

# ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ПРИ ЛИНЕЙНОМ НАРАСТАНИИ ДАВЛЕНИЯ

*М. В. Антипов<sup>\*</sup>, И. В. Юртов, А. А. Утенков,  
А. В. Федосеев, В. А. Огородников, А. Л. Михайлов*

*Институт физики взрыва ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»  
607188, Саров, Нижегородская обл., Россия*

Поступила в редакцию 12 августа 2019 г.,  
после переработки 31 октября 2019 г.  
Принята к публикации 26 ноября 2019 г.

Электрическая реакция и процессы, происходящие в пьезоэлементах, подвергающихся воздействию импульсного давления, обычно описываются для двух крайних случаев: когда время изменения давления гораздо больше времени пробега звуковой волны через пьезоэлемент, при этом давление во всем пьезоэлементе можно считать одинаковым, — режим тонкого датчика, и при нагружении ударной волной прямоугольной формы, когда фронт ударной волны разделяет пьезоэлемент на сжатую и несжатую зоны, — режим толстого датчика. В первом случае напряжение на пьезоэлементе и возникающие в нем электрические поля прямо зависят от подключаемой электрической нагрузки, а выделяемый заряд пропорционален прикладываемому давлению (в линейной области). Во втором случае генерируемый пьезоэлементом ток пропорционален давлению ударно-волнового нагружения, а поля в объеме пьезоэлемента возникают даже в случае короткого замыкания его электродов. В данной работе рассмотрен случай электрической реакции пьезоэлектриков на воздействие давления, значительно изменяющегося за время, соизмеримое со временем пробега звуковой волны по пьезоэлементу. Такая ситуация возникает, например, когда на пьезодатчик налетает высокоскоростной поток частиц, образующийся при выходе ударной волны на свободную поверхность металлической пластины (пыление) [1–4]. Расчеты, проведенные в рамках разработанной математической модели, показали, что при нарастающем давлении на пьезоэлемент в его объеме возникают неоднородные по толщине пьезоэлемента электрические поля, величины которых зависят от скорости нарастания давления, а выделяемый электрический заряд пропорционален среднему давлению в пьезоэлементе. При определенных условиях эти поля могут достигать значений, приводящих к возникновению пробойных явлений в пьезоэлементе и к искажению генерируемых сигналов. Приведены экспериментально наблюдавшиеся случаи проявления пробойных эффектов при воздействии на пьезоэлементы быстро нарастающих давлений.

DOI: 10.31857/S0044451020040045

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее простых в применении, удобных и информативных методов, применяемых в экспериментах по исследованию ударно-волновых и взрывных процессов, является метод пьезоэлектрических датчиков импульсных давлений. Данный метод активно используется, в частности, для исследования процесса ударно-волнового пыления [1–5] (рис. 1). Явление пыления состоит в образовании высокоскоростных потоков микрочастиц,

движущихся со скоростями до нескольких километров в секунду, при выходе ударной волны на свободную поверхность конденсированного материала. Основной причиной данного явления является наличие микронеровностей поверхности, из которых под действием ударной волны выбрасываются микрокумулятивные струи, впоследствии распадающиеся на множество микрочастиц. Это явление является частным случаем неустойчивости Рихтмайера–Мешкова [6]. Выброс материала происходит, обычно, за короткое время после выхода ударной волны на поверхность. В вакууме частицы после выброса продолжают движение со скоростями, приобретенными во время образования потока.

<sup>\*</sup> E-mail: postmaster@ifv.vniief.ru

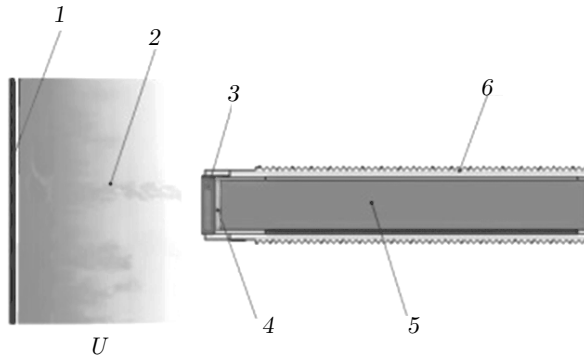


Рис. 1. Пьезодатчик и пылевой поток: 1 — образец, 2 — пылевой поток, 3 — экран, 4 — пьезоэлемент, 5 — опорное тело, 6 — корпус пьезодатчика

Поскольку частицы имеют разные скорости, поток со временем растягивается и его плотность уменьшается.

Если пылевой поток с плотностью  $\rho(t)$  и скоростью  $u(t)$  налетает на жесткую преграду, например, на пьезодатчик, то на нее будет оказываться давление  $p(t) = \rho(t)u^2(t)$  при неупругом взаимодействии частиц с преградой. По измеренным профилям давлений, возникающих при воздействии пылевых потоков на пьезодатчики, установленные на известном расстоянии ( $H$ ) от свободной поверхности образца, определяют плотность потоков выброшенных частиц. Скорость при этом определяют как  $u(t) = H/(t - T_{fs})$ , предполагая, что все частицы выбрасываются одновременно при выходе ударной волны из свободной поверхности образца в момент времени  $T_{fs}$ . Подробно метод пьезодатчиков для измерения пылевых потоков описан в работе [5]. Чем дальше пьезодатчики расположены от начального положения поверхности образца, тем меньше плотность у подлетающего к ним потока и тем меньшее давление он оказывает на пьезодатчики. Подбирая расстояние от начального положения пылящей поверхности можно добиться оптимального режима работы датчиков, при котором давления, создаваемые потоком, находятся в рабочем диапазоне пьезодатчиков. Для измерения параметров пылевых потоков мы используем пьезокерамические и кварцевые датчики. Пьезокерамические датчики имеют большую чувствительность и позволяют надежно регистрировать низкоплотные потоки в условиях наличия электромагнитных наводок, верхнее рабочее давление составляет примерно 0.5 ГПа. Кварцевые датчики имеют небольшую чувствительность, но позволяют измерять давления вплоть до 4 ГПа и, соответственно, регистрировать более плотные потоки. В опытах, как правило, устанавливают датчики обо-

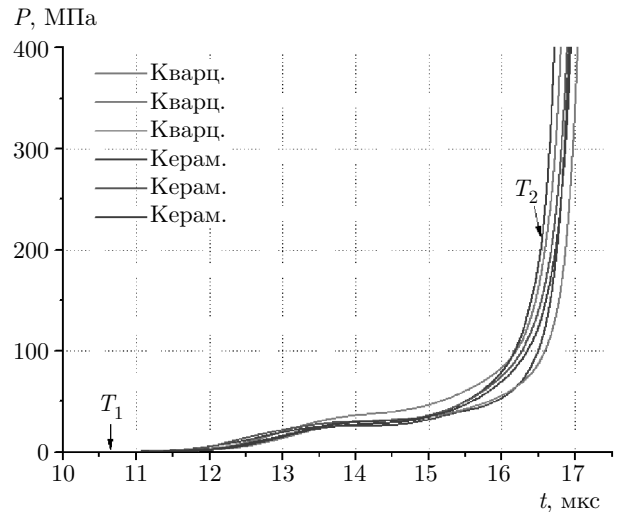


Рис. 2. (В цвете онлайн) Профили давления, зарегистрированные кварцевыми и пьезокерамическими датчиками в одном опыте при их установке на расстоянии 40 мм от исследуемой поверхности;  $T_1$  и  $T_2$  — моменты удара по датчикам соответственно фронта пылевого потока и поверхности образца

их типов. Если условия эксперимента оптимальны для датчиков обоих типов и пылевой поток однороден, то профили давления, регистрируемые пьезокерамическими и кварцевыми датчиками, близки (рис. 2).

Обычно пьезодатчики располагают на расстояниях от 40 до 80 мм от поверхности образца. При проведении экспериментов, в которых пьезодатчики располагали значительно ближе, на расстоянии порядка 10 мм, были зафиксированы резкие спады сигналов для всех пьезокерамических датчиков, рис. 3. Эти спады происходили до подлета свободной поверхности образца к датчикам. Кварцевые датчики, находившиеся рядом, работали вплоть до их разрушения при ударе по ним образца.

Резкий спад сигналов характерен для процесса электрического пробоя. Однако максимальные напряжения на пьезоэлементах перед спадом сигналов, около 200 В, оказались существенно ниже пробойных при толщинах пьезоэлементов 0.5 мм. Так, под действием статического напряжения пробой в пьезоэлементах из ПК ЦТС-21 происходит при полях около 4 кВ/мм [7], что соответствует напряжению около 2 кВ на использовавшихся пьезоэлементах. Было сделано предположение, что сильные поля в объеме пьезоэлементов возникают из-за быстрого нарастания давления, при котором возникает большой градиент давления вдоль толщины пьезоэлементов.

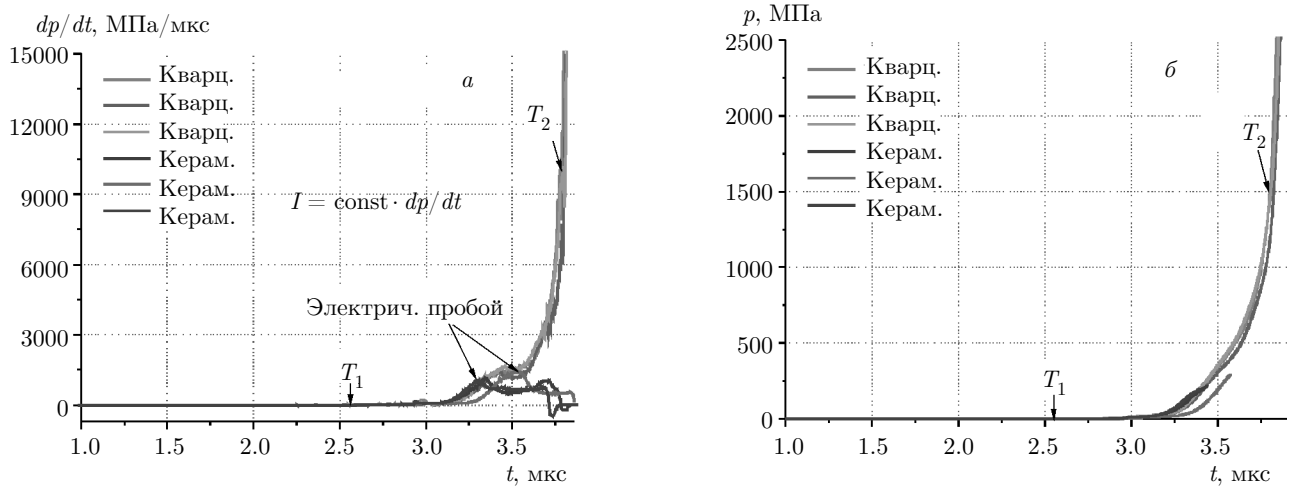


Рис. 3. (В цвете онлайн) Скорость нарастания давления (а) и профили давления (б) при установке датчиков на расстоянии 10 мм,  $T_1$  и  $T_2$  — моменты удара по датчикам фронта пылевого потока и поверхности образца,  $I$  — ток через пьезоэлемент

В литературе описаны электрическая реакция и электрические поля, возникающие в пьезоэлементах, подвергающихся воздействию давления, для двух случаев:

— время изменения давления гораздо больше времени пробега звуковой волны через пьезоэлемент — режим «тонкого» датчика [8–10], при этом давление во всем пьезоэлементе можно считать одинаковым;

— при нагружении ударной волной, когда фронт ударной волны разделяет пьезоэлемент на сжатую и несжатую зоны — режим «толстого» датчика [8].

В первом случае напряжение на пьезоэлементе и возникающие в нем электрические поля прямо зависят от подключаемой электрической нагрузки. Выделяемый заряд пропорционален прикладываемому давлению (в линейной области), а ток пропорционален производной от давления по времени. Для случая подключения датчика к активной нагрузке, когда  $RC$  много меньше характерного времени изменения давления ( $R$  — сопротивление активной нагрузки,  $C$  — емкость пьезоэлемента), имеем

$$U(t) = RI(t) = R d_{ij} S \frac{dp(t)}{dt}, \quad (1)$$

$$E(t) = \frac{U(t)}{x_0} = R \frac{d_{ij} S}{x_0} \frac{dp(t)}{dt}. \quad (2)$$

Здесь  $d_{ij}$  — пьезомодуль,  $S$  — площадь торца пьезоэлемента,  $R$  — подключаемая активная электрическая нагрузка,  $x_0$  — толщина пьезоэлемента,  $U$  — напряжение,  $p$  — давление,  $t$  — время.

Как следует из этих выражений, для тонкого датчика электрическое поле внутри пьезоэлемента

однородно, если не учитывать краевые эффекты, и прямо зависит от электрической нагрузки, а генерируемый ток прямо пропорционален производной от давления.

Во втором случае генерируемый пьезоэлементом ток пропорционален давлению ударно-волнового нагружения. При этом поля, возникающие в объеме пьезоэлемента, в сжатой и несжатой ударной волной его частях, в меньшей степени зависят от электрической нагрузки, и независимо от ее величины в объеме пьезоэлемента генерируются максимально возможные значения полей для данного давления.

Если в пьезоэлемент входит прямоугольная ударная волна амплитудой  $p_0$ , ее фронт делит пьезоэлемент на две части: сжатую и несжатую. Генерируемый импульс напряжения и возникающие в пьезоэлементе электрические поля до выхода фронта ударной волны из пьезоэлемента описываются следующими формулами:

$$U(t) = RI(t) = R \frac{d_{ij} p_0 c S}{x_0} \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right), \quad (3)$$

для несжатой зоны

$$E_1(t) = \frac{d_{ij} p_0}{\varepsilon \varepsilon_0} \left( \frac{t}{T} - \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right) \frac{RC}{T} \right), \quad (4)$$

для сжатой зоны

$$E_2(t) = \frac{d_{ij} p_0}{\varepsilon \varepsilon_0} \times \left( 1 - \frac{t}{T} + \left( 1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \right) \frac{RC}{T} \right), \quad (5)$$

где  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость,  $c$  — скорость ударной волны,  $t$  — время, отсчитываемое от момента вхождения ударной волны в пьезоэлемент,  $T$  — время прохождения ударной волны через пьезоэлемент,  $E$  — напряженность электрического поля.

Из формул (4) и (5) следует, что независимо от величины электрической нагрузки в пьезоэлементе возникает максимальное электрическое поле, равное

$$E_{max} = \frac{d_{ij}p_0}{\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (6)$$

При некотором давлении  $p_0$  величина поля  $E_{max}$  будет превышать величину пробивного напряжения и, соответственно, в пьезоэлементе будут протекать пробойные процессы, а генерируемый импульс будет искажаться, что не позволит проводить достоверные измерения давления. Это явление ограничивает область применения кварцевых и ниобат-литиевых датчиков ударных волн [8].

Рассмотрение интересующего нас промежуточного случая, когда заметное изменение давления происходит за время, соизмеримое со временем пробега звука по пьезоэлементу, авторам не известно. Поэтому для описания работы пьезоэлементов при промежуточном режиме нагружения была разработана математическая модель их электрической реакции. Рассмотрение проведено для аксиального режима нагружения, при котором волна давления распространяется вдоль вектора поляризации материала пьезоэлемента в направлении от одного электрода к другому.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Будем считать, что давление на пьезоэлемент нарастает линейно. При анализе работы пьезодатчика, нагружаемого импульсным давлением, необходимо отдельно рассмотреть два временных интервала:

- 1) от вхождения фронта волны давления в пьезоэлемент до выхода из него;
- 2) после выхода фронта волны давления из пьезоэлемента.

Распределение давления в пьезоэлементе равно:

$$p(x, t) = \begin{cases} k(ct - x), & x \leq ct, \\ 0, & x > ct, \end{cases} \quad (7)$$

где  $k = dp/dx = dp/c dt$  — крутизна переднего фронта импульса давления,  $c$  — скорость звука,  $t$ ,  $x$  — текущие время и координата.

До начала воздействия напряжение между электродами пьезоэлемента равно нулю. Входящая в тело пьезоэлемента волна давления вызывает изменение поляризации пьезоматериала на величину  $P_x(x, t)$ , значение которой зависит от давления в соответствующем слое пьезоэлемента с координатой  $x$ :

$$P_x(x, t) = d_{ij}p(x, t). \quad (8)$$

Напряженность электрического поля внутри пьезоэлемента определяется выражением

$$E(x, t) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} (D_x(x, t) - P_x(x, t)), \quad (9)$$

где  $D_x(x, t)$  — диэлектрическая индукция, а  $P_x(x, t)$  — поляризация в слое пьезоэлемента с координатой  $x$ . Считаем, что внутри пьезоэлемента нет свободных зарядов (нет проводимости), тогда величина  $D_x(x, t)$  определяется свободными зарядами на электродах пьезоэлемента  $q(t)$ :

$$D(x, t) = D(t) = \frac{q(t)}{S}. \quad (10)$$

Напряженность электрического поля, действующего в пьезоэлементе, определяется суперпозицией поля, создаваемого поляризационными зарядами, зависящими от давления, и поля, создаваемого свободными зарядами, находящимися на электродах пьезоэлемента:

$$E(x, t) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left( \frac{q(t)}{S} - d_{ij}p(x, t) \right). \quad (11)$$

Разность потенциалов между электродами пьезоэлемента будет равна

$$U(t) = \int_0^{x_0} E(x, t) dx = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \left( \frac{x_0}{S} q(t) - d_{ij} \int_0^{x_0} p(x, t) dx \right). \quad (12)$$

С учетом (7), интеграл в правой части (12) будет равен

$$\int_0^{x_0} p(x, t) dx = \int_0^{ct} k(ct - x) dx = k \frac{(ct)^2}{2}, \quad t \leq \frac{x_0}{c} = T, \quad (13)$$

$$\int_0^{x_0} p(x, t) dx = \int_0^{x_0} k(ct - x) dx = kx_0 \left( ct - \frac{x_0}{2} \right), \quad t > \frac{x_0}{c}.$$

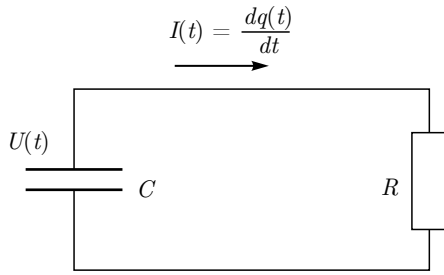


Рис. 4. Эквивалентная схема пьезодатчика, подключенного к R-нагрузке

На рис. 4 показана эквивалентная схема пьезодатчика, подключенного к электрической цепи. В разомкнутом режиме, когда  $RC \approx \infty$ , напряжение на пьезоэлементе полностью определяется поляризационными зарядами. При подключении пьезодатчика к активной нагрузке из-за разности потенциалов заряды будут перетекать через нее с одного электрода на другой. Работа такого датчика будет описываться уравнением

$$RC \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d_{ij}S}{x_0} \int_0^{x_0} p(x, t) dx - q(t). \quad (14)$$

В практически важном случае для датчиков импульсных давлений, работающих в короткозамкнутом режиме, выполняется условие  $RC \approx 0$ . Выражение (14) можно преобразовать к виду

$$\frac{q(t)}{d_{ij}S} = \frac{1}{x_0} \int_0^{x_0} p(x, t) dx. \quad (15)$$

С учетом (13) можно получить выражения для свободных зарядов, перетекших между электродами через нагрузку:

$$q(t) = \frac{d_{ij}S}{x_0} k \frac{(ct)^2}{2}, \quad t \leq \frac{x_0}{c}, \quad (16)$$

$$q(t) = d_{ij}Sk \left( ct - \frac{x_0}{2} \right), \quad t > \frac{x_0}{c}.$$

Используя (7), (11) и (16), получим выражение для распределения полей при замкнутом режиме работы пьезоэлемента:

для  $t \leq x_0/c$

$$E(x, t) = \frac{d_{ij}k}{\epsilon\epsilon_0} \left( \frac{(ct)^2}{2x_0} - ct + x \right), \quad x \leq ct, \quad (17)$$

$$E(x, t) = \frac{d_{ij}k}{\epsilon\epsilon_0} \frac{(ct)^2}{2x_0}, \quad x > ct,$$

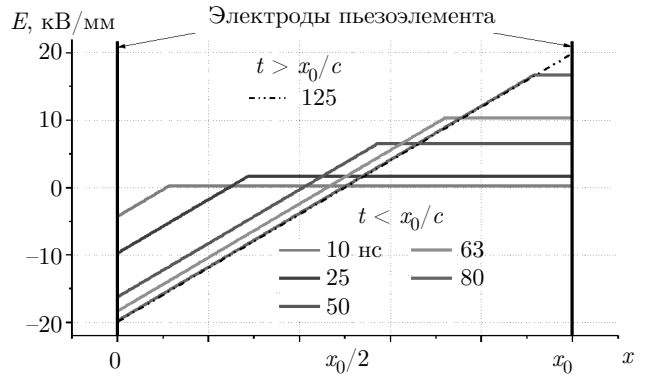


Рис. 5. Распределения электрических полей внутри пьезоэлемента для различных моментов времени

для  $t > x_0/c$

$$E(x, t) = \frac{d_{ij}k}{\epsilon\epsilon_0} \left( x - \frac{x_0}{2} \right). \quad (18)$$

Распределения электрических полей по толщине пьезоэлемента для различных моментов времени, рассчитанные по (17) и (18), приведены на рис. 5.

Видно, что электрическое поле в пьезоэлементе распределено неравномерно: оно изменяется вдоль его толщины.

При прохождении волны давления в пьезоэлемент наибольшее электрическое поле будет возникать вблизи переднего электрода. После выхода фронта волны из пьезоэлемента электрические поля достигнут максимальных значений вблизи обоих электродов:

$$|E_{max}| = \frac{d_{ij}kx_0}{2\epsilon\epsilon_0}, \quad (19)$$

где  $k = dp/dx = dp/c dt$  — крутизна переднего фронта импульса давления.

Выражение (19) показывает, что электрические поля в пьезоэлементе, подключенном к R-нагрузке, зависят от скорости нарастания давления и возникают даже при коротком замыкании электродов,  $RC \sim 0$ . В отличие от толстого датчика, величины электрических полей линейно изменяются по толщине пьезоэлемента, при этом их значения зависят не от давления, а от скорости его нарастания. Из уравнения (15) также следует, что протекший в цепи датчика заряд пропорционален среднему давлению в пьезоэлементе, т. е. в таком режиме датчик усредняет регистрируемое давление по времени пробега волны через пьезоэлемент  $T = x_0/c$ .

При определенной скорости нарастания давления поля могут достигать значений, достаточных

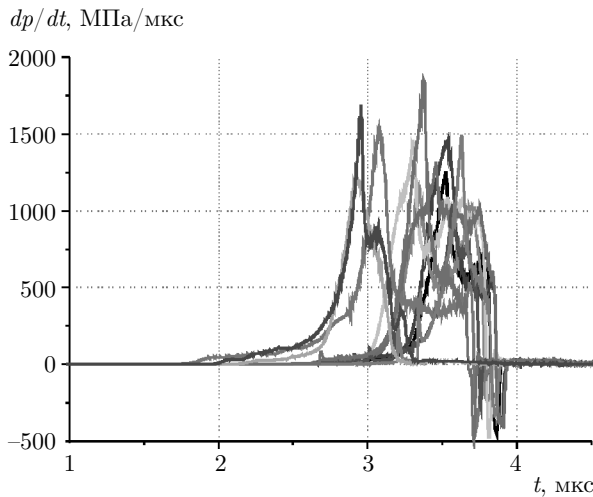


Рис. 6. Зависимости скорости нарастания давления, зарегистрированные пьезокерамическими датчиками, установленными на расстоянии 10 мм от образца, на которых имеются признаки электрического пробоя

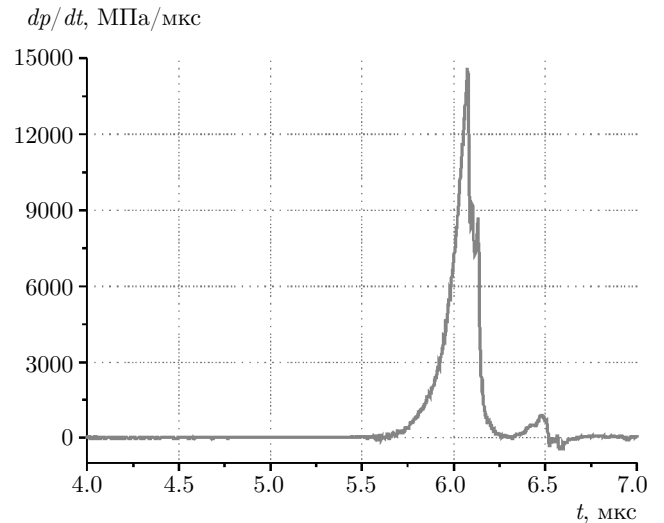


Рис. 7. Сигнал кварцевого датчика, установленного на расстоянии 10 мм от образца, на котором имеются признаки электрического пробоя

для проявления нелинейных эффектов: переполяризации и/или возникновения пробойных эффектов, т. е. генерируемый сигнал нельзя будет использовать для определения давления.

Для пьезокерамических датчиков, у которых наблюдался резкий спад сигналов, см. рис. 6, расчет электрических полей, возникавших перед пробоем, сделанный по формуле (19), дал значения  $E_{max} = 1.7-3.3$  кВ/мм, близкие к величине электрической прочности (4 кВ/мм) для пьезокерамики ЦТС-21 [7]. Наличие таких полей позволяет объяснить возникновение пробоя, вызвавшего спад сигналов в опытах. Следует отметить, что расчет электрического поля в пьезоэлементе, сделанный без учета неоднородности поля, возникающей при высокой скорости нарастания давления, дает  $E = 200 \text{ В}/0.5 \text{ мм} = 0.4$  кВ/мм. При расчете с применением формулы (19) использовались следующие параметры для ПК ЦТС-21:  $\epsilon = 480$ ,  $c = 3.73$  мм/мкс,  $d_{33} = 110$  пКл/н и значения скорости нарастания давления на пиках  $dp/dt_{max} = 1000-1900$  МПа/мкс.

На сигналах большинства кварцевых датчиков спады, характерные для пробоя, наблюдаются в единичных случаях и, вероятно, связаны с наличием дефектов в кристаллах. Пример такого сигнала показан на рис. 7. Пробой произошел при поле порядка 40 кВ/мм ( $c = 5.72$  мм/мкс,  $\epsilon = 4.58$ ,  $d_{11} = 2.3$  пКл/н).

### 3. ВЫВОДЫ

Рассмотрен промежуточный режим работы пьезоэлементов, когда заметное изменение давления происходит за время, соизмеримое со временем пробега звука по пьезоэлементу. Для этого режима получены формулы, описывающие распределение электрических полей по толщине пьезоэлемента, на который действует линейно нарастающее давление.

С использованием полученных формул показано, что независимо от подключаемой к пьезоэлементу активной нагрузки при меняющемся давлении в нем возникают электрические поля.

Полученные решения позволили объяснить экспериментально наблюдавшиеся резкие спады амплитуд сигналов за счет возникновения (под действием быстро нарастающих давлений) электрических полей, близких к пробойным, вызвавших пробойные процессы.

При планировании экспериментов и обработке полученных с помощью пьезодатчиков данных следует учитывать возможность возникновения пробойных явлений при воздействии на пьезоэлементы быстро нарастающих давлений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. J. M. Walsh, R. G. Shreffler, and F. J. Willing, J. Appl. Phys. **24**, 349 (1953).

2. В. А. Огородников, А. Г. Иванов, А. Л. Михайлов, Н. И. Крюков, А. П. Толочко, В. А. Голубев, ФГВ 34, 103 (1998).
3. А. Л. Михайлов, В. А. Огородников, В. С. Сасик и др., ЖЭТФ 145, 5 (2014).
4. В. А. Огородников, А. Л. Михайлов, С. В. Ерунов, М. В. Антипов, А. В. Федоров и др., ЖЭТФ 152, 6 (2017).
5. М. В. Антипов, А. А. Утенков, И. В. Юртов и др., ФГВ 54, 5 (2018).
6. А. Н. Разин, *Моделирование неустойчивости и турбулентного перемешивания в слоистых системах*, РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров (2010).
7. ОСТ11 0444-87 Материалы пьезокерамические, технические условия.
8. R. A. Graham, *Solids Under High-Pressure Shock Compression, Mechanicals, Physics, and Chemistry*, Springer-Verlag, New York, Inc. (1993).
9. В. И. Яровиков, *Теоретические основы проектирования пьезоэлектрических датчиков механических величин*, Учебное пособие по кафедре «Информационно-измерительные системы», МГУЛ, Москва (2001).
10. В. А. Борисёнок, В. Г. Симаков, В. Г. Куропаткин и др., ПТЭ №4, 113 (2008).