

# О МЕХАНИЗМЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ СО СДВИГОМ. ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

*В. П. Воротилин\**

*Институт прикладной механики Российской академии наук (ИПРИМ РАН)  
125040, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 4 мая 2021 г.,  
после переработки 4 июня 2021 г.  
Принята к публикации 10 июня 2021 г.

На основе представлений о механизме турбулентных течений как формирующим источник турбулентных вихрей на границах турбулентного потока, разработанных и описанных ранее для турбулентных струй [2] и турбулентных течений в каналах [3], проведен расчет параметров течения для турбулентного пограничного слоя, объединяющего особенности течений в струях и каналах. Дано описание механизма воздействия внешней турбулентности на параметры течения слоя. Предложено обобщение теории для течений с учетом градиента давления внешнего потока.

DOI: 10.31857/S0044451021100151

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Разнообразие вариантов и сложность картины течения в турбулентных пограничных слоях (далее сокращенно ТПС), их практическая важность, а также отсутствие ясного понимания действия механизма турбулентности в течениях подобного рода породили не иссякающий в течение десятилетий поток публикаций, посвященных решению проблемы ТПС. Однако, как отмечено в обзорной статье [1], остается множество трудно решаемых вопросов, касающихся как общего понимания механизма турбулентности, так и конкретных расчетов, в частности, расчетов ТПС. Тем не менее надежды, связанные с кажущейся возможностью решить проблему турбулентных течений, и нескончаемые попытки решения этой проблемы, обусловлены тем «простым» обстоятельством, что турбулентность как особый случай движения жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса, и проблема видится только в поисках решений этих уравнений. При этом расчет поля скоростей всегда оставался основной целью теоретических моделей, поскольку как искомая переменная скорость входит в уравнения Рейнольдса (усредненные уравнения Навье–Стокса), являющиеся базовыми уравнениями для последующих модельных

методов описания турбулентных течений. Подобное понимание проблемы турбулентности и путей ее решения в существующих исследованиях отмечено в связи с альтернативным подходом к решению задач турбулентных течений, разработанным в [2, 3] для турбулентных струй и турбулентных течений в каналах и намеченным в данной работе при рассмотрении проблемы ТПС.

Суть предлагаемого подхода заключается в том, что действие физических механизмов турбулентности для турбулентных течений со сдвигом, т. е. для струй и течений в каналах, переносится из объема потока к его границам и характеризуется образующимися на его границах отрывными вихрями. Для турбулентных струй факт их существования позволил вывести выражение для скорости захвата внешней среды и написать замыкающее уравнение баланса массы турбулентной жидкости, а для течений в каналах описать эффективную шероховатость в законе сопротивления как средний объем отрывных застойных зон на единице поверхности стенки. Таким образом, решение самих уравнений для выяснения важнейших характеристик турбулентных течений теряет свою актуальность. Рассматриваемый вариант ТПС, имея своими границами твердую стенку и реально существующую внешнюю границу, отделяющую область турбулентного течения в слое от параллельного ламинарного потока внешней среды, объединяет упомянутые особенности течения в струях и каналах.

\* E-mail: VPVorotilin@yandex.ru

Что касается обзора существующих теоретических методов описания ТПС, то помимо разработок бесчисленных моделей, уточняющих детали профиля скорости у стенки ТПС, можно отметить одну их общую особенность, явно или неявно присутствующую всем исследованиям на эту тему и давшую один из поводов для постановки предлагаемой работы — это чисто формальное определение толщины пограничного слоя как расстояния от стенки вглубь потока, на котором скорость в пограничном слое отличается от скорости внешнего течения на некоторую малую величину (чаще всего на один процент). И таким образом исчезает факт реально существующей границы, разделяющей области ламинарного (внешнего) и турбулентного течений в ТПС, и, конечно, различие действующих в них физических механизмов движения: механизм турбулентной вязкости применяется ко всему пространству движения ТПС, включая область внешнего ламинарного течения.

## 2. О МЕХАНИЗМЕ ЗАХВАТА И ТУРБУЛИЗАЦИИ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ НА ГРАНИЦЕ ТПС

Важность понимания и формулировки условий на границе турбулентных течений с внешним ламинарным потоком в монографии [4] подчеркнута фразой: «Точный вид условий на границе с внутренней областью турбулентного течения, которым должно удовлетворять решение, до сих пор неизвестен». В данной работе для решения этой проблемы при описании ТПС используется разработанный в [3] механизм захвата внешней среды для турбулентных струй. Напомним логику и детали вывода используемых далее соотношений. Единственный, но актуальный до настоящего времени вопрос, связанный с фактом существования реальной границы, касался явления захвата (entrainment) внешней ламинарной среды. Первая попытка качественного объяснения механизма этого явления была основана на гипотезе существования вязкого надслоя на границе турбулентного слоя и внешней ламинарной среды толщиной масштаба минимальных турбулентных пульсаций  $\lambda_{min}$  [5], в котором завихрение и захват внешней среды по идее авторов происходит под действием сил молекулярной вязкости (viscous nibbling). Но при этом, поскольку движение турбулентной среды от молекулярной вязкости не зависит, по аналогии с объяснением механизма диссипации турбулентной энергии, утверждалось, что скорость захва-

та должна зависеть только от интенсивности крупномасштабных пульсаций внутри турбулентной области.

Мотивом для предлагаемого в данной работе и в работе для турбулентных струй [2] объяснения механизма захвата явился тот пробел гипотезы вязкого надслоя, что в основе ее допущений исключается обратное влияние скорости внешней среды на параметры движения ТПС. Но достаточно отметить, что, даже если в строгой постановке задачи использовать понятие турбулентной вязкости, то решение с условием  $u_x(x, y \rightarrow \infty) = u_\infty$ , где  $u_x$  — компонента скорости струи вдоль оси  $x$  системы прямоугольных координат  $(x, y)$ ,  $u_\infty$  — скорость параллельного внешнего течения, даст формальный результат, учитывающий влияние внешних условий. Исходя из того факта, что внешняя среда и ТПС — это две четко различимые жидкости, их динамическое взаимодействие можно представить как силу трения, действующую на разделяющей их границе. Поскольку при турбулентном движении молекулярная вязкость роли не играет, из соображений размерности следует, что эта сила может быть пропорциональна только квадрату некоторой комбинации скоростей движения внешней среды и ТПС:

$$F_{fr} = \gamma_1 \rho_\infty (u_s - u_\infty)^2,$$

где  $\gamma_1$  — константа (для турбулентных струй ее значение, подтверждаемое экспериментальными данными, было принято равным 0.1),  $\rho_\infty$  — плотность внешней среды,  $u_s$  — некоторая промежуточная скорость между  $u_\infty$  и средней скоростью струи  $\bar{u}$ . Из условия непрерывности потока импульса, перетекающего от внешней границы во внутреннюю область ТПС, эту же силу можно записать в виде

$$F_{fr} = \gamma_1 \rho (u_s - \bar{u})^2,$$

где  $\rho$  — средняя плотность ТПС, без объяснения возможной причины, но в интересах общности получаемых выражений, принимается не равной  $\rho_\infty$ . Из этих двух равенств для  $u_s$  и  $F_{fr}$  следуют выражения

$$u_s = \sigma \left( \bar{u} + (\rho_\infty/\rho)^{1/2} u_\infty \right), \quad F_{fr} = \gamma \rho_\infty (u_\infty - \bar{u})^2,$$

где введены величины

$$\sigma = \frac{1}{1 + (\rho_\infty/\rho)^{1/2}}, \quad \gamma = \gamma_1 \sigma^2.$$

Вывод о том, что закон трения квадратичен по скорости, означает, что обтекание возмущенной границы ТПС внешним потоком должно происходить

с образованием отрывных вихрей. По смыслу деления всей области течения на внешнюю безвихревую среду и собственно ТПС указанные отрывные вихри должны остаться в составе ТПС, играя для него роль источника турбулентности. Поэтому и импульс, при трении отдаваемый им ТПС, также должен возвратиться ТПС вместе с захваченными вихрями. От ТПС вихри получают импульс, пропорциональный разности скоростей  $\bar{u} - u_\infty$ . Отсюда, введя обозначение  $v_c$  для скорости захвата вихрей внешней среды, поток возвращаемого импульса (на единицу площади поверхности ТПС) запишем в виде

$$j = \rho_\infty v_c |\bar{u} - u_\infty|.$$

Из условия равенства потоков  $j$  и  $F_{fr}$  т. е.

$$\rho_\infty v_c |\bar{u} - u_\infty| - F_{fr} = 0, \quad (1)$$

находим

$$v_c = \gamma |\bar{u} - u_\infty|. \quad (2)$$

Общий характер полученных формул подчеркивает то обстоятельство, что никакие конкретные свойства турбулентных вихрей, особенности механизма их формирования на возмущенной границе ТПС в окончательном виде полученных соотношений ни в чем не проявляются. Под влиянием хаотических турбулентных пульсаций крупномасштабные вихри проникают во внутренние области течения в ТПС, дробятся на мелкие вихри, в конечном счете равномерно распределяясь по его всему поперечному сечению.

### 3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫВОД УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ПРОЦЕСС РАЗВИТИЯ ТПС

Рассматривается простейший, и в то же время достаточно общий для выяснения основных закономерностей развития, вариант двумерного ТПС с текущей толщиной  $\delta$  на плоской поверхности с координатой  $x$  вдоль ТПС и началом отсчета  $x = 0$  в точке набегания внешнего потока со скоростью  $u_\infty$ , в интересах общности формулировки задачи, описываемой уравнением

$$\nabla P = -\rho_\infty u_\infty \frac{du_\infty}{dx}.$$

Поскольку, как было показано в работе [3], формирование профиля скорости при турбулентном режиме течения вторично по отношению к процессу переноса кинетической энергии потока к энергии турбулентных пульсаций, фактически происходящем в результате вихреобразования на границах

потока, распределения скоростей и плотности, не обедняя сути механизма турбулентности, задаются однородными по нормальному сечению потока. Уравнения баланса массы, импульса и позднее энергии получим, суммируя их потоки между нормальными к слою сечениями  $x$  и  $x + dx$ . Уравнением баланса массы фактически определяется скорость натекания внешней среды  $v_{y\infty}$  на ТПС по нормали к стенке:

$$v_{y\infty} \rho_\infty = \frac{d[(\rho \bar{u} - \rho_\infty u_\infty) \delta]}{dx}.$$

Уравнение баланса импульсов с учетом потока, вносимого скоростью  $v_{y\infty}$ , градиента давления  $\nabla P$  и силы трения на стенке  $\tau$  запишем в виде

$$\frac{d[\rho \bar{u} (u_\infty - \bar{u}) \delta]}{dx} + (\rho_\infty u_\infty - \rho \bar{u}) \delta \frac{du_\infty}{dx} - \tau = 0. \quad (3)$$

Величина  $\tau$  или скорость трения  $v_* = (\tau/\rho)^{1/2}$  для течений в каналах, а в нашем случае для ТПС, как для плоского течения Куэтта шириной  $\delta$ , определяется на основе логарифмического закона трения

$$\frac{\bar{u}}{v_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{\delta}{K_{eff}} \right) + B, \quad (4)$$

где  $\kappa = 0.4$  и  $B$  — константы,  $K_{eff}$  — параметр эффективной шероховатости. В соответствии с результатами работы [3]  $K_{eff}$  определяется как толщина отрывных застойных зон на единицу площади поверхности стенки: для гладкой стенки  $K_{eff} = 1.1\nu/v_*$ ,  $\nu$  — коэффициент молекулярной вязкости,  $B = 1.75$ ; для песочной шероховатости  $K = 0.044r$ ,  $B = -3$ ,  $r$  — радиус песчинки. Замыкающим уравнением для искомым  $\bar{u}$  и  $\delta$  служит уравнение баланса массы «турбулентной» жидкости, в котором произведение  $\rho_\infty v_c$  играет роль источника ее массы на единицу площади поверхности ТПС:

$$\frac{d(\rho \bar{u} \delta)}{dx} = v_c \rho_\infty. \quad (5)$$

Отметим, что в литературе скорость натекания часто интерпретируют как скорость вовлечения внешней среды в объем ТПС, хотя по условиям течения знак  $v_{y\infty}$  может быть больше нуля (к струе) или меньше нуля (в сторону от струи). Кажущаяся картина натекания внешнего потока на область турбулентного течения связана с неучетом малых поправок к скорости внешнего течения при его вытеснении из области ТПС.

При проведении последующих оценок и расчетов полученные уравнения следует представить в безразмерном виде, используя для этого в качестве характерной скорости скорость набегания внешнего

потока в точке  $x = 0$   $u_\infty(x = 0) = u_0$ , плотности внешней среды  $\rho_\infty$ . Поскольку переменные длины  $x$  и толщины  $\delta$  входят в уравнения в виде дроби, вид безразмерной формы уравнений не изменится, если в них положить  $\rho_\infty = 1$ ,  $u_\infty = 1$  (при  $u_\infty = \text{const}$ ) при любом выборе параметра длины, в качестве которого из физических соображений взять начальную толщину слоя, при которой течение становится турбулентным,  $\delta_0 = \text{Re}_{kp} \nu / u_0$ , где  $\text{Re}_{kp} \cong 2000$ . Для удобства проведения расчетов вместо логарифма в формуле (4) (например, как и в [6]) используется степенная зависимость

$$\frac{\bar{u}}{v_*} = g \left( \frac{\delta}{K_{eff}} \right)^{1/7}$$

и выражение для  $\tau$  преобразуется к виду

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{A \bar{u}^\alpha}{\delta^\beta}, \tag{6}$$

где  $g = 6.6$ ,  $A = 0.0376 / \text{Re}_{kp}^\beta$ ,  $\alpha = 7/4$ ,  $\beta = 1/4$  для гладкой стенки и  $g = 6.4$ ,  $A = 0.01(r/h_0)^\beta$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 2/7$  для песочной шероховатости.

#### 4. СРАВНЕНИЕ С СУЩЕСТВУЮЩИМИ МЕТОДИКАМИ РАСЧЕТА ТПС

Как было отмечено выше, в основе общепринятых подходов к решению проблемы ТПС лежит использование уравнений движения для расчета поля скоростей. Их различие только в способах приближенного решения и выборе эмпирических корреляций, описывающих механизм турбулентного переноса. Один из известных методов решения связан с рассмотрением интегрального уравнения Кармана

$$\frac{d\delta^{**}}{dx} + \frac{du_\infty}{dx} \frac{1}{u_\infty} (2\delta^{**} + \delta^*) = \frac{\tau}{u_\infty^2}, \tag{7}$$

где  $\delta^*$  и  $\delta^{**}$  — толщины соответственно вытеснения и потери импульса:

$$\delta^* = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{u_\infty} \right) dy, \quad \delta^{**} = \int_0^\delta \left( 1 - \frac{u}{u_\infty} \right) \frac{u}{u_\infty} dy,$$

верхний предел интегрирования  $\delta$  отмечает внешнюю границу пограничного слоя. Дальнейшее изложение для наглядности проведем на примере сравнения с решением, приведенным в [6]. Профиль скорости в зависимости от переменных  $y$  и  $x$  в виде комбинации  $y/\delta(x)$  задается степенной зависимостью:

$$\frac{u}{u_\infty} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/7}. \tag{8}$$

Выражение для  $\tau$  подобно формуле (6), но с заменой  $\bar{u}$  на  $u_\infty$ , т.е. с учетом записи в безразмерных переменных — на единицу. Отсюда для искомого  $\delta$  из уравнения (7) следует выражение

$$\delta = 0.37x^{4/5} \text{Re}_{kp}^{-2/5}. \tag{9}$$

Описанный вариант теории в целом отражает основные подходы и результаты существующих представлений о турбулентных течениях со сдвигом применительно к проблеме описания ТПС. Для оценки физического содержания этих теорий с позиции предлагаемого в данной работе понимания механизма турбулентности уравнение (7) перепишем в виде, близком по форме к уравнению (3):

$$\frac{d[p\bar{u}(u_\infty - \bar{u})\delta]}{dx} + \rho_\infty (u_\infty - \bar{u}) \delta \frac{du_\infty}{dx} + \frac{d(\Delta\delta\rho)}{dx} = \tau. \tag{10}$$

Здесь  $\Delta = \bar{u}^2 - \overline{u^2}$  и средние  $\bar{u}$  и  $\overline{u^2}$  определены как

$$\bar{u}\delta \int_0^\delta u dy, \quad \overline{u^2}\delta = \int_0^\delta u^2 dy. \tag{11}$$

Для  $\bar{u}$ ,  $\overline{u^2}$  и комбинации  $\Delta$  с учетом аппроксимации (8) находим оценки

$$\bar{u} = (7/8)u_\infty, \quad \overline{u^2} = (7/9)u_\infty^2, \\ \Delta = (7/576)u_\infty^2 \approx 0.012u_\infty^2.$$

Видим, что решение уравнения (10) отличается от результатов предлагаемой теории вкладом малой добавки  $\Delta$ . Так, для  $\delta_{\Delta=0}$ , рассчитанного при  $\Delta = 0$ , получим значение  $\delta_{\Delta=0} = 0.91\delta$ . Отсюда можно утверждать, что уравнение импульсов классической теории практически совпадает с уравнением (3) с заранее заданными постоянными по сечению слоя значениями скоростей. Но если в предлагаемом подходе для искомого  $\bar{u}$  и  $\delta$  имеется второе уравнение — уравнение баланса массы турбулентной жидкости (5), то в традиционном варианте теории уравнение для  $\delta$  получают «сразу», подставляя распределение скоростей (8) в интегральное уравнение импульсов (7). Скрытый смысл подобной операции состоит в том, что средняя по сечению слоя скорость заранее определяется первым из интегралов (11) —  $\bar{u} = (7/8)u_\infty$ , и она постоянна на всем протяжении ТПС. И таким образом в уравнении (10), практически эквивалентном исходному уравнению (7), остается одна искомая переменная  $\delta$ . Аналогичный результат характерен для всех последующих моделей ТПС, задающих

распределение скоростей от независимых переменных  $x$  и  $y$ , следуя аналогии с ламинарным пограничным слоем, в виде комбинации  $u = f(y/\delta(x))u_\infty$ , например, в [7, 8]. Естественно, что усредненное по сечению слоя выражение для средней скорости всегда предстанет как некоторая часть скорости внешнего течения и в интегральном уравнении импульсов останется одна искомая  $\delta$ . При этом существующая проблема турбулизации и захвата внешней среды остается вне рамок решений теории. Подоплека данного результата в том, что запись скорости в виде формулы (7) подразумевает применение модели турбулентной вязкости ко всему пространству движения, без разделения области турбулентного течения в слое и внешнего ламинарного потока.

В качестве иллюстрации взаимосвязи физических механизмов захвата и переноса импульса в рамках предлагаемой теории может служить зависимость выражений искомого  $\delta$  и  $\bar{u}$  в уравнениях (3) и (5) от констант  $\gamma$  и  $A$  для пределов  $x \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow \infty$ . Для гладкой стенки имеем

$$\bar{u} \left( \gamma^{5/8} / A^{1/2} \right) x^{1/8}, \quad \delta = \gamma^{3/8} A^{1/2} x^{7/8},$$

$$\tau = \gamma \text{ при } x \rightarrow 0;$$

$$1 - \bar{u} = 1.1(A^4/\gamma^5)^{1/9} x^{-1/9},$$

$$\delta = 1.2(A\gamma)^{4/9} x^{8/9}, \quad \tau = (A^8/\gamma)^{1/9} x^{-2/9} \text{ при } x \rightarrow \infty.$$

Аналогичные оценки с близкими значениями искомого параметров нетрудно получить и для шероховатой стенки. Отметим при этом, что ход зависимости  $\delta(x)$  при  $x \rightarrow \infty$  близок к подтверждаемой опытными данными полуэмпирической формуле (9) при всей несовместимости определяющих их вид действия физических механизмов.

### 5. УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Алгебраическую сумму входящих и выходящих потоков кинетической энергии между близкими сечениями  $x$  и  $x + dx$  плюс работу сил давления внешнего потока запишем в виде

$$\frac{1}{2} \left( \rho \frac{d[\bar{u}(u_\infty^2 - \bar{u}^2)]}{dx} + (\rho_\infty - \rho) \bar{u} \delta \frac{du_\infty^2}{dx} \right) = \varepsilon \delta,$$

где правая часть равенства при стандартном выводе уравнения энергии из уравнения Навье – Стокса есть скорость диссипации кинетической энергии. Чтобы

пояснить смысл параметра  $\varepsilon$  в рамках представлений предлагаемой теории, из левой части полученной формулы вычтем умноженное на  $\bar{u}$  уравнение импульсов (3). В результате несложных преобразований получим

$$\frac{1}{2} \rho (u_\infty^2 - \bar{u}^2) \frac{d[\bar{u}\delta]}{dx} + \tau \bar{u} = \varepsilon \delta.$$

С учетом уравнения захвата (5) и выражения для силы трения, действующей на границе слоя (1), уравнение энергии примет вид

$$\frac{1}{2} (u_\infty + \bar{u}) F_{fr} + \tau \bar{u} = \varepsilon \delta.$$

Физический смысл членов левой части данного уравнения — работа сил трения на границах слоя, результатом которой является преобразование части кинетической энергии потока в энергию образующихся турбулентных вихрей. Таким образом, параметр  $\varepsilon$  в противоположность существующим представлениям выражает скорость порождения энергии турбулентных вихрей (иначе турбулентных пульсаций). В классической теории механизм турбулентности и параметр диссипации энергии  $\varepsilon$  описываются на основе понятия и соотношений турбулентной вязкости. И в рамках предлагаемого подхода можно рассуждать о процессе диссипации турбулентной энергии, так как, скажем, в режиме стационарного процесса, сколько энергии будет произведено, столько же и будет диссипировано, но при этом без необходимости вводить какие-либо механизмы его реализации и, не затрагивая существа основных понятий и механизмов теории.

### 6. ОЦЕНКИ И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ

При проведении качественных оценок и численных расчетов для варианта течения с постоянной скоростью внешнего потока уравнение импульсов (3) с учетом уравнения (5) и замены производной по  $x$  на производную по  $z = \bar{u}\delta$  удобно представить в виде

$$\frac{d[(1 - \bar{u})z]^2}{dz} = 2 \left( \frac{A}{\gamma} \right) \bar{u}^{\alpha+\beta} Z^{1-\beta}. \quad (12)$$

Константы  $A$  и  $\gamma$  в уравнениях (5), (10), (12) можно «спрятать» в масштабы переменных  $x$  и  $\delta$ , проведя их преобразование по схеме:  $\hat{x} = \lambda_x x$  и  $\hat{\delta} = \lambda_\delta \delta$ , где  $\lambda_\delta = (\gamma/A)^{1/\beta}$  и  $\lambda_x = \gamma \lambda_\delta$ .

Для пределов  $z \rightarrow 0$  и  $z \rightarrow \infty$  точное решение уравнения (12) имеет вид

$$\bar{u} = 1 / \left( 1 + z^{-1/8} \right),$$

и поэтому приближенно принимается справедливым для всей области изменения  $z$ . Подставив полученные выражения для  $\bar{u}$  и  $\delta = z/\bar{u}$  в формулы для силы трения  $F_{fr}$  на поверхности слоя и  $\tau$  на стенке, убеждаемся, что они совпадают:

$$F_{fr} \equiv \tau = \gamma \left( 1 + z^{1/8} \right)^{-2}.$$

Этот результат не вполне очевиден, так как при выводе уравнения баланса импульсов учитывались только конвективные потоки импульса, а  $\tau$  задавалась в виде общепринятой логарифмической зависимости и ее степенной аппроксимации (6), и он указывает на нетривиальный характер взаимодействия физических факторов, управляющих процессом развития ТПС.

Интегрируя (5), находим связь искомого  $\bar{u}$ ,  $\delta$  и  $\tau$  с координатой  $x$ :  $x = z + (8/9)z^{9/8}$ . В теории отсутствуют какие-либо эмпирические корреляции или подгоночные константы (по крайней мере, в приведенных зависимостях искомого переменных), и поэтому полученные соотношения могут представлять интерес для возможной экспериментальной проверки.

### 7. О МЕХАНИЗМЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВНЕШНЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ ТЕЧЕНИЯ ТПС

Влияние турбулентности на особенности течения жидких сред носит двойственный характер. С одной стороны, при турбулентном режиме течения в каналах и ТПС имеет место интенсивное перемешивание жидкой среды и существенно более высокие значения коэффициента трения, чем при ламинарном режиме. С другой стороны, при отрывном обтекании тел сила сопротивления трением существенно выше для ламинарного режима обтекания, чем при наличии внешней турбулентности (ВТ) потока [9]. О трудностях проведения экспериментального исследования действия механизма ВТ и интерпретации его результатов можно судить по недавно вышедшей работе [10]. В ней толщина ТПС задавалась формально по отмеченной в начале статьи общепринятой методике ее определения, и таким образом исключался такой важный фактор для понимания рассматриваемых процессов, как явление перемежаемости на границе ТПС, широко известное при описании турбулентных струй [11–13]. Поскольку в рамках предлагаемой теории взаимодей-

ствие ТПС с внешней средой представлено как механизм захвата внешней среды, влияние ВТ можно связать с оценкой ее воздействия на величину скорости захвата. Детали его теоретического описания выходят за рамки данного исследования, но поскольку вывод выражения для скорости захвата  $v_c$  получен при заданных  $\bar{u}$  и  $u_\infty$  и независимо от прочих условий внешнего течения, единственным результатом усредненного по времени воздействия ВТ может быть только величина константы  $\gamma$  в формуле для  $v_c$ . В окончательных преобразованиях теории эта константа скрыта в масштабах переменных  $\hat{x}$  и  $\hat{\delta}$ .

### 8. О МЕХАНИЗМЕ ТРЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

Ввиду отсутствия ясных представлений о механизме порождения турбулентных пульсаций в рамках существующей полумпирической теории турбулентных течений со сдвигом, постановка задачи, связанной с решением проблемы ТПС, но уже с градиентом давления, имеющей важное практическое значение, еще в большей степени сопровождается различного рода допущениями и эмпирическими корреляциями. При этом в любых вариантах существующих моделей основной целью остается расчет профиля скорости турбулентного потока, в частности, с наиболее популярным использованием гипотезы автомодельности скорости течения [6–8].

Сложность картины турбулентных течений при постановке какой-либо конкретной задачи неизбежно требует упрощений при описании важнейших с точки зрения предполагаемого механизма турбулентности параметров течения. В данной работе с достаточным обоснованием механизма турбулентности как процесса вихреобразования на его границах было принято упрощающее допущение об однородности профиля скорости по поперечному сечению потока. В преобразованном уравнении кинетической энергии потока зависимость от  $U_\infty(x)$  отсутствует. И неявно механизм возможного влияния внешнего течения может осуществляться лишь только косвенным путем через зависимость от параметра трения  $\tau$  на твердой границе слоя. Как отмечено в [7], турбулентное течение весьма чувствительно к кривизне средних линий тока. Эта особенность течения в диффузорах может служить причиной неустойчивости пристенного движения и возникновения отрывных турбулентных вихрей у стенок, наподобие того как это происходит на границе вязкого подслоя у стенки

при турбулентном течении в гладких каналах (но, конечно, до момента возникновения возвратных отрывных течений, рассмотренных, например, в монографии [9]). И так же, как для турбулентных течений в каналах с гладкими и шероховатыми стенками, количественная оценка роли этих вихрей в логарифмическом законе трения будет задаваться величиной эффективной шероховатости как средний объем отрывных застойных зон на единице площади поверхности стенки  $K_\infty$ , величину которого из соображений размерности можно представить в виде

$$K_\infty = -\gamma_\infty \delta^2 \frac{\partial u_\infty}{\partial x} \frac{1}{u_\infty},$$

где  $\gamma_\infty$  — константа, знак «минус» подчеркивает наблюдаемое явление неустойчивости при условии торможения внешнего течения. В том случае, когда  $\partial u_\infty / \partial x > 0$ , слагаемое  $K_\infty$  в общей сумме вкладов в величину  $K_{eff}$  будет давать отрицательный вклад, и влияние ускорения внешнего течения можно рассматривать как фактор стабилизации течения у стенок канала. Конечно, в этом случае вихри уже не образуются, но результат подавления вихреобразования из соображений универсальности применимости данной формулы можно рассматривать как вычитание из суммарного объема отрывных застойных зон, образуемых от шероховатости и возмущений вязкого подслоя.

## 9. ВЫВОДЫ

Подводя итог проведенного исследования проблемы ТПС, отметим некоторые из его результатов. В основу понимания и последующего описания механизма турбулентности были положены представления о процессе вихреобразования на границах турбулентного течения жидкой среды. Как результат динамического взаимодействия ТПС с внешним ламинарным потоком было получено выражение для скорости захвата (турбулизации) внешней среды. Это позволило написать уравнение баланса массы турбулентной жидкости (БМТ) и рассматривать толщину слоя как реальный физический объект исследования ТПС. Уравнение БМТ вместе с интегральным уравнением баланса импульсов составило пару уравнений для искомого средней по сечению потока скорости  $\bar{u}$  и толщины слоя  $\delta$  как функций координаты  $x$  вдоль потока при наличии множества независимых параметров, характеризующих общие условия развития ТПС, в частности, гладкой и шероховатой стенки, внешней турбулентности, различия плотности внешней среды и ТПС. В законе трения на твердой поверхности в соответ-

ствии с представлениями о процессе вихреобразования на границах потока величина эффективной шероховатости задавалась как средний объем отрывных застойных зон, образующихся за выступами шероховатых элементов и возмущений потока на границах ламинарного подслоя для гладких участков стенки, и, в частности, с учетом кривизны поверхности стенки при наличии внешнего градиента давления. Поскольку механизм переноса кинетической энергии потока к энергии турбулентных пульсаций в рамках предлагаемой теории целиком обусловлен процессом образования вихрей на границах потока, при выводе уравнений использовалось условие однородности профиля скорости по сечению потока, не обедняя при этом сути физических механизмов, определяющих процесс развития ТПС. Что же касается сравнения с экспериментальными данными, то помимо того, что выражения для силы трения  $\tau$  и толщины слоя  $\delta$  с точностью до произвольно варьируемых констант близки к значениям из приведенного в статье классического исследования [6], а также из других работ, например монографии [8], результаты представленной теории дают, скорее, повод для постановки новых экспериментов, связанных с описанием приведенного в статье механизма турбулентности.

Отметим, что в литературе экспериментальные и теоретические исследования гидродинамики на границе ламинарной и турбулентной областей течения в струях и ТПС и различные варианты объяснения механизма захвата и турбулизации внешней среды не прекращались, начиная с упомянутой ранее работы [5]. Обширный обзор этих работ вместе с результатами новых данных эксперимента и на их основе попытки обоснования гипотезы вязкого надслоя представлены в недавно вышедшей работе [14]. Не вдаваясь в детали рассуждения этой работы и множества упомянутых в ней других исследований, отметим их главное смысловое отличие от понимания механизма турбулентности данной работы. Суть его в том, что в этой и всех других работах процессы захвата и турбулизации внешней среды рассматриваются как следствие хаотических движений турбулентных структур в окрестности границы ТПС с внешним течением, результатом которых при их усреднении во времени получают экспериментально измеряемые данные. Иначе говоря, процесс захвата и турбулизации внешней среды вторичен по отношению к наблюдаемому хаосу турбулентных пульсаций, в то время как в предлагаемой теории механизм и скорость захвата рассматриваются как первичный источник этих пульсаций.

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Marusic, B. J. McKeon, P. A. Monkewitz, H. M. Nagib, A. J. Smits, and K. R. Sreenivasan, *Phys. Fluids* **22**, 065103 (2010).
2. В. П. Воротилин, *ЖЭТФ* **153**, 313 (2018).
3. В. П. Воротилин, *ЖЭТФ* **156**, 176 (2019).
4. *Турбулентность: принципы и применение*, под ред. У. Фроста, Т. Моулдена, Мир, Москва (1980).
5. S. Corrsin and A. L. Kistler, *Tech. Rep. TN — 1244.NACA* (1955).
6. Г. Шлихтинг, *Теория пограничного слоя*, Наука, Москва (1969).
7. A. A. Townsend, *The Structure of Turbulent Shear Flow*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1980).
8. Л. Г. Лойцянский, *Механика жидкости и газа*, Наука, Москва (1987).
9. П. Чжень, *Отрывные течения*, т. 1–3, Мир, Москва (1972).
10. Y. Jooss, L. Li, T. Bracchi, and R. J. Hearst, *J. Fluid Mech.* **911**, A4 (2021).
11. H. Fiedler and M. R. Head, *J. Fluid Mech.* **25**, 719 (1966).
12. L. S. G. Kovasznay, V. Kibens, and R. F. Blackwelder, *J. Fluid Mech.* **41**, 283 (1970).
13. R. A. Antonia, *J. Fluid Mech.* **56**, 1 (1972).
14. K. Chauhan, J. Philip, C. M. de Silva, N. Hutchins, and I. Marusic, *J. Fluid Mech.* **742**, 119 (2014).