ЖЭТФ, 2020, том 158, вып. 1 (7), стр. 37–41

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПАРАМЕТРА ПОРЯДКА ПОЛЯРНОЙ ФАЗЫ ЖИДКОГО ^{3}He В НЕМАТИЧЕСКОМ АЭРОГЕЛЕ

*И. А. Фомин**

Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 10 марта 2020 г.,
после переработки 17 марта 2020 г.
Принята к публикации 17 марта 2020 г.

Приведено доказательство того, что в полярной фазе сверхтекучего ^{3}He, стабилизированной нематическим аэрогелем, при зеркальном отражении квазичастиц жидкости от нитей аэрогеля температурная зависимость амплитуды щели в спектре фермиевских возбуждений должна быть такой же, как в объемной полярной фазе, не содержащей посторонних включений. Обсуждается аналогия с теоремой Андерсона для обычных сверхпроводников.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 100-летию А. С. Боровика-Романова

DOI: 10.31857/S0044451020070044

1. ВВЕДЕНИЕ

Экспериментальная реализация полярной фазы сверхтекучего ^{3}He [1] и результаты дальнейшего исследования этой фазы [2] стали интересным и важным событием в физике квантовых жидкостей. Все сверхтекучие фазы ^{3}He возникают в результате образования куперовских пар в состояниях с орбитальным моментом $l = 1$ и спином $s = 1$. Спиновая структура параметра порядка полярной фазы такая же, как у A-фазы. Специфика новой фазы проявляется в орбитальной части — полярной фазе соответствует состояние, в котором все пары имеют проекцию орбитального момента $l_z = 0$ на выделенное направление. При температурах ниже температуры куперовского спаривания T_c параметр порядка полярной фазы является одним из экстремумов свободной энергии объемного сверхтекучего ^{3}He [3], но энергетически этот экстремум менее выгоден, чем экстремумы, соответствующие параметрам порядка A- и B-фаз, которые содержат также и другие проекции орбитального момента.

В объемном ^{3}He полярная фаза неустойчива. Дмитриеву и его сотрудникам [1] удалось подавить куперовское спаривание для «лишних» проекций момента и стабилизировать полярную фазу в жидком ^{3}He, заполняющем пространство между нитями высокопористого нематического аэрогеля нафена. Нафен — это жесткая структура [4], состоящая из практически параллельных друг другу нитей Al_2O_3. Средний диаметр нитей 8–9 нм, а среднее расстояние между ними в экспериментах [1] для разных образцов варьировалось от 18 до 64 нм. В этих экспериментах нити нафена были покрыты пленкой ^{4}He толщиной 2.5–3 атомных слоя. Такая пленка препятствует образованию на поверхности нитей слоя твердого парамагнитного ^{3}He. Эффективность стабилизации полярной фазы с помощью нафена была подтверждена экспериментами, поставленными в других лабораториях [5, 6].

В более ранних экспериментах группы Дмитриева [7], где вместо нафена использовался другой нематический аэрогель — обнинский, — полярная фаза не наблюдалась несмотря на то, что для этого аэрогеля анизотропия длины свободного пробега в десятки раз превышала анизотропию, достаточную для стабилизации полярной фазы согласно теоретическим оценкам [8].

Дальнейшие эксперименты с нафеном [2] показали также, что существенную роль играет характер рассеяния фермиевских квазичастиц на нитях

* E-mail: fomin@kapitza.ras.ru, igor_fomin@list.ru

нафена. В этих экспериментах характер рассеяния можно было менять, варьируя толщину пленки ^{4}He, покрывающей нити. Полярная фаза наблюдалась только для достаточно толстых покрытий, при которых отражение квазичастиц от поверхности нитей становилось близким к зеркальному, во всяком случае при низких давлениях [9].

В настоящее время нет универсальной теории, удовлетворительно описывающей влияние различных высокопористых аэрогелей на свойства сверхтекучих фаз ^{3}He. Хорошее качественное согласие с экспериментом дает обобщение теории сверхпроводящих сплавов [10, 11] на случай p-волнового спаривания. Такой подход в духе теории среднего поля иногда называют однородной моделью рассеяния [12]. Эта теория не учитывает флуктуации в расположении примесей. Те аэрогели, которые используются в экспериментах с жидким ^{3}He, включая нафен, не удовлетворяют условиям применимости теории среднего поля. Для лучшего описания результатов реальных экспериментов предлагались менее универсальные модели, которые учитывают специфику конкретных аэрогелей [12].

Отличительным свойством нафена является его сильная анизотропия. Это свойство учитывается в предложенной недавно идеализированной модели нафена [13]. В этой модели предполагается, что нити нафена — прямые, параллельные друг другу. В плоскости, перпендикулярной нитям, они расположены случайно, и фермиевские квазичастицы зеркально отражаются от поверхности нитей. Последнее предположение означает, что при рассеянии возбуждений на нитях сохраняются продольные по отношению к нитям компоненты их импульсов.

Ранее было показано [13], что для такой модели нафена переход жидкого ^{3}He, заполняющего пространство между нитями, из нормальной фазы в полярную, содержащую только одну проекцию орбитального момента $l_z = 0$, происходит при более высокой температуре, чем переход в другие сверхтекучие фазы, содержащие также проекции $l_z = \pm 1$, причем температура перехода в полярную фазу совпадает с температурой перехода объемного ^{3}He в сверхтекучее состояние. Последнее утверждение аналогично одному из результатов теории сверхпроводящих сплавов [11], известному как теорема Андерсона [14]. Эта теорема утверждает, что для обычного (s-волнового) куперовского спаривания не только T_c, но и все термодинамические свойства сверхпроводников не меняются при введении в них немагнитных примесей. В частности, немагнитные примеси не изменяют зависимость от температуры сверхпроводящей щели. Аналогичное утверждение для термодинамических свойств полярной фазы в работе [13] доказано не было, хотя оно использовалось при экспериментальной идентификации полярной фазы [1] и при экспериментальном доказательстве существования линии нулей в ее щели [6].

Целью настоящей работы является формальное доказательство справедливости для идеализированной модели нафена утверждения об отсутствии влияния нафена на температурную зависимость щели в спектре возбуждений полярной фазы.

2. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО

Рассуждения, использованные в работе [13], годятся только для вычисления температуры перехода. Чтобы найти температурную зависимость щели, следует использовать полную систему уравнений теории сверхпроводящих сплавов Абрикосова и Горькова [10, 11], сформулированную для триплетного p-волнового спаривания, как это сделано в работе Ларкина [15]. В этом случае параметр порядка, т. е. аномальное среднее $F_{\alpha\beta}(\hat{k})$ — это симметричная спиновая 2×2-матрица, зависящая от направления $\hat{k}$ в пространстве волновых векторов. Ее можно записать в виде комбинации матриц Паули $\sigma^{\mu}_{\alpha\beta}$:

$$F_{\alpha\beta}(\hat{k}) \sim d_{\mu}(\hat{k})\sigma^{\mu}_{\alpha\beta}\sigma^{y}.$$

Индекс «μ» пробегает три значения: x, y, z. Полярная фаза принадлежит к семейству фаз, для которых вектор d_{μ} вещественный и его направление не зависит от $\hat{k}$. Ориентация d_{μ} влияет на величину щели только в меру очень слабого диполь-дипольного взаимодействия, и этим влиянием можно пренебречь. Удобно считать, что вектор d_{μ} направлен по оси y. Тогда $F_{\alpha\beta}(\hat{k}) \sim \delta_{\alpha\beta}$, и основные уравнения теории можно записать как скалярные уравнения для нормальной $G(\hat{k})$ и аномальной $F^{\dagger}(\hat{k})$ функций Грина:

$$\left[i\omega_n - \xi - \overline{G_{\omega}}(\hat{k})\right] G(\hat{k},\omega_n) + \\ + \left[\Delta(\hat{k}) + \overline{F_{\omega}}(\hat{k})\right] F^{\dagger}(\hat{k},\omega_n) = 1, \quad (1)$$

$$\left[i\omega_n + \xi + \overline{G_{-\omega}}(\hat{k})\right] F^{\dagger}(\hat{k},\omega_n) + \\ + \left[\Delta^{*}(\hat{k}) + \overline{F^{\dagger}_{\omega}}(\hat{k})\right] G(\hat{k},\omega_n) = 0. \quad (2)$$

Написанные уравнения содержат собственно-энергетические части $\overline{G_{\omega}}(\hat{k})$, $\overline{F_{\omega}}(\hat{k})$ и $\overline{F^{\dagger}_{\omega}}(\hat{k})$, явный вид которых зависит от потенциала взаимодействия квазичастиц с примесями, $U(\mathbf{r})$. В идеализированной модели нафена предполагается, что этот потенциал не зависит от координаты z вдоль направления нитей:

$$U(\mathbf{r}) = \sum_a u(\rho - \rho_a),$$

где $\rho = (x, y)$ — двумерный вектор. Индекс «a» нумерует нити. В уравнения входит фурье-образ потенциала:

$$U(\mathbf{k}) = 2\pi\delta(k_z)u(\kappa)\sum_a \exp(-i\kappa\rho_a), \tag{3}$$

где $\kappa = (k_x, k_y)$ — двумерный волновой вектор и $u(\kappa) = \int u(\rho)\exp(i\kappa\rho)\,d^2\rho$. Для такой модели

$$\overline{G_\omega}(\hat{k}) = n_2 \int |u(\kappa - \kappa_1)|^2 G(\kappa_1, k_z)\frac{d^2\kappa_1}{(2\pi)^2}, \tag{4}$$

$$\overline{F^\dagger_\omega}(\hat{k}) = n_2 \int |u(\kappa - \kappa_1)|^2 F^\dagger(\kappa_1, k_z)\frac{d^2\kappa_1}{(2\pi)^2}. \tag{5}$$

Здесь n_2 — двумерная плотность нитей.

Система уравнений (1)–(5) отличается от рассмотренной в работе [15] видом потенциала примесей (3). Присутствие $\delta(k_z)$ в этом потенциале означает, что при рассеянии квазичастиц на нитях сохраняется продольная компонента k_z волнового вектора. Вследствие этого сохранения уравнения (1)–(5) имеют решение $\Delta(\hat{k}) = \Delta(T)\hat{k}_z$, которое не содержит других компонент $\hat{k}$. Ранее было показано, что это решение соответствует сверхтекучей фазе с самой высокой температурой перехода в нормальную фазу [13]. Чтобы найти явный вид этого решения следует разбить $\overline{G_\omega}(\hat{k})$ на четную и нечетную по ω части:

$$g_e(\omega, \hat{k}) = \frac{1}{2}\left[\overline{G_\omega}(\hat{k}) + \overline{G_{-\omega}}(\hat{k})\right],$$

$$g_o(\omega, \hat{k}) = \frac{1}{2}\left[\overline{G_\omega}(\hat{k}) - \overline{G_{-\omega}}(\hat{k})\right],$$

а затем ввести новые переменные:

$$i\widetilde{\omega}_n = i\omega_n - g_o(\omega, \hat{k}), \quad \tilde{\xi} = \xi + g_e(\omega, \hat{k}),$$

$$\widetilde{\Delta}^\dagger = \Delta^* + \overline{F^\dagger_\omega}(\hat{k}).$$

В этих переменных уравнения (1), (2) приобретают простой вид:

$$(i\widetilde{\omega}_n - \tilde{\xi})G(\hat{k}, \omega_n) + \tilde{\Delta}F^\dagger(\hat{k}, \omega_n) = 1, \tag{6}$$

$$\widetilde{\Delta}^\dagger G(\hat{k}, \omega_n) + (i\widetilde{\omega}_n + \tilde{\xi})F^\dagger(\hat{k}, \omega_n) = 0. \tag{7}$$

Они легко решаются относительно $G(\hat{k}, \omega_n)$ и $F^\dagger(\hat{k}, \omega_n)$:

$$\begin{aligned} G(\hat{k}, \omega_n) &= -\frac{i\widetilde{\omega}_n + \tilde{\xi}}{(\widetilde{\omega}_n)^2 + \tilde{\xi}^2 + |\widetilde{\Delta}|^2}, \\ F^\dagger(\hat{k}, \omega_n) &= \frac{\widetilde{\Delta}^\dagger}{(\widetilde{\omega}_n)^2 + \tilde{\xi}^2 + |\widetilde{\Delta}|^2}. \end{aligned} \tag{8}$$

Подстановка этих выражений в уравнения (4), (5) дает уравнения для $\overline{G}$, $\overline{F^\dagger}$ и их комбинаций. Так,

$$g_e(\omega, \hat{k}) = -n_2 \int |u(\kappa - \kappa_1)|^2 \times \\ \times \frac{\tilde{\xi}}{(\widetilde{\omega}_n)^2 + \tilde{\xi}^2 + |\widetilde{\Delta}|^2}\frac{d^2\kappa_1}{(2\pi)^2}. \tag{9}$$

Интеграл в правой части формально расходится при больших $\tilde{\xi}$, т. е. значение интеграла определяется вкладом состояний, далеких от уровня Ферми. Как и в случае s-волнового спаривания [16], добавку $g_e(\omega, \hat{k})$ к переменной ξ можно включить в перенормировку химического потенциала и считать $\tilde{\xi}$ новой переменной интегрирования, отсчитанной от перенормированной энергии Ферми.

Величина и температурная зависимость амплитуды щели находятся из уравнения

$$\Delta^\dagger(\hat{k}) = -T\sum_n \sum_{\mathbf{k}} V(\mathbf{k}, \mathbf{k}')F^\dagger(\hat{k}, \omega_n). \tag{10}$$

Ответственное за спаривание взаимодействие в уравнении (10) обычно записывают в виде

$$V(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = 3g(\hat{k}\cdot\hat{k}'). \tag{11}$$

Уравнение (10) становится замкнутым уравнением для щели, если в нем функция $F^\dagger(\hat{k}, \omega_n)$ выражена через исходные переменные ω_n и $\Delta^\dagger(\hat{k})$. Для рассматриваемой здесь модели нафена возможно выполнение соотношений

$$i\widetilde{\omega}_n = i\omega_n\eta(k_z, \omega_n), \quad \widetilde{\Delta}^\dagger = \Delta^\dagger\eta(k_z, \omega_n)$$

с одной и той же функцией $\eta(k_z, \omega_n)$. Вид функции находится подстановкой этих соотношений в определения $i\widetilde{\omega}_n$ или $\widetilde{\Delta}^\dagger$:

$$\eta(k_z, \omega_n) = 1 + \frac{m^* n_2}{4\pi}\frac{1}{\sqrt{\omega_n^2 + |\Delta(\hat{k})|^2}} \times \\ \times \int |u(\kappa - \kappa_1)|^2 d\varphi_1, \tag{12}$$

где m^* — эффективная масса возбуждения. Интегрирование здесь производится по углу φ_1 между κ_1 и κ.

Подстановка $F^{\dagger}(\hat{k}, \omega_n)$ в уравнение (10) дает

$$\Delta^{\dagger}(\hat{k}) = -T \sum_n \sum_{\mathbf{k}'} 3g(\hat{k}\cdot\hat{k}') \times \\ \times \frac{\Delta^{\dagger}(\hat{k}')\eta}{\omega_n^2\eta^2 + |\Delta(\hat{k}')|^2\eta^2 + \xi'^2}. \quad (13)$$

Суммирование по $\mathbf{k}'$ обычным образом заменяется на интегрирование.

В уравнение (13) следует подставить решение $\Delta(\hat{k}) = \Delta(T)\hat{k}_z$. После замены переменной интегрирования $\xi' = u\eta$ функция η исключается из подынтегрального выражения в уравнении для $\Delta(T)$. Замена сказывается только на значении верхнего предела интеграла по $d\xi'$. Такое изменение приводит к поправкам порядка $1/lk_F$, которые выходят за пределы точности написанных уравнений. При интегрировании по $d\varphi'$ те члены скалярного произведения $(\hat{k}\cdot\hat{k}')$, которые содержат поперечные компоненты $\hat{k}'_x$ и $\hat{k}'_y$, дают нулевой вклад, а остальные члены умножаются на 2π. В итоге получается уравнение, которое не содержит сечения рассеяния квазичастиц нитями нафена:

$$1 = \frac{3gm^*k_F}{\pi^2} \int_0^1 x^2 dx \times \\ \times \sum_n \int_0^{u_{max}/T} \frac{dv}{(2n+1)^2 + v^2 + (\bar{\Delta}(T)x)^2}, \quad (14)$$

где $\bar{\Delta} = \Delta(T)/\pi T$, $v = \eta\xi/\pi T$. Уравнение (14) совпадает с уравнением, определяющим температурную зависимость щели в свободной от примесей полярной фазе сверхтекучего ^{3}He. Верхний предел интегрирования u_{max} в этом уравнении можно выразить через наблюдаемые величины T_c или $\Delta_0 = \Delta(T=0)$. В литературе [16] описаны стандартные способы анализа уравнения (14) в пределах $T \to T_c$ и $T \to 0$.

При $T \to T_c$ дробь в подынтегральном выражении следует разложить по степеням $(\bar{\Delta}(T)x)^2$. Следуя далее рассуждениям, изложенным в монографии [16], находим следующее асимптотическое разложение:

$$\ln\frac{T}{T_c} = -\frac{3}{5}\,\frac{7}{8}\,\zeta(3)\left(\frac{\Delta}{\pi T}\right)^2 + \\ + \frac{3}{7}\,\frac{93}{128}\,\zeta(5)\left(\frac{\Delta}{\pi T}\right)^4 - \ldots, \quad (15)$$

где $\zeta(z)$ — ζ-функция Римана. Уравнение (15) отличается от соответствующего уравнения для s-волнового случая дополнительными коэффициентами $3/5$ и $3/7$ перед соответственно $(\Delta/\pi T)^2$ и $(\Delta/\pi T)^4$. Эта разница возникает из-за угловой зависимости щели. Температура T_c здесь совпадает с температурой перехода из нормальной фазы в сверхтекучую для объемного ^{3}He.

В пределе $T \to 0$ более удобно сначала произвести в уравнении (12) суммирование по n и использовать в качестве исходного уравнение

$$1 = \frac{3gm^*k_F}{2\pi^2} \int_0^1 x^2 dx \int_0^{u_{max}} \frac{dv}{\sqrt{v^2 + (\bar{\Delta}x)^2}} \times \\ \times \operatorname{th}\frac{\sqrt{v^2 + (\bar{\Delta}x)^2}}{2}, \quad (16)$$

где $x = k_z$. Асимптотическое решение этого уравнения при $T \to 0$ подробно обсуждается в разделе Supplementary material работы [6], и нет необходимости воспроизводить здесь эти рассуждения.

Таким образом, идеализированный нематический аэрогель не влияет не только на температуру перехода из нормальной фазы в полярную, но также и на температурную зависимость амплитуды сверхпроводящей щели, а с нею и на другие термодинамические свойства полярной фазы аналогично тому, как немагнитные примеси не влияют на термодинамические свойства обычных сверхпроводников.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Возможность применения доказанного выше утверждения для интерпретации экспериментов ограничивается точностью, с которой идеализированная модель описывает реальный нафен. Может вызывать вопросы заложенное в модель предположение о зеркальном характере отражения квазичастиц от нитей нафена. Это предположение существенно, поскольку при зеркальном отражении сохраняются продольные компоненты импульсов квазичастиц, причем этот закон сохранения выполняется для всех реализаций системы.

Вопрос о совместимости того или иного вида параметра порядка с заданными возмущениями ферми-жидкости обсуждался в литературе в связи с теорией так называемых многоорбитальных сверхпроводников [17–19]. Сверхтекучий ^{3}He попадает в указанную категорию, поскольку куперовские пары здесь имеют один и тот же орбитальный момент $l = 1$, но могут быть комбинацией состояний с разными проекциями момента на выделенное направление $l_z = 0$, $l_z = \pm 1$. В объемном ^{3}He температура перехода T_c одна и та же для всех трех проекций, однако потенциал примесей (4) понижает симметрию системы и может приводить к расщеплению перехода.

Первым шагом к учету влияния возмущения на нормальную фазу является определение правильных функций нулевого приближения. При зеркальном отражении квазичастиц в базисе $l_z = 0$, $l_z = \pm 1$ матрица возмущения (3) блок-диагональна. В терминах работы [17] это означает, что полярная фаза является результатом внутризонного куперовского спаривания и что для нее потенциал (3) не является пароразрушающим. При добавлении диффузной компоненты рассеяния создается возможность межзонного куперовского спаривания. Возникающая при этом связь между состояниями с $l_z = 0$ и $l_z = \pm 1$ может изменить вид и симметрию параметра порядка, добавив к нему поперечные компоненты. Это, вообще говоря, должно привести к понижению температуры сверхтекучего перехода.

В настоящей работе шла речь только о потенциальном рассеянии квазичастиц на нитях нафена, однако при уменьшения толщины пленки ^{4}He, покрывающей нити нафена в экспериментах [2], неизбежно включается магнитное рассеяние квазичастиц из-за возникновения прямого контакта между объемным жидким ^{3}He и образующимся на нитях слоем парамагнитной твердой фазы. Возможная роль этого механизма разрушения куперовских пар в полярной фазе обсуждалась в ряде работ [2,13,20]. Вопрос о магнитном рассеянии интересен также в применении к другим фазам ^{3}He и другим аэрогелям [21]. В настоящее время не ясно, однако, как экспериментально отделить влияние на фазовую диаграмму сверхтекучего ^{3}He магнитного рассеяния от влияния изменения степени зеркальности потенциального рассеяния возбуждений на нитях.

Эта статья написана для мемориального выпуска ЖЭТФ. посвященного 100-летию академика А. С. Боровика-Романова. В 80-е гг. прошлого века мне довелось работать в тесном контакте с группой экспериментаторов из Института физических проблем им. П. Л. Капицы, руководимой Андреем Станиславовичем. В группу кроме самого Андрея Станиславовича входили Ю. М. Буньков, В. В. Дмитриев и Ю. М. Мухарский. Мы работали с большим подъемом и почти ежедневные обсуждения текущих результатов, в которых Андрей Станиславович неизменно участвовал, до сих пор составляют одно из моих самых ярких воспоминаний.

Благодарности. Я благодарен Г. Е. Воловику, который обратил мое внимание на статьи [17–19] и В. В. Дмитриеву за полезные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. V. Dmitriev, A. A. Senin, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **115**, 165304 (2015).

2. V. V. Dmitriev, A. A. Soldatov, and A. N. Yudin, Phys. Rev. Lett. **120**, 075301 (2018).

3. D. Vollhardt and P. Woelfle, *The Superfluid Phases of Helium 3*, Taylor and Francis (1990).

4. В. Е. Асадчиков, Р. Ш. Асхадуллин, В. В. Волков, В. В. Дмитриев, Н. К. Китаева, П. Н. Мартынов, А. А. Осипов, А. А. Сенин, А. А. Солдатов, Д. И. Чекрыгина,А. Н. Юдин, Письма в ЖЭТФ **101**, 613 (2015).

5. N. Zhelev, M. Reichl, T. S. Abhilash, E. N. Smith, K. X. Nguen, E. J. Mueller, and J. M. Parpia, Nature Comm. **7**, 12975 (2016).

6. V. B. Eltsov, T. Kamppinen, J. Rysti, and G. E. Volovik, arXiv: 1908.01645v1 (2019).

7. R. Sh. Askhadullin, V. V. Dmitriev, D. A. Krasnikhin, P. N. Martynov, A. A. Osipov, A. A. Senin, and A. N. Yudin, Письма в ЖЭТФ **95**, 355 (2012).

8. K. Aoyama and R. Ikeda, Phys. Rev. B **73**, 060504 (2006).

9. D. Kim, M. Nakamura, O. Ishikawa, T. Hata, T. Kodama, and H. Kojima, Phys. Rev. Lett. **71**, 1501 (1993).

10. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **35**, 1558 (1958).

11. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, ЖЭТФ **36**, 319 (1959).

12. E. V. Thuneberg, S.-K. Yip, M. Fogelstroem, and J. A. Sauls, Phys. Rev. Lett.**80**, 2861 (1998).

13. И. А. Фомин, ЖЭТФ **154**, 1034 (2018).

14. P. W. Anderson, J. Phys. Chem. Sol. **11**, 26 (1959).

15. А. И. Ларкин, Письма в ЖЭТФ **2**, 205 (1965).

16. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Наука, Москва (1962).

17. M. H. Fischer, New J. Phys. **15**, 073006 (2013).

18. A. Ramires and M. Sigrist, Phys. Rev. B **94**, 104501 (2016).

19. A. Ramires, D. F. Agterberg, and M. Sigrist, Phys. Rev. B **98**, 024501 (2018).

20. V. P. Mineev, Phys. Rev. B **98**, 014501 (2018).

21. A. M. Zimmerman, M. D. Nguen, J. W. Scott, and W. P. Halperin, Phys. Rev. Lett. **124**, 025302 (2019).