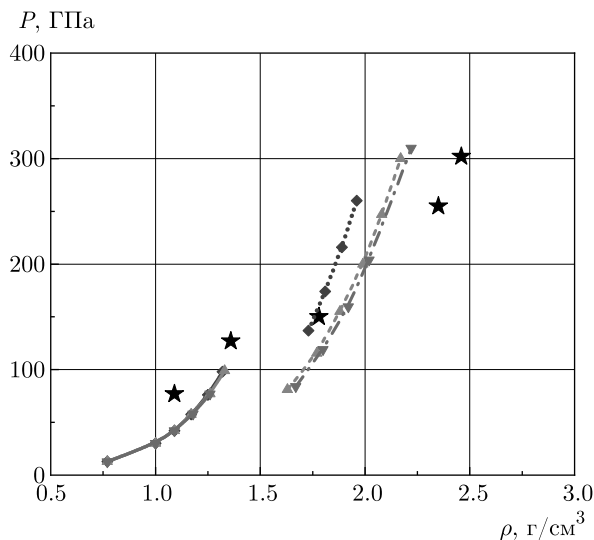


Рис. 5. (В цвете онлайн) Изоэнтропа дейтерия (безразмерная энтропия $S = 7$). Звездочки — эксперимент [10]. Наши расчеты для радиуса твердой сердцевины молекулы (в боровских радиусах) $R_m = 1.45$: синяя, красная и сиреневая сплошные кривые отвечают молекулярной фазе для отношений радиуса молекулы к радиусу атома соответственно $R_m/R_a = 1.7$, 1.86 , 1.9 ; синяя пунктирная, красная штриховая и сиреневая штрихпунктирная кривые — атомарной фазе соответственно для $R_m/R_a = 1.7$, 1.86 , 1.9

3. ДИССОЦИАТИВНЫЙ И ПЛАЗМЕННЫЙ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ — ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ ЕДИНОГО, НОВОГО ТИПА

3.1. Уравнения ионизационного равновесия в химической модели атомарной плазмы с ПФП

Как уже отмечалось во Введении, характерной особенностью ДФП и ПФП является волнообразный характер кривых диссоциативного и ионизационного равновесия. Для ДФП эта кривая определяется соотношением (10), а для ПФП мы воспользуемся соотношениями из работы [13].

В работах [12, 13] рассмотрена атомарная трехкомпонентная плазма, состоящая из электронов, ионов и атомов с концентрациями соответственно n_e , n_i и n_a . Концентрация атомов связана с концентрациями свободных зарядов формулой Саха, которую, следуя [13], запишем в виде

$$n_a = n_i n_e \lambda_e^3 \frac{g_a}{2g_i} \exp[\beta I - \varphi(\Gamma_D, \beta Ry)], \quad (13)$$

где g_a и g_i — статистические веса атома и иона, I и λ_e — потенциал ионизации атома и тепловая длина волны электрона. Функция $\varphi(\Gamma_D, \beta Ry)$ описывает снижение потенциала ионизации, вызванное эффектами неидеальности свободных зарядов (дебаевское притяжение) и эффектами вырождения (квантовое отталкивание).

График зависимости $n_a(n_i)$, заимствованный из работы [13], представлен выше на рис. 1а. Соответствующая зависимость $n_m(n_a)$ для ДФП показана на рис. 1в. Хорошо видна волнообразность кривых, их топологическая похожесть. Обращаем внимание на наличие двухзначных решений $n_i(n_a)$ для ПФП и $n_a(n_m)$ для ДФП. Рассмотренные зависимости и приводят в дальнейшем к фазовым переходам.

3.2. Изотермы и бинодали ДФП и ПФП

Выше показаны изотермы ПФП (рис. 1б) и ДФП (рис. 1г). Для ПФП качественный, но верный график изотермы как функции объема взят из работы [13], а для ДФП приведены рассчитанные нами изотермы как функции плотности [8] для различных температур. Хорошо видна топологическая похожесть изотерм. Они явно принадлежат к одному классу явлений. Отметим, что для плазмы инертных газов с ПФП [20] изотермы также подобны изображенным на рис. 1б,г.

На приведенный выше рис. 2 мы дополнительно к данным из работы [8] нанесли элемент бинодали ПФП, рассчитанный в работе [19] и приведенный к переменным, предложенным в [8]. Нанесенная бинодаль ПФП только подтверждает обсуждаемое нами топологическое подобие ПФП и ДФП.

3.3. Новый тип фазовых переходов

Выводы, к которым мы пришли, необычны. Мы не считаем себя сторонниками ПФП [24], и во многих своих работах мы предлагали альтернативные варианты интерпретации полученных «свидетельств» его существования. Следует признать, однако, весьма высокий уровень проработки многочисленных проявлений возможного существования ПФП, выполненный авторами работы [13]. Столкнувшись в работах по дейтерию с совершенно иной системой — атомарно-молекулярной реагирующей смесью — мы с удивлением обнаружили «подобие» многих характеристик, о которых мы рассказали в данной работе. Можно сказать, что, предсказав ПФП, существование которого пока дискутируется, авторы работы [13] одновременно заявили о существовании нового типа фазовых переходов, одна из модификаций которого (ДФП), возможно, обнаружена экспериментально. Предложенная в работе модель подтверждает существование фазового перехода нового типа (ДФП) на адиабатах дейтерия.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитана изоэнтропа дейтерия с использованием ранее предложенной модели неидеальной атомарно-молекулярной смеси. Отличительной особенностью модели является учет коллективной энергии связи атомов (когезии) и исключенного объема. Результаты расчета демонстрируют наличие фазового перехода и скачка плотности на изоэнтропе. Аналогичный фазовый переход — ДФП — имеет место и на адиабате Гюгонио для дейтерия [3].

Выдвинута гипотеза о существовании нового класса фазовых переходов (ПФП и ДФП) с одинаковой топологией фазовых характеристик, на существование одного из которых (ДФП) указывают данные ударно-волновых экспериментов [3, 10]. Впервые этот тип фазовых переходов был рассмотрен Норманом и Старостиным [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Gregoryanz, A. F. Goncharov, K. Matsuishi et al., Phys. Rev. Lett. **90**, 175701 (2003).

2. P. Loubeyre, F. Occelli, and R. LeToullec, Nature **416**, 613 (2002).
3. L. B. Da Silva, P. Celliers, G. W. Collins et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 483 (1997).
4. M. D. Knudson, D. L. Hanson, J. E. Bailey et al., Phys. Rev. Lett. **87**, 225501 (2001).
5. N. C. Holmes, M. Ross, and W. J. Nellis, Phys. Rev. B **52**, 15835 (1995).
6. С. И. Белов, Г. В. Борисков, А. И. Быков и др., Письма в ЖЭТФ **76**, 508 (2002).
7. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, И. Т. Якубов, *Физика неидеальной плазмы*, Физматлит, Москва (2010).
8. А. Л. Хомкин, А. С. Шумихин, ЖЭТФ **146**, 518 (2014).
9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1976).
10. V. E. Fortov, R. I. Ilkaev, V. A. Arinin et al., Phys. Rev. Lett. **99**, 185001 (2007).
11. М. А. Мочалов, Р. И. Ильяев, В. Е. Фортов и др., ЖЭТФ **159**, 1118 (2021).
12. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин, ТВТ **6**, 410 (1968).
13. Г. Э. Норман, А. Н. Старостин, ТВТ **8**, 413 (1970).
14. S. Scandolo, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **100**, 3051 (2003).
15. V. Y. Ternovoi, A. S. Filimonov, V. E. Fortov et al., Physica B **265**, 6 (1999).
16. A. L. Khomkin and A. S. Shumikhin, Contrib. Plasma Phys. **61**(10), e202100072 (2021); DOI: 0.1002/ctpp.202100072.
17. А. Л. Хомкин, А. С. Шумихин, ЖЭТФ **155**, 869 (2019).
18. V. S. Filinov, M. Bonitz, V. E. Fortov et al., Contrib. Plasma Phys. **44**, 388 (2004).
19. W. Ebeling and W. Reichert, Phys. Lett. A **108**, 80 (1985).
20. I. L. Iosilevskiy, J. Phys.: Conf. Ser. **653**, 012077 (2015).
21. J. Bardeen, J. Chem. Phys. **6**, 367 (1938).
22. J. H. Rose, J. R. Smith, F. Guinea, and J. Ferrante, Phys. Rev. B **29**, 2963 (1984).
23. U. Yxklinten, J. Hartford, and T. Holmquist, Physica Scr. **55**, 499 (1997).
24. А. Л. Хомкин, А. С. Шумихин, Вестник ОИВТ РАН **4**, 4 (2020).