

ПРИМЕСНЫЕ СОСТОЯНИЯ В НАНОПРОВОДЕ НА ОСНОВЕ КВАНТОВОЙ ЯМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ С АНИЗОТРОПНЫМ КОНФАЙНМЕНТОМ

*П. Калпана, К. Джаякумар**

*Nanostructure Lab, Department of Physics, The Gandhigram Rural Institute — Deemed to be University
Gandhigram-624 302, Tamilnadu, India*

Поступила в редакцию 7 марта 2020 г.,
после переработки 7 марта 2020 г.
Принята к публикации 20 апреля 2020 г.

(Перевод с английского)

IMPURITY STATES IN SEMIMAGNETIC QUANTUM WELL WIRE WITH ANISOTROPIC COFINEMENT ALONG IN-PLANE DIRECTIONS

P. Kalpana, K. Jayakumar

Используя приближение эффективной массы и вариационный метод огибающих функций, мы провели расчеты энергии связи тяжелых дырок, локализованных на акцепторных примесях, для изучения влияния формы потенциала конфинмента в двух разных направлениях в нанопроводе на основе квантовой ямы (НПЯМ). Сравниваются результаты решений уравнения Шредингера, в котором были использованы эффективные массы двух разных типов, изотропная эффективная масса и анизотропная, зависящая от направления. Это сделано для того, чтобы выяснить, как используемые параметры влияют на результат теоретических расчетов в структурах с квантовыми нанопроводами с учетом того, что подвижность носителей заряда зависит от эффективной массы. В теории среднего поля с использованием модифицированной функции Бриллюэна был рассчитан сдвиг поляронной энергии, который происходит вследствие обменного взаимодействия между спином носителя заряда и спином иона Mn^{2+} . Согласно полученным результатам, эффекты размерного квантования становятся существенны при размере нанопровода около 30 \AA , а энергия связи в случае изотропной эффективной массы имеет большее значение, чем в случае анизотропной эффективной массы. Магнитное поле меняет величину проникновения волновой функции дырки под потенциальный барьер, что приводит к уменьшению энергии связи. Обменное взаимодействие не приводит к существенному спин-поляронному сдвигу вследствие наличия конкуренции прямого и параболического потенциалов в НПЯМ с анизотропным конфинментом такого типа.

DOI: 10.31857/S0044451021050096

1. ВВЕДЕНИЕ

Нанопровода на основе квантовой ямы (НПЯМ) с квантованием в двух поперечных направлениях и неограниченным движением в одном продольном

направлении [1, 2] с носителями высокой подвижности могут найти применение в различных оптоэлектронных устройствах, таких как высокопроизводительные НПЯМ-лазеры [3, 4] и приборы спинтроники [5, 6]. Формирование НПЯМ в магнитных полупроводниках (МП) позволяет управлять разными физическими параметрами посредством магнитного поля, поскольку в МП, в отличие от других, немагнитных, полупроводников, присутствуют магнитные ионы. Спины магнитных ионов в ре-

* E-mail: kjkumar_gri@rediffmail.com

шетке магнитных полупроводников характеризуются сильным обменным $sp-d$ -взаимодействием со спинами свободных носителей, присутствующих в таких системах, что приводит к гигантскому зеемановскому расщеплению [7–9] уровней энергии и появлению связанного магнитного полярона [10, 11]. Использование этих эффектов в НПЯМ повышает возможность независимого контроля примесных состояний (электронов, тяжелых дырок, легких дырок) в присутствии внешнего магнитного поля и влияния на межподзонные оптические переходы. Пространственная локализация волновой функции в этих низкоразмерных системах зависит в основном от формы потенциала у границ гетероструктуры и от положения примеси. Примесные состояния в НПЯМ на основе магнитных и немагнитных полупроводников изучались в большом количестве экспериментальных [12–15] и теоретических работ [16–23]. Эффективная масса носителей играет важную роль в определении энергии связи и множества других параметров полупроводниковых систем, особенно если структура изготавливается на основе несхожих полупроводниковых материалов. В работе [24] доказано, что при решении уравнения Шредингера в системе с пониженной размерностью использование эффективных масс, соответствующих объемной зонной структуре, некорректно. Для согласования результатов эксперимента и теоретических моделей нужно использовать значения эффективных масс электронов, тяжелых и легких дырок (ТД и ЛД), зависящие от направления. Целью настоящей работы является определение энергии связи акцепторов, а также сдвига поляронной энергии вследствие обменного взаимодействия между спинами свободных носителей и спинами ионов Mn^{2+} в НПЯМ гетероструктур $CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe$. Конфайнмент носителей предполагается анизотропным, а именно, ограничивающий потенциал предполагается прямоугольным в направлении x и параболическим в направлении y в присутствии внешнего магнитного поля. Расчеты выполнялись в приближении эффективной массы с использованием вариационного метода для структур состава $x = 0.3$, содержащих ионы Mn^{2+} . Выполнены расчеты влияния зависящей от направления эффективной массы, вычисленной при помощи \mathbf{k} , \mathbf{p} -метода с использованием параметров Латтинжера, на энергию связи, а также спин-поляронного сдвига (СПС) тяжелых дырок, связанных на акцепторных примесях, и проведено сравнение с результатами, полученными для изотропной эффективной массы.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Гамильтониан водородоподобной акцепторной примеси в магнитном поле в анизотропной НПЯМ $CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe$ в приближении эффективной массы записывается в виде

$$\mathbf{H} = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dy^2} + V(y) - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dz^2} - \frac{e^2}{\epsilon r} + \frac{eB}{2m^*c} \mathbf{L}_z + \frac{e^2 B^2}{8m^*c^2} \mathbf{L}^2, \quad (1)$$

где m^* — эффективная масса ТД, удерживаемой в НПЯМ, а ϵ — диэлектрическая постоянная $CdTe$. \mathbf{L}_z и \mathbf{L}^2 — операторы, связанные с угловым моментом, создаваемым магнитным полем. В настоящей работе используются две разные эффективные массы. Значения эффективных масс тяжелых дырок (ТД) берутся в уравнении (1) постоянными по всем направлениям внутри НПЯМ (приближение изотропной эффективной массы, случай I) и зависящими от направления (приближение анизотропной эффективной массы, случай II). Последние получены из параметров Латтинжера в многозонной \mathbf{k} , \mathbf{p} -модели для тяжелых дырок и выражаются через эти параметры посредством соотношений [25] соответственно в направлении оси z и вдоль осей x , y :

$$\begin{aligned} m_{HH(z)}^* &= (\gamma_1 - 2\gamma_2)^{-1}, \\ m_{HH(x,y)}^* &= (\gamma_1 + \gamma_2)^{-1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где γ_1 и γ_2 — параметры Латтинжера, значения которых взяты из работы [26]: $\gamma_1 = 4.14$, $\gamma_2 = 1.09$. Числовые значения эффективных масс, используемых в двух указанных выше приближениях для $CdTe$ и $Cd_{1-0.3}Mn_{0.3}Te$, записываются в случае I в виде

$$m_w^* = 0.60, \quad m_b^* = 0.67, \quad (3)$$

а в случае II в виде

$$\begin{aligned} m_{w,z}^* &= 0.51, \quad m_{b,z}^* = 0.586, \\ m_{w,xy}^* &= 0.1912, \quad m_{b,xy}^* = 0.2677. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь индексы « w », « b » обозначают соответственно квантовую яму $CdTe$ и барьер $Cd_{1-x}Mn_xTe$. Внешнее приложенное магнитное поле \mathbf{B} характеризуется параметром $\gamma = \hbar\omega_c/2R^*$ (ω_c — циклотронная частота), где $\gamma = 1$ соответствует приблизительно 1131 Тл в случае изотропной эффективной массы и приблизительно 865 Тл в случае анизотропной, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ — среднее расстояние между атомом акцепторной примеси и связан-

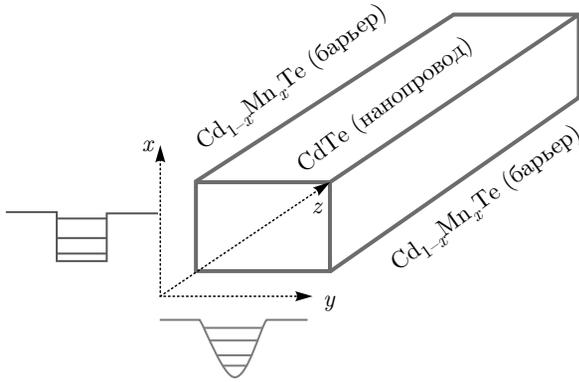


Рис. 1. Схематическое изображение профилей ограничивающего потенциала вдоль двух направлений в поперечном сечении нанопровода на основе квантовой ямы в магнитном полупроводнике (НПЯМ)

ной на нем дыркой, $V(x)$ и $V(y)$ — ограничивающие потенциалы в НПЯМ магнитного полупроводника CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe в направлениях соответственно x и y , профили которых изображены на рис. 1, $V(x)$ — прямоугольный потенциал высоты V_0 , а $V(y)$ — потенциал параболической ямы вида $\frac{1}{2} m_w^* \omega^2 y^2$. Эти потенциалы даются выражениями

$$V(x) = \begin{cases} 0, & |x| \leq L/2, \\ V_0, & |x| > L/2, \end{cases} \quad (5)$$

$$V(y) = \begin{cases} \frac{1}{2} m_w^* \omega^2 y^2, & |y| \leq L/2, \\ V_0, & |y| > L/2, \end{cases}$$

где L — размер в прямоугольном сечении НПЯМ, ω — частота осциллятора в параболическом потенциале, а скачок валентной зоны V_0 составляет 30% от величины ΔE_g^B , где ΔE_g^B — изменение ширины запрещенной зоны при включении магнитного поля, которое дается формулой [27]

$$\Delta E_g^B = \Delta E_g^0 \left[\frac{\eta \exp[\zeta \gamma] - 1}{-1} \right]. \quad (6)$$

Вследствие этого величина ограничивающего потенциала может быстро убывать, что проявляется в изменении электрических и оптических свойств. Здесь

$$\eta = \exp[\zeta \gamma_0],$$

где ζ является параметром ($\zeta = 0.5$), а γ_0 — нормированное значение критического магнитного поля, ΔE_g^B и ΔE_g^0 — ширины запрещенной зоны соответственно в магнитном поле и в его отсутствии. Ширина запрещенной зоны дается выражением

$$E_g(\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}) = 1606 + 1587x \text{ мэВ}$$

(здесь x — концентрация ионов Mn^{2+}). Критическое магнитное поле γ_0 определяется содержанием магнитной примеси. При разных составах его можно вычислить по формуле

$$B_0 [\text{Тл}] = A_2 e^{n x},$$

где $A_2 = -0.57$ и $n = 16.706$, что наилучшим образом описывает доступные из экспериментальных данных значения критических полей, полученные с помощью экстраполяции [27]. Критическое магнитное поле, при котором потенциальный барьер в рассматриваемой системе исчезает, соответствует величине $\gamma_0 = 0.756$. Наши вычисления проводились для $\gamma = 0$, $\gamma = 0.03$ и $\gamma = 0.06$, что соответствует величинам магнитного поля, равным соответственно нулю, примерно 34 Тл и 68 Тл.

Затравочная волновая функция для нахождения основного состояния акцепторной примеси в НПЯМ с разного типа ограничивающими потенциалами вдоль двух направлений имеет вид

$$\Psi = N_{1s} \psi(x) \psi(y) \exp[-\lambda r], \quad (7)$$

где N_{1s} — нормировочная константа, а λ — вариационный параметр. Затравочные функции $\psi(x)$ и $\psi(y)$ вдоль направлений соответственно x и y выбираются в виде

$$\psi(x) = \begin{cases} \cos[\alpha_s x], & |x| \leq L/2, \\ B_s \exp[-\beta_s x], & |x| > L/2, \end{cases} \quad (8)$$

$$\psi(y) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{1}{2} \alpha_p y^2\right], & |y| \leq L/2, \\ B_p \exp[-\beta_p y], & |y| > L/2, \end{cases}$$

где

$$\alpha_s = (2m_w^* E_s / \hbar^2)^{1/2}, \quad \beta_s = (2m_b^* (V_0 - E_s) / \hbar^2)^{1/2},$$

$$\alpha_p = \frac{m_w^* \omega}{\hbar^2}, \quad \beta_p = (2m_b^* (V_0 - E_p) / \hbar^2)^{1/2}.$$

Коэффициенты B_s и B_p находятся после выбора подходящих граничных условий для НПЯМ. Величины E_s и E_p являются энергиями нижних подзон соответственно в прямоугольном и параболическом потенциалах. Энергию связи на акцепторной примеси E_B^{QWW} в присутствии внешнего магнитного поля найдем, решая уравнение Шредингера вариационным методом. Она дается выражением

$$E_B^{QWW} = E_s + E_p + \gamma - \langle H \rangle_{min}. \quad (9)$$

Обменное взаимодействие между спином дырки и ионом Mn^{2+} записывается в следующем виде [10]:

$$H_{exc} = - \sum_i J(\mathbf{r} - \mathbf{R}_i) \mathbf{s} \cdot \mathbf{S}_i, \quad (10)$$

где J — постоянная обменного взаимодействия дырки со спином s в положении \mathbf{r} и ионов Mn^{2+} со спинами \mathbf{S}_i в положениях \mathbf{R}_i .

В теории среднего поля с использованием модифицированных функций Бриллюэна спин-поляронный сдвиг вследствие обменного взаимодействия в присутствии внешнего магнитного поля \mathbf{B} дается следующими выражениями [10, 28]:

$$E_{exc} = \frac{\beta N_0}{2} \{ \langle \Psi | x_{in} S_0(x_m) B_s(y_1) | \Psi \rangle + \langle \Psi | x_{out} S_0(x) B_s(y_2) | \Psi \rangle \}, \quad (11)$$

$$B_s(y_j) = \frac{2S+1}{2S} \text{ctg} \frac{2S+1}{2S} y_j - \frac{1}{2S} \text{ctg} \frac{y_j}{2S}, \quad (12)$$

$$y_j = \frac{S\beta |\Psi_j|^2}{2k_B T_{eff}} + \frac{g\mu_B S B}{k_B T_{eff}},$$

где S — спин иона Mn^{2+} ($= 5/2$), $N_0 = = 2.94 \cdot 10^{22}$ ат./см³, а β — параметр обменного взаимодействия, значение которого вычисляется из экспериментального значения константы sp - d -взаимодействия $\beta N_0 = -880$ мэВ [28], x_{in} и x_{out} определяют количество ионов Mn^{2+} в нанопроводе и в барьерной области и удовлетворяют соотношению

$$x_{out} - x_{in} = x = 0.3.$$

Кроме того, в приведенных выше выражениях $g \approx 2$, μ_B — эффективный магнетон Бора, k_B — постоянная Больцмана, а $B_s(y)$ — модифицированная функция Бриллюэна. В случае МП с произвольным x приходится вводить феноменологические подгоночные параметры, значение насыщения S_0 и эффективную температуру $T_{eff} = T + T_0$, определяемую значением T_0 , числовые значения которых для разных концентраций ионов Mn^{2+} были взяты из работы [28].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этом разделе обсуждаются результаты исследования энергии связи водородоподобной акцепторной примеси в НПЯМ с ограничивающим прямоугольным потенциалом в направлении x и параболическим потенциалом в направлении y в присутствии магнитного поля различных амплитуд ($\gamma = 0$, $\gamma = 0.03$ и $\gamma = 0.06$), направленного вдоль оси нанопровода z , для образцов с содержанием ионов Mn^{2+} , соответствующим $x = 0.3$. Зависимость энергии связи от размера НПЯМ CdTe , окруженного материалом барьера $\text{Cd}_{1-0.3}\text{Mn}_{0.3}\text{Te}$, представлена на

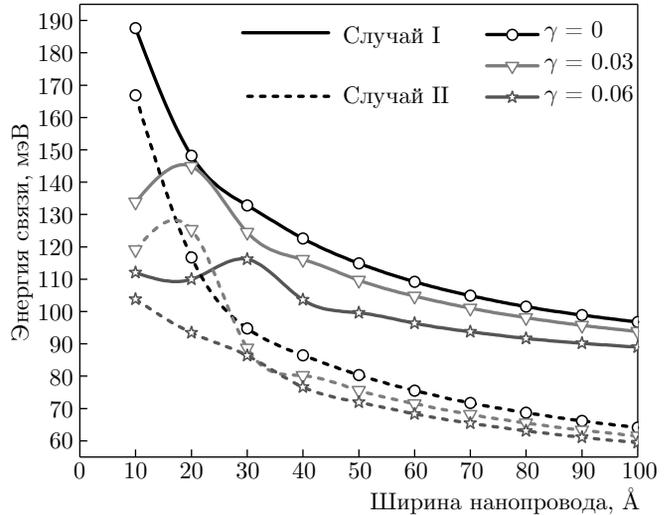


Рис. 2. Зависимость энергии связи на акцепторе от ширины нанопровода в различных магнитных полях для случаев I и II

рис. 2 для случаев изотропной эффективной массы (случай I) и анизотропной эффективной массы (случай II). Данные на рис. 2, показывающие существенное уменьшение энергии связи носителей, а также возникновение немонотонности на зависимости от размера нанопровода и ее смещение при приложении магнитного поля, согласуются с особенностями, ожидаемыми в низкоразмерных системах [10, 27, 29], что подтверждает правильность полученных нами результатов. Приложение магнитного поля изменяет электронные состояния пространственно-ограниченных носителей в НПЯМ по следующей причине: сильное обменное взаимодействие между спином носителя и спинами магнитных ионов Mn^{2+} изменяет скачок в валентной зоне в присутствии магнитного поля согласно уравнению (7). Изменение потенциального барьера для тяжелых дырок при помощи магнитного поля (для $\gamma = 0.03$ имеем $V_0 \approx 86$ мэВ, а для $\gamma = 0.06$ имеем $V_0 \approx 29$ мэВ) уменьшает пространственное ограничение, поскольку волновая функция дырок проникает под барьер $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}$, что приводит к уменьшению энергии связи и сдвигает положение ее пика в сторону больших размеров нанопровода.

Изменение энергии подзоны в присутствии магнитного поля как функция размера нанопровода для двух разных вариантов эффективных масс показано на рис. 3. На рисунке видно, что в случае $\gamma = 0$ подзона располагается глубже по энергии и становится более мелкой при $\gamma > 0$ из-за влияния магнитного поля на величину потенциального ба-

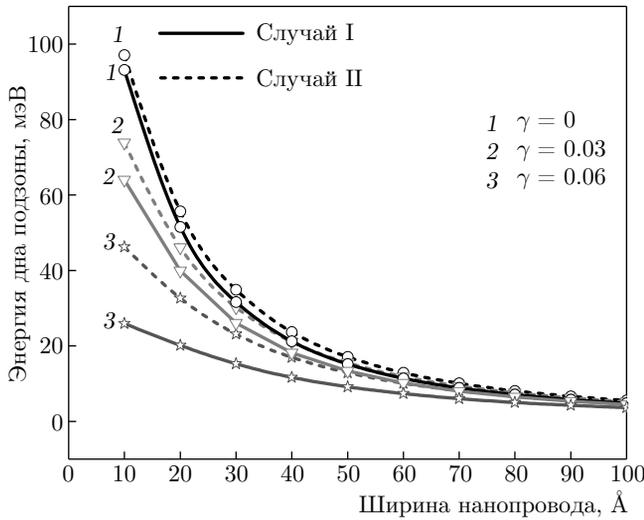


Рис. 3. Зависимость энергии дна подзоны, соответствующей скачку валентной зоны в НПЯМ CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe, от ширины нанопровода в различных магнитных полях для случаев I и II

рьера, описанного ранее. Хорошо видно также, что при $\gamma = 0$ результаты, полученные для двух разных типов эффективных масс, мало отличаются друг от друга, но это различие увеличивается с ростом γ .

На том же рисунке видно, что энергия подзоны уменьшается с увеличением размера нанопровода и выходит в объемном пределе на общую линию независимо от типа эффективной массы, использованной в расчете, и величины внешнего магнитного поля (γ). Хотя энергии подзон, соответствующие анизотропной эффективной массе, получаются больше, чем энергии подзон в случае изотропной эффективной массы, вычисленные значения энергии связи демонстрируют противоположное поведение. Это связано с тем, что эффективная масса в изотропном случае в три раза больше массы $m_{w,xy}^*$ в анизотропном случае. Из-за малого значения эффективной массы вдоль направлений пространственного ограничения в случае II подвижность носителей внутри НПЯМ больше, что влечет уменьшение энергии связи носителей на акцепторах. Нам трудно судить о степени влияния анизотропии конфинмента на акцепторные состояния, поскольку не существует экспериментальных или теоретических работ, посвященных изучению акцепторов в НПЯМ магнитных полупроводников с изотропным прямоугольным/параболическим ограничивающим потенциалом в обоих направлениях ограничения. Однако мы полагаем, что при современном уровне развития технологии изложенные выше результаты могли бы быть проверены экспериментально.

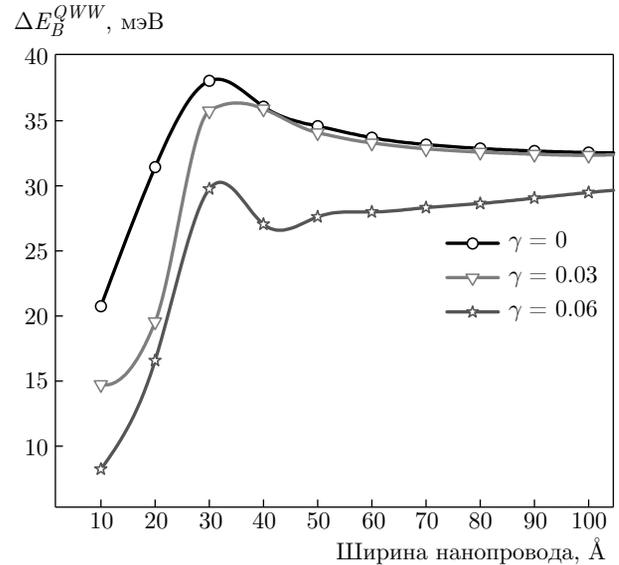


Рис. 4. Зависимость разности энергий связи на акцепторе для случаев I и II от ширины нанопровода в различных магнитных полях

На рис. 4 приведены зависимости разности между энергиями связи на акцепторе (ΔE_B^{QWW}) для случаев I и II от размера нанопровода в разных магнитных полях. На рисунке видно, что разность энергий связи (ΔE_B^{QWW}) максимальна для нанопровода толщиной порядка 30 Å независимо от величины внешнего магнитного поля, а в пределе больших толщин она насыщается. Это объясняется возникновением эффектов размерного квантования в квазиодномерном режиме при переходе системы от объемного режима к строго одномерному режиму, что проявляется в виде пика при толщине нанопровода порядка 30 Å, не зависящей от приложенного магнитного поля. Хотя, как отмечалось ранее, разница энергий подзон с магнитным полем увеличивается, на рис. 4 видно, что ΔE_B^{QWW} , наоборот, уменьшается. Такое поведение может быть связано с тем, что влияние магнитного поля γ на величину потенциального барьера приближает систему к объемному режиму, и этот эффект доминирует над всеми остальными эффектами.

На рис. 5 построена зависимость спин-поляронного сдвига от размера НПЯМ в CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe для эффективных масс двух разных типов и разных величин магнитных полей. Обменное взаимодействие между спинами ионов Mn²⁺ и спином носителя заряда не оказывает значительного влияния на примесные состояния, поскольку в НПЯМ с анизотропным конфинментом конкуренция между прямоугольным и параболическим ограничивающими

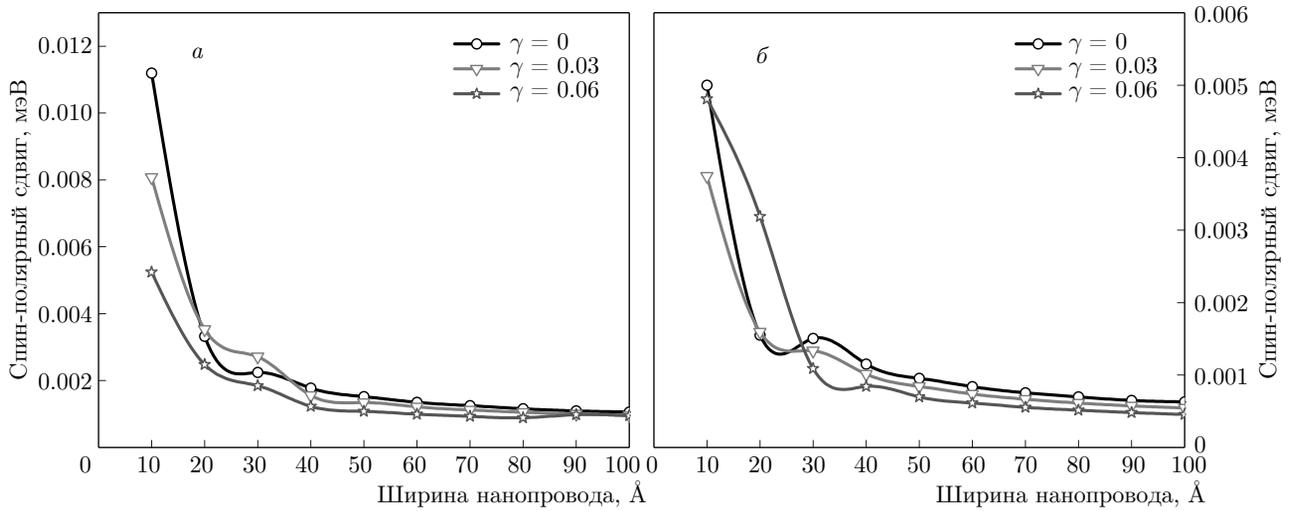


Рис. 5. Зависимость спин-поляронного сдвига от ширины НПЯМ CdTe/Cd_{1-x}Mn_xTe в различных магнитных полях для случаев I (а) и II (б)

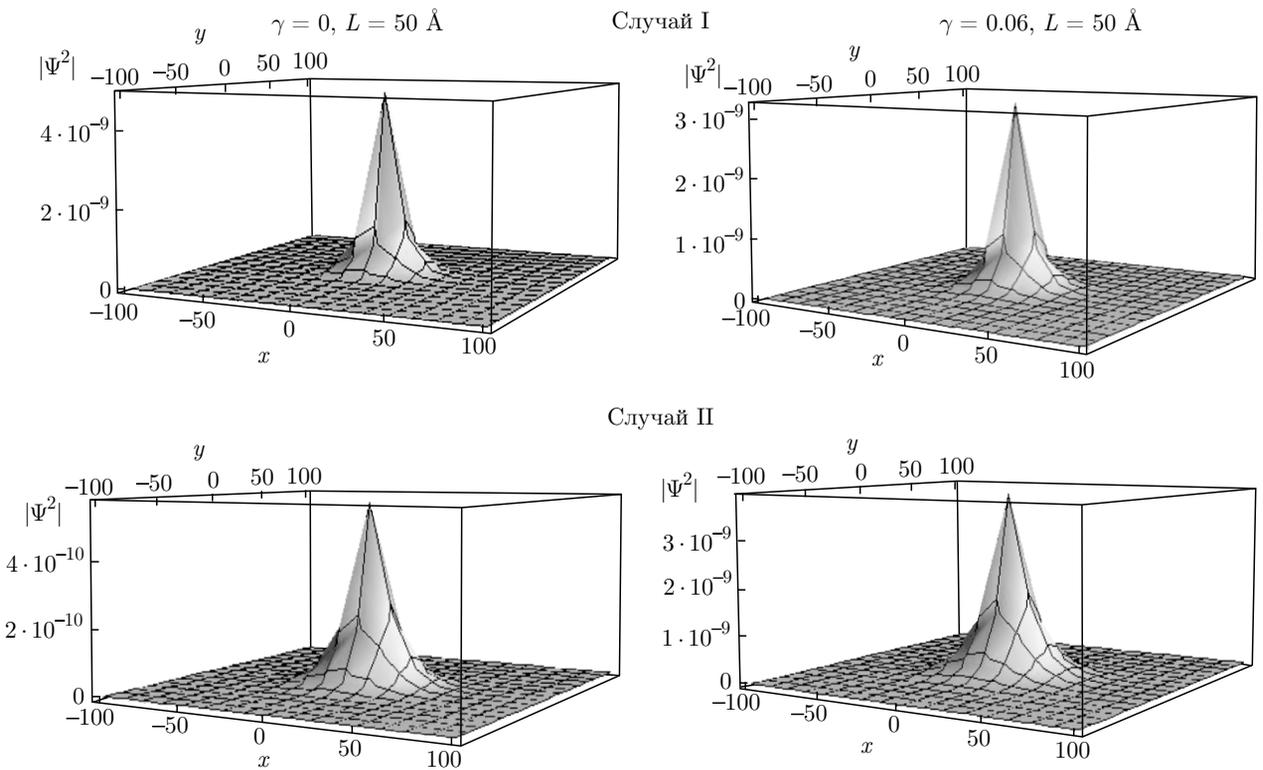


Рис. 6. Распределение плотности вероятности для тяжелой дырки, связанной на акцепторной примеси внутри НПЯМ шириной $L = 50$ Å, при $\gamma = 0$ (слева) и $\gamma = 0.06$ (справа) для случаев I и II

потенциалами приводит к подавлению этого взаимодействия. Сдвиг поляронной энергии вследствие обменного взаимодействия пренебрежимо мал, о чем свидетельствует порядок числовых значений, пред-

ставленных на рис. 5. Магнитное поле подавляет эффект обменного взаимодействия независимо от рассматриваемого случая эффективных масс разных типов. Поскольку ограничивающие потенциа-

лы в двух направлениях имеют сложный характер, трудно определить, какой из потенциалов, прямоугольный или параболический, имеет наибольшее влияние на эффекты обменного взаимодействия. Все приведенные выше результаты подтверждаются функциями распределения вероятности, показанными на рис. 6 для $\gamma = 0$ и $\gamma = 0.06$. На этом рисунке видно, что плотность вероятности $|\Psi^2|$ тяжелых дырок, ограниченных внутри нанопровода, больше по амплитуде в отсутствие магнитного поля и в случае изотропной эффективной массы, чем в магнитном поле и в случае анизотропной эффективной массы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе изучается влияние зависящей от направления эффективной массы, вычисленной из параметров Латтинжера, на энергию связи тяжелой дырки на акцепторной примеси. Полученные результаты сравниваются с результатами для изотропной эффективной массы. Они показывают, что форма ограничивающего потенциала вдоль каждого из направлений в НПЯМ оказывает существенное влияние на энергию связи носителей внутри НПЯМ. Следует заметить, что уменьшение параллельной (вдоль оси z) и поперечной (вдоль осей x и y) эффективных масс приводит к большей подвижности носителей заряда. В НПЯМ с анизотропным конфайнментом спин-поляронный сдвиг очень мал по порядку величины. Это означает, что влияние обменного взаимодействия на примесные акцепторные состояния не очень велико. Тем не менее уменьшение энергии связи в зависимости от магнитного поля происходит во многом благодаря как раз обменному взаимодействию, что подтверждает вклад ионов Mn^{2+} в величину энергии связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Funk, M. Royo, I. Zardo et al., *Nano Lett.* **13**, 6189 (2013).
2. S. K. Islam and F. C. Jain, *Sol. St. Electron* **39**, 615 (1996).
3. K. A. Atlasov, M. Calic, K. F. Karlsson, P. Gallo, A. Rudra, B. Dwir, and E. Kapon, *Opt. Express* **17**, 18178 (2009).
4. T. G. Kim, X.-L. Wang, R. Kaji, and M. Ogura, *Physica E* **7**, 508 (2000).
5. G. Liu and G. Zhou, *J. Appl. Phys.* **101**, 063704 (2007).
6. S. Gujarathi, K. M. Alam, and S. Pramanik, *Phys. Rev. B* **85**, 045413 (2012).
7. B. Mirek, M. Krol et al., *Phys. Rev. B* **95**, 085429 (2017).
8. Yuan-Hui Zhu and Jian-Bai Xia, *Phys. Rev. B* **75**, 205113 (2007).
9. J. P. Lascaray, D. Coquillat, J. Deportes and, A. Bhattacharjee, *Phys. Rev. B* **38**, 7602 (1988).
10. P. Kalpana and K. Jayakumar, *Physica E* **93**, 252 (2017).
11. Y. Harada, T. Kita, O. Wada, and H. Ando, *J. Appl. Phys.* **107**, 043521 (2010).
12. J. Sun, W. E. Buhro, L.-W. Wang, and J. Schrier, *Nano Lett.* **8**, 2913 (2008).
13. Z. Ma, M. E. Jamer, E. Panaitescu, D. Heiman, and L. Menon, *J. Magn. Magn. Mater.* **394**, 155 (2015).
14. H. C. Jeon, T. W. Kang, T. W. Kim, Y.-J. Yu, W. Jhe, and S. A. Song, *J. Appl. Phys.* **101**, 023508 (2007).
15. Z. H. Chen, M. C. Debnath, K. Shibata, T. Saitou, T. Sato, and Y. Oka, *J. Appl. Phys.* **89**, 6701 (2001).
16. V. V. Val'kov and S. V. Aksenov, *J. Magn. Magn. Mater.* **440**, 112 (2017).
17. R. Khordada and H. Bahramiyan, *J. Appl. Phys.* **115**, 124314 (2014).
18. F. V. Kyrychenko and J. Kossut, *Phys. Rev. B* **61**, 4449 (2000).
19. Kai Chang and F. M. Peeters, *Phys. Rev. B* **68**, 205320 (2003).
20. R. Khordad, A. Gharaati, and M. Haghparast, *Current Appl. Phys.* **10**, 199 (2010).
21. S. Gangopadhyay and B. R. Nag, *J. Appl. Phys.* **81**, 7885 (1997).
22. C. Raja Mohan and K. Jayakumar, *J. Nano. Electron. Phys.* **3**, 1005 (2011).
23. P. Kalpana, A. Merwyn Jasper D. Reuben, P. Nithiananthi, and K. Jayakumar, *AIP Conf. Proc.* **1731**, 090027 (2016).
24. F. Long, W. E. Hagston, P. Harrison, and T. Stirner, *J. Appl. Phys.* **82**, 3414 (1997).
25. J. M. Luttinger, *Phys. Rev. B* **102**, 1030 (1956).

- 26.** T. Friedrich, J. Kraus, G. Schaack, and W. O. G. Schmitt, *J. Phys.: Condens. Matter* **6**, 4307 (1994).
- 27.** Sr. Gerardin Jayam and K. Navaneethakrishnan, *Int. J. Mod. Physics B* **16**, 3737 (2002).
- 28.** J. A. Gaj and G. Fishman, *Sol. St. Commun.* **29**, 435 (1979).
- 29.** P. Kalpana and K. Jayakumar, *Superlattices. Microstruct.* **111**, 115 (2017).