ЖЭТФ, 2021, том 159, вып. 1, стр. 176–188

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ ВБЛИЗИ ПОГЛОЩАЮЩЕГО СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА В НЕРАВНОВЕСНОЙ ПЛАЗМЕ

А. В. Филиппов*

Объединенный институт высоких температур Российской академии наук
125412, Москва, Россия

ГНЦ РФ Троицкий институт инновационных и термоядерных исследований
108840, Троицк, Москва, Россия

Поступила в редакцию 23 сентября 2020 г.,
после переработки 23 сентября 2020 г.
Принята к публикации 28 сентября 2020 г.

Исследован вопрос о применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков — линеаризованной теории экранирования электрического поля заряженной пылевой частицы, построенной на основе кинетических уравнений Власова для электронов и ионов в неравновесной плазме, дополненных столкновительными членами в форме Бхатнагара – Гросса – Крука и эффективными точечными стоками на пылевые частицы. Критерием применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков является малость отклонения концентрации электронов и ионов вблизи поглощающего сферического тела от невозмущенных значений. Проведено сравнение распределений концентрации электронов и ионов, полученных в рамках столкновительной кинетической модели точечных стоков и приближения ограниченных орбит. Показано, что последнее применимо только в пределе низких давлений, а с ростом давления кулоновская асимптотика потенциала, пропорциональная частоте столкновений электронов и ионов с нейтральными атомами (молекулами), делает неприменимыми формулы приближения ограниченных орбит для расчета распределения ионов. Установлено, что область применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков близка к области применимости теории Дебая – Гюккеля.

DOI: 10.31857/S0044451021010132

1. ВВЕДЕНИЕ

Кинетическое уравнение Власова широко используется для описания свойств плазмы, когда на первый план выходят коллективные эффекты взаимодействия электронов и ионов в неравновесной плазме [1–6]. Эти уравнения находят применение и при изучении свойств плазмы с частицами конденсированной дисперсной фазы микронных размеров [7–12]. Также сегодня в физике газовых разрядов одно из ведущих мест занимают зондовые методы диагностики плазмы [13–20]. Для определения плавающего потенциала зонда, потенциала поверхности и заряда пылевых частиц широко используется приближение ограниченных орбит (ПОО) (orbit motion limited (OML) approach), которое восходит к работе Мотт-Смит и Ленгмюра [21]. В работе [22] была создана кинетическая теория сферического зонда в бесстолкновительной плазме и получены выражения для распределения потенциала электрического поля, концентрации электронов и ионов вокруг поглощающего сферического зонда. В работе [23] было показано, что эта теория имеет ограниченную область применимости и при некоторых параметрах плазмы и/или зонда не может правильно описать реакцию плазмы на сферический зонд (пылевую частицу). В работе [24] утверждалось, что в некоторых режимах работы сферического зонда в теории появляются мнимые значения концентрации ионов, для устранения которых авторы предложили модифицировать выражение для определения концентрации ионов из работы [22].

Известно, что ПОО довольно точно предсказывает потенциал поверхности небольших пылевых частиц, несмотря на упрощающее предположение о

* E-mail: fav@triniti.ru

бесстолкновительном характере движения электронов и ионов. Поэтому исследование границ применимости ПОО важно не только для развития теории зондов, но и для физики пылевой плазмы, которая широко распространена в космосе и в лабораторных условиях [25–32]. Отметим, что сами пылевые частицы могут использоваться для зондирования плазмы [33]. Поэтому настоящая работа посвящена исследованию ограничений ПОО и пределов применимости линеаризованной кинетической теории экранирования электрического поля заряженной пылевой частицы [7, 10].

Работа построена следующим образом. В разд. 2 приводятся выражения для распределений электронов и ионов вокруг сферического зонда при разных характерах изменения распределения потенциала из работы [22]. Далее в разд. 3 приводятся основные уравнения и соотношения столкновительной кинетической модели точечных стоков [7, 10] и в разд. 4 проводится сравнение данных, полученных в рамках различных моделей: ПОО [22], модифицированного ПОО [24] и линеаризованной кинетической теории экранирования на основе уравнений Власова с учетом столкновений и стоков электронов и ионов [7, 10], которую ниже для краткости будем обозначать аббревиатурой ЛКТЭ.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ПРИБЛИЖЕНИИ ОГРАНИЧЕННЫХ ОРБИТ

Пусть распределение электронов вдали от зонда имеет максвелловский вид. Тогда распределение электронов в отталкивательном поле зонда в отсутствие поглощения описывается распределением Максвелла – Больцмана [22]:

$$n_e\left(r\right) = n_{e0}\exp\left(-\varphi\right), \tag{1}$$

где n_{e0} — концентрация электронов в невозмущенной плазме, φ — приведенная потенциальная энергия электрона в поле зонда: $\varphi = -e\phi\left(r\right)/T_e$, e — элементарный заряд, r — радиальная координата в сферической системе координат с полюсом в центре зонда, ϕ — потенциал электрического поля зонда и плазмы, T_e — температура электронов в энергетических единицах. При учете поглощения электронов на поверхности зонда радиусом a в работе [22] получено выражение

$$\begin{aligned} n_e\left(r\right) = \frac{n_{e0}}{2}\Bigg\{1 + \mathrm{Erf}\left(\sqrt{\varphi_0-\varphi}\right) + \\ + \sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}}\,\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{\frac{\varphi_0-\varphi}{1-a^2/r^2}}\right) \times \\ \times \exp\left[\left(\varphi_0-\varphi\right)\frac{a^2}{r^2-a^2}\right]\Bigg\}\exp\left(-\varphi\right), \end{aligned} \tag{2}$$

где $\varphi_0 = \varphi(r=a) \equiv -e\phi_0/T_e$, ϕ_0 — электростатический потенциал поверхности зонда, $\mathrm{Erf}(x)$ — интеграл ошибок [34–36]:

$$\mathrm{Erf}\left(x\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^x e^{-t^2}dt, \tag{3}$$

$\mathrm{Erfc}(x)$ — дополнительный интеграл ошибок: $\mathrm{Erfc}(x) = 1 - \mathrm{Erf}(x)$.

Далее приведем выражения для расчета распределения концентрации ионов для трех случаев поведения потенциала в окрестности зонда, рассмотренных в работе [22]. Рассматриваем только ионы, совершающие инфинитное движение, так как для появления совершающих финитное движение ионов нужно включить столкновения или рассмотреть нестационарную задачу зарядки изолированного зонда (пылевой частицы), что является отдельной задачей. В работе [22] рассмотрен вопрос о совершающих в притягивающем центре положительно заряженного зонда финитное движение электронах при преобладании столкновений с нейтральными атомами (молекулами) газа с учетом большой разницы масс электрона и атомов. В настоящей работе рассматривается случай отрицательно заряженной пылевой частицы, при этом финитное движение могут совершать только положительные ионы, чья масса сравнима с массой атомов или молекул газа. Для такого случая нет аналитической теории для описания совершающих финитное движение ионов (см., например, работы [37–40]; в работе [39] в предположении максвелловского распределения получено выражение для расчета концентрации захваченных ионов, которое содержит неопределенный множитель).

2.1. Случай 1

В этом самом простом случае потенциал ведет себя как $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2-\delta}$, $\delta > 0$, и распределение ионов, совершающих инфинитное движение, в притягивающем поле без учета поглощения зондом определяется выражением [22]

$$n_i\left(r\right) = n_{i0}\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{z\beta\varphi} + e^{z\beta\varphi}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right)\right], \tag{4}$$

а с учетом поглощения — выражением

$$n_i(r) = n_{i0}\left\{\sqrt{\frac{z\beta\varphi}{\pi}}\left[1+\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}\frac{\varphi_0}{\varphi}}\right]+ \right.$$
$$+\frac{1}{2}e^{z\beta\varphi}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right)+$$
$$\left.+\frac{\sqrt{1-a^2/r^2}}{2}e^{z\beta\widetilde{\varphi}}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\widetilde{\varphi}}\right)\right\}, \quad (5)$$

где z — зарядовое число ионов, $\widetilde{\varphi} = \left(\varphi-\varphi_0 a^2/r^2\right)/\left(1-a^2/r^2\right)$, n_{i0} — концентрация ионов в невозмущенной плазме, $\beta = T_e/T_i$, T_i — температура ионов в энергетических единицах. Отметим, что в случае 1 на всех расстояниях выполнено условие

$$\frac{r^2\varphi(r)}{a^2} = \varphi_0\left(\frac{r}{a}\right)^{\delta} \ge \varphi_0, \quad (6)$$

поэтому появление мнимых значений концентрации ионов невозможно, они появились в работе [24] только из-за использовании выражения (5) вне пределов его применимости. Если условие (6) нарушено, то реализуется случай 2 или 3 [22], для которых распределение концентрации ионов описывается уже совсем другими формулами. Поэтому утверждение авторов [24] о несостоятельности приближения ограниченных орбит (OML) для описании сферического зонда по этой причине ошибочно.

2.2. Случай 2

В этом случае $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2-\delta}$ при малых и $|e\phi(r)| \sim 1/r^{2+\epsilon}$ при больших расстояниях r от центра зонда ($\delta > 0$, $\epsilon > 0$). Для этого случая без учета поглощения ионов в работе [22] получено соотношение

$$n_i(r) = n_{i0}\left[e^{z\beta\varphi}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right)+I(r,\infty)\right], \quad (7)$$

где $I(r,b)$ — интеграл, определенный выражением

$$I(r,b) = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{z\beta}{\pi}}\int\limits_{\varrho_0(r)}^{b}\frac{\left(r_0^2/r^2-1\right)\left(3\dfrac{d\varphi}{dr_0}+r_0\dfrac{d^2\varphi}{dr_0^2}\right)}{\left[F(r,r_0)\right]^{1/2}}\times$$
$$\times\exp\left[z\beta\left(\varphi(r_0)+\frac{r_0}{2}\frac{d\varphi(r_0)}{dr_0}\right)\right]dr_0, \quad (8)$$

$$F(r,r_0) = \varphi(r)-\varphi(r_0)+\frac{r_0}{2}\frac{d\varphi}{dr_0}\left(\frac{r_0^2}{r^2}-1\right), \quad (9)$$

ϱ_0 — максимальный корень уравнения

$$\varphi(\varrho_0)-\varphi(r)-\frac{\varrho_0}{2}\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=\varrho_0}\left(\frac{\varrho_0^2}{r^2}-1\right)=0. \quad (10)$$

Отметим, что в выражении (7) производные приведенного потенциала по r_0 понимаются в следующем смысле:

$$\frac{d\varphi}{dr_0} = \left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=r_0}, \quad \frac{d^2\varphi}{dr_0^2} = \left.\frac{d^2\varphi}{dr^2}\right|_{r=r_0}.$$

Здесь r_0 — параметр, который определяет проекции скорости иона:

$$v_r^2 = \frac{2ez}{m_i}\left[\phi(r_0)-\phi(r)\right]-$$
$$-\frac{r_0 ez}{m_i}\left.\frac{d\phi}{dr}\right|_{r=r_0}\left(\frac{r_0^2}{r^2}-1\right), \quad (11)$$
$$v_\theta^2 = \frac{ezr_0^2}{m_i r^2}\left.\frac{d\phi}{dr}\right|_{r=r_0},$$

m_i — масса ионов.

При учете поглощения ионов зондом для n_i имеет место выражение [22]

$$n_i(r) = \frac{1}{2}n_{i0}\left\{e^{z\beta\varphi}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right)+\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}}\times\right.$$
$$\times\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{-\frac{z\beta\varrho_0^3(a)}{2a^2}\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=\varrho_0(a)}-\frac{z\beta\left[\varphi_0-\varphi(r)\right]}{1-a^2/r^2}}\right)\times$$
$$\times\exp\left[-z\beta\frac{a^2\varphi_0-r^2\varphi(r)}{r^2-a^2}\right]+$$
$$\left.+I(r,\varrho_0(a))+I(r,\infty)\right\}. \quad (12)$$

Отметим, что функция $F(r,r_0)$ не отрицательна в силу определения ϱ_0 (см. выражение (10)), а в точке $r_0 = \varrho_0$ обращается в нуль. Поэтому выражение (8) неудобно для численного интегрирования. С учетом того, что в числителе дроби в (8) стоит величина $\partial F(r,r_0)/\partial r_0$, после интегрирования по частям получим

$$I(r,b) = \sqrt{\frac{z\beta}{\pi}}\left\{2\sqrt{F(r,b)}\times\right.$$
$$\times\exp\left[z\beta\left(\varphi(b)+\frac{b}{2}\left.\frac{d\varphi}{dr_0}\right|_{r_0=b}\right)\right]-$$
$$-z\beta\int\limits_{\varrho_0(r)}^{b}\sqrt{F(r,r_0)}\left(3\frac{d\varphi}{dr_0}+r_0\frac{d^2\varphi}{dr_0^2}\right)\times$$
$$\left.\times\exp\left[z\beta\left(\varphi(r_0)+\frac{r_0}{2}\frac{d\varphi}{dr_0}\right)\right]dr_0\right\}. \quad (13)$$

Отметим, что в случаях 2 и 3 (см. ниже) первый член в выражении (13) при $b = \infty$ переходит в $\sqrt{4z\beta\varphi(r)/\pi}$.

Максимальный корень ϱ_0 уравнения (10) всегда больше r_k — корня уравнения

$$3\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r_k} + r_k \left.\frac{d^2\varphi}{dr^2}\right|_{r_k} = 0. \tag{14}$$

Например, для дебаевского потенциала (поведение которого полностью соответствует случаю 2)

$$\phi(r) = \frac{\phi_0 a}{r} e^{-(r-a)/R_D}, \tag{15}$$

решая уравнение (14), находим

$$r_k = \frac{1+\sqrt{5}}{2} R_D.$$

Здесь R_D — дебаевский радиус экранирования. Следовательно, во всей области изменения параметра r_0 приведенный потенциал $\varphi(r_0)$ в интеграле (8) или (13) уменьшается с ростом r_0 быстрее, чем $1/r_0^2$, т. е. всегда

$$\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2}\,\frac{\varphi(r_0)}{dr_0} < 0$$

и экспоненциальный член меньше единицы. Отметим, что при выполнении неравенства

$$a \ll r_k \tag{16}$$

выражение (12) переходит в (5), при $a/r \to 0$ (12) совпадет с (7), а при $r \to a$ из-за наличия поглощающей поверхности концентрация ионов уменьшится вдвое.

2.3. Случай 3

Этот случай отличается от случая 2 тем, что при $r \to \infty$ потенциал убывает строго по закону $1/r^2$, т. е. на больших расстояниях ведет себя как

$$ez\phi\,(r) = -\frac{C}{r^2} \equiv -\frac{C_0 T_i a^2}{r^2} \tag{17}$$

(постоянные C и C_0 положительны). Без учета поглощения в этом случае к выражению (7) прибавится член

$$\Delta n_i\,(r) = \frac{2n_{i0}}{\sqrt{\pi}}\left[\sqrt{z\beta\varphi} - \sqrt{z\beta\varphi - C_0\frac{a^2}{r^2}}\right], \tag{18}$$

а при учете поглощения поправка к выражению (12) при $a > a_k(r)$ имеет вид

$$\Delta n_i\,(r) = \frac{n_{i0}}{\sqrt{\pi}}\left[\sqrt{z\beta\varphi} - \sqrt{z\beta\varphi - C_0\frac{a^2}{r^2}}\right], \tag{19}$$

при $a < a_k(r)$ —

$$\begin{aligned}\Delta n_i\,(r) = \frac{n_{i0}}{2}\Bigg\{\frac{2}{\sqrt{\pi}}\Bigg[\sqrt{z\beta\varphi} + \sqrt{z\beta\varphi - z\beta\varphi_0\frac{a^2}{r^2}} - {}\\ - 2\sqrt{z\beta\varphi - C_0\frac{a^2}{r^2}}\Bigg] + \sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}} \times\\ \times\Bigg[\mathrm{Erf}\left(\sqrt{-\frac{z\beta\varrho_0^3\,(a)}{2a^2}\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=\varrho_0(a)} - \frac{z\beta\left[\varphi_0 - \varphi\,(r)\right]}{1-a^2/r^2}}\right) - {}\\ - \mathrm{Erf}\left(\sqrt{z\beta\frac{r^2\varphi(r) - a^2\varphi_0}{r^2-a^2}}\right)\Bigg] \times\\ \times\ \exp\left[z\beta\frac{r^2\varphi(r) - a^2\varphi_0}{r^2-a^2}\right]\Bigg\}.\end{aligned} \tag{20}$$

Здесь $a_k(r)$ — критический радиус, определяемый из уравнения

$$-\phi(a_k) + \phi(r) + \frac{r}{2}\,\frac{d\phi}{dr}\left(1 - \frac{r^2}{a_k^2}\right) = 0 \tag{21}$$

(при $a > a_k$ становится важной кривая, разделяющая частицы, точки поворота которых находятся в ближней и дальней от центра зонда или пылевой частицы областях).

2.4. Модифицированное распределение ионов

В работе [24] предлагалось исправить выражение (5) следующим образом:

$$\begin{aligned}\frac{n_i\,(r)}{n_{i0}} = \sqrt{\frac{z\beta\varphi}{\pi}} + \frac{1}{2}e^{z\beta\varphi}\mathrm{Erfc}\left(\sqrt{z\beta\varphi}\right) + {}\\ + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}}e^{z\beta\widetilde{\varphi}} + \left[\sqrt{\frac{z\beta}{\pi}}\sqrt{\frac{r^2\varphi - a^2\varphi_0}{r^2}} - {}\right.\\ \left. - \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{a^2}{r^2}}e^{z\beta\widetilde{\varphi}}\mathrm{Erf}\left(\sqrt{z\beta\widetilde{\varphi}}\right)\right]\theta\,(\widetilde{\varphi}),\end{aligned} \tag{22}$$

где $\widetilde{\varphi} = \left(r^2\varphi - a^2\varphi_0\right)/\left(r^2 - a^2\right)$, $\theta\,(x)$ — ступенчатая функция Хевисайда: $\theta\,(x) = 1$, если $x > 0$, и 0, если $x < 0$. Отметим, что выражение (22) было получено уже в работе [39]. Это выражение справедливо только в случае, если нет барьера при движении иона из бесконечности к поверхности зонда, т. е. при поведении потенциала, как в случае 1. Как отмечалось выше, в этом случае величина $\widetilde{\varphi}$ строго положительна. Выражение (22) можно применять в случаях 2 и 3, когда количество ионов, для которых существует барьер, мало. Но такие ионы, как отмечалось в работе [23], при максвелловской функции распределения есть всегда, поэтому точность этой формулы требует отдельного исследования.

3. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭКРАНИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЙ ВЛАСОВА С УЧЕТОМ СТОЛКНОВЕНИЙ И СТОКОВ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ

Для проверки полученных выражений для распределения концентраций электронов и ионов рассмотрим задачу на основе подхода в рамках ЛКТЭ [7,8]. В этих работах для стационарных поправок к невозмущенным функциям распределения получено выражение

$$\delta f_{\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{v}) = \phi_{\mathbf{k}} \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \frac{\partial f_{\sigma 0}(\mathbf{v})}{\partial \mathbf{v}} \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} + \frac{iS_\sigma^{(0)}(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} - i\mathbf{k}\phi_{\mathbf{k}} \frac{e_\sigma}{m_\sigma} \frac{\nu_\sigma \Phi_\sigma(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} \frac{1}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \int \frac{1}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}' - i\nu_\sigma} \times \frac{\partial f_{\sigma 0}(\mathbf{v}')}{\partial \mathbf{v}'} d\mathbf{v}' + \frac{\nu_\sigma \Phi_\sigma(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} \frac{1}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \times \int \frac{S_\sigma^{(0)}(\mathbf{v}')}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v}' - i\nu_\sigma} d\mathbf{v}', \quad (23)$$

где σ обозначает электроны ($\sigma = e$) или ионы ($\sigma = i$), e_σ, m_σ — заряд и масса σ-частиц плазмы соответственно, $e_e = -e$, $e_i = ze$, $\mathbf{v}$ — вектор скорости электронов или ионов, $f_{\sigma 0}$ — невозмущенные функции распределения, нормированные условием

$$\int f_{\sigma 0}(v)\, d\mathbf{v} = 1,$$

ν_σ — частота столкновений электронов и ионов с атомами буферного газа, $S_\sigma^{(0)}(\mathbf{v})$ — стационарный сток частиц σ-компоненты плазмы на макрочастицу:

$$S_\sigma^{(0)}(\mathbf{v}) = v\sigma_\sigma\big(q_0, v\big) f_{\sigma 0}(\mathbf{v}), \quad (24)$$

$\sigma_\sigma(q, v)$ — сечения зарядки, которые зависят от свойств окружающей плазмы, $q_0 = q(t = \infty)$ — стационарный заряд макрочастицы, $\Phi_\sigma(\mathbf{v})$ — функция распределения σ-частиц плазмы, формирующаяся в результате столкновений с нейтральными атомами, $I_{\Phi\sigma}(k)$ — интеграл, определенный выражением

$$I_{\Phi\sigma}(k) = i\nu_\sigma \int \frac{\Phi_\sigma}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} d\mathbf{v} \equiv -\frac{4\pi}{k} \int\limits_0^\infty \Phi_\sigma \nu_\sigma \operatorname{arctg}\left(\frac{kv}{\nu_\sigma}\right) v\, dv. \quad (25)$$

В случае, когда Φ_σ является максвелловской функцией с температурой T_σ, последний интеграл равен

$$I_{\Phi\sigma}(k) = -(\pi)^{1/2} \frac{k_{\nu\sigma}}{k} \operatorname{Erfc}\left(\frac{k_{\nu\sigma}}{k}\right) \exp\left(\frac{k_{\nu\sigma}^2}{k^2}\right), \quad k_{\nu\sigma} = \nu_\sigma \sqrt{\frac{m_\sigma}{2T_\sigma}}. \quad (26)$$

После интегрирования (23) по $d\mathbf{v}$ с максвелловскими функциями распределения в работах [7, 10] найдено

$$\delta n_{\sigma,\mathbf{k}} \equiv n_{\sigma 0} \int \delta f_{\sigma,\mathbf{k}}(\mathbf{v})\, d\mathbf{v} = -\phi_{\mathbf{k}} \frac{e_\sigma n_{\sigma 0}}{T_\sigma} + \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} n_{\sigma 0}, \quad (27)$$

где интеграл $I_{S\sigma}(k)$ определен выражением

$$I_{S\sigma}(k) = i \int \frac{S_\sigma^{(0)}(\mathbf{v})}{\mathbf{k}\cdot\mathbf{v} - i\nu_\sigma} d\mathbf{v} = -\frac{4\pi}{k} \int\limits_0^\infty f_{\sigma 0} \sigma_\sigma \operatorname{arctg}\left(\frac{kv}{\nu_\sigma}\right) v^2 dv. \quad (28)$$

Из выражения (27) следует, что возмущения концентраций заряженных частиц плазмы вызваны как электрическим полем заряженной макрочастицы, так и стоками электронов и ионов на макрочастицу.

В стационарном режиме для фурье-образа потенциала в случае максвелловских функций распределения имеем [7, 10]

$$\phi_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi e q_0}{k^2 + k_D^2} + \frac{4\pi}{k^2 + k_D^2} \sum_\sigma e_\sigma n_{\sigma 0} \frac{I_{S\sigma}}{1 + I_{\Phi\sigma}}, \quad (29)$$

где k_D — постоянная экранирования: $k_D^2 = \sum_\sigma k_{D\sigma}^2$, $k_{D\sigma}$ — постоянная экранирования σ-компоненты плазмы:

$$k_{D\sigma}^2 = \frac{4\pi e_\sigma^2 n_{\sigma 0}}{T_\sigma}.$$

После обратного фурье-преобразования (27) и (29) для стационарного распределения потенциала и возмущений концентрации частиц плазмы находим

$$\phi(r) = \frac{q_0 e^{-k_D r}}{r} + \frac{2}{\pi r} \sum_\sigma e_\sigma n_\sigma \int \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \times \frac{\sin(kr)}{k^2 + k_D^2} k\, dk, \quad (30)$$

$$\delta n_\sigma(r) = -n_{\sigma 0} \frac{e_\sigma \phi(r)}{T_\sigma} + \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r} \times \int \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}(k)} \sin(kr)\, k\, dk. \quad (31)$$

Первый член в правой части выражения (31) есть просто линейный член разложения распределения Больцмана, а второй член обусловлен стоком σ-частиц плазмы на макрочастицу.

При численном интегрировании (30) и особенно (31) возникают трудности, связанные с тем, что функции

$$F_\sigma(k) = \frac{I_{S\sigma}(k)}{1 + I_{\Phi\sigma}}$$

при больших k имеют асимптотики вида

$$F_\sigma(k) \asymp F_{\sigma,as}(k) = \frac{a_\sigma}{k} + \frac{b_\sigma}{k^2}. \qquad (32)$$

Поэтому в численных расчетах по массивам данных $F_\sigma(k)$ при больших k методом наименьших квадратов находились коэффициенты a_σ и b_σ, затем из $F_\sigma(k)$ вычиталась $F_{\sigma,as}(k)$ и проводилось быстрое фурье-преобразование. Затем к полученному результату добавлялись асимптотические распределения потенциала и концентраций:

$$\phi_{as}(r) \equiv \frac{2}{\pi r}\sum_\sigma e_\sigma n_\sigma \int \frac{F_{\sigma,as}(k)}{k^2 + k_D^2}\sin(kr)\, k\, dk = \\ = \frac{e\widetilde{Q}_{as}}{r} g(k_D r) + \frac{eQ_{as}}{r}\left(1 - e^{-k_D r}\right), \qquad (33)$$

$$n_{\sigma,as}(r) \equiv \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r}\int F_{\sigma,as}(k)\sin(kr)\, k\, dk = \\ = \frac{n_{\sigma 0}}{2\pi^2 r}\left(\frac{a_\sigma}{r} + \frac{\pi}{2} b_\sigma\right), \qquad (34)$$

где $\widetilde{Q}_{as} = \sum_\sigma \widetilde{Q}_{\sigma,as}$, $Q_{as} = \sum_\sigma Q_{\sigma,as}$, $g(k_D r) = e^{-k_D r}\mathrm{Ei}(k_D r) + e^{k_D r}\mathrm{E}_1(k_D r)$, $\mathrm{Ei}(x)$, $\mathrm{E}_1(x)$ — интегральные показательные функции, асимптотические заряды определены выражениями

$$\widetilde{Q}_{\sigma,as} = \frac{a_\sigma e_\sigma n_\sigma}{\pi e k_D}, \quad Q_{\sigma,as} = \frac{b_\sigma e_\sigma n_\sigma}{e k_D^2}.$$

С учетом того, что при $x \to \infty$ функция $g(x) \to 2/x$, из (33) и (17) находим

$$C_0 = -\frac{2e^2 z\left(\widetilde{Q}_{e,as} + \widetilde{Q}_{i,as}\right)}{T_i k_D a^2}. \qquad (35)$$

4. СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ

В случае зондовых измерений потенциал зонда может быть произвольным, но в случае макрочастицы в плазме потенциал ее поверхности определяется равенством потоков электронов и ионов на нее:

$$S_e = S_i, \qquad (36)$$

где

$$S_\sigma = n_{\sigma 0}\int S_\sigma^{(0)}(v)\, d\mathbf{v} = n_{\sigma 0}\int \sigma_\sigma(\phi_0, v) f_{\sigma 0}(\mathbf{v})\, d\mathbf{v},$$

$\sigma_\sigma(\phi_0, v)$ — сечения зарядки, которые зависят от свойств окружающей плазмы. В качестве сечения зарядки мы будем использовать сечения поглощения в приближении ограниченных орбит [21]:

$$\sigma_\sigma(u) = \pi r_0^2 \begin{cases} 1 - \dfrac{2e_\sigma\phi_0}{m_\sigma u^2}, & u^2 > 2e_\sigma\phi_0/m_\sigma, \\ 0, & u^2 < 2e_\sigma\phi_0/m_\sigma. \end{cases} \qquad (37)$$

Можно также учесть влияние столкновений на сечения поглощения ионов (см., например, работы [41–48]).

Используя сечения (37), в случае максвелловских функций распределения для потоков находим

$$\begin{aligned} S_e &= \pi r_0^2 n_{e0}\sqrt{\frac{8T_e}{\pi m_e}}\exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right), \\ S_i &= \pi r_0^2 z n_{i0}\sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}}\left(1 - \frac{ez\phi_0}{T_i}\right). \end{aligned} \qquad (38)$$

Выражения (38) не учитывают ионы, совершающие финитное движение вокруг зонда с отрицательным потенциалом, а также выражение для S_i справедливо только при поведении потенциала, описываемом случаем 1. Если поведение потенциала относится к случаю 2 или 3, то поток ионов на зонд уже зависит от всего хода потенциала, а не только от ϕ_0, и определяется выражением [22]

$$S_i = \pi r_0^2 z n_{i0}\sqrt{\frac{8T_i}{\pi m_i}}\left\{C_0 + \frac{\varrho_0^2(a)}{a^2} - \left[\frac{\varrho_0^2(a)}{a^2} - 1\right]\times \right. \\ \times \exp\left[z\beta\varphi\left(\varrho_0|_{r=a}\right) + \frac{z\beta\varrho_0(a)}{2}\left.\frac{d\varphi}{dr}\right|_{r=\varrho_0(a)}\right] + \\ + \int\limits_{\varrho_0(a)}^{\infty} r_0\left[1 - \exp\left(z\beta\varphi(r_0) + \frac{r_0 z\beta}{2}\times \right.\right. \\ \left.\left.\left.\times\frac{d\varphi(r_0)}{dr_0}\right)\right] dr_0\right\}. \qquad (39)$$

(В случае 2, напомним, $C_0 = 0$.) Здесь мы самосогласованную задачу не решаем, поэтому потенциал поверхности зонда определяется с использованием формулы (38) для потока ионов.

Если всюду в области $r_0 > \varrho_0(a)$ выполнено условие

$$\varphi(r_0) + \frac{r_0}{2}\frac{d\varphi(r_0)}{dr_0} \ll \frac{1}{z\beta}, \qquad (40)$$

то выражение (39) переходит во второе выражение (38).

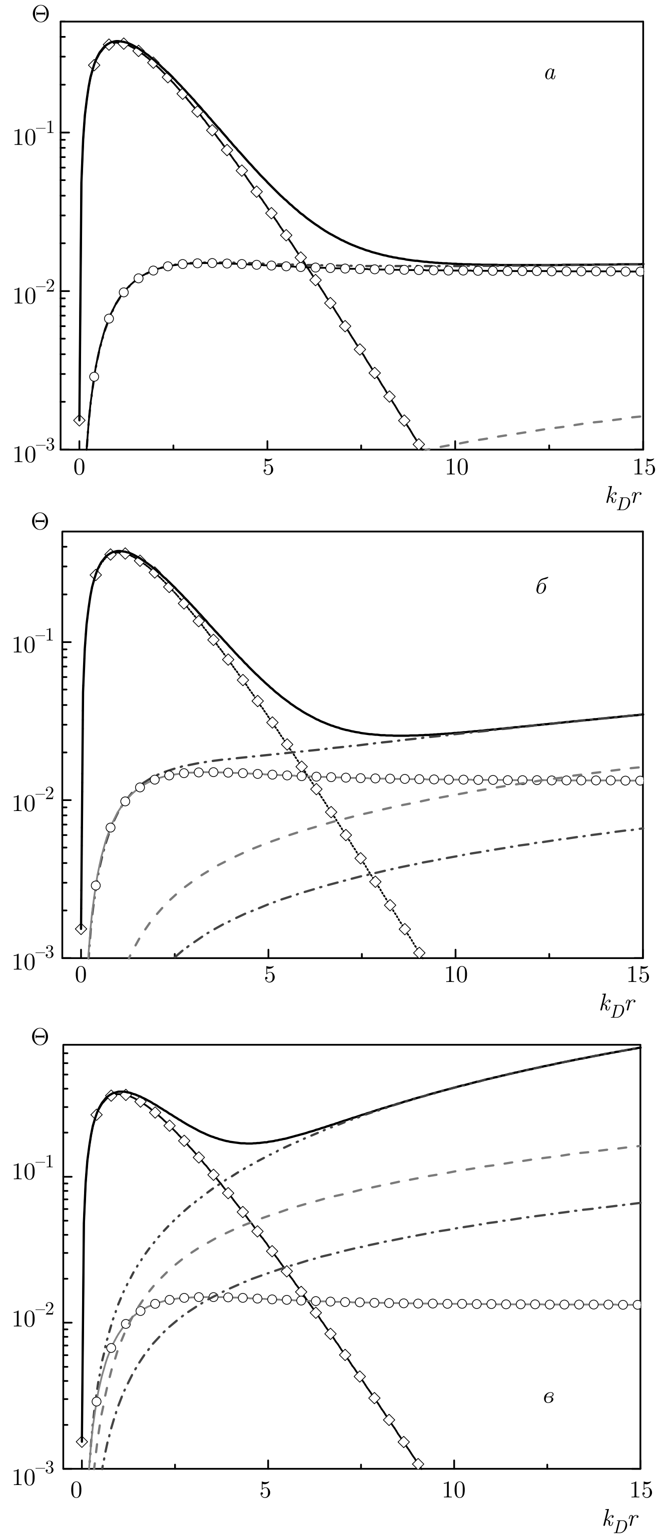

Рис. 1. Распределение приведенного потенциала $\Theta(r) = k_D r^2 \phi(r)/\phi_0$ самосогласованного электрического поля вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме при $E/N = 1$ Тд, давлении 0.1 Па (*а*), 1 Па (*б*) и 10 Па (*в*) в аргоне: сплошные кривые — полный потенциал (30), ромбы — дебаевский потенциал (42), штрихпунктирные кривые с двумя точками — полный потенциал (30) без дебаевского вклада, кружки — $\phi_g(r)$ (43), штриховые кривые — $\phi_Q(r)$, штрихпунктирные кривые — $\phi_S(r)$ (49)

На рис. 1 представлены распределения приведенного потенциала $\Theta(r) = k_D r^2 \phi(r)/\phi_0$ в аргоне при $E_{dis}/N = 1$ Тд при трех разных давлениях и, соответственно, разных частотах столкновений, найденные из выражения (30) путем быстрого фурье-преобразования. В расчетах использовались равномерные сетки по k и r в основном из $N = 2^{16}$ точек при максимальном значении волнового числа $k_{max} = 2^{11} k_D$ и максимальном значении радиальной координаты $R_{max} = \pi N / k_{max} = 32\pi R_D$. Концентрации электронов и ионов задавались, как и в работе [10], следующими: $n_{e0} = n_{i0} = 10^9$ см$^{-3}$ ($z_i = 1$), радиус пылевой частицы $a = 1$ мкм, температура ионов $T_i = 0.026$ эВ (300 К). Температура электронов задавалась соответствующей приведенной напряженности электрического поля E/N, равной 10^{-4} и 1 Тд (более подробно см. работу [10]).

В изотермической плазме ($T_e \approx T_i = 0.026$ эВ) распределения потенциала имели практически такой же вид, отличаясь только мелкими деталями. Интегралы $I_{S\sigma}$ (28) вычислялись методом трапеций с адаптивным выбором шага для достижения заданной относительной точности, равной 10^{-6}.

Из рис. 1 видно, что величина $\Theta(r)$ при давлении 0.1 Па проходит через максимум, а на больших расстояниях принимает постоянное значение, поэтому распределение потенциала при этом давлении относится к случаю 3. Такая же картина при этом давлении наблюдалась и в других инертных газах. С ростом давления на больших расстояниях величина $\Theta(r)$ начинает расти, что связано с вкладом потенциала ϕ_Q (см. ниже выражение (44)), убывающего как $1/r$. Это приводит к тому, что интеграл (8) при $b = \infty$ и интеграл в выражении для стока ионов (39) становятся расходящимися. Поэтому поведение потенциала уже при давлении газа 1 Па не описывается ни одним из рассмотренных в работе [22] случаев.

На рис. 1 также приведены распределения потенциала согласно аналитическому выражению [10]

$$\phi(r) = \phi_D(r) + \phi_g(r) + \phi_Q(r), \tag{41}$$

где ϕ_D — дебаевский потенциал (q_0 — заряд пылевой частицы):

$$\phi_D(r) = \frac{eq_0 e^{-k_D r}}{r}, \tag{42}$$

ϕ_g — обусловленная стоками электронов и ионов на пылевую частицу часть потенциала в бесстолкновительном пределе:

$$\phi_g(r) = -\frac{\sum e\widetilde{Q}_\sigma}{r} g(k_D r), \tag{43}$$

ϕ_Q — обусловленная столкновениями электронов и ионов с нейтральными атомами часть потенциала:

$$\phi_Q(r) = -\frac{e\sum Q_\sigma}{r}\left(1 - e^{-k_D r}\right). \tag{44}$$

Здесь $\widetilde{Q}_\sigma$ и Q_σ — эффективные заряды, определенные выражениями

$$\widetilde{Q}_\sigma = \frac{2\pi z_\sigma n_{\sigma 0}}{k_D}\int_0^\infty f_{\sigma 0}\sigma_\sigma v^2 dv, \tag{45}$$

$$Q_\sigma = \frac{\pi\nu_\sigma}{k_D}\sqrt{\frac{\pi m_\sigma}{2T_\sigma}}\,\widetilde{Q}_\sigma. \tag{46}$$

При выполнении условия $k_D a \ll 1$ для нахождения заряда макрочастицы можно использовать вакуумную связь с потенциалом поверхности: $eq_0 = \phi_0 a$, в случае дебаевского экранирования нужно использовать формулу $eq_0 = \phi_0 a(1 + k_D a)$.

При интегрировании с максвелловскими функциями распределения в работе [10] получены выражения

$$\begin{aligned}
\widetilde{Q}_i &= \frac{z_i n_{i0}\pi r_0^2}{2k_D}\left(1 - \frac{2ez_i\phi_0}{T_i}\right), \\
\widetilde{Q}_e &= \frac{z_e n_{e0}\pi r_0^2}{2k_D}\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{-\frac{e\phi_0}{T_e}}\exp\left(\frac{e\phi_0}{T_e}\right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(1 + \frac{2e\phi_0}{T_e}\right)\operatorname{erfc}\left(\sqrt{-\frac{e\phi_0}{T_e}}\right)\right].
\end{aligned} \tag{47}$$

При давлении 0.1 Па значение эффективного заряда Q_i ($Q_e \ll Q_i$), связанного со столкновениями, мало, поэтому (41) практически совпадает с суммой дебаевского потенциала (42) и потенциала (43). Отметим, что потенциал (43) на больших расстояниях $k_D r \gg 1$ выходит на асимптотику:

$$\phi_g(r) \simeq -\frac{2e\left(\widetilde{Q}_e + \widetilde{Q}_i\right)}{k_D r^2}. \tag{48}$$

Поэтому при определении величины C_0 в выражении (41) вместо $\widetilde{Q}_{e,as}$ и $\widetilde{Q}_{i,as}$ можно использовать

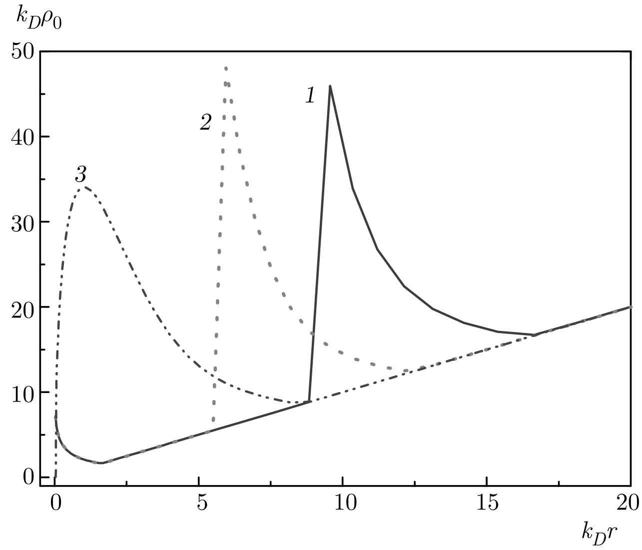

Рис. 2. Наибольший корень уравнения (10) в электрическом поле макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме при $E/N = 10^{-4}$ Тд при давлении 0.1 Па (*1*), 1 Па (*2*) и 10 Па (*3*) в аргоне

заряды $\widetilde{Q}_e$ и $\widetilde{Q}_i$ (это значение параметра будем далее обозначать как C_{0Q}).

С ростом давления потенциал $\phi_g(r)$ практически не меняется, а $\phi_Q(r)$ растет пропорционально частоте столкновений. Это приводит к тому, что дебаевская часть потенциала $\phi_D(r)$ становится меньше остальной части на меньших расстояниях. Отметим, что согласно [7,10] в сильно столкновительном режиме поведение потенциала описывается суммой $\phi(r) = \phi_D(r) + \phi_S(r)$, где ϕ_S — обусловленная стоками электронов и ионов на пылевую частицу часть потенциала в столкновительной плазме:

$$\phi_S(r) = -\frac{e\sum Q_{s\sigma}}{r}\left(1 - e^{-k_D r}\right), \tag{49}$$

$Q_{s\sigma}$ — эффективный заряд, определенный выражением

$$Q_{s\sigma} = \frac{z_\sigma m_\sigma \nu_\sigma S_\sigma}{k_D^2 T_\sigma}. \tag{50}$$

Из рис. 1 видно, что величина $\phi_S(r)$ с ростом давления становится все выше и выше.

Расчеты в других газах показали аналогичное поведение распределений потенциала с максимумом величины $\Theta(r)$ и линейным ростом на больших расстояниях при давлении выше 1 Па. Здесь обратим внимание на то, что в работе [41] отмечалось хорошее согласие распределений потенциала, рассчитанных из исходных кинетических уравнений Власова со столкновительным членом в форме Бхатнага-

Таблица 1. Потенциал поверхности пылевой частицы радиусом 1 мкм из уравнения (36), значение расчетного потенциала (36) при $r = a$, поток ионов из (38) и (39), значения величины C_0 с зарядами $\widetilde{Q}_e$ и $\widetilde{Q}_i$ и с асимптотическими зарядами (35) в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па и $E/N = 10^{-4}$ Тд

Газ	ϕ_0	$\phi(r=a)$	S_i (38)	S_i (39)	C_{0Q}	C_0 (35)
He	-0.079	-0.076	$1.60 \cdot 10^7$	$1.23 \cdot 10^7$	0.884	0.880
Ne	-0.096	-0.093	$8.30 \cdot 10^6$	$6.28 \cdot 10^6$	1.050	1.045
Ar	-0.103	-0.100	$6.25 \cdot 10^6$	$5.04 \cdot 10^6$	1.122	1.111
Kr	-0.111	-0.107	$4.58 \cdot 10^6$	$3.73 \cdot 10^6$	1.199	1.187
Xe	-0.116	-0.112	$3.79 \cdot 10^6$	$3.18 \cdot 10^6$	1.247	1.232

Таблица 2. Потенциал поверхности пылевой частицы из уравнения (36), значение расчетного потенциала (36) при $r = a$, поток ионов из (38) и (39), значения величины C_0 с зарядами $\widetilde{Q}_e$ и $\widetilde{Q}_i$ и с асимптотическими зарядами (35) в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па и $E/N = 1$ Тд

Газ	ϕ_0	$\phi(r=a)$	S_i (38)	S_i (39)	C_{0Q}	C_0 (35)
He	-0.853	-0.832	$1.34 \cdot 10^8$	$1.21 \cdot 10^8$	15.6	15.5
Ne	-5.644	-5.508	$3.86 \cdot 10^8$	$3.61 \cdot 10^8$	108.2	107.3
Ar	-4.229	-4.127	$2.06 \cdot 10^8$	$2.25 \cdot 10^8$	80.7	79.6
Kr	-4.179	-4.078	$1.41 \cdot 10^8$	$1.58 \cdot 10^8$	79.6	78.4
Xe	-3.718	-3.628	$1.00 \cdot 10^8$	$1.20 \cdot 10^8$	70.6	69.3

ра – Гросса – Крука (БГК) и в рамках линеаризованной теории [7].

На рис. 2 приведены зависимости наибольшего решения уравнения (10) при разных давлениях, найденные с использованием рассчитанных из (30) распределений потенциала. Видно, что при давлении аргона $p = 0.1$ Па на малых расстояниях до $k_D r \sim \sim 10$ поведение ϱ_0 соответствует дебаевскому потенциалу (см. [22]), причем при $k_D r \geq (1+\sqrt{5})/2$ ϱ_0 максимальное решение уравнения (10) достаточно быстро выходит на решение $\varrho_0 = r$, которое имеет место всегда. Далее начинается влияние растущей части величины $\Theta(r)$, что приводит к всплеску ϱ_0 и последующему возврату на линию $\varrho_0 = r$. При $p = = 1$ Па этот всплеск сдвигается в сторону меньших расстояний, а при $p = 10$ Па начинается прямо от поверхности пылевой частицы.

В табл. 1 и 2 приведены значения ряда величин в инертных газах при давлении $p = 0.1$ Па в изотермической ($E/N = 10^{-4}$ Тд) и неизотермической ($E/N = 1$ Тд) плазме для пылевых частиц радиусом $a = 1$ мкм. Видно, что потенциал поверхности пылевой частицы из уравнения (36) с потоками (38) (потенциал поверхности без учета барьеров для движения ионов) очень близок к значению расчетного потенциала (30) при $r = a$, а поток ионов из выражения (38), обычно используемого при определении заряда в ПОО, и выражения (39) также оказываются близкими. При этом выражение (39) в изотермической плазме дает чуть меньшие значения, а в неизотермической плазме в аргоне, криптоне и ксеноне — чуть большие значения. Это находится в согласии с работой [41], в которой наблюдалось прохождение через максимум зависимости потока ионов от произведения длины свободного пробега ионов ℓ_i на постоянную экранирования. В неизотермической плазме постоянная экранирования оказывается меньше примерно в $\sqrt{2}$ раз (см. [10]), поэтому произведение $k_D \ell_i$ во столько же раз уменьшается и в неизотермической плазме в аргоне, криптоне и ксеноне поток оказывается ближе к максимуму. Также интересно отметить близость значений параметров C_{0Q}, определенного с зарядами $\widetilde{Q}_e$ и $\widetilde{Q}_i$ (47), и C_0, вычисленного с асимптотическими зарядами из (35).

При увеличении давления до 1 Па близость потенциалов поверхности из уравнения (36) с потоками (38) и расчетного потенциала (30) при $r = a$, а также величин C_0 и C_{0Q} сохраняется, а значения потока в тяжелых инертных газах начинают сильно расходиться (см. табл. 3). Еще большее расхождение

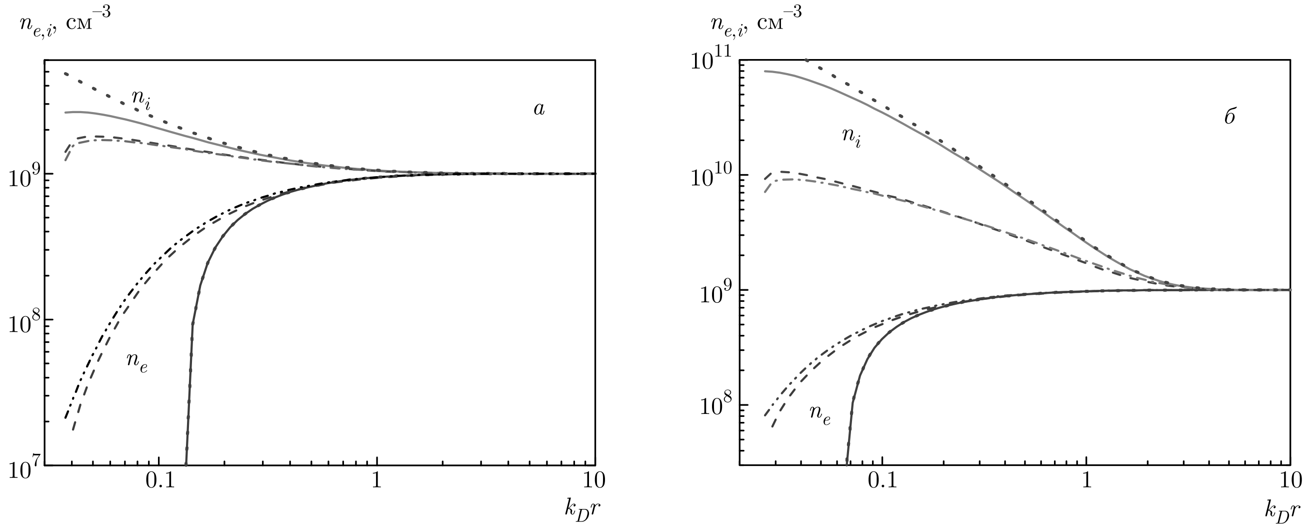

Рис. 3. Распределение концентрации электронов (n_e) и ионов (n_i) вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в изотермической плазме (a) и в неизотермической плазме при $E/N = 1$ Тд ($б$) и давлении 0.1 Па в аргоне. Сплошные кривые — из (31), штриховые — из (12) с добавочным членом (19) или (20) для ионов и из (2) для электронов, пунктирные — линеаризация распределений Больцмана: $n_\sigma(r) = n_{\sigma 0}\left[1 - e_\sigma \phi(r)/T_\sigma\right]$ (30), штрихпунктирные — модифицированное ПОО (22), штрихпунктирные с двумя точками — распределение Больцмана для электронов (1)

Таблица 3. Поток ионов на пылевую частицу радиусом 1 мкм в инертных газах при давлении $p = 1$ Па

Газ	$E/N = 10^{-4}$ Тд		$E/N = 1$ Тд	
	S_i (38)	S_i (39)	S_i (38)	S_i (39)
He	$1.60 \cdot 10^7$	$2.01 \cdot 10^7$	$1.34 \cdot 10^8$	$1.14 \cdot 10^8$
Ne	$8.30 \cdot 10^6$	$1.07 \cdot 10^7$	$3.86 \cdot 10^8$	$4.33 \cdot 10^8$
Ar	$6.25 \cdot 10^6$	$1.10 \cdot 10^7$	$2.06 \cdot 10^8$	$4.97 \cdot 10^8$
Kr	$4.58 \cdot 10^6$	$8.58 \cdot 10^6$	$1.41 \cdot 10^8$	$3.81 \cdot 10^8$
Xe	$3.79 \cdot 10^6$	$2.04 \cdot 10^6$	$1.00 \cdot 10^8$	$3.33 \cdot 10^8$

наблюдается при дальнейшем росте давления, что обусловлено растущей пропорционально давлению частью потенциала, имеющей кулоновскую зависимость. Поэтому возникает вопрос о точности определения потенциала поверхности пылевых частиц при давлениях выше 1 Па из уравнения (36) с потоками (38).

На рис. 3 приведены зависимости концентрации электронов и ионов в аргоне при давлении 0.1 Па. Видно, что уже при $k_D r \leq 2$ начинается расхождение между распределениями ионов в рамках ЛКТЭ и ПОО. При этом распределение электронов в ЛКТЭ практически полностью описывается линеаризованным распределением Больцмана, а ионов достаточно близко к нему. Отметим, что распределение электронов (2) в ПОО оказывается достаточно близким к распределению Больцмана (1), что связано с незначительностью потерь электронов из-за стока на пылевую частицу.

Сравнение распределений ионов, найденных в ПОО и из модифицированного выражения (22), показывает, что при давлении 0.1 Па они различаются незначительно как при $E/N = 10^{-4}$ Тд, когда заряд пылевых частиц мал, так и при 1 Тд, когда заряд становится почти на два порядка выше (см. [10]). Это говорит о том, что при давлении 0.1 Па влияние потенциальных барьеров при приближении ионов к поверхности пылевой частицы незначительно.

При увеличении давления, как видно из рис. 4, на распределении ионов в ПОО на малых расстояниях появляются заметные нерегулярные отклонения, что связано с неприменимостью ни одного из рассмотренных в работе [22] случаев поведения потенциала при давлении выше 1 Па. При более высоких давлениях нерегулярное поведение распределения ионов только усиливается во всех рассмотренных в настоящей работе инертных газах. При этом выражение (22) позволяет рассчитать распределение ионов и при этих давлениях, но точность полученных значений концентрации ионов при этом остается неизвестной. В расчетах кинетических уравнений Власова со столкновительным членом в форме

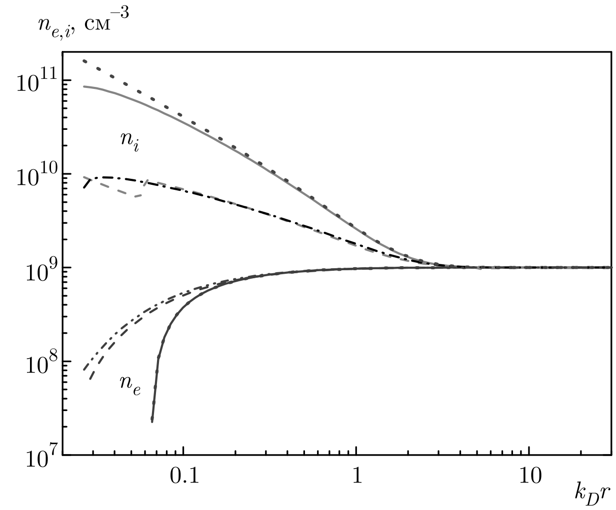

Рис. 4. Распределение концентрации электронов (n_e) и ионов (n_i) вокруг макрочастицы радиусом 1 мкм в неизотермической плазме при $E/N = 1$ Тд и давлении 1 Па в аргоне. Обозначения, как на рис. 3

БГК [49] было показано, что полученное распределение ионов при низких давлениях оказывается достаточно близким к распределению (22). Такой же вывод был сделан и в расчетах методом частиц в ячейках [50].

Близость распределений ионов и электронов в ЛКТЭ и линеаризованных распределений Больцмана позволяет сделать вывод, что область применимости ЛКТЭ близка к области применимости теории Дебая – Гюккеля и ограничивается областью малых значений отношения потенциальной и тепловой энергии электронов и ионов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования распределения электронов и ионов вокруг заряженной пылевой частицы на основе линеаризованной кинетической теории экранирования, включающей кинетические уравнения с самосогласованным полем, дополненные столкновительными интегралами в форме Бхатнагара – Гросса – Крука и точечными стоками электронов и ионов, показали ограниченную применимость приближения ограниченных орбит и ограниченную применимость линеаризованной кинетической теории экранирования на основе уравнений Власова с учетом столкновений и стоков электронов и ионов. Сравнение полученных распределений электронов и ионов с результатами теории зондов в рамках приближения ограниченных орбит показало, что последнее в инертных газах применимо только в пределе низких давлений, а с ростом давления кулоновская асимптотика потенциала, пропорциональная частоте столкновений электронов и ионов с нейтральными атомами (молекулами), делает неприменимыми формулы приближения ограниченных орбит для распределения ионов. Распределения электронов и ионов, полученные в рамках столкновительной кинетической модели точечных стоков, оказались близки к линеаризованным распределениям Больцмана. Это позволяет сделать вывод, что область применимости столкновительной кинетической модели точечных стоков близка к области применимости теории Дебая – Гюккеля.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-12-10424).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Власов, ЖЭТФ **8**, 291 (1938); УФН **93**, 444 (1967).
2. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ **16**, 574 (1946); УФН **93**, 527 (1967).
3. N. S. Van Kampen, Physica **21**, 949 (1955).
4. А. Ф. Александров, Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, *Основы электродинамики плазмы*, Высшая школа, Москва (1988).
5. Б. Б. Кадомцев, *Коллективные явления в плазме*, Наука, Москва (1988), 304 с.
6. А. В. Тимофеев, *Резонансные явления в колебаниях плазмы*, Физматлит, Москва (2009), 296 с.
7. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, А. И. Момот, Письма в ЖЭТФ **86**, 873 (2007).
8. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **131**, 164 (2007).
9. A. G. Zagorodny, Theor. Math. Phys. **160**, 1100 (2009).
10. А. В. Филиппов, А. Г. Загородний, А. И. Момот, А. Ф. Паль, А. Н. Старостин, ЖЭТФ **152**, 1088 (2017).
11. S. A. Khrapak, B. A. Klumov, and G. E. Morfill, Phys. Rev. Lett. **100**, 225003 (2008).

12. S. Khrapak and G. Morfill, Contrib. Plasma Phys. **49**, 148 (2009).

13. О. В. Козлов, *Электрический зонд в плазме*, Атомиздат, Москва (1969).

14. П. Чан, Л. Тэлбот, К. Турян, *Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме*, Мир, Москва (1978).

15. Б. В. Алексеев, В. А. Котельников, *Зондовый метод диагностики плазмы*, Энергоатомиздат, Москва (1988).

16. М. С. Бенилов, в сб. *Диагностика низкотемпературной плазмы*, под ред. М. Ф. Жукова, А. А. Овсянникова, Наука, Новосибирск (1994), с. 214–247.

17. M. S. Benilov, J. Phys. D: Appl. Phys. **33**, 1683 (2000).

18. V. I. Demidov, S. V. Ratynskaia, and K. Rypdal, Rev. Sci. Instr. **73**, 3409 (2002).

19. A. Autricque, S. A. Khrapak, L. Couлdel, N. Fedorczak, C. Arnas, J.-M. Layet, and C. Grisolia, Phys. Plasmas **25**, 063701 (2018).

20. D. Darian, S. Marholm, M. Mortensen, and W. J. Miloch, Plasma Phys. Control. Fusion **61**, 085025 (2019).

21. H. M. Mott-Smith and I. Langmuir, Phys. Rev. **28**, 727 (1926).

22. Ya. L. Al'pert, A. V. Gurevich, and L. P. Pitaevskii, *Space Physics with Artificial Satellites*, Plenum Press, New York (1965).

23. J. Allen, B. Annaratone, and U. de Angelis, J. Plasma Phys. **63**, 299 (2000).

24. X.-Z. Tang and G. L. Delzanno, Phys. Plasmas **21**, 123708 (2014).

25. В. Н. Цытович, УФН **167**, 57 (1997).

26. В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, В. И. Молотков, О. Ф. Петров, УФН **174**, 495 (2004).

27. V. E. Fortov, A. V. Ivlev, S. A. Khrapak, A. G. Khrapak, and G. E. Morfill, Phys. Rep. **421**, 1 (2005).

28. A. Ivlev, H. Löwen, G. Morfill, and C. P. Royall, Series in Soft Condensed Matter, Vol. 5, World Sci., Singapore (2012).

29. I. Mann, N. Meyer-Vernet, and A. Czechowski, Phys. Rep. **536**, 1 (2014).

30. А. В. Ивлев, С. А. Храпак, В. И. Молотков, А. Г. Храпак, *Введение в физику пылевой и комплексной плазмы*, Издат. дом Интеллект, Москва (2017).

31. F. Greiner, A. Melzer, B.Tadsen, S. Groth, C. Killer, F. Kirchschlager, F. Wieben, I. Pilch, H. Krüger, D. Block, A. Piel, and S. Wolf, Eur. Phys. J. D **72**, 81 (2018).

32. Л. Кедель, В. М. Носенко, С. Жданов, А. В. Ивлев, И. Лаут, Е. В. Яковлев, Н. П. Крючков, П. В. Овчаров, А. М. Липаев, С. О. Юрченко, УФН **189**, 1070 (2019).

33. A. A. Samarian and B. W. James, Plasma Phys. Control. Fusion **47**, B629 (2005).

34. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, Физматлит, Москва (1963).

35. E. Jahnke, F. Emde, and F. Lüsch, *Tables of Higher Functions*, McGraw-Hill, New York (1960); Nauka, Moscow (1977).

36. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, ed. by M. Abramowitz and I. A. Stegun, Nat. Bureau of Standards, Appl. Math. Ser. **55** (1972).

37. M. Lampe, V. Gavrishchaka, G. Ganguli, and G. Joyce, Phys. Rev. Lett. **86**, 5278 (2001).

38. M. Lampe, R. Goswami, Z. Sternovsky, S. Robertson, V. Gavrishchaka, G. Ganguli, and G. Joyce, Phys. Plasmas **10**, 1500 (2003).

39. T. Bystrenko and A. Zagorodny, Phys. Lett. A **299**, 383 (2002).

40. С. А. Майоров, Физика плазмы **31**, 749 (2005).

41. I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, and I. V. Krivtsun, Phys. Plasmas **19**, 043703 (2012).

42. A. V. Zobnin, A. D. Usachev, O. F. Petrov, and V. E. Fortov, Phys. Plasmas **15**, 043705 (2008).

43. А. В. Зобнин, А. П. Нефедов, В. А. Синельщиков, В. Е. Фортов, ЖЭТФ **118**, 554 (2000).

44. О. С. Ваулина, А. Ю. Репин, О. Ф. Петров, К. Г. Адамович, ЖЭТФ **129**, 1118 (2006).

45. L. G. D'yachkov, A. G. Khrapak, S. A. Khrapak, and G. E. Morfill, Phys. Plasmas **14**, 042102 (2007).

46. I. H. Hutchinson and L. Patacchini, Phys. Plasmas **14**, 013505 (2007).

47. S. A. Khrapak and G. E. Morfill, Phys. Plasmas **15**, 114503 (2008).

48. I. Pilch, L. Caillault, T. Minea, U. Helmersson, A. A. Tal, I. A. Abrikosov, E. P. Münger, and N. Brenning, J. Phys. D: Appl. Phys. **49**, 395208 (2016).

49. I. L. Semenov, A. G. Zagorodny, and I. V. Krivtsun, Phys. Plasmas **18**, 103707 (2011).

50. G. L. Delzanno and X.-Z. Tang, Phys. Plasmas **22**, 113703 (2015).