ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ДОПИРОВАННЫХ КУПРАТОВ

Н. А. Бабушкина ^{а*}, А. А. Владимиров^b, К. И. Кугель^{c,d}, Н. М. Плакида^b

^а Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» 123182, Москва, Россия

> ^b Объединенный институт ядерных исследований 141980, Дубна, Московская обл., Россия

^с Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук 125412, Москва, Россия

^d Национальный исследовательский университет Высшая школа экономики 101000, Москва, Россия

> Поступила в редакцию 25 марта 2020 г., после переработки 25 марта 2020 г. Принята к публикации 20 апреля 2020 г.

Проанализированы экспериментальные данные по температурной зависимости электросопротивления электронно-допированных купратов $\operatorname{Nd}_{2-x}\operatorname{Ce}_x\operatorname{Cu}O_{4-\delta}$ в широком интервале значений концентрации церия $0.12 \leq x \leq 0.20$. Показано, что в широкой области температур выше температуры сверхпроводящего перехода в основном наблюдается квадратичная зависимость электросопротивления от температуры, величина которого резко уменьшается при концентрациях $x \geq 0.17$. Теоретический анализ на основе микроскопической теории в рамках t-J-модели для сильнокоррелированных электронов показывает, что квадратичная зависимость электросопротивления электронов на спиновых возбуждениях. Для их описания предложена модель антиферромагнитных спиновых флуктуаций в парамагнитной фазе, интенсивность которых зависит от антиферромагнитной корреляционной длины. Полученная квадратичная зависимость электросопротивления от температуры хорошо согласуется с экспериментальными данными.

DOI: 10.31857/S0044451020100144

1. ВВЕДЕНИЕ

Со времени открытия Беднорцем и Мюллером высокотемпературной сверхпроводимости в купратах прошло уже более 30 лет [1]. За это время были найдены многие новые классы высокотемпературных сверхпроводников, и не только купратных. Температура сверхпроводящего перехода существенно выросла. Однако, несмотря на огромный прогресс в этой области, многие важные вопросы даже в области купратов еще довольно далеки от полного решения (см., например, [2]). Одной из таких проблем является сильная асимметрия электронных характеристик дырочно- и электронно-допированных купратов. Действительно, если взглянуть на фазовую диаграмму сверхпроводящих купратов [3], то в области электронного допирования сверхпроводимость существует в гораздо более узком интервале концентраций допирующего элемента, в то время как область существования антиферромагнитного (АФМ) состояния занимает существенно большую площадь. Более того, если в дырочных купратах сверхпроводящая и АФМ-области сравнительно далеко разнесены друг от друга, то в электронных они практически перекрываются. Наличие более обширной АФМ-области указывает на существование более сильных АФМ-корреляций в электронных сверхпроводниках, что подтверждается детальным теоретическим анализом различий между электронными и дырочными сверхпроводниками в рамках активно используемых модельных подходов [4].

^{*} E-mail: babushkina1937@mail.ru

Вообще говоря, спиновые флуктуации играют важную роль и в электронных, и в дырочных купратах и, по всей видимости, лежат в основе механизма сверхпроводимости в них [5,6]. Естественно предположить, что такие флуктуации в значительной мере определяют и транспортные характеристики купратов в нормальном состоянии. Большинство работ в этом направлении посвящено соединениям с дырочным допированием, где в широких областях температур и допирования наблюдается близкий к линейному закон для электросопротивления (см., например, работу [7]). В электронно-допированных купратах зарядовый транспорт имеет свои необычные особенности. Так, еще в ранней работе [8] по электронно-допированным сверхпроводникам было показано, что в пленках купрата $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ при достаточно высоком уровне допирования электросопротивление в широком интервале температур ведет себя как T^2 . Такое повеление в обычных металлах характерно для электрон-электронного рассеяния, однако анализ экспериментальных результатов, проведенный в работе [8], показал, что основной вклад в квадратичную температурную зависимость электросопротивления обусловлен рассеянием на спиновых флуктуациях. В настоящей работе мы, используя подход, развитый в работе [9], попытаемся дать количественную интерпретацию квадратичной температурной зависимости электросопротивления в электронно-допированных купратах и сравнить теоретические результаты с полученными ранее экспериментальными данными.

В следующем разд. 2 мы приводим полученные нами экспериментальные данные по температурной зависимости электросопротивления в образцах $Nd_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ при различных уровнях допирования x. В разд. 3 представлено сравнение наших результатов с данными других работ. В разд. 4 проводится теоретический анализ температурной зависимости в рамках t-J-модели с учетом рассеяния носителей тока на спиновых флуктуациях. В Заключении дается обсуждение полученных результатов. В Приложение вынесены детали расчета электронного спектра электронно-допированных купратов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Образцы

Образцы представляли собой эпитаксиальные пленки $Nd_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ (NCCO) с различными уровнями допирования церием x. Величина x изменялась в достаточно широком интервале, включая

области оптимального допирования (x = 0.15), ниже оптимального (x = 0.12, 0.14) и выше оптимального (x = 0.17, 0.18, 0.20). На каждом из образов измерялось электросопротивление $\rho(T)$ в широком температурном интервале. Измерения на эпитаксиальных пленках дают возможность получить достоверные данные о температурной зависимости электросопротивления в плоскости *ab*.

Рост эпитаксиальных пленок проводился с помощью лазерного напыления на оптически полированные подложки (100) SrTiO₃. Пленки затем отжигались при температуре 780 °C и давлении $P \sim 10^{-2}$ Торр в течение 40 мин, что способствовало формированию кислородного дефицита и образованию сверхпроводящей фазы. Проведенный рентгенофазовый анализ показал, что для всех составов кристаллографическая ось с направлена по нормали к плоскости пленки и ориентирована вдоль (001). Особенности процесса роста и основные характеристики полученных пленок подробно описаны в работе [10].

Измерения электросопротивления $\rho(T)$ пленок проводились с использованием стандартной четырехконтактной методики на переменном токе с амплитудой измеряемого тока около 200 мкА.

2.2. Результаты измерений

Измерения электросопротивления $\rho(T)$ пленок NCCO проводились в интервале температур от 4 до 300 К. При росте содержания церия менялся общий характер поведения $\rho(T)$ (рис. 1), от несверхпроводящего (при x = 0.12) к сверхпроводящему (x = 0.14-0.18) и снова к несверхпроводящему (x = 0.20). Максимальная температура T_c сверхпроводящего перехода оказывается равной 23 К при x = 0.15. Возникновение сверхпроводимости взаимосвязано с переходом от полупроводникового поведения $\rho(T)$ к металлическому. Поведение $\rho(T)$, характерное для металлов, наблюдается и у несверхпроводящих составов NCCO при x = 0.20. С ростом х от 0.15 до 0.20 прослеживается также тенденция к падению электросопротивления в нормальном состоянии.

Во всех изучаемых образцах NCCO температурная зависимость электросопротивления близка к квадратичной. Таким образом, для $\rho(T)$ с хорошей точностью выполняется соотношение

$$\rho(T) = \rho_0 + AT^2. \tag{1}$$

Отметим, что для всех составов при температурах T > 250 K имеют место отклонения от квадра-



Рис. 1. Температурные зависимости электросопротивления NCCO при различных значениях *х*: *1* — 0.12; *2* — 0.14; *3* — 0.15; *4* — 0.17; *5* — 0.18; *6* — 0.20 [8]



Рис. 2. Зависимость коэффициента A при квадратичном члене в выражении (1) для $\rho(T)$ от концентрации x церия [8]

тичного закона. На рис. 2 приведена концентрационная зависимость коэффициента A(x). Можно видеть, что при x = 0.14 и x = 0.15 величина A фактически одинакова, а при x = 0.17 этот коэффициент резко уменьшается, а затем практически не зависит от содержания церия, несмотря на то что при x == 0.17, 0.18 система переходит в сверхпроводящее состояние, а при x = 0.20 она является несверхпроводящей.

Такое сильное падение величины электросопротивления при больших концентрациях церия x > 0.17 объясняется далее, в разд. 4, уменьшением АФМ корреляционной длины ξ с допированием.

3. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Температурная и концентрационная зависимости электросопротивления

Одна из фундаментальных проблем в физике высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) это выявление природы температурной зависимости электросопротивления $\rho(T)$ в нормальном состоянии. Линейный температурный ход $\rho(T)$, обычно характерный для купратов с дырочным допированием (ВТСП *р*-типа) вблизи оптимального допирования [7], не выполняется для электронно-допированных купратных сверхпроводников (ВТСП n-типа) $Ln_{2-x}Ce_xCuO_{4-\delta}$ (LCCO), где Ln = Nd, Pr, Sm. В данных материалах в интервале температур T = 50-200 К наблюдается квадратичная зависимость (1). Прежде чем перейти к теоретическому рассмотрению электронно-допированных купратов, мы дадим более широкий обзор экспериментов, касающихся данного класса материалов, и проведем сравнение с соответствующими данными для дырочно-допированных купратов.

В значительном числе экспериментальных работ, в которых описывалась квадратичная температурная зависимость $\rho(T)$, исследования проводились для системы NCCO с оптимальным содержанием церия (x = 0.15), см., например, работы [11, 12]. В них обсуждался электрон-электронный механизм рассеяния, который приводит к квадратичной зависимости электросопротивления в обычных металлах. Однако такое поведение в обычных металлах наблюдается лишь в области низких температур, в то время как в ВТСП *n*-типа квадратичная зависимость сохраняется вплоть до 300 К. Как отмечается в работах [13, 14], электрон-электронный механизм оказывается не вполне адекватным в данном случае. Действительно, стандартные теоретические оценки коэффициента А дают величины существенно ниже экспериментальных ($A \sim 10^{-12}$ мкОм·см/K²).

В работе [11] был проведен также анализ роли электрон-фононного рассеяния носителей тока. Оценки величины электросопротивления, выполненные с использованием данных о спектре электрон-фононного взаимодействия, полученных в туннельных экспериментах, приводят к линейной зависимости $\rho(T)$ в области температур выше 50 K, вклад которой составляет примерно лишь 1/3 от полного сопротивления при 300 K. Таким образом, эти механизмы рассеяния не могут быть основными при анализе квадратичной зависимости $\rho(T)$.

Для понимания особенностей поведения электросопротивления и других явлений переноса необходимо исследовать зависимость $\rho(T)$ от допирования. Такие исследования системы NCCO в широком интервале значений x были проведены в нашей работе и ряде других. В работе [15] были исследованы электросопротивление и холловский коэффициент R_H в интервале значений 0.13 $\leq x \leq$ 0.19. Низкотемпературное поведение в области $0.35 \text{ K} \le T \le 20 \text{ K}$ описывалось формулой $\rho(T) = \rho_0 + C T^{\beta}$, где показатель степени β в области концентраций x = 0.16 - 0.17приближается к значению $\beta \approx 1$. Вне этой области $\beta \approx 1.5$. Такую смену зависимости авторы объясняют квантовым фазовым переходом при $x_c = 0.165$, возможно связанным с переходом в АФМ-фазу. Высокотемпературное поведение при T > 50 K характеризуется квадратичной зависимостью (1). В последующей работе [16] были исследованы зависимости $\rho(T)$ и R_H в области высоких температур. Во всей области концентраций температурная зависимость нормализованной величины электросопротивления $[\rho(T) - \rho(100 \text{ K})]/\rho(300 \text{ K})$ была описана единой кривой для всех концентраций церия, что привело авторов к выводу, что носителями заряда являются электроны, поскольку в ВТСП *р*-типа подобная зависимость не наблюдается.

Детальное исследование электросопротивления в соединении LCCO в работе [17] привело авторов к близким выводам: в области малых концентраций $0.11 \leq x \leq 0.17$ и низких температур $T \lesssim 1000$ \$\le 20 K наблюдается линейная температурная зависимость $\rho(T) = \rho_0 + A_1 T$, а в области высоких концентраций $x \ge 0.18$ возникает квадратичная зависимость $\rho(T) = \rho_0 + A_2 T^2$ от высоких температур до низких, вплоть до 20 мК, которую авторы объясняют электрон-электронным рассеянием. Следует отметить, что коэффициент A_2 резко уменьшается с ростом x, как и коэффициент A для NCCO в нашей работе, представленный на рис. 2. Смена режима поведения при $x_c = 0.17$ авторы объясняют квантовым фазовым АФМ-переходом. Линейную температурную зависимость $\rho(T)$ при концентрации $x \leq x_c$, совпадающей с появлением сверхпроводимости при T_c, авторы связывают с рассеянием электронов на спиновых флуктуациях и делают вывод о спин-флуктуационном механизме спаривания. Квадратичная температурная зависимость электросопротивления наблюдалась также в работе [18], где исследовался эффект Нернста в $\Pr_{2-x} Ce_x CuO_4$. Как и в нашей работе, наблюдалось значительное уменьшение электросопротивления при переходе от низких концентраций (x = 0.13, 0.14) к высоким (x =

= 0.15, 0.17). Как мы обсуждаем далее, в нашей теории спиновые флуктуации определяют квадратичную зависимость $\rho(T)$ по крайней мере в области температур выше T_c .

Здесь следует обратить внимание на то, что большой квадратичный вклад в $\rho(T)$ ($A \sim 10^{-3}$ мкОм·см/K²) характерен для переходных и редкоземельных металлов [19], в которых вклад в электросопротивление, обусловленный рассеянием носителей тока на магнитных моментах 3*d*- и 4*f*-электронов, является преобладающим. Поэтому вполне правдоподобным является предположение о том, что и для NCCO квадратичный ход зависимости $\rho(T)$ также определяется магнитным рассеянием носителей тока.

3.2. Спиновые флуктуации

Сравним магнитные характеристики сверхпроводников *n*-типа NCCO с аналогичной системой сверхпроводников *p*-типа $La_{2-x}Sr_xCuO_{4-\delta}$ (LSCO). Отметим, что обе эти группы купратов имеют ряд общих черт. В частности, Nd₂CuO₄ и La₂CuO₄ — несверхпроводящие прототипы этих двух семейств — антиферромагнетики с температурами Нееля соответственно $T_N = 250$ К и $T_N = 280$ К. Однако допирование оказывает различное действие на спиновые АФМ-корреляции в сверхпроводниках *n*- и *p*-типов.

В частности, сравнение результатов исследования спектров комбинационного рассеяния для NCCO [20] и LSCO [21] показывает, что величина локального магнитного момента на ионе Cu²⁺ в сверхпроводниках *n*-типа слабо зависит от допирования церием, в то время как допирование в сверхпроводниках р-типа приводит к уменьшению магнитного момента. В первом случае при малом допировании наблюдается дальний магнитный порядок и эффективный магнитный момент ионов остается довольно большим. При этом в интервале 0 < x < 0.13, несмотря на уменьшение температуры Нееля T_N , обменное взаимодействие в плоскости CuO₂ оказывается слабо зависящим от концентрации церия. При дальнейшем росте концентрации церия, когда происходит переход к металлическому типу поведения электросопротивления и к сверхпроводимости, магнитные возбуждения существенным образом подавляются, но по-прежнему сохраняется локальный характер магнитных моментов ионов Си. При этих уровнях допирования магнитная корреляционная длина медленно убывает с ростом концентрации церия. Такой характер изменения магнитных возбуждений соответствует концентрационной зависимости A(x) в NCCO, приведенной на рис. 2.

Различное магнитное поведение электронных и дырочных сверхпроводников обсуждается в работах [22, 23]. Это различие обусловлено тем, что в Nd₂CuO₄ при допировании церием электроны локализуются главным образом на узлах, занятых медью, а дырки, возникающие при допировании La₂CuO₄ стронцием, занимают преимущественно кислородные позиции. Замещение неодима церием в Nd_2CuO_4 (электронное допирование) меняет эффективный заряд на атоме меди (Cu^{2+} \rightarrow \rightarrow Cu¹⁺) [24], в результате чего происходит разбавление магнитной полсистемы Cu²⁺ за счет появления немагнитных ионов Cu¹⁺. Подтверждение теории разбавления магнитной подсистемы при допировании было получено в работе [25], где были исследованы спиновые корреляции и АФМ-порядок в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_{4\pm\delta}$ методом рассеяния нейтронов. Было показало, что экспериментальные результаты хорошо описываются численными расчетами методом Монте-Карло для АФМ-модели Гейзенберга для спинов 1/2 при их случайном исключении.

В то же время дырочное допирование La_2CuO_4 меняет валентное состояние иона кислорода (${\rm O}^{2-}
ightarrow$ \rightarrow O¹⁻) [26]. Наличие магнитного кислородного иона между двумя соседними ионами меди приводит к эффективному ферромагнитному взаимодействию ионов меди. Таким образом, в решетке CuO₂ возникают фрустрации АФМ-типа. Такие фрустрации вызывают ослабление магнитных корреляций и, в результате, исчезновение дальнего АФМ-порядка при весьма низких уровнях допирования x = 0.027. Таким образом, характерная длина спиновых корреляций в NCCO оказывается больше соответствующей корреляционной длины в LCCO [27]. Фактически, в NCCO возникают локальные магнитные моменты, для которых длина корреляции сравнима с длиной свободного пробега носителей тока, что должно существенным образом влиять на рассеяние носителей тока в купратах *n*-типа.

Детальное исследование магнитного порядка и АФМ-корреляций в сверхпроводниках *n*-типа было проведено с помощью рассеяния нейтронов. В работе [28] в монокристаллах $(Nd,Pr)_{2-x}Ce_xCuO_4$ были измерены температурная зависимость трехмерного дальнего АФМ-порядка и двумерной корреляционной длины ξ в несверхпроводящей области ($0 \le \le x \le 0.125$). Было показано, что магнитное поведение для купратов *n*-типа и *p*-типа имеет аналогичный характер, но магнитный порядок в купратах *n*-типа сохраняется в существенно большей области концентраций. Это различие, как обсуждалось выше, обусловлено разными механизмами подавления магнитного порядка: разбавлением спиновой системы в первом случае и возникновением фрустраций во втором случае.

Упругое рассеяние нейтронов было использовано в работе [29] для исследования зависимости температуры Нееля и АФМ корреляционной длины ξ от допирования в монокристаллах $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ в области концентраций 0.10 $\leq x \leq$ 0.17. Температура Нееля быстро уменьшается вблизи перехода в сверхпроводящую фазу при $x \approx 0.12$, а корреляционная длина от достаточно больших значений, $\xi \approx 200 \, \text{Å}$ при низкой концентрации x = 0.10 - 0.13быстро убывает до значений $\xi \approx 50 \,\text{\AA}$ при большой концентрации $x \ge 0.15$. Подробное исследование температурной и концентрационной зависимостей корреляционной длины в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_{4\pm\delta}$ в области концентраций $(0.038 \le x \le 0.154)$ было проведено в работе [30] методом неупругого рассеяния нейтронов. АФМ-порядок наблюдался при концентрации x < 0.13, выше которой возникает сверхпроводимость. Это позволило авторам этой работы сделать вывод об отсутствии сосуществования АФМ- и сверхпроводящей фаз и о наличии квантового фазового перехода между ними. Наблюдаемое в некоторых работах сосуществование этих фаз может объясняться фазовой неоднородностью образцов. Корреляционная длина при низких температурах $T \approx 50$ K достаточно быстро уменьшается вне АФМ-фазы от значений $\xi/a \approx 80$ при $x \approx 0.13$ до $\xi/a \approx 40$ при x = 0.145 и $\xi/a \approx 15$ при $x \approx 0.15$, как в работе [29].

Таким образом, исследование спиновых флуктуаций показывает, что они сохраняются в сверхпроводниках *n*-типа в широкой области концентраций и характеризуются достаточно большой АФМ корреляционной длиной при малой концентрации $x \approx$ ≈ 0.13 , быстро убывая при $x \ge 0.15$.

3.3. Реконструкция поверхности Ферми

В ряде работ при сопоставлении данных по $\rho(T)$ в купратах *p*- и *n*-типов отсутствие квадратичной температурной зависимости в купратах *p*-типа связывали с характерными различиями в геометрии поверхности Ферми в этих ВТСП. Изменение поверхности Ферми с допированием исследуется с помощью измерения фотоэмисссионных спектров с угловым разрешением (angle resolved photoemission spectroscopy, ARPES). В купратах *p*-типа при допировании наблюдается переход от поверхности Ферми в виде четырех карманов (дуг) вблизи точек $(\pm \pi/2, \pm \pi/2)$ зоны Бриллюэна к большой дырочной поверхности Ферми с центром вблизи точки (π, π) [2].

В купратах *n*-типа поведение поверхности Ферми с допированием иное: при малом допировании возникает электронная поверхность Ферми в виде карманов вблизи точек $(\pm \pi, 0), (0, \pm \pi)$ зоны Бриллюэна, в дополнение к которым с допированием появляются дырочные поверхности Ферми вблизи точек $(\pm \pi/2, \pm \pi/2)$. Так, в работе [31] при исследовании $Nd_{2-x}Ce_{x}CuO_{4\pm\delta}$ показано, что при концентрации x = 0.04-0.10 видна электронная поверхность Ферми в виде упомянутых выше карманов, объем которых пропорционален x, а при допировании x > 0.15появляется большая дырочная поверхность Ферми с центром вблизи точки (π, π) , объем которой пропорционален 1+x. Подобные же результаты были получены в ARPES-исследованиях $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ в работе [32] в области АФМ-порядка при x = 0.13 - 0.17, где авторы объясняют такую реконструкцию поверхности Ферми АФМ-корреляциями. В работе [33] сопоставлялась поверхность Ферми для сверхпроводников n-типа $Ln_{1.85}Ce_{0.15}CuO_4$, Ln = Nd, Sm, Еu. При таком допировании (x = 0.15) поверхности Ферми этих сверхпроводников имели одинаковую форму в виде описанных выше электронных карманов вблизи точек $(\pm \pi, 0), (0, \pm \pi)$ и дырочных поверхностей Ферми вблизи точек $(\pm \pi/2, \pm \pi/2)$, которые объединялись одной дугой слабой интенсивности в виде большой поверхности Ферми с центром вблизи точки (π, π) . Для описания полученной большой поверхности Ферми использовалась модель электронного спектра в приближении сильной связи при учете АФМ-упорядочения, приводящего к щели в электронном спектре. Эта модель АФМ-спектра предлагается и в других работах, посвященных ARPES-исследованиям (см., например, [34]). Однако в работе [35] эта простая модель спектра, обусловленная дальним АФМ-порядком, подвергается критике, так как две АФМ-ветви спектра имеют разную интенсивность. Одна из них, так называемая теневая ветвь, имеет малую интенсивность и поэтому может быть связана с ближним порядком или многочастичными эффектами, как это обсуждается в теоретической работе [4]. Реконструкция поверхности Ферми без привлечения предположения о дальнем АФМ-порядке также рассматривается в работе [36], посвященной ARPES-исследованию Nd_{2-x}Ce_xCuO₄ в области концентраций x = 0.15-0.17. Авторы объясняют появление щели в спектре при переходе от электронной поверхности Ферми вблизи точек $(\pi, 0)$, $(0, \pi)$ к дырочной вблизи точки $(\pi/2, \pi/2)$ зоны Бриллюэна пересечением исходного электронного спектра с теневой зоной.

Подобное же изменение поверхности Ферми при допировании купратов *n*-типа прослеживается и при наблюдении осцилляций Шубникова-де Гааза, которые позволяют определить объем поверхности Ферми [37–39]. Так, в работе [38] изучается эволюция ферми-поверхности в $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ при изменении концентрации от x = 0.17 для передопированного образца к образцам с пониженной концентрацией, x = 0.15, 0.14. При x = 0.17 авторы этой работы наблюдают переход от большой поверхности Ферми размером, составляющим 41% от всей двумерной зоны Бриллюэна, к малой электронной и двум дырочным поверхностям Ферми при x = 0.15, 0.14 за счет сворачивания большой зоны Бриллюэна в АФМ-зону Бриллюэна размером $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$. Эта реконструкция объясняется появлением АФМ-порядка с большой корреляционной длиной, значительно превышающей наблюдаемую в рассеянии нейтронов в работе [30]. Возможно, что такое различие связано с влиянием сильного внешнего магнитного поля в эксперименте Шубникова – де Гааза, которое приводит к стабилизации АФМ-порядка.

В работе [39] было продолжено исследование магнитосопротивления кристаллов $Nd_{2-x}Ce_xCuO_4$ при изменении концентрации в интервале $0.13 \leq \leq x \leq 0.17$. Авторы приходят к выводу о существовании двух критических точек: $x_c = 0.175$, когда появляется сверхпроводимость, и $x_{opt} = 0.145$ (оптимальное допирование), когда T_c имеет максимальное значение. Ниже этой концентрации предполагается возникновение дальнего АФМ-порядка. В целом, проблема сосуществования АФМ- и сверхпроводящего состояний до конца не выяснена, поскольку результаты рассеяния нейтронов в отсутствие сильного внешнего магнитного поля приводят к выводу об отсутствии такого сосуществования.

Итак, мы проанализировали экспериментальные данные по температурной зависимости электросопротивления $\rho(T)$ в нормальном состоянии электронно-допированных купратов NCCO в пироком интервале концентраций церия и связанные с этой проблемой эксперименты по исследованию спиновых флуктуаций и поверхности Ферми. В ряде работ характер изменения электросопротивления связывают с реконструкцией поверхности Ферми, рассмотренной выше. Однако, как показано в следующем разделе, это изменение $\rho(T)$ можно качественно объяснить скорее наличием рассеяния носителей тока на спиновых флуктуациях.

4. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОСОПРОТИВЛЕНИЯ

Роль рассеяния на спиновых флуктуациях в формировании зависимости $\rho(T)$ для ВТСП достаточно широко обсуждалась в теоретических работах, в которых использовались различные феноменологические модели [40–42]. Ниже мы приводим микроскопическую теорию для расчета электросопротивления, обобщая результаты работы [9] на случай электронно-допированных ВТСП, характеризуемых большой величиной АФМ корреляционной длины ξ .

4.1. *t*-*J*-модель

Учитывая, что купраты являются системами с сильными электронными корреляциями, определяющими диэлектрическое АФМ-состояние в недопированных соединениях [3], для теоретического рассмотрения мы используем t–J-модель [4]. При электронном допировании заполняется верхняя дырочная зона Cu3 d^{10} при полностью заполненной электронной зоне $3d^9$. В этом случае t–J-модель можно записать в виде

$$H = \sum_{i \neq j,\sigma} t_{ij} \tilde{c}_{i\sigma}^{\dagger} \tilde{c}_{j\sigma} - \mu \sum_{i\sigma} \tilde{c}_{i,\sigma}^{\dagger} \tilde{c}_{i,\sigma} + J \sum_{\langle ij \rangle} \left(\mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j - \frac{1}{4} n_i n_j \right), \quad (2)$$

где введены операторы рождения и уничтожения электронов в дырочной зоне:

$$\tilde{c}_{i,\sigma}^{\dagger} = c_{i,\sigma}^{\dagger} n_{i,\bar{\sigma}}, \ \tilde{c}_{i,\sigma} = c_{i,\sigma} n_{i,\bar{\sigma}}.$$
(3)

Здесь $c_{i,\sigma}^{\dagger}$ и $c_{i,\sigma}$ — фермиевские операторы рождения и уничтожения электрона со спином $\sigma/2$, $\sigma = \pm 1$ $(\bar{\sigma} = -\sigma)$ на узле решетки $i, n_i = \Sigma_{\sigma} n_{i,\sigma}$ — оператор числа частиц. Множитель $n_{i,\bar{\sigma}} = c_{i,\bar{\sigma}}^{\dagger} c_{i,\bar{\sigma}}$ в определении (3) показывает, что операторы $\tilde{c}_{i,\sigma}^{\dagger}$, $\tilde{c}_{i,\sigma}$ действуют в двукратно заполненной зоне при условии $n_{i,\bar{\sigma}} = 1$, так что их спин фиксирован и противоположен электрону в нижней зоне. Операторы спина 1/2 имеют вид

$$S_i^{\alpha} = \frac{1}{2} \sum_{s,s'} \tilde{c}_{is}^{\dagger} \sigma_{s,s'}^{\alpha} \tilde{c}_{is'}$$

Обменное АФМ-взаимодействие между спинами для ближайших соседей $\langle ij \rangle$, i > j определяется параметром J.

Химический потенциал μ находится из уравнения для среднего числа электронов с учетом заполненной зоны Cu3 d^9 :

$$n = 1 + x, \quad x = \frac{1}{N} \sum_{i} \langle \tilde{c}_{i,\sigma}^{\dagger} \tilde{c}_{i,\sigma} \rangle,$$
 (4)

где x — концентрация допированных электронов в верхней зоне, $\langle \ldots \rangle$ — статистическое среднее с гамильтонианом (2).

Мы рассматриваем двумерную квадратную решетку для плоскости CuO₂, где матричный элемент перескока t_{ij} между узлами *i* и *j* определяется параметрами *t*, *t'* и *t''* для перескока между ближайшими соседями, $(\pm a_x, \pm a_y)$, вторыми соседями, $\pm (a_x \pm a_y)$, и третьими соседями, $(\pm 2a_x, \pm 2a_y)$. Фурье-компонента матричного элемента перескока имеет вид

$$t(\mathbf{k}) = 4t\,\gamma(\mathbf{k}) + 4t'\,\gamma'(\mathbf{k}) + 4t''\,\gamma''(\mathbf{k}),\tag{5}$$

где

$$\gamma(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} [\cos(ak_x) + \cos(ak_y)],$$
$$\gamma'(\mathbf{k}) = \cos(ak_x)\cos(ak_y),$$
$$\gamma''(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} [\cos(2ak_x) + \cos(2ak_y)].$$

Для электронно-допированных соединений мы выберем параметры, предложенные в работе [4]:

$$t > 0, \quad t' < 0, \quad t'' > 0,$$

 $\frac{t'}{t} = -0.25, \quad \frac{t''}{t} = 0.12,$ (6)

которые определяют электронный спектр в виде

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = t(\mathbf{k}) - \mu = 4\gamma(\mathbf{k}) - \gamma'(\mathbf{k}) + 0.48\gamma''(\mathbf{k}) - \mu, \quad (7)$$

где t = 1 выбираем за единицу энергии (t = 0.35 эВ ≈ 4000 K [4]). При этом минимальная энергия электронов оказывается вблизи точки (π, π) зоны Бриллюэна (в единицах обратной решетки $2\pi/a$, где постоянную решетки $a_x = a_y = a = 1$ принимаем за единицу длины). Электронный спектр (7) соответствует наблюдаемым в ARPES-экспериментах [33, 36]. Фурье-компонента обменного взаимодействия имеет вид $J(\mathbf{q}) = 4J\gamma(\mathbf{q})$, где примем J = 0.4t.

Отметим, что составные операторы $\tilde{c}_{i,\sigma}^{\dagger}$, $\tilde{c}_{i,\sigma}$, включающие произведения трех фермиевских операторов, имеют сложные коммутационные соотношения:

$$\tilde{c}_{i,\sigma}\,\tilde{c}_{j,\sigma}^{\dagger}+\tilde{c}_{j,\sigma}^{\dagger}\,\tilde{c}_{i,\sigma}=\delta_{ij}(1-n_{i\sigma}/2+\sigma S_i^z).$$
(8)

На разных узлах, $i \neq j$, они антикоммутируют, как фермиевские операторы, а на одном узле, i = j, в правой части уравнения (8) появляются оператор числа частиц $n_{i\sigma}$ и оператор спина S_i^z , которые определяют так называемое кинематическое взаимодействие. Оно приводит к взаимодействию электронов со спиновыми и зарядовыми возбуждениями с большой константой связи, порядка кинетической энергии t_{ij} , много большей, чем обменное АФМ-взаимодействие J. Это взаимодействие определяет электронный спектр и проводимость в купратах, как будет показано ниже.

4.2. Модель спиновых возбуждений

Спектр спиновых возбуждений определяется динамической спиновой восприимчивостью спиновых операторов $S_{\mathbf{q}}^{\pm} = S_{\mathbf{q}}^{+} \pm i S_{\mathbf{q}}^{-}$ [43,44]:

$$\chi(\mathbf{q},\omega) = -\langle\langle S_{\mathbf{q}}^+ | S_{-\mathbf{q}}^- \rangle\rangle_\omega = \chi_s(\mathbf{q})\,\chi_s(\mathbf{q},\omega),\quad(9)$$

где $\langle\langle S_{\mathbf{q}}^{+}|S_{-\mathbf{q}}^{-}\rangle\rangle_{\omega}$ — запаздывающая функция Грина для фурье-компонент спиновых операторов $S_{\mathbf{q}}^{\pm}$ [45]. Учитывая, что АФМ-возбуждения имеют максимум на волновом векторе $\mathbf{Q} = (\pi, \pi)$, для статической восприимчивости $\chi_{s}(\mathbf{q})$ примем модель

$$\chi_s(\mathbf{q}) = \frac{\chi_Q}{\kappa^2 + (\mathbf{Q} - \mathbf{q})^2}.$$
 (10)

Здесь
 $\kappa=1/\xi,$ где ξ (в единицах a) — А
ФМ корреляционная длина.

Для дальнейших вычислений нам потребуется спектральная плотность спиновых возбуждений, определяемая мнимой частью зависящей от частоты восприимчивости $\chi_s(\mathbf{q}, \omega)$ в формуле (9), которая имеет вид [43]

Im
$$\chi_s(\mathbf{q},\omega) = \chi_s''(\mathbf{q},\omega) =$$

= $\omega_{\mathbf{q}} \frac{\omega \eta_{\mathbf{q}}}{(\omega^2 - \omega_{\mathbf{q}}^2)^2 + (\omega \eta_{\mathbf{q}})^2},$ (11)

где $\omega_{\mathbf{q}}$ — частота спиновых возбуждений и $\eta_{\mathbf{q}}$ — их затухание. Частота спиновых возбуждений в парамагнитной фазе антиферромагнетика может быть представлена в виде

$$\omega_{\mathbf{q}} = \omega_{\mathbf{Q}} + 2J\sqrt{1 - \gamma^2(\mathbf{k})},$$

где $\omega_{\mathbf{Q}} \propto J/\xi$ — щель в спектре на волновом векторе **Q**. При переходе в АФМ-состояние с дальним порядком корреляционная длина $\xi \to \infty$ и щель в спектре исчезает, $\omega_{\mathbf{Q}} \to 0$. При проведении численных расчетов мы учтем, что основной вклад в восприимчивость, согласно формуле (10), дают волновые векторы вблизи АФМ-вектора \mathbf{Q} , и поэтому мы можем ввести эффективную частоту ω_s и эффективное затухание η_s спиновых возбуждений вблизи \mathbf{Q} :

$$\chi_s(\mathbf{q},\omega) pprox \chi_s(\mathbf{q} \sim \mathbf{Q},\omega) = \chi_s(\omega).$$

В этом приближении спектральную плотность спиновых возбуждений (11) будем описывать моделью

$$\chi_s''(\omega) = \operatorname{Im} \chi_s(\omega) = \omega_s \frac{\omega \eta_s}{(\omega^2 - \omega_s^2)^2 + (\omega \eta_s)^2}, \quad (12)$$

где частота возбуждений $\omega_{\mathbf{Q}}$ за счет щели в спектре зависит от АФМ корреляционной длины ξ и увеличивается с уменьшением ξ : $\omega_s = \beta(\xi)J$, где $\beta(\xi)$ — подгоночный параметр. При расчетах мы рассмотрим два характерных значения корреляционной длины: ξ = 15 при низкой концентрации носителей вблизи АФМ-состояния (x = 0.14, 0.15) и $\xi = 5.5$ для высокой концентраций носителей (x == 0.18, 0.20), учитывая экспериментальные данные, приведенные в работах [17, 22, 28–30]. При этих значениях корреляционной длины мы принимаем значения $\beta(\xi = 15) = 0.55$ и $\beta(\xi = 5.5) = 0.91$. Для затухания спиновых возбуждений примем величину $\eta_s = 0.4\omega_s$, которая определяет спектр возбуждений с сильным затуханием, обычно наблюдаемым в допированной парамагнитной фазе [20, 43].

Максимальное значение статической спиновой восприимчивости (10) χ_Q/κ^2 при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$ определяет константу взаимодействия электронов со спиновыми возбуждениями, которая находится из условий нормировки для полной восприимчивости:

$$\langle \mathbf{S}_{i}^{2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i} \langle \mathbf{S}_{i} \cdot \mathbf{S}_{i} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\exp(\omega/T) - 1} \frac{1}{N} \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} \left[-\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \right] \langle \langle \mathbf{S}_{\mathbf{q}} \mid \mathbf{S}_{-\mathbf{q}} \rangle \rangle = \\ = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\exp(\omega/T) - 1} \chi_{s}^{''}(\omega) \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \chi_{s}(\mathbf{q}) \equiv \\ \equiv I(T) \chi_{Q} I(\kappa), \quad (13)$$

Здесь введены нормировочные интегралы

$$I(T) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} d\omega \operatorname{cth} \frac{\omega}{2T} \chi_{s}^{''}(\omega), \qquad (14)$$

$$I(\kappa) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{1}{\kappa^2 + (\mathbf{q} - \mathbf{Q})^2}.$$
 (15)

Следовательно, постоянная χ_Q определяется соотношением

$$\chi_Q = \frac{1}{I(T)I(\kappa)} \langle \mathbf{S}_i^2 \rangle = \frac{3(1-x)}{4I(T)I(\kappa)}, \qquad (16)$$

где $\langle \mathbf{S}_i^2 \rangle = (3/4)(1-x)$ и x — концентрация допированных электронов. Нормировочные интегралы достаточно слабо зависят от параметров в представляющей интерес областях температуры T и допирования x.

Таким образом, для определения спектра спиновых возбуждений (9) мы используем два параметра в формуле (12) — частоту спиновых возбуждений ω_s (параметр β) и их затухание η_s , зависящие от АФМ корреляционной длины ξ в формуле (10).

4.3. Функция релаксации и электросопротивление

В работе [9] нами была вычислена оптическая проводимость, которая для нулевой частоты определяет статическую проводимость $\sigma(0)$ и электросопротивление ρ :

$$\sigma(0) = \frac{BtN_{eff}}{\Gamma(0)} = \frac{1}{\rho},$$

$$\rho = \frac{\Gamma(0)/t}{BN_{eff}} = \frac{\widetilde{\rho}}{B},$$
(17)

где $\tilde{\rho}$ — безразмерное электросопротивление и параметр $B = \omega_{0pl}^2/4\pi t = e^2 n_0/mt$. Здесь ω_{0pl} — плазменная частота при плотности электронов $n_0 = 1/v_0$, v_0 — объем элементарной ячейки. Для соединения Nd₂CuO₄ с параметрами ячейки в плоскости a = 3.95 Å и расстоянием между плоскостями d = 12.5 Å объем $v_0 = (1/2) a^2 d = 94.8$ Å³ и параметр $B = 4.9 \cdot 10^3 (\text{Ом·см})^{-1}$. Для измеряемого электросопротивления получаем $\rho = \tilde{\rho}/B = 2 \cdot 10^{-4} \tilde{\rho}$ Ом·см.

Безразмерное электросопротивление $\tilde{\rho}$ в формуле (17) зависит от эффективной плотности носителей заряда в плоскости, $N_{eff}(x)$, и статической скорости релаксации $\Gamma(0)$ (обратного времени свободного пробега, $1/\tau$). Согласно работе [9], эти величины определяются формулами

$$N_{eff}(x) = \eta K(x) = \frac{m}{N} \sum_{\mathbf{k},\sigma} \frac{\partial^2 t(\mathbf{k})}{\partial k_x^2} \langle \tilde{c}^{\dagger}_{\mathbf{k},\sigma} \tilde{c}_{\mathbf{k},\sigma} \rangle, \quad (18)$$

$$K(x) = -\frac{Q}{N} \sum_{\mathbf{k},\sigma} \langle \tilde{c}^{\dagger}_{\mathbf{k},\sigma} \tilde{c}_{\mathbf{k},\sigma} \rangle \left[\cos(ak_x) + 2\frac{t'}{t} \cos(ak_x) \cos(ak_y) + 4\frac{t''}{t} \cos(2ak_x) \right].$$
(19)

Здесь безразмерный коэффициент $\eta = 2ma^2 t$ для решетки с параметром a = 3.95 Å равен $\eta = 1.39$ для t = 0.35 эВ.

Скорость релаксации Г(0) определяется рассеянием электрона с возбуждением пары частица–дырка с сопутствующим спиновым возбуждением. В приближении взаимодействующих мод она описывается формулой [9]

$$\Gamma(0) = \frac{\pi t}{T K(x)} \frac{t^2 Q^2}{N^2} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \widetilde{g}_x^2(\mathbf{k},\mathbf{k}-\mathbf{q}) \times \\ \times \iiint_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 d\omega' n(\omega_1) [1-n(\omega_2)] N(\omega') \chi_s''(\mathbf{q},\omega') \times \\ \times A(\mathbf{k},\omega_1) A(\mathbf{k}-\mathbf{q},\omega_2) \,\delta(\omega_2-\omega_1-\omega'), \quad (20)$$

где

$$n(\omega) = \left(e^{\omega/T} + 1\right)^{-1}, \quad N(\omega) = \left(e^{\omega/T} - 1\right)^{-1}$$

и $A(\mathbf{k},\omega)$ — спектральная плотность электронных возбуждений (см. (25)). Здесь введена безразмерная транспортная вершина

$$\widetilde{g}_x(\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) = \frac{1}{at^2} g_x(\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{q}),$$

где

$$g_x(\mathbf{k}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) = v_x(\mathbf{k}) t(\mathbf{k} - \mathbf{q}) - v_x(\mathbf{k} - \mathbf{q}) t(\mathbf{k}) - J(\mathbf{q})/2 [v_x(\mathbf{k}) - v_x(\mathbf{k} - \mathbf{q})], \quad (21)$$

 $v_x(\mathbf{k}) = -\partial t(\mathbf{k}) / \partial k_x$ — скорость электрона.

Интегрирование по ω' для спиновой восприимчивости (12) приводит к уравнению

$$\Gamma(0) = \frac{\pi t}{T K(x)} \frac{t^2 Q^2}{N^2} \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} \widetilde{g}_x^2(\mathbf{k},\mathbf{k}-\mathbf{q}) \chi_s(\mathbf{q}) \times \\ \times \iint_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 d\omega_2 \chi_s''(\omega_2-\omega_1) n(\omega_1) \times \\ \times [1-n(\omega_2)] N(\omega_2-\omega_1) A(\mathbf{k},\omega_1) A(\mathbf{k}-\mathbf{q},\omega_2).$$
(22)

При вычислении электросопротивления ρ (17) мы используем формулу для скорости релаксации (22). Рассматриваются случаи низкой (x = 0.14, 0.15) и повышенной (x = 0.18, 0.20) концентраций электронов. С ростом концентрации электронов АФМ корреляционная длина уменьшается: в первом случае она была принята равной $\xi = 15$, а во втором случае, равной $\xi = 5.5$. Используя эти данные, на рис. 3 мы приводим температурные зависимости электросопротивления для этих значений концентрации носителей в логарифмическом масштабе. Экспериментальные данные работы [8] представлены символами. Теоретические кривые $\rho(T) \propto T^2$



Рис. 3. Температурные зависимости электросопротивления в логарифмическом масштабе. Символы — эксперимент (обозначения те же, что и на рис. 1), сплошная, штрихпунктирная и штриховые линии — теория

смещены вверх на величину остаточного электросопротивления ρ_0 , приведенного в эксперименте.

Отметим, что скорость релаксации существенным образом зависит от AФM корреляционной длины ξ , которая определяет величину статической спиновой восприимчивости $\chi_s(\mathbf{q})$ в уравнении (10). Она имеет максимум при $\mathbf{q} = \mathbf{Q}$, и поэтому основной вклад в скорость релаксации (22) дает произведение спектральных плотностей для основной зоны, $A(\mathbf{k}, \omega_1)$, и теневой зоны, $A(\mathbf{k} - \mathbf{Q}, \omega_2)$. При больших значениях AФM корреляционной длины ξ теневая зона имеет высокую интенсивность, и поэтому это произведение дает большой вклад в скорость релаксации. С уменьшением ξ интенсивность теневой зоны падает и скорость релаксации уменьшается. Кроме того, увеличение ξ приводит к росту статической восприимчивости

$$\chi_s(\mathbf{Q}) = \frac{\chi_Q}{\kappa^2} \propto \frac{\xi^2}{\ln[1 + 4\pi\xi^2]}$$

которая играет роль константы взаимодействия в выражении (22). Эта зависимость скорости релаксации от АФМ корреляционной длины ξ объясняет значительное уменьшение электросопротивления при увеличении допирования.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена теоретическая интерпретация квадратичной температурной зависимости электросопротивления в электронно-допированных купратах. Как видно из графиков, представленных на рис. 3, электросопротивление имеет явно выраженную квадратичную зависимость от температуры и по величине согласуется с экспериментальными данными. Резкий рост сопротивления — увеличение наклона кривых на рис. 3 при переходе от высокой концентрации электронов x == 0.18, 0.20 к пониженной концентрации x = 0.14,0.15, обусловлен прежде всего увеличением АФМ корреляционной длины ξ, как это обсуждалось в конце предыдущего раздела. Незначительная вариация электросопротивления при фиксированном значении ξ объясняется изменением плотности носителей $N_{eff}(x)$ (19). Хорошее согласие теоретических расчетов с экспериментом однозначно указывают на спин-флуктуационный механизм рассеяния электронов в электросопротивлении.

Кулоновское рассеяние электронов также дает квадратичную зависимость электросопротивления от температуры. Однако при кулоновском рассеянии основной вклад вносит рассеяние с малыми волновыми векторами, которые не дают большого вклада в транспортную вершину взаимодействия, в отличие от спин-флуктуационного рассеяния с большой передачей импульса $\mathbf{q} \sim \mathbf{Q}$ в вершине (21). Отметим также, что спин-флуктуационное рассеяние позволяет объяснить и отклонения от квадратичной температурой зависимости электросопротивления, поэтому дополнительный учет электрон-электронного рассеяния для вклала интерпретации экспериментальных данных, предпринятый в работе [12], представляется излишним.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 19-02-00421, 19-02-00509, 20-02-00015).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Спектр электронных возбуждений

Спектр электронных возбуждений определяется одноэлектронной функцией Грина для операторов (3). Пользуясь методом уравнений движения для двухвременной запаздывающей функции Грина [5], для фурье-компоненты функции Грина получаем уравнение

$$\widetilde{G}(\mathbf{k},\omega) = \langle \langle \widetilde{c}_{\mathbf{k},\sigma} | \widetilde{c}_{\mathbf{k},\sigma}^{\dagger} \rangle \rangle_{\omega} = \frac{Q}{\omega - \varepsilon(\mathbf{k}) - \Sigma(\mathbf{k},\omega)} \equiv Q G(\mathbf{k},\omega), \quad (23)$$

где Q = n/2 = (1 + x)/2 определяет вес двукратно заполненной электронной зоны, $\varepsilon(\mathbf{k})$ — электронный спектр (7) и $\Sigma(\mathbf{k}, \omega)$ — массовый оператор. Для массового оператора в приближении непересекающихся диаграмм получаем следующее уравнение [5]:

$$\Sigma(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \, K(\omega, z | \mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) A(\mathbf{q}, z), \quad (24)$$

где спектральная плотность электронных возбуждений

$$A(\mathbf{q}, z) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Im} G(\mathbf{q}, z).$$
(25)

Ядро интегрального уравнения (24) имеет вид

$$K(\omega, z | \mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) = |t(\mathbf{q})|^2 \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\Omega}{\omega - z - \Omega} \times \frac{1}{2} \left(\operatorname{th} \frac{z}{2T} + \operatorname{cth} \frac{\Omega}{2T} \right) \chi''(\mathbf{k} - \mathbf{q}, \Omega), \quad (26)$$

где для спектральной плотности спиновых возбуждений используется модель (9):

$$\chi''(\mathbf{k}-\mathbf{q},\Omega) = \chi_s(\mathbf{k}-\mathbf{q})\,\chi_s''(\Omega).$$

Учитывая, что энергия спиновых возбуждений в (26) определяется частотой $\Omega \approx \omega_s$, много меньшей, чем характерная энергия электронных возбуждений $z \sim 4t$, мы можем пренебречь эффектами запаздывания и положить $\Omega = 0$ в знаменателе формулы (26). При этом интеграл по частоте Ω от нечетной функции $\chi''_s(\Omega)$ не дает вклада в член th(z/2T), и для массового оператора получаем уравнение

Вводя действительную $\Sigma'({\bf k},\omega)$ и мнимую $\Sigma''({\bf k},\omega)$ части массового оператора

$$\Sigma(\mathbf{k}, \omega + i\epsilon) = \Sigma'(\mathbf{k}, \omega) - i\Sigma''(\mathbf{k}, \omega),$$



Рис. 4. Спектральная плотность электронных возбуждений (28)

находим выражение для спектральной плотности электронных возбуждений (25):

$$A(\mathbf{q},\omega) = \frac{\Sigma''(\mathbf{q},\omega)/\pi}{[\omega - \varepsilon(\mathbf{q}) - \Sigma'(\mathbf{q},\omega)]^2 + [\Sigma''(\mathbf{q},\omega)]^2}.$$
 (28)

Полагая $A(\mathbf{q},z) = \delta[z - \varepsilon(\mathbf{q})]$, в первом приближении для массового оператора (27) находим

$$\Sigma(\mathbf{k},\omega) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} |t(\mathbf{q})|^2 \chi_s(\mathbf{k}-\mathbf{q}) I(T) \frac{1}{\omega - \varepsilon(\mathbf{q})} =$$
$$= \frac{3(1-x)}{4I(\kappa)} \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{q}} |t(\mathbf{q})|^2 \frac{1}{\kappa^2 + (\mathbf{Q}-\mathbf{q})^2} \frac{1}{\omega - \varepsilon(\mathbf{q})}, \quad (29)$$

где были использованы формулы (10) и (16).

Спектральная плотность электронных возбуждений (28) представлена на рис. 4 для симметричных направлений $\Gamma(0,0) \to X(\pi,0) \to M(\pi,\pi) \to$ $\to \Gamma(0,0)$ для концентрации электронов x = 0.18при значении химического потенциала $\mu = -1$ и для АФМ корреляционной длины $\xi = 5.5$. Хорошо видна дисперсия основной дырочной зоны, представленной кривой с большой интенсивностью с минимумом в точке **Q** и максимумом в точке $\Gamma(0,0)$ зоны Бриллюэна. Теневая дырочная дисперсия (shadow band), смещенная на АФМ-вектор **Q** относительно основной дырочной зоны представлена кривой с меньшей интенсивностью. Она обусловлена АФМ-корреляциями ближнего порядка и определяется массо-



Рис. 5. Химический потенциал μ в зависимости от допирования x

вым оператором (29). На рис. 5 приведена зависимость химического потенциала μ от концентрации допированных электронов x, вычисленной из уравнения (4) для спектральной плотности (28):

$$x = \frac{Q}{2N} \sum_{\mathbf{q}} \langle \tilde{c}_{\mathbf{k},\sigma}^{\dagger} \tilde{c}_{\mathbf{k},\sigma} \rangle =$$
$$= \frac{1+x}{2N} \sum_{\mathbf{q}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega A(\mathbf{q},\omega)}{\exp(\omega/T) + 1}.$$
 (30)

Как следует из этой формулы, концентрация допированных электронов не превышает $x \leq 1$.

Как обсуждается в разд. 3.3, в ARPES-экспериментах и в экспериментах по изучению квантовых осцилляций с уменьшением допирования наблюдается реконструкция большой дырочной поверхности Ферми, которая преобразуется в малые электронную и две дырочные поверхности Ферми за счет появления щели в электронном спектре. Это преобразование обычно связывают с появлением дальнего АФМ-порядка. Однако подобное изменение поверхности Ферми, может возникать и за счет АФМ-корреляций ближнего порядка, как это обсуждается в теоретической работе [4]. Появление щели в электронном спектре при достаточно большой корреляционной длине ξ при малом допировании в рамках нашего подхода можно описать следующим образом.

Рассмотрим массовый оператор (29) при большой корреляционной длине ξ , когда статическая спиновая восприимчивость $\chi_s(\mathbf{k} - \mathbf{q})$ имеет острый максимум при $(\mathbf{k} - \mathbf{q}) = \mathbf{Q} = (\pi, \pi)$. В этом случае, полагая $\varepsilon(\mathbf{q}) = \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q})$ в выражении (29), мы можем аппроксимировать массовый оператор функцией

$$\Sigma(\mathbf{k},\omega) \approx \frac{1}{\omega - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q})} \frac{1}{N} \times \\ \times \sum_{\mathbf{q}} |t(\mathbf{q})|^2 \, \chi_s(\mathbf{k} - \mathbf{q}) \, I(T) = \\ = \frac{1}{\omega - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q})} \, \Delta(\mathbf{k}). \quad (31)$$

Подставляя это выражение в функцию Грина (23), находим спектр электронных возбуждений, определяемый полюсами этой функции:

$$E_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\varepsilon(\mathbf{k}) + \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q}) \right) \pm \\ \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[\varepsilon(\mathbf{k}) - \varepsilon(\mathbf{k} - \mathbf{Q}) \right]^2 + 4\Delta^2(\mathbf{k})} = \\ = 4t' \gamma'(\mathbf{k}) + 4t'' \gamma''(\mathbf{k}) - \mu \pm \sqrt{\left[4t\gamma(\mathbf{k})\right]^2 + \Delta^2(\mathbf{k})}, \quad (32)$$

где использована формула (7) для $\varepsilon(\mathbf{k})$. Такой спектр наблюдается в ARPES-экспериментах [35]. В нашем подходе щель $\Delta(\mathbf{k})$ в спектре возникает при пересечении основной зоны и теневой. Величина щели зависит от допирования, в нашей модели — от корреляционной длины ξ . При малой величине ξ теневая зона имеет малую интенсивность и щель в спектре не наблюдается, что приводит к большой поверхности Ферми, определяемой основной зоной.

ЛИТЕРАТУРА

- J. G. Bednorz and K. A. Müller, Z. Phys. B 64, 189 (1986).
- N. Plakida, High-Temperature Cuprate Superconductors. Experiment, Theory, and Applications, Springer, Heidelberg (2010).
- N. P. Armitage, P. Fournier, and R. L. Greene, Rev. Mod. Phys. 82, 2421 (2010).
- 4. T. Tohyama, Phys. Rev. B 70, 174517 (2004).
- N. M. Plakida and V. S. Oudovenko, Phys. Rev. B 59, 11949 (1999).
- 6. N. M. Plakida, Physica C 531, 39 (2016).
- Y. Ando, S. Komiya, K. Segawa, S. Ono, and Y. Kurita, Phys. Rev. Lett. 93, 267001 (2004).

- Н. А. Бабушкина, Л. М. Белова, А. П. Жернов, В. И. Трубицын, А. А. Иванов, О. А. Чуркин, ФНТ 22, 1260 (1996).
- A. A. Vladimirov, D. Ihle, and N. M. Plakida, Phys. Rev. B 85, 224536 (2012).
- 10. A. A. Ivanov, S. G. Galkin, A. V. Kuznetsov, and A. P. Menushenkov, Physica C 180, 69 (1991).
- N. Tralshawala, J. F. Zasadzinski, L. Coffey, and Quang Huang, Phys. Rev. B 44, 12102 (1991).
- A. S. Klepikova, T. B. Charikova, N. G. Shelushinina, M. R. Popov, and A. A. Ivanov, *Φ*HT 45, 217 (2019).
- C. C. Tsuei, A. Gupta, and G. Koren, Physica C 161, 415 (1989); C. C. Tsuei, Physica A 168, 238 (1990).
- 14. M. A. Crusellas, J. Fontcuberta, S. Piñol, T. Grenet, and J. Beille, Physica C 180, 313 (1991).
- 15. Y. Dagan, M. M. Qazilbash, C. P. Hill, V. N. Kulkarni, and R. L. Greene, Phys. Rev. Lett. 92, 167001 (2004).
- 16. Y. Dagan and R. L. Greene, Phys. Rev. B 76, 024506 (2007).
- 17. K. Jin, N. P. Butch, K. Kirshenbaum, J. Paglione, and R. L. Greene, Nature (London) 476, 73 (2011).
- 18. F. F. Tafti, F. Laliberte, M. Dion, J. Gaudet, P. Fournier, and Louis Taillefer, Phys. Rev. B 90, 024519 (2014).
- E. P. Wohlfarth, in *Ferromagnetic Materials*, Vol. 1, ed. by E. P. Wohlfarth, North-Holland, Amsterdam (1980), p. 121.
- 20. I. Tomeno, M. Yoshida, K. Ikeda, K. Tai, K. Takamuku, N. Koshizuka, and S. Tanaka, Phys. Rev. B 43, 3009 (1991).
- S. Sugai, T. Ido, H. Takagi, S. Uchida, M. Sato, and S. Shamoto, Sol. St. Comm. 16, 365 (1990).
- 22. M. Matsuda, Y. Endoch, K. Yamada, H. Kojima, R. J. Birgeneau, M. A. Kastner, and G. Shirane, Phys. Rev. B 45, 12548 (1992).
- 23. G. M. Luke, L. P. Le, B. J. Sternlieb, Y. J. Uemura, J. H. Brewer, R. Kadono, R. F. Kiefl, S. R. Kreitzman, T. M. Riseman, C. E. Stronach, M. R. Davis, S. Uchida, H. Takagi, Y. Tokura, Y. Hidaka, T. Murakami, J. Gopalakrishnan, A. W. Sleight, M. A. Subramanian, E. A. Early, J. T. Markert, M. B. Maple, and C. L. Seaman, Phys. Rev. B 42, 7981 (1990).
- 24. M. Tranquada, S. M. Heald, A. R. Moodenbaugh, G. Liang, and M. Croft, Nature (London) 337, 720 (1989).

- 25. P. K. Mang, O. P. Vajk, A. Arvanitaki, J. W. Lynn, and M. Greven, Phys. Rev. Lett. 93, 027002 (2004).
- 26. T. Takahashi, S. Maeda, H. Katayama-Yoshida, Y. Okade, T. Suzuki, A. Fujimori, S. Hosoya, S. Shamoto, and M. Sato, Phys. Rev. B 37, 9788 (1988).
- 27. R. J. Birganeau, D. R. Gable, H. P. Jensen, M. A. Kastner, P. G. Picone, T. R. Thurston, G. Shirane, Y. Endoh, M. Sato, K. Yamatto, Y. Hidaka, M. Oda, Y. Enomoto, M. Suzuki, and T. Murakami, Phys. Rev. B 38, 6614 (1988).
- 28. T. R. Thurston, M. Matsuda, K. Kakurai, K. Yamada, Y. Endoh, R. J. Birgeneau, P. M. Gehring, Y. Hidaka, M. A. Kastner, T. Murakami, and G. Shirane, Phys. Rev. Lett. 65, 263 (1990).
- T. Uefuji, K. Kurahashi, M. Fujita, M. Matsuda, and K. Yamada, Physica C **378–381**, 273 (2002).
- 30. E. M. Motoyama, G. Yu, I. M. Vishik, O. P. Vajk, P. K. Mang, and M. Greven, Nature (London) 445, 186 (2007).
- 31. N. P. Armitage, F. Ronning, D. H. Lu, C. Kim, A. Damascelli, K. M. Shen, D. L. Feng, H. Eisaki, and Z.-X. Shen, Phys. Rev. Lett. 88, 257001 (2002).
- 32. H. Matsui, T. Takahashi, T. Sato, K. Terashima, H. Ding, T. Uefuji, and K. Yamada, Phys. Rev. B 75, 224514 (2007).
- 33. M. Ikeda, T. Yoshida, A. Fujimori, M. Kubota, K. Ono, Hena Das, T. Saha-Dasgupta, K. Unozawa, Y. Kaga, T. Sasagawa, and H. Takagi, Phys. Rev. B 80, 014510 (2009).
- 34. A. F. Santander–Syro, M. Ikeda, T. Yoshida, A. Fujimori, K. Ishizaka, M. Okawa, S. Shin, R. L. Greene, and N. Bontemps, Phys. Rev. Lett. 106, 197002 (2011); Erratum Phys. Rev. Lett. 107, 079901 (2011).
- 35. S. R. Park, Y. S. Roh, Y. K. Yoon, C. S. Leem, J. H. Kim, B. J. Kim, H. Koh, H. Eisaki, N. P. Armitage, and C. Kim, Phys. Rev. B 75, 060501(R) (2007).
- 36. J. He, C. R. Rotundu, M. S. Scheurer, Yu He, M. Hashimoto, Ke-Jun Xu, Yao Wang, E. W. Huang, Tao Jia, Sudi Chen, B. Moritz, Donghui Lu, Young S. Lee, T. P. Devereaux, and Zhi-Xun Shen, PNAS 116, 3449 (2019).
- 37. W. Yu, J. S. Higgins, P. Bach, and R. L. Greene, Phys. Rev. B 76, 020503(R) (2007).
- 38. T. Healm, M. V. Kartsovnik, M. Bartkowiak, N. Bittner, M. Lambacher, A. Erb, J. Wosnitza, and R. Gross, Phys. Rev. Lett. 103, 157002 (2009).

- 39. T. Helm, M. V. Kartsovnik, C. Proust, B. Vignolle, C. Putzke, E. Kampert, I. Sheikin, E.-S. Choi, J. S. Brooks, N. Bittner, W. Biberacher, A. Erb, J. Wosnitza, and R. Gross, Phys. Rev. B 92, 094501 (2015).
- 40. T. Moriya, Y. Takahashi, and K. Ueda, J. Phys. Soc. Jpn. 59, 2905 (1990).
- 41. D. Ihle and N. M. Plakida, Physica C 185–189, 1637 (1991).

- 42. D. Ihle and N. M. Plakida, Z. Phys. B 96, 159 (1994).
- 43. A. A. Vladimirov, D. Ihle, and N. M. Plakida, Phys. Rev. B 80, 104425 (2009).
- 44. A. A. Vladimirov, D. Ihle, and N. M. Plakida, Phys. Rev. B 83, 024411 (2011).
- **45**. Д. Н. Зубарев, УФН **71**, 71 (1960).