

# СКОРОСТЬ ТУННЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ В ТЕОРИИ ПЕРЕХОДОВ ЛАНДАУ – ДЫХНЕ

*В. М. Петрович<sup>a</sup>, Х. С. Делибашич<sup>a\*</sup>, И. Д. Петрович<sup>b</sup>*

*<sup>a</sup> University of Kragujevac, Faculty of Science  
34000, Kragujevac, Serbia*

*<sup>b</sup> University of Kragujevac, Technical Collage of Applied Studies  
34000, Kragujevac, Serbia*

Поступила в редакцию 24 декабря 2020 г.,  
после переработки 24 декабря 2020 г.  
Принята к публикации 13 января 2021 г.

(Перевод с английского)

## STRONG-FIELD TUNNELING IONIZATION RATE BASED ON LANDAU–DYKHNE TRANSITION THEORY

**V. M. Petrović, H. S. Delibašić, I. D. Petrović**

С помощью теории переходов Ландау–Дыхне исследована ионизация атома гелия и подобных ему атомов в поле линейно-поляризованного лазерного излучения низкой частоты. С учетом кулоновской поправки и взаимодействия электронов в основном состоянии получено выражение для скорости туннельных переходов, вызванных импульсами линейно-поляризованного излучения с тригонометрической формой огибающей. Проведено сравнение этой зависимости с результатами теории Аммосова–Делоне–Крайнова. Полученная зависимость имеет правильную форму, но скорость ионизации превышает результат теории Аммосова–Делоне–Крайнова. В дополнение к этому проведено исследование при различных длинах волн, а также при учете пондеромоторного сдвига в потенциале ионизации. Проведенный анализ показывает, что учет дополнительных членов в потенциале ионизации приводит к уменьшению скорости переходов. Эта скорость зависит от формы лазерных импульсов. Согласно нашим расчетам скорость ионизации также сильно зависит от длины волны лазерного излучения (его частоты) и от параболической координаты.

DOI: 10.31857/S0044451021070014

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Результатом исследований взаимодействия лазерного излучения и атомов, выполненных за последние три десятилетия, стало общее понимание нелинейных оптических явлений вне рамок теории возмущения, таких как генерация гармоник высокого порядка, оптическое отражение, смешивание частот и самофокусировка света [1, 2]. Объяснение физической картины этих процессов включает меха-

низм фотоионизации, который необходимо детально изучить как с теоретической, так и с экспериментальной точек зрения [3, 4].

Зависимость вероятности ионизации (скорости ионизации) от потенциала ионизации и свойств поля лазерного излучения была теоретически исследована в работе Келдыша [5]. В ней ионизация понималась как покидание валентным электроном атома или молекулы под воздействием поля лазерного излучения большой напряженности при поглощении нескольких фотонов (многофотонная ионизация) или в результате туннелирования под потенциальным барьером, который создается благодаря

\* E-mail: hristina.delibasic@pmf.kg.ac.rs

действию кулоновских сил и полю лазерного излучения (туннельная ионизация). Для того чтобы различить эти два механизма фотоионизации, был введен параметр Келдыша  $\gamma$ , который представляет собой отношение частоты туннелирования  $\omega_t$  и угловой частоты лазерного излучения  $\omega$ ,  $\gamma = \omega_t/\omega$  [5]. Этот параметр можно выразить как отношение характерного атомного импульса  $\sqrt{2mI_p}$  и импульса  $eF/\omega$ , приобретенного в электрическом поле,  $\gamma = \omega\sqrt{2mI_p}/eF$ , где  $I_p$  — это потенциал ионизации, а  $F$  — напряженность электрического поля. В атомных единицах ( $e = m = \hbar = 1$ ), которые будут использоваться в этой статье, параметр Келдыша записывается в виде  $\gamma = \omega\sqrt{2I_p}/F$ . Механизм туннельной фотоионизации преобладает при  $\gamma \ll 1$ , а механизм многофотонной ионизации преобладает при  $\gamma \gg 1$ . При  $\gamma \sim 1$  режим, в котором находится система, является промежуточным. Определение режимов важно для хорошего понимания разнообразных явлений, обусловленных ионизацией в сильном поле.

Следуя пионерской работе Келдыша, были получены многочисленные аналитические выражения, описывающие скорости ионизации атомов и молекул. Один из таких результатов, известный как ППТ (Переломов, Попов, Терентьев) [6], весьма хорошо описывает экспериментально измеренные зависимости скоростей ионизации в многофотонном и туннельном режимах. В исследовании [6] была предложена более точная модель для расчета скорости ионизации, в которой учитывается кулоновское взаимодействие покидающего атом фотоэлектрона и иона. Позднее Аммосов, Делоне и Крайнов уточнили формулы, выведенные для сложных атомов и ионов в так называемом туннельном режиме, и получили наиболее часто используемое выражение для скорости ионизации, АДК. В случае линейно-поляризованного поля лазерного излучения и ненулевого начального импульса,  $p \neq 0$ , скорость ионизации дается выражением

$$W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[ -\frac{2Z^3}{3F_0 n^{*3}} - \frac{p(F_0, \eta)^2 \gamma(F_0, \eta)^3}{3\omega} \right],$$

см. [7], где  $n^*$  обозначает эффективное квантовое число,  $n^* = Z/2I_p$ , а  $Z$  — заряд иона. Из приведенного выражения следует, что скорость перехода  $W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta)$  зависит от второй степени начального импульса  $p(F_0, \eta)$  испускаемых фотоэлектронов и от параметра Келдыша  $\gamma(F_0, \eta)$ , а также от эффективного квантового числа  $n^*$  и интенсивно-

сти поля лазерного излучения  $F_0$ . Справедливость этого выражения была многократно проверена экспериментально [8, 9], а также подтверждена сравнением с результатами вычислений, использующих зависящее от времени уравнение Шредингера. Следует заметить, что АДК-теория хорошо описывает экспериментальные данные для инертных газов (одним из них является гелий) только при  $\gamma < 0.5$  [10]. В остальных случаях теория переоценивает экспериментальную величину и предсказание АДК не совпадает с результатами экспериментов. Причиной этого является тот факт, что при  $\gamma > 1$  время туннелирования электрона становится гораздо больше, чем период оптических колебаний, и квазистатическое приближение перестает работать даже при сильном подавлении кулоновского барьера [9].

После получения Аммосовым, Делоне и Крайновым аналитического выражения для скорости туннельной ионизации [7] многие авторы пытались уточнить его [11–13]. В результате было выдвинуто и разработано множество других теорий, например, теория квантовых переходов Ландау–Дыхне (ЛД) [14], теория неадиабатической туннельной ионизации (НТИ) [15] и асимптотическая теория в режиме слабого поля (СЛП) [16]. В дальнейшем теория НТИ детально разрабатывалась Юдиным и Ивановым [15] в предположении нулевого начального импульса испускаемого электрона (экспериментальные исследования НТИ проводились, например, в работах [17–19]). Ими было получено простое выражение в замкнутой форме для скорости ионизации как функции мгновенной фазы лазерного излучения для произвольных значений  $\gamma$  в обычном приближении сильного поля (СП). Приближение СЛП было впервые использовано в работе Оппенгеймера [20], но лишь через 50 лет после этого было получено правильное выражение для асимптотической зависимости скорости ионизации простейшей системы, содержащей водород в основном состоянии [21]. Несмотря на значительную работу, проделанную в этой области, до сих пор отсутствует общепринятая формула, и дебаты продолжаются. Настоящая работа посвящена изучению разновидности ЛД-теории [14], которая характеризуется достаточной простотой и точностью.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В настоящей статье исследуется двухэлектронная система (нейтральный атом гелия и подобные ему атомы), которая является предельным случа-

ем задачи многих тел, взаимодействующих с линейно-поляризованным лазерным излучением. Целью работы является выяснение влияния интенсивности лазерного излучения, формы луча и длины волны (частоты) на скорость туннельной фотоионизации. Для этого нами была получена аналитическая формула для конкретного профиля лазерного импульса и проведено сравнение с результатом широко применяемой АДК-теории, а также с некоторыми доступными экспериментальными результатами.

Следуя работе [22], мы использовали ЛД-теорию [14, 21], которая широко применяется в различных областях физики, где исследуемая система подвергается воздействию поля сильного лазерного излучения. Необходимое условие применимости ЛД-теории состоит в том, что энергия фотона  $\omega$  должна быть мала по сравнению с энергией ионизации  $I_p$ . Как было установлено Дыхне [14], если гамильтониан системы  $\hat{H}(t)$  является медленноменяющейся функцией времени и

$$\hat{H}(t)\Psi_n(t) = \hat{E}(t)\Psi_n(t), \quad n = i, f$$

(где  $i$  и  $f$  обозначают начальное (связанное) и конечное состояния соответственно), вероятность перехода  $\Psi_i \rightarrow \Psi_f$ ,  $W(F, \omega, p)$ , выражается через мнимую часть классического действия  $S$  следующей формулой:

$$W(F, \omega, p) \propto \exp[-2 \operatorname{Im}(S)],$$

где

$$S = \int_0^\tau [E_f(t) - E_i(t)] dt.$$

Здесь комплексное значение  $\tau$  является точкой поворота в комплексной плоскости времени. Для его нахождения используются метод седловой точки и условие равенства начальной и конечной энергий  $E_i(\tau) = E_f(\tau)$ .

Как указывалось ранее, в общем случае линейно-поляризованное поле лазерного излучения записывается в виде

$$F(t) = F_0 f(t) \cos(\omega t + \varphi),$$

где  $f(t)$  — нормированная огибающая функция [23]. В нашей работе исследуются импульсы с тригонометрической формой огибающей

$$f(t) = \sin(\omega t + \varphi)$$

[24],  $F_0$  — пиковая амплитуда, а  $\varphi$  — фаза несущей огибающей (ФНО), которая для циклов большого количества импульсов полагается равной нулю [25].

Векторный потенциал определяется согласно работе [26],

$$A(t) = c \int F(t) dt,$$

и имеет следующий вид:

$$A(t) = -\frac{cF_0}{4\omega} \cos(2\omega t),$$

где  $c$  — скорость света.

Согласно подходу, сформулированному в работах [14, 22], нами была использована ЛД-теория с заданными значениями  $E_i$  и  $E_f(t)$ . В начальном состоянии мы учли электрон-электронные корреляции [27] (второй член в выражении  $E_i$ ), а в конечном состоянии была учтена кулоновская поправка (второй член в выражении  $E_f(t)$  в параболических координатах  $\eta$ ) [28]. В итоге

$$E_i = -I_p + \frac{5Z}{8},$$

где  $Z$  — заряд иона, а

$$E_f = \frac{1}{2} \left( p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}.$$

Кулоновский член приводит к появлению параболического  $n_2$  и магнитного  $m$  квантовых чисел [26].

Время поворота  $\tau$  определяется на комплексной плоскости с помощью седловой точки из уравнения  $E_i(\tau) = E_f(\tau)$  [14, 22]:

$$-I_p + \frac{5Z}{8} = \frac{1}{2} \left( p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}. \quad (1)$$

Тригонометрическую функцию  $\cos(2\omega\tau)$  можно разложить в ряд Маклорена (используются лишь первые два члена разложения, остальными членами пренебрегаем). В результате последовательных преобразований из уравнения (1) можно получить выражение для точки поворота  $\tau$  в комплексном виде:

$$\tau = \frac{\pi}{4\omega} + \frac{2p}{F_0} - \frac{32\omega^2 D(\eta)p}{F_0^3} + \frac{16\omega^2 p^3}{3F_0^3} - i \left( \frac{2\sqrt{2D(\eta)}}{F_0} - \frac{32\sqrt{2}\omega^2 D(\eta)\sqrt{D(\eta)}}{3F_0^3} + \frac{16\omega^2 p^2 \sqrt{2D(\eta)}}{F_0^3} \right). \quad (2)$$

Для упрощения записи было введено следующее обозначение:

$$D(\eta) = I_p - \frac{5Z}{8} - \frac{1}{2} \left( p - \frac{A(t)}{c} \right)^2 - \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta},$$

где  $D(\eta)$  является поправкой к  $I_p$  и может рассматриваться как некоторый эффективный потенциал ионизации. Согласно уравнению (2) точка поворота на комплексной плоскости зависит от величины электрического поля  $F_0$ , угловой частоты  $\omega$  и от начального импульса испускаемых фотоэлектронов в области вне барьера, который можно выразить через параболическую координату  $\eta$ :

$$p(F_0, \eta) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{F_0\eta - 1} - \frac{1}{\eta\sqrt{F_0\eta - 1}} \right)$$

[29, 30]. Если полная энергия системы не зависит от координаты  $\eta$ , импульс сохраняется вдоль классической траектории,  $p_\eta = p$  [29].

Подставляя уравнение (2) в формулу для скорости перехода

$$W(F, \omega, p) \propto \exp[-2 \operatorname{Im}(S)]$$

и интегрируя по времени, разделяя действительную и мнимую части (нас интересует только мнимая часть, содержащая  $1/F^n$ ,  $n \leq 3$ ), находим

$$W(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[ -2 \left( \frac{2D(\eta)\gamma'(F_0, \eta)}{3\omega} - \frac{\sqrt{D(\eta)}F_0\pi^2}{32\omega^2} + \frac{\sqrt[3]{2D(\eta)}}{5F_0} - \frac{2p}{\omega} (F_0, \eta)^2 \gamma'(F_0, \eta) \left( 1 - \frac{80D(\eta)\omega^2}{3} \right) \right) \right]. \quad (3)$$

Получаемое в результате выражение для скорости перехода  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  имеет компактную форму, в которой не содержится суммирование рядов и интегрирование. Оно состоит из двух частей: первой, не зависящей от начального импульса испускаемых фотоэлектронов  $p(F_0, \eta)$ , и второй, которая зависит от импульса. На часть, не зависящую от импульса, сильно влияют эффективный потенциал ионизации  $D(\eta)$ , а также напряженность электрического поля  $F_0$  и угловая частота  $\omega$ . Введем модифицированный параметр Келдыша

$$\gamma'(F_0, \eta) = (\omega\sqrt{2D(\eta)})/(F_0),$$

который учитывает поправку в потенциале ионизации  $D(\eta)$ . Оставшаяся часть зависит от квадрата начального импульса  $p(F_0, \eta)^2$  как

$$\frac{2p(F_0, \eta)^2 \gamma'(F_0, \eta)}{\omega} \left( 1 - \frac{80D(\eta)\omega^2}{3} \right).$$

Мы предполагаем, что импульсы достаточно малы, так что четвертой и более высокими степенями можно пренебречь по сравнению со второй степенью.

Для сравнения экспериментальных данных с теорией следует отметить существенность таких не связанных напрямую с актом элементарной ионизации факторов как пондеромоторное ускорение испускаемых электронов и насыщение вероятности ионизации [31, 32]. Чтобы учесть их влияние на скорость перехода, мы включили пондеромоторный потенциал  $U_p$  в уравнении (3). Для поля с линейной поляризацией при усреднении кинетической энергии электрона во времени пондеромоторный потенциал дается следующим выражением:  $U_p(F_0, \omega) = F_0^2/4c^2$  [31]. В соответствии с этим выражением во всех приведенных выше формулах мы заменили потенциал ионизации  $I_p$  на значение  $I_p^{corr} = I_p + F_0^2/4c^2$ , учитывающее поправку. Новые обозначения имеют вид

$$D^{eff}(F_0, \omega, \eta) = I_p^{corr} - \frac{5Z}{8} + \frac{(2n_2 + |m| + 1)\sqrt{2I_p}}{\eta}$$

и

$$\gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) = \frac{\omega\sqrt{2D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}}{F_0}.$$

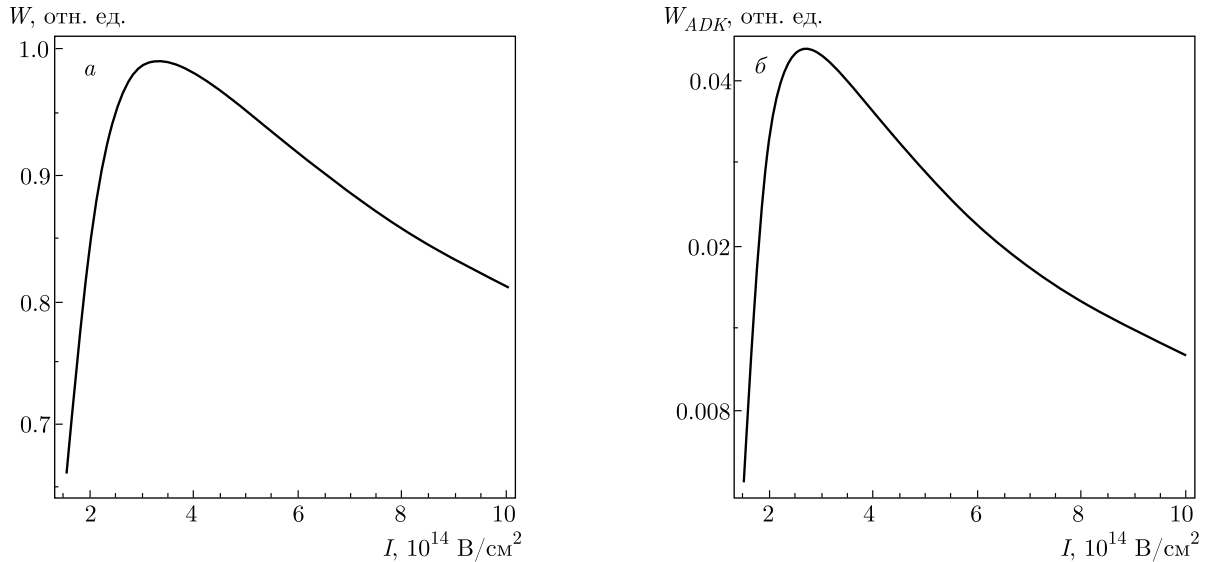
Основываясь на сказанном выше, уравнение (3) можно переписать в следующем виде:

$$W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[ -2 \left( \frac{2}{3\omega} D^{eff}(F_0, \omega, \eta) \gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) - \frac{\sqrt{D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}F_0\pi^2}{32\omega^2} + \frac{\sqrt[3]{2D^{eff}(F_0, \omega, \eta)}}{5F_0} - \frac{2p}{\omega} (F_0, \eta)^2 \gamma'^{eff}(F_0, \omega, \eta) \times \left( 1 - \frac{80D^{eff}(F_0, \omega, \eta)\omega^2}{3} \right) \right) \right]. \quad (4)$$

Штарковским сдвигом атомных уровней в слабых полях при условии непрерывности границы можно пренебречь [22].

Скорость однократной фотоионизации может быть рассчитана и по стандартным формулам АДК-теории туннельной ионизации. Для лазерного излучения с линейной поляризацией и ненулевого начального импульса  $p$  скорость ионизации дается следующим выражением [7]:

$$W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta) \sim \exp \left[ -\frac{2Z^3}{3F_0 n^{*3}} - \frac{p(F_0, \eta)^2 \gamma'(F_0, \eta)^3}{3\omega} \right]. \quad (5)$$



**Рис. 1.** Скорости ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  (а) и  $W_{ADK}(F_0, \omega, p, \eta)$  (б) как функция интенсивности лазерного излучения  $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15})$  Вт/см<sup>2</sup>. Параболическая координата принимает значение  $\eta = 20$ , начальный импульс испускаемых фотоэлектронов меняется в диапазоне  $p = (0.2 - 0.8)$  ат. ед. Все теоретические кривые построены для угловой частоты  $\omega = 0.0569$  ат. ед. ( $\lambda = 800$  нм)

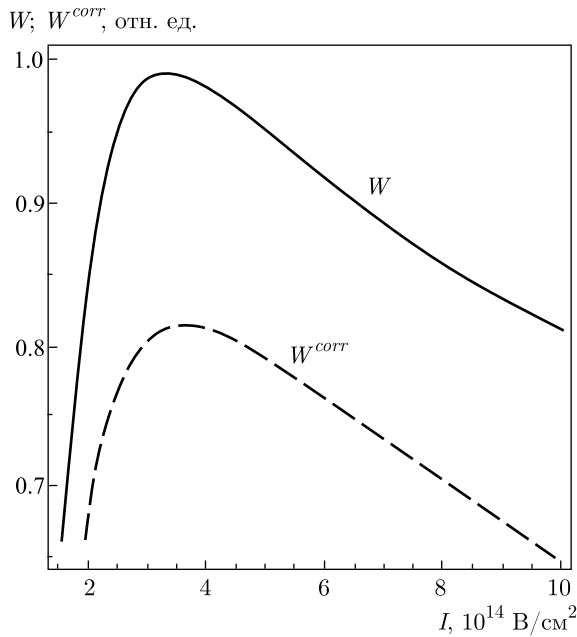
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этой работе для исследования ионизации атома гелия и ему подобных атомов нами предложено выражение для импульсов с тригонометрической формой огибающей. Проанализировано, как профиль лазерного луча влияет на скорость однократной фотоионизации. Импульсы лазерного излучения предполагаются короткими. Мы использовали лазерное излучение с длинами волн 800 нм, 1000 нм и 1200 нм и соответствующими угловыми частотами 0.0569 ат. ед., 0.0455 ат. ед. и 0.0379 ат. ед. Параметр Келдыша  $\gamma$  был рассчитан в зависимости от интенсивности поля  $I$  ( $F_0 \sim \sqrt{I}$ ), которая менялась в интервале  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> <  $I$  <  $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>. Выбранные параметры ограничивают значения  $\gamma$  диапазоном, который характерен для туннельной ионизации  $\gamma \ll 1$ . В завершение мы проанализировали, как на скорость ионизации влияют поправки, модифицирующие потенциал ионизации. Приводятся обсуждение и сравнение наших результатов с предсказаниями АДК-теории и имеющимися экспериментальными результатами.

Чтобы проанализировать применимость полученных нами формул для описания туннельной ионизации, на рис. 1 приводится сравнение наших результатов (уравнение (3), рис. 1а) и кривой по АДК-теории (уравнение (5), рис. 1б). Для расче-

та обеих кривых начальный импульс предполагался ненулевым.

На рис. 1а видно, что теоретическая кривая, полученная нами, демонстрирует типичную зависимость туннельного типа, и ее согласие с кривой АДК-теории, вообще говоря, весьма неплохое. Ширина нашей кривой больше, чем предсказано АДК-теорией (рис. 1б), и она имеет менее резко выраженную форму. Это демонстрирует существенное влияние формы лазерного луча на скорость ионизации. Можно сделать вывод, что сдвиг и уширение нашей кривой непосредственно связаны с параметрами источников лазерного излучения, что согласуется с результатами [7, 31, 32]. Для сравнения кривых мы использовали одни и те же единицы, что сохраняет количественное соотношение между ними. Обе зависимости демонстрируют экспоненциальный рост, достигают максимального значения, а затем убывают, пока поле не достигнет насыщения (при значениях  $I \sim 1 \cdot 10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>). Область насыщения соответствует результатам [29]. Оба пика располагаются почти при одном и том же значении интенсивности поля примерно  $3 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Расчеты по нашей формуле совпадают с результатами численного моделирования [30] и с экспериментальными данными [33] в диапазоне интенсивностей около  $5 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, а при более высоких интенсивностях возникает отклонение в соответствии с [29]. Причи-



**Рис. 2.** Сравнение скоростей ионизации как функций интенсивности лазерного излучения  $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15})$  Вт/см<sup>2</sup> для  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  и  $W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta)$  при фиксированном значении параболической координаты  $\eta = 20$ . Угловая частота  $\omega = 0.0569$  ат. ед. ( $\lambda = 800$  нм), а начальные импульсы испускаемых фотоэлектронов лежат в интервале  $p = (0.2-0.8)$  ат. ед.

на этого отклонения при больших интенсивностях может заключаться в том, что выражение для скорости ионизации в [29] выведено в предположении малости импульса испущенного электрона, которым можно пренебречь [12, 13].

Далее анализируется влияние пондеромоторного потенциала  $U_p$  на скорость туннельной ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$ . На рис. 2 приведены кривые, полученные согласно уравнениям (3), (4).

Согласно теоретическим кривым  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  и  $W^{corr}(F_0, \omega, p, \eta)$ , построенным на рис. 2, учет пондеромоторного потенциала  $U_p$  приводит к уменьшению скорости ионизации (штриховая линия) по сравнению с исходной кривой (уравнение (3), сплошная линия). Максимальное значение скорости ионизации с учетом поправки съезжает ниже и правее в область больших интенсивностей лазерного излучения. Максимум исходной кривой располагается при значении примерно  $3 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>, а на кривой с учетом поправки он достигается примерно при  $3.8 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Такое уменьшение обусловлено тем, что часть энергии фотонов «тратится» на сообщение испускаемому электрону начального импульса

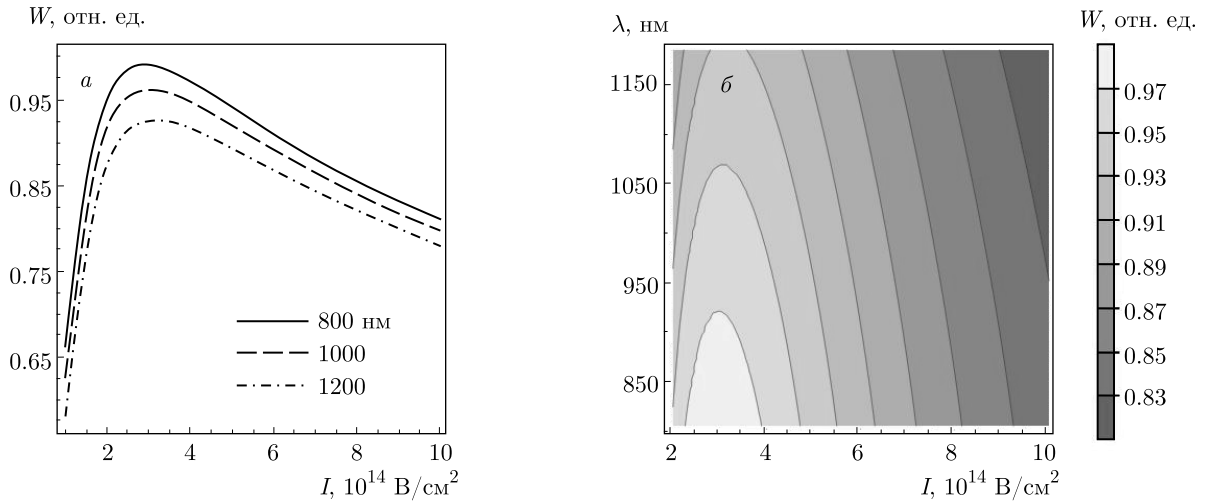
и колебательной энергии. Это приводит к снижению скорости фотоионизации [29].

Мы также построили скорость ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  (уравнение (3)) в зависимости от интенсивности лазерного излучения при различных длинах волн. Скорость рассчитана для выбранных значений длинноволнового диапазона 800 нм, 1000 нм и 1200 нм. Результаты показаны на рис. 3. Вычисления проводились при исходных условиях, т.е. для невозмущенного значения потенциала ионизации  $I_p$ .

На рис. 3 видно, что скорость ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  зависит от длины волны. Лазерное излучение более коротких длин волн дает большие значения скорости ионизации при всех значениях интенсивности излучения. Такое поведение соответствует работе [34]. Наши расчеты показывают, что соответствующий сдвиг скоростей уменьшается при увеличении длин волн, что согласуется с результатами, полученными в [27, 34]. Кривые, соответствующие разным длинам волн, ведут себя качественно одинаково. Как видно на рис. 3, любая из этих кривых сначала возрастает, достигает максимального значения, а затем убывает с ростом интенсивности лазерного излучения. Примечательно, что величина и положение максимума зависят от длины волны (частоты) лазерного излучения. Для длин волн 800 нм, 1000 нм и 1200 нм максимум располагается соответственно при  $2.91 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $3.01 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup> и  $3.14 \cdot 10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Эти результаты соответствуют ожиданиям, поскольку согласно работе [28] пондеромоторная энергия увеличивается с уменьшением длины волны, ограничивая вероятность туннельной ионизации. При больших длинах волн и большом колебательном радиусе, когда пондеромоторной энергией можно пренебречь, скорость ионизации достигает насыщения и начинает убывать с ростом интенсивности лазерного излучения. Кроме того, видно, что линии, соответствующие разным длинам волн, совпадают приблизительно при  $10^{14}$  Вт/см<sup>2</sup>. Сравнение наших теоретических результатов с результатами эксперимента показывает их хорошее согласие [29].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой работе исследовалась туннельная ионизация двухэлектронных атомов. Была получена удобная формула для скорости однократной туннельной ионизации атома гелия и ему подобных атомов в поле линейно-поляризованного лазер-



**Рис. 3.** а) Скорость ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  как функция интенсивности лазерного излучения  $I$  при фиксированных значениях длин волн  $\lambda$ , б) контурный график для скорости ионизации  $W(F_0, \omega, p, \eta)$  как функции интенсивности лазерного излучения и длины волны  $\lambda$  (800 нм–1200 нм). Значение параболической координаты фиксировано  $\eta = 20$ , а интенсивность лазерного излучения и начальный импульс испускаемых фотоэлектронов меняются в интервалах  $I = (1 \cdot 10^{14} - 1 \cdot 10^{15})$  Вт/см<sup>2</sup> и  $p = (0.2 - 0.8)$  ат. ед.

ного излучения в нерелятивистском режиме. Полученная нами формула хорошо согласуется с теоретическими и экспериментальными данными в области малых полей и имеет ожидаемую форму. Продемонстрировано, что конкретная форма лазерного импульса оказывает влияние на скорость ионизации. В наших расчетах учитывался ponderomotorный потенциал электрона в поле лазерного излучения, а сдвиг Штарка не учитывался. Показано, что получаемые результаты сильно зависят от длины волны лазерного излучения, от параболической координаты и от интенсивности. Как следует из полученных теоретических зависимостей, все эти параметры влияют на величину скорости ионизации. Описанная теоретическая модель может быть использована для атомов других инертных газов, что послужит ее дальнейшей верификации.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке министерства Образования, Науки и Технологического Развития республики Сербия (грант № 451-03-68/2020-14/200122) и гранта Европейского Содружества в Области Науки и Технологий COST CA18222 «Аттосекундная Химия».

## ЛИТЕРАТУРА

1. P. Xia, C. Kim, F. Lu et al., Opt. Express **26**, 29393 (2018).
2. N. J. Dawson and M. Kounta, J. Nonlinear Opt. Phys. Mater. **28**, 1950033 (2019).
3. A. V. Andreev, O. A. Shoutova, and V. A. Makarov, In ICONO 2005: Nonlinear Optical Phenomena **6259**, 625901 (2006).
4. Y. H. Lai, J. Xu, U. B. Szafruga et al., Phys. Rev. A **96**, (2017).
5. Л. В. Келдыш, ЖЭТФ **47**, 1945 (1964).
6. A. M. Perelomov, V. S. Popov, and M. V. Terent'ev, Sov. Phys. JETP **24**, 207 (1967).
7. M. V. Ammosov, N. B. Delone, and V. P. Krainov, ЖЭТФ **91**, 2008 (1986).
8. H. Ni, U. Saalman, and J. M. Rost, Phys. Rev. A **97**, 013426 (2018).
9. R. Wang, Q. Zhang, D. Li et al., Opt. Express **27**, 647 (2019).
10. Y. Z. Fu, S. F. Zhao, and X. X. Zhou, Chin. Phys. B **21**, 113101 (2012).
11. N. Abro, K. Wang, X. Zhu, B. Li, and C. Jin, Phys. Rev. A **98**, 023411 (2018).
12. R. Sun, X. Lai, W. Quan et al., Phys. Rev. A **98**, 053418 (2018).
13. S. Luo, M. Li, W. Xie et al., Phys. Rev. A **99**, 053422 (2019).

14. A. M. Dykhne, Sov. Phys. JETP **14**, 1 (1962).
15. G. L. Yudin and M. Y. Ivanov, Phys. Rev. A **64**, 013409 (2001).
16. L. B. Madsen, O. I. Tolstikhin, and T. Morishita, Phys. Rev. A **85**, 053404 (2012).
17. I. Barth and O. Smirnova, Phys. Rev. A **87**, 065401 (2013).
18. M. Li, M. M. Liu, J. W. Geng et al., Phys. Rev. A **95**, 053425 (2017).
19. K. Liu, S. Luo, M. Li et al., Phys. Rev. Lett. **122**, 053202 (2019).
20. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **31**, 66 (1928).
21. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics (Nonrelativistic Theory)*, Pergamon, Oxford (1977).
22. D. I. Bondar, W. K. Liu et al., Phys. Rev. A **79** (2009).
23. C. D. Lin, C. Jin, A. T. Le, and H. Wei, *Attosecond and Strong-Field Physics: Principles and Applications*, Cambridge Univ. Press (2018), pp. 86.
24. I. Barth and M. Lein, J. Phys. B **47**, 204016 (2014).
25. M. Harooni, *High Power Laser Systems* (BoD—Books on Demand, 2018).
26. V. P. Krainov, J. Opt. Soc. Amer. B **14**, 425 (1997).
27. V. P. Krainov, J. Phys. B **36**, L169 (2003).
28. M. Inguscio and L. Fallani, *Atomic Physics: Precise Measurements and Ultracold Matter*, OUP Oxford (2013).
29. M. Petersilka and E. K. U. Gross, Laser Phys. **9**, 1 (1999).
30. Z. Chen, L. Zhang, Y. Wang et al., Phys. Rev. A **99**, (2019).
31. Е. А. Волкова, А. М. Попов, О. В. Тихонова, ЖЭТФ **140**, 450 (2011).
32. R. Wiehle, *Experimental Examination of Ionization Processes of Noble Gases in Strong Laser Fields*, Doctoral Dissertation, Verlag Nicht Ermittlbar (2005).
33. B. Walker, B. Sheehy, L. F. DiMauro et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 1227 (1994).
34. K. Nagaya, K. Mishima, M. Hayashi, and S. H. Lin, J. Chem. Phys. **124**, 144303 (2006).