

# ТОКОВЫЙ ЗАХВАТ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ГИРОТРОПНЫХ ЖИДКИХ МЕТАКРИСТАЛЛАХ

A. A. Жаров<sup>a</sup>, Н. А. Жарова<sup>b\*</sup>, Жаров А. А., мл.<sup>a,c</sup>

<sup>a</sup> Институт физики микроструктур Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия

<sup>b</sup> Институт прикладной физики Российской академии наук  
603950, Нижний Новгород, Россия

<sup>c</sup> Institut Jean Lamour, Universite de Lorraine, Epinal, France

Поступила в редакцию 17 октября 2019 г.,  
после переработки 17 октября 2019 г.  
Принята к публикации 19 ноября 2019 г.

Показано, что пропускание постоянного электрического тока через суспензию гиротропных наночастиц с остаточной намагнченностью (гиротропный жидкий метакристалл) формирует односторонний волновод для оптического излучения, так что захваченный свет может распространяться только в направлении, противоположном направлению тока. Локализация электромагнитного излучения связана с появлением неоднородной гиротропии среды в результате переориентации магнитных наночастиц в неоднородном магнитном поле тока. В качестве примера рассмотрен захват излучения плоским токовым слоем и цилиндрической токовой нитью. Получены и проанализированы дисперсионные уравнения захваченных мод. Обсуждается аналогия с топологически защищенными краевыми фотонными состояниями.

DOI: 10.31857/S0044451020040021

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Контроль над распространением света является одним из важных и актуальных направлений исследований в современной оптике и фотонике. Локализация и управляемое переключение направления световых потоков на масштабах, сравнимых с длиной волны, необходимо для перспективных приложений в интегральных оптических цепях [1, 2] и открывает путь для создания наномасштабных перестраиваемых быстродействующих устройств, таких как наноантенны [3–5], биосенсоры [6, 7], нанолазеры [8, 9] и др. Очень привлекательной, с точки зрения перспективных приложений, является возможность переключения локализованных световых потоков без изменения материальных характеристик среды. Функциональность подобного рода устройств может обеспечиваться за счет различных физических механизмов, например, под действием тепла, механических деформаций, пропускания электриче-

ских токов, электрических и магнитных полей [10]. Последняя в этом списке категория внешних воздействий обладает преимуществом относительной быстроты переключения.

Возможности управления светом значительно расширились с появлением оптических метаматериалов, представляющих собой композиты, искусственноnanostructuredированные на субволновом уровне. Макроскопические электромагнитные свойства таких композитов могут значительно отличаться от свойств природных сред. Более того, метаматериалам могут быть приданы желаемые свойства за счет конструкции их структурных элементов (метаатомов). В настоящее время широкое распространение приобрели плазмонные метаматериалы и металповерхности, обычно представляющие собой слоистые металл-диэлектрические nanostructuredуры, а также двух или трехмерные решетки плазмонных наночастиц [11], полностью диэлектрические метаматериалы [12, 13], искусственные гиперболические среды [14, 15] и т.д.

Сравнительно недавно был предложен [16–20] и экспериментально апробирован [21] новый тип жидких метаматериалов [22, 23], названный жидкими

\* E-mail: nina.a.zharova@gmail.com

метакристаллами (ЖМК). Отличительной особенностью любых жидких метаматериалов, и в том числе ЖМК, является их пригодность к реконфигурации, возможность заполнения ими объемов практически любой формы и перестройки их электромагнитных свойств. В отличие от традиционных жидких кристаллов, ЖМК представляют собой метаматериалы с искусственными метаатомами (металлическими или диэлектрическими) с анизотропной электрической и(или) магнитной поляризуемостью, которые могут упорядочиваться и переориентироваться во внешних электромагнитных полях, что приводит к появлению анизотропии метаматериала и изменению условий распространения в них электромагнитных волн. Дополнительную по сравнению с жидкими кристаллами функциональность ЖМК придает нетривиальный дизайн метаатомов. Изменение структуры, формы, размеров метаатомов приводит к существенному изменению их электродинамических характеристик, что расширяет возможности управления излучением и позволяет создавать ЖМК для разных частотных диапазонов от микроволнового до оптического.

В данной работе изучается возможность создания однонаправленного волновода для электромагнитного излучения оптического диапазона в гиротропной ЖМК-среде (содержащей ферромагнитные метаатомы с остаточной намагниченностью) при пропускании через нее локализованного в поперечном сечении постоянного электрического тока.

Хорошо известно, что гиротропия ферромагнетиков в оптике возникает благодаря так называемому гироэлектрическому эффекту [24], обусловленному спин-орбитальным взаимодействием, которое дает вклад только в компоненты диэлектрического тензора [25], в то время как магнитная проницаемость остается единичным тензором [26]. Гиротропные метаатомы ориентируются в создаваемом током постоянном пространственно-неоднородном магнитном поле, что, в свою очередь, приводит к неоднородности тензора эффективной диэлектрической проницаемости. Неоднородность магнитного поля электрического тока приводит к неоднородности эффективного показателя преломления для световой волны, что создает условия поперечной локализации света только при его распространении противоположно направлению электрического тока. Последнее обстоятельство дает очевидный механизм переключения направления распространения захваченной электромагнитной моды путем коммутации направления электрического тока. Ниже мы изучим условия токового захвата света в ЖМК и

найдем дисперсионные уравнения захваченных собственных мод. В качестве примера, односторонний захват световой волны будет рассмотрен в двух геометриях — плоский токовый слой и цилиндрическая токовая нить.

## 2. ПЛОСКИЙ ТОКОВЫЙ СЛОЙ

Пусть постоянный ток с плотностью  $j_z = \text{const}$  течет вдоль оси  $z$  и локализован в направлении  $x$  в интервале  $-a < x < a$  (см. рис. 1). Постоянное во времени магнитное поле тока направлено при этом по оси  $y$  и определяется из уравнения

$$d\mathcal{H}_y/dx = 4\pi j_z/c.$$

В ЖМК-среде, которая представляет собой взвесь ферромагнитных метаатомов в жидкой матрице, магнитная индукция (в отсутствие насыщения намагниченности) линейно растет внутри токового слоя и имеет постоянное значение вне его,

$$B_y = \begin{cases} 4\pi\mu j_z x/c, & |x| < a, \\ -4\pi\mu j_z a/c, & x \leq -a, \\ 4\pi\mu j_z a/c, & x \geq a, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mu$  — эффективная (усредненная по объему) магнитная проницаемость ЖМК. Выражая результат через полный ток  $I_0 = 2aj_z$ , получим

$$B_y = \begin{cases} 2\pi\mu I_0 x/ac, & |x| < a, \\ -2\pi\mu I_0/c, & x \leq -a, \\ 2\pi\mu I_0/c, & x \geq a. \end{cases} \quad (2)$$

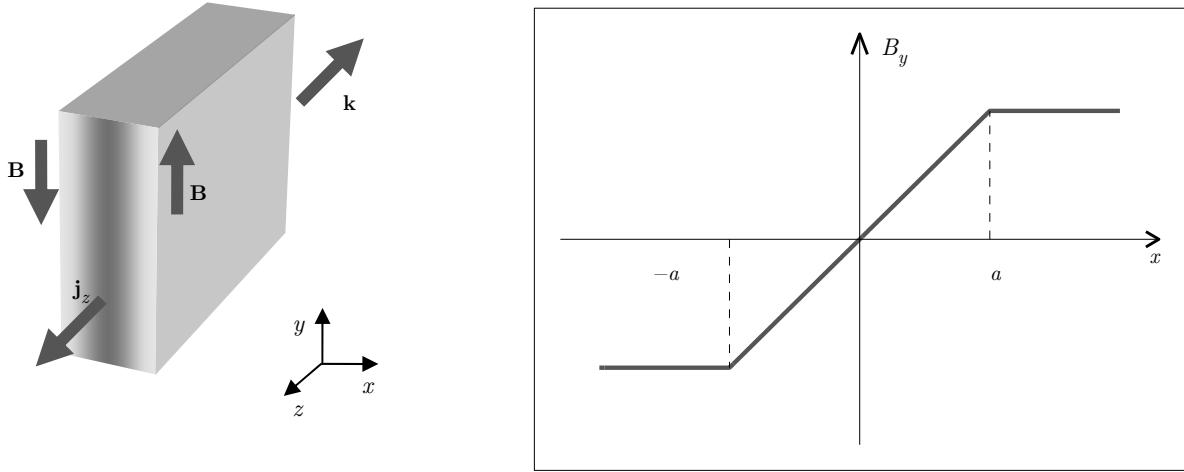
В такой постановке ЖМК становится гиротропной средой с неоднородным распределением гиротропии, а диэлектрический тензор среды в оптическом диапазоне (предполагается временная зависимость  $\exp(-i\omega t)$ ) будет иметь вид

$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & -iu(x) \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ iu(x) & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Учитывая, что величина  $u$  пропорциональна статическому магнитному полю ( $u = \varepsilon Q B_y$ , где  $Q$  — константа Фогта (Voigt constant), определяющая скорость фарадеевского вращения для конкретного материала [27]), можно записать зависимость  $u(x)$  как

$$u(x) = \begin{cases} u_0 x/a, & |x| < a, \\ -u_0, & x \leq -a, \\ u_0, & x \geq a, \end{cases} \quad (4)$$

где введена величина  $u_0 = u|_{x=a} > 0$ .



**Рис. 1.** (В цвете онлайн) Геометрия задачи: постоянный внешний ток  $j_z$  локализован по оси  $x$  в интервале  $-a < x < a$  и создает магнитное поле, индукция которого  $B_y(x)$  на этом отрезке растет линейно с координатой и не зависит от  $x$  вне этого интервала

Распространение в такой среде высокочастотного поля ТМ-поляризации  $\mathbf{H} = \mathbf{y}_0 H \exp(-i\omega t + ikz)$  описывается скалярным уравнением для (единственной)  $y$ -компоненты магнитного поля

$$H'' - \frac{ku'}{\varepsilon} H - \kappa^2 H = 0, \quad (5)$$

где  $\kappa^2 = k^2 - k_0^2 \varepsilon$ ,  $k_0 = \omega/c$ , штрих означает производную по  $x$ , и считается, что  $|u| \ll \varepsilon$ . Компоненты  $E_x$ ,  $E_z$  высокочастотного электрического поля выражаются через  $H$  как

$$\begin{aligned} E_x &= \frac{k}{k_0 \varepsilon} H - \frac{u}{k_0 \varepsilon^2} H', \\ E_z &= \frac{-iku}{k_0 \varepsilon^2} H + \frac{i}{k_0 \varepsilon} H'. \end{aligned}$$

В области вне токового слоя  $u = u_0 = \text{const}$  и

$$H''_{out} - \kappa^2 H_{out} = 0. \quad (6)$$

В области внутри токового слоя  $u' = u_0/a = \text{const}$ , что приводит к уравнению

$$H''_{in} + \tilde{\kappa}^2 H_{in} = 0 \quad (7)$$

с постоянным  $\tilde{\kappa}^2 = -\kappa^2 - u_0 k / (a \varepsilon)$ . Добавка к эффективному показателю преломления порядка  $u_0 k$  внутри токового слоя зависит от знаков производной  $du/dx$  и волнового числа  $k$ , другими словами, от направления распространения волны относительно направления электрического тока. Для того чтобы в такой среде существовала локализованная собственная мода, необходимо выполнение двух условий: (i) экспоненциальное убывание полей снаружи

от токового слоя, что достигается при  $\kappa^2 > 0$  ( $k^2 > k_0^2 \varepsilon$ ) и (ii) прозрачность среды для поля внутри токового слоя, т. е.  $\tilde{\kappa}^2 > 0$ . Оба этих неравенства можно переписать как

$$-\frac{ku_0}{a\varepsilon} > k^2 - k_0^2 \varepsilon > 0.$$

Отсюда можно сделать вывод, что локализованное решение реализуется лишь для (достаточно больших) отрицательных значений  $k$ . Таким образом, локализованная мода распространяется только в одном направлении, а именно навстречу току (здесь, противоположно оси  $z$ ). Токовый слой играет роль диэлектрического волновода, и структура локализованной низшей (симметричной) моды внутри слоя имеет вид

$$H_{in} = A_{in} \cos(\tilde{\kappa}x),$$

а поле снаружи выглядит как

$$H_{out} = A_{out} \exp[-\kappa(|x| - a)].$$

Условие непрерывности на границе  $x = \pm a$  полей  $H$  и  $E_z$  (т. е.  $H$  и  $H'$ ) приводит к дисперсионному уравнению

$$\operatorname{tg}(\tilde{\kappa}a) = \kappa/\tilde{\kappa}. \quad (8)$$

Существуют также несимметричные моды, корни которых удовлетворяют другому дисперсионному уравнению:

$$\operatorname{tg}(\tilde{\kappa}a) = -\tilde{\kappa}/\kappa. \quad (9)$$

Заметим, что разбиение на симметричные и несимметричные моды становится условным в среде с поглощением, но дисперсионные уравнения для этих мод остаются справедливыми.

Анализ этих уравнений показывает, что даже для очень малых значений параметра  $u_0$  симметричная локализованная мода существует, но локализация оказывается слабой: в пределе  $u_0 \ll \sqrt{\varepsilon}$  можно приближенно записать

$$\begin{aligned} ka &= -\sqrt{(ka)^2 + \varepsilon(k_0a)^2} \approx -k_0a\sqrt{\varepsilon}, \\ \tilde{ka} &= \sqrt{-(ka)^2 - u_0ka/\varepsilon} \approx (u_0k_0a/\sqrt{\varepsilon})^{1/2}, \\ ka &\approx (\tilde{ka})^2 \approx u_0(k_0a/\sqrt{\varepsilon}), \end{aligned}$$

откуда получается предельный масштаб локализации

$$k_0L_{out} \approx k_0/\kappa \approx \sqrt{\varepsilon}/u_0. \quad (10)$$

Для  $\varepsilon = 2$ ,  $u_0 = 10^{-2}$  и вакуумной длины волны излучения  $\lambda_0 = 0.5$  мкм оценка масштаба поперечной локализации захваченной моды дает  $L_{out} \approx \lambda_0\sqrt{\varepsilon}/(2\pi u_0) \sim 10$  мкм.

Простой вид решения в этом предельном случае позволяет оценить также продольный масштаб захвата моды,  $L_{dmp}$ , обусловленный наличием диссипации в ЖМК-среде:  $1/L_{dmp} \approx \text{Im}(\varepsilon)k_0/(2\sqrt{\varepsilon})$ . Очевидно, что диссипация в среде разрушает моду при условии  $L_{out}/L_{dmp} > 1$ , что дает дополнительное ограничение на параметры системы:  $\text{Im}(\varepsilon) < u_0$ .

Следует отметить, что в общем случае (например, в замагниченной плазме, которая также характеризуется диэлектрическим тензором (3)), параметр  $u_0$  не обязательно мал и даже может выполняться обратное неравенство,  $u_0 \gg \varepsilon$ . При отказе от условия малости  $u_0$  уравнение для магнитного поля модифицируется следующим образом:

$$H'' + \frac{\varepsilon'_1}{\varepsilon_1} H' - \left( \kappa^2 + k \frac{\varepsilon'_2}{\varepsilon_1} \right) H = 0, \quad (11)$$

где  $\kappa^2 = k^2 - k_0^2/\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon/(\varepsilon^2 - u^2)$ ,  $\varepsilon_2 = u/(\varepsilon^2 - u^2)$  и штрих, как и прежде, обозначает производную по координате  $x$ . Предполагая, как и раньше, кусочно-линейную зависимость  $u(x)$  и  $\varepsilon = \text{const}$ , мы получим для поля внутри токового слоя уравнение с переменными коэффициентами, которое может быть решено численно. Заметим, что наличие в уравнении (11) слагаемого с  $H'$  не приводит к нарушению симметрии по координате  $x$ , в результате чего собственные моды обладают определенной симметрией.

### 3. ЦИЛИНДРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНАЯ ТОКОВАЯ НИТЬ

Рассмотрим цилиндрически симметричный случай: будем считать, что ток в бесконечной по  $z$  токовой нити направлен по оси  $z$  и имеет постоянную плотность  $j_z$ ; токовая нить имеет цилиндрическую форму и ограничена некоторым радиусом  $a$  (см. рис. 2). Очевидно, что в такой постановке вокруг тока создается постоянное во времени азимутальное магнитное поле  $\mathcal{H}_\phi$ , которое линейно растет по радиусу  $\rho$  внутри токовой нити и убывает как  $1/\rho$  снаружи.

Соответственно, для магнитной индукции можно записать

$$B_\phi = \begin{cases} 2\mu I_0\rho/(ca^2), & \rho < a, \\ 2\mu I_0/(c\rho), & \rho \geq a. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь опять введен полный ток  $I_0 = \pi a^2 j_z$ , протекающий через поперечное сечение токовой нити. Магнитное поле  $B_\phi$  приводит к появлению в тензоре проницаемости

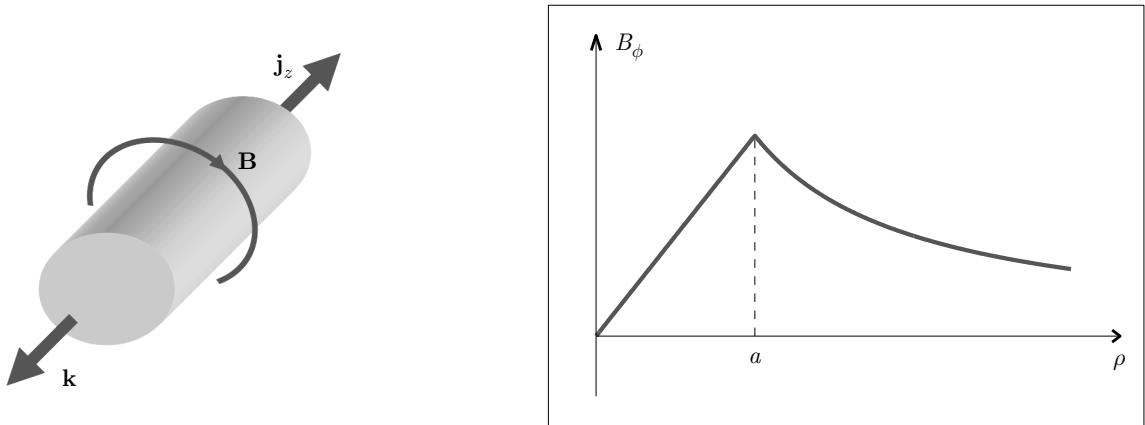
$$\hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 0 & -iu(\rho) \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ iu(\rho) & 0 & \varepsilon \end{pmatrix} \quad (13)$$

недиагональных компонент  $u \sim B_\phi$ . Формально выражение для тензора диэлектрической проницаемости в цилиндрической задаче (13) совпадает с выражением (3), однако если для плоской задачи компоненты тензора  $\hat{\varepsilon}$  это проекции на декартову систему координат ( $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{xy}$ ,  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{xz}$ , ...), то в цилиндрическом случае это проекции на оси  $\rho$ ,  $\phi$ ,  $z$ , т. е.  $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{\rho\rho}$ ,  $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{\rho\phi}$ ,  $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{\rho z}$ , ...

Если в такой неоднородно намагниченной среде существует локализованная собственная мода высокочастотных колебаний  $\sim \exp(-i\omega t + ikz)$ , то она может быть описана в рамках скалярной задачи с помощью уравнения для (единственной) азимутальной компоненты высокочастотного магнитного поля  $H$  ( $\mathbf{H} = \phi_0 H \exp(-i\omega t + ikz)$ ):

$$H'' + \frac{H'}{\rho} - H\kappa^2 = \begin{cases} H/\rho^2, & \rho < a, \\ \alpha H/\rho^2, & \rho \geq a. \end{cases} \quad (14)$$

Здесь штрих обозначает производную по  $\rho$ ,  $\kappa^2 = k^2 - \varepsilon k_0^2$ ,  $\alpha = 1 + 2ku_0a/\varepsilon$ ,  $u_0 = u(a)$ , была учтена малость недиагональных компонент тензора проницаемости,  $|u| \ll \varepsilon$ , и использовалась конкретная зависимость  $u(\rho)$ :  $u = \rho u_0/a$  при  $\rho < a$  и  $u = au_0/\rho$  при  $\rho \geq a$ .



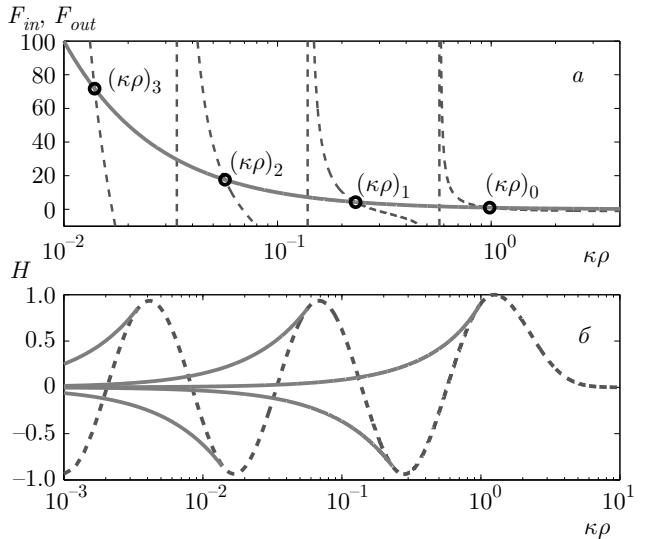
**Рис. 2.** (В цвете онлайн) Геометрия задачи: постоянный внешний ток  $j_z$  локализован по радиусу  $\rho$  в интервале  $\rho < a$  и создает магнитное поле, индукция которого  $B_\phi(\rho)$  на этом отрезке растет линейно с координатой и спадает как  $1/\rho$  снаружи

Через магнитное поле  $H$  определяются также компоненты  $\rho$  и  $z$  электрического поля моды:

$$\begin{aligned} -ik_0 E_\rho &= -\frac{1}{\varepsilon} \partial_z H + \frac{iu}{\varepsilon^2} \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho H), \\ -ik_0 E_z &= \frac{iu}{\varepsilon^2} \partial_z H + \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{\rho} \partial_\rho (\rho H). \end{aligned}$$

Очевидно, что локализованные распределения поля могут реализоваться лишь при  $\kappa^2 > 0$ , и на первый взгляд кажется, что решения в этом случае должны выражаться через модифицированные функции Бесселя второго рода (функции Макдональда) от аргумента  $\kappa\rho$ . Однако условие отсутствия особенности в точке  $\rho = 0$  задает функцию  $H(\rho < a)$  в виде  $H \sim I_1(\kappa\rho)$  ( $I_1$  — модифицированная функция Бесселя первого рода порядка 1), и эту (растущую) зависимость оказывается невозможным непрерывно (с сохранением как поля, так и его производной по радиусу) «сшить» с (убывающей) функцией Макдональда при  $\rho \geq a$ . Единственный вариант непрерывной сшивки полей связан с возможностью смены знака коэффициента  $\alpha$ : анализ показывает, что при отрицательных значениях этого коэффициента, когда решение представляется модифицированной функцией Бесселя мнимого порядка, на границе токовой нити  $\rho = a$  действительно может иметь место непрерывность тангенциальных компонент электрического и магнитного полей.

Для иллюстрации сказанного выше о возможности существования локализованного решения были проведены следующие вычислительные процедуры. Прежде всего, в интервале  $10 > \kappa\rho > 10^{-3}$  было численно найдено убывающее при больших  $\kappa\rho$  решение



**Рис. 3.** (В цвете онлайн) *a)* Штриховая (синяя) кривая отвечает функции  $F_{out} = H'_{out}/H_{out}$ , где  $H_{out}$  — найденное численно спадающее при больших  $\kappa\rho$  решение уравнения Бесселя (14) с коэффициентом  $\alpha = -5$ . Сплошная (красная) кривая это функция  $F_{in} = I'_1/I_1$ , где  $I_1$  и  $I'_1$  обозначают модифицированную функцию Бесселя первого рода порядка 1 и ее производную по аргументу  $\kappa\rho$ . В точках пересечения  $(\kappa\rho)_i$  этих двух кривых можно достичнуть непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей. *б)* Иллюстрация сшивки: для каждого из найденных корней  $(\kappa\rho)_i$  магнитное поле в точке  $(\kappa\rho)_i$  непрерывно переходит с ветви  $H_{in}$  (сплошные красные кривые) на ветвь  $H_{out}$  (штриховая синяя кривая), причем в этой точке происходит касание этих функций, т. е. при переходе от  $H_{in}$  к  $H_{out}$  сохраняется производная по  $\kappa\rho$  и тем самым непрерывной оказывается тангенциальная компонента электрического поля,  $E_{z,in} = E_{z,out}$

$H_{out}$  для фиксированного отрицательного коэффициента  $\alpha = 1 + 2ku_0a/\varepsilon$  (на рис. 3 приведены результаты, полученные при  $\alpha = -5$ ). Далее была вычислена и построена на графике функция  $F_{out}(\kappa\rho) = H'_{out}/H_{out}$  (штрих обозначает производную по аргументу  $\kappa\rho$ ). На том же графике изображена функция  $F_{in} = H'_{in}/H_{in}$ , где  $H_{in} = I_1(\kappa\rho)$ . Очевидно, что непрерывность как магнитного, так и тангенциального электрического полей может достигаться при условии  $F_{out} = F_{in}$ , и на рис. 3 видно, что это возможно в дискретных точках  $(\kappa\rho)_i$  (отмечены кружками). С помощью интерполяции функций  $F_{out}, F_{in}$  можно с хорошей точностью найти значения  $(\kappa\rho)_i$  и подбором амплитуды  $H_{in}$  достигнуть в этих точках равенства магнитных полей  $H_{in}, H_{out}$ , после чего условие  $H'_{in} = H'_{out}$  и соответственно равенство  $E_{z,in} = E_{z,out}$  выполняется в этих точках автоматически.

Условие  $\alpha < 0$  эквивалентно неравенству  $|k|au_0/\varepsilon > 1$ , что при  $u_0/\varepsilon \ll 1$  требует  $|k|a \gg 1$ . В свою очередь, поскольку  $ka \lesssim 1$  (см. рис. 3), то это неравенство может выполняться лишь если  $|k|a \approx \sqrt{\varepsilon}k_0a \gg 1$ , т. е. для токовой нити большого диаметра и слабого замедления моды,  $|k| \approx \sqrt{\varepsilon}k_0$ . В отличие от плоской, в цилиндрической задаче есть ограничение снизу на размер токового слоя, поддерживающего распространение собственной моды, но в обоих случаях решение оказывается слабо локализованным. Однако, если отказаться от ограничения  $|u| \ll 1$  (как отмечалось выше, такое условие может быть реализовано в замагниченной плазме), то для фиксированного набора параметров  $\varepsilon, a, u_0$  существует ряд дискретных значений  $k_i$ , отвечающих продольным волновым числам достаточно сильно замедленных и поэтому хорошо локализованных собственных мод.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Наложение постоянного во времени магнитного поля нарушает симметрию по отношению к обращению времени, и ЖМК становится невзаимной средой. Более того, локализованная в токовом слое собственная мода является односторонней, т. е. экстремально невзаимной. Такое поведение напоминает динамику поверхностных состояний в топологических изоляторах (ТИ) [28]. Известно, что квантовые поверхностные состояния [28] имеют классический аналог [29]: электронный газ в сильном магнитном поле (примером может служить замагниченная плазма), в котором перенос заряда замагничены-

ми электронами запрещен, но границы среды являются проводящими. Аналогия между собственными решениями, рассматриваемыми в работе, и поверхностными состояниями в двумерных ТИ не такая прозрачная, но, как будет показано ниже, она затрагивает более тонкие эффекты: оказывается, что односторонность локализованной моды может оказаться иммунной к неоднородностям токового слоя, так что результирующие отражение и рассеяние будут пренебрежимо слабыми.

Для анализа этой проблемы рассмотрим в качестве иллюстрации плоскую задачу, но не будем ограничиваться условием  $u \ll 1$  и выберем параметры среды и токового слоя достаточно произвольно. В этом случае основное уравнение будет иметь вид (11).

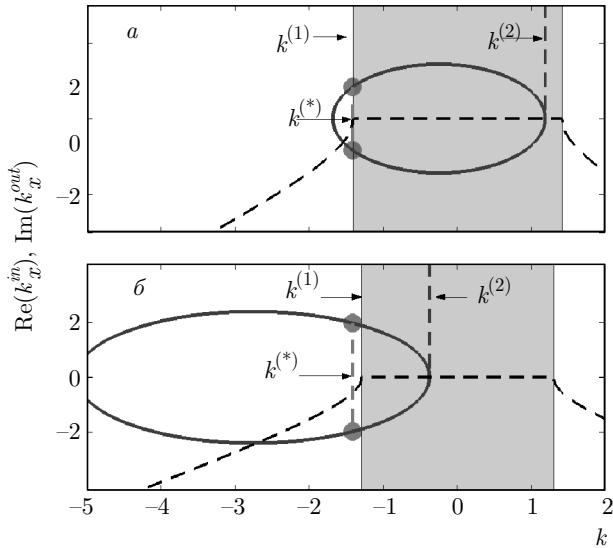
Чтобы найти структуру локализованной моды, необходимо численно решить это дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами и соответствующими граничными условиями. На границе  $x = \pm a$  следует задать отношение  $H'/H$  равным  $\mp\sqrt{k^2 - k_0^2(\varepsilon^2 - u_0^2)/\varepsilon}$  и подобрать значение продольного волнового числа  $|k| > \sqrt{k_0^2(\varepsilon^2 - u_0^2)/\varepsilon}$  таким образом, чтобы в центре слоя при  $x = 0$  получить  $H' = 0$  для четной ( $H = 0$  для нечетной) моды.

Рисунок 4 иллюстрирует результаты выполнения такой процедуры для параметров  $\varepsilon = 2, k_0 = 1, a = 0.1$  и значений параметра гиротропии  $u_0 = 0.1$  и  $u_0 = 0.8$ . Маркер на этом рисунке отмечает собственное значение продольного волнового числа  $k^{(*)}$ , отвечающее локализации четной моды.

Поскольку вне слоя магнитное поле и соответственно параметр гиротропии не меняется,  $u = \pm u_0$ , среда является однородной и электромагнитное поле в этой области представимо в виде суммы пространственных гармоник

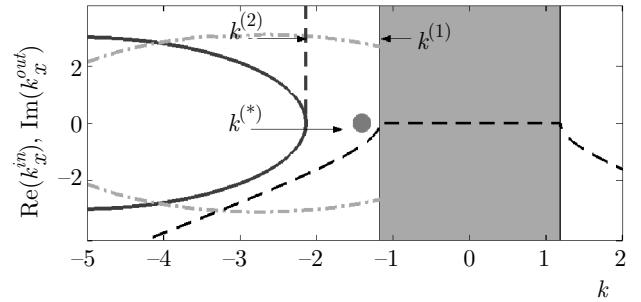
$$\sum A(k) \exp(ik_x(k)x + ikz),$$

где  $k_x^2 + k^2 = k_0^2(\varepsilon^2 - u_0^2)/\varepsilon$ , и эта последняя формула дает дисперсионную зависимость  $k_x^{out}(k)$  (см. рис. 4, где показана зависимость от  $k$  мнимой части поперечного волнового числа для излучения вне слоя,  $\text{Im}(k_x^{out}(k))$ ). Внутри слоя среда неоднородна, но в приближении плавной неоднородности можно найти дисперсию  $k_x^{in}(k)$ , где  $k_x^{in}$  локально зависит от координаты  $-a < x < a$  и удовлетворяет условию  $\varepsilon_1(k_x^{in})^2 - i\varepsilon'_1k_x^{in} + \varepsilon_1k^2 - k_0^2 + \varepsilon'_2k = 0$ . На рис. 4 приведена также полученная из этой формулы зависимость от  $k$  действительной части поперечного волнового числа,  $\text{Re}(k_x^{in})$ , вычисленная на границе слоя при  $x = \pm a$ .



**Рис. 4.** (В цвете онлайн) Иллюстрация дисперсионных свойств локализованного решения: данные приведены для параметров  $\varepsilon = 2$ ,  $k_0 = 1$ ,  $a = 0.1$  при  $u_0 = 0.1$  (а) и  $u_0 = 0.8$  (б). Сплошная (синяя) кривая: зависимость от  $k$  действительной части поперечного волнового числа волн, распространяющихся внутри токового слоя,  $\text{Re}(k_x^{in})$  (значение  $k_x^{in}$  берется на границе слоя при  $x = \pm a$ ); штриховая (черная) кривая: мнимая часть поперечного волнового числа для волн в однородной среде вне слоя,  $\text{Im}(k_x^{out})$ . Красным маркером отмечено значение  $k^{(*)}$ , для которого выполняется условие локализации моды. Значения продольного волнового числа  $k^{(1)}$  и  $k^{(2)}$  отмечают соответственно левую границу зоны прозрачности однородной среды вне слоя и правую границу зоны прозрачности для волн внутри слоя

Рассеяние локализованной моды на естественных неоднородностях токового канала должно приводить к тому, что кроме  $k^{(*)}$  внутри канала появляются волновые компоненты с другими волновыми числами  $k$ ,  $k_x^{in}(k)$ , которые отвечают дисперсионной зависимости (синяя кривая на рис. 4). Если же среда вне слоя будет прозрачной для этих пространственных гармоник, то они будут высвечиваться из токового слоя наружу, в однородную среду, в результате чего локализованная мода будет затухать радиационным образом. Очевидно, что этот эффект будет иметь место лишь в области  $k^{(2)} > k > k^{(1)}$  (см. рис. 4): действительно, при  $k > k^{(2)}$  нет распространяющихся волн внутри слоя, а для  $k < k^{(1)}$  энергия из слоя не высвечивается. Для случая, приведенного на рис. 4б, условию  $k^{(2)} > k > k^{(1)}$  отвечает малый объем фазового пространства и соответственно малая плотность фотонных состояний. Это обеспечивает относительную устойчивость (robustness) лока-



**Рис. 5.** (В цвете онлайн) Иллюстрация дисперсионных свойств локализованного решения (см. подпись к рис. 4): данные приведены для параметров  $\varepsilon = 2$ ,  $k_0 = 1$ ,  $a = 0.1$ ,  $u_0 = 1.1$ . В этом случае  $k^{(1)} > k^{(2)}$  и локализованная мода оказывается полностью иммунной по отношению к рассеянию на неоднородностях токового слоя. Дополнительная (голубая) штрихпунктирная кривая демонстрирует зависимость от  $k$  поперечного волнового числа пространственных гармоник в центре слоя,  $\text{Re}(k_x^{in}(x = 0))$

лизованной собственной моды, что снова роднит ее с поверхностными состояниями в ТИ.

Более того, оказывается, что может быть реализована ситуация, когда все волновые компоненты внутри слоя, лежащие на дисперсионной кривой, являются нераспространяющимися в однородной среде вне слоя. В этом случае  $k^{(1)} > k^{(2)}$  (см. рис. 5), и локализованная мода полностью иммунна к рассеянию на неоднородностях токового слоя.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что пространственно-ограниченный в поперечном направлении постоянный электрический ток, пропускаемый через суспензию ферромагнитных наночастиц с остаточной намагниченностью (гиотропный жидкий метакристалл) поддерживает локализованную электромагнитную моду оптического диапазона, переносящую конечный поток энергии. Поперечная структура моды определяется поперечной структурой электрического тока, а величина замедления — величиной гиотропии ЖМК, возникающей в результате переориентации гиотропных наночастиц в магнитном поле постоянного тока. Рассмотрены два примера захвата оптического излучения: плоский токовый слой и цилиндрическая токовая нить. Общей особенностью захваченных мод является возможность их распространения только в направлении, противоположном току, в то время, как при распространении вдоль тока локализация электромагнитных волн отсутствует. Такой невза-

имный характер захвата оптического излучения напоминает топологически защищенные краевые фотонные состояния. В гиротропных ЖМК величина недиагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости мала, что означает слабую поперечную локализацию захваченной моды. Однако в плазменной среде в микроволновом диапазоне частот недиагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости могут быть сравнимыми или даже превышать (например, в области верхнего гибридного резонанса) диагональные, что может приводить к существенно более сильному замедлению собственной моды.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-02-00281).

## ЛИТЕРАТУРА

1. V. M. Menon, L. I. Deych, and A. A. Lisysky, Nat. Photon. **4**, 345 (2010).
2. D. A. B. Miller, Nat. Photon. **4**, 3 (2010).
3. A. Alu and N. Engheta, Nat. Photon. **2**, 307 (2008).
4. L. Novotny, Nature **455**, 887 (2008).
5. S. Kruk, B. Hopkins, I. I. Kravchenko, A. Miroshnichenko, D. N. Neshev, and Y. S. Kivshar, APL Photon. **1**, 030801 (2016).
6. J. N. Anker, W. P. Hall, O. Lyandres, N. C. Shah, J. Zhao, and R. P. van Duyne, Nat. Mater. **7**, 442 (2008).
7. Y. F. C. Chau, J.-Y. Syu, C.-T. Chao, H.-P. Chiang, and C. M. Lim, J. Phys. D: Appl. Phys. **50**, 045105 (2017).
8. D. J. Bergman and M. I. Stockman, Phys. Rev. Lett. **90**, 027402 (2003).
9. X. Meng, A. V. Kidishev, K. Fujita, K. Tanaka, and V. M. Shalaev, Nano Lett. **13**, 4106 (2013).
10. S. Bang, J. Kim, G. Yoon, T. Tanaka, and J. Rho, Micromachines **9**, 560 (2018).
11. D. Khlopin, F. Laux, W. P. Wardley, J. Martin, G. A. Wurtz, J. Plain, N. Bonod, A. V. Zayats, W. Dickson, and D. Gerard, J. Opt. Soc. Amer. B **34**, 691 (2017).
12. S. V. Li, D. G. Baranov, A. E. Krasnok, and P. A. Belov, Appl. Phys. Lett. **107**, 171101 (2015).
13. A. I. Kuznetsov, A. E. Miroshnichenko, M. L. Brongersma, Y. S. Kivshar, and B. Luk'yanchuk, Science **354**, aag2472 (2016).
14. A. Podobny, I. Iorsh, P. Belov, and Y. Kivshar, Nat. Photon. **7**, 958 (2013).
15. O. Takayama and A. V. Lavrinenko, J. Opt. Soc. Amer. B **36**, F38 (2019).
16. A. A. Zharov, A. A. Zharov, Jr., and N. A. Zharova, J. Opt. Soc. Amer. B **31**, 559 (2014).
17. A. A. Zharov, A. A. Zharov, Jr., and N. A. Zharova, Phys. Rev. E **90**, 023207 (2014).
18. N. A. Zharova, A. A. Zharov, and A. A. Zharov, Jr., J. Opt. Soc. Amer. B **33**, 594 (2016).
19. A. A. Zharov, Jr., N. A. Zharova, and A. A. Zharov, J. Opt. Soc. Amer. B **34**, 546 (2017).
20. A. A. Zharov, A. A. Zharov, Jr., and N. A. Zharova, Phys. Rev. A **98**, 013802 (2018).
21. M. Liu, K. Fan, W. Padilla, X. Zhang, and I. V. Shadrivov, Adv. Mater. **28**, 1553 (2016).
22. Y. A. Urzhumov, G. Shvets, J. A. Fan, F. Capasso, D. Brandl, and P. Nordlander, Opt. Express **15**, 14129 (2007).
23. M. Frühnert, S. Muhlig, F. Lederer, and C. Rockstuhl, Phys. Rev. B **89**, 075408 (2014).
24. H. J. Zeiger and G. W. Pratt, *Magnetic Interaction in Solids*, Oxford University Press, Oxford (1973).
25. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, 3rd ed., Pergamon Press, New York (1977).
26. J. Zak, E. R. Moog, C. Liu, and S. D. Bader, Phys. Rev. B **43**, 6423 (1991).
27. E. Du Tremolet de Lacheisserie, D. Gignoux, and M. Schlenker, *Magnetism: Fundamentals*, Springer Science & Business Media, New York (2005).
28. C. L. Kane and E. J. Mele, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005).
29. D. C. Tsui, H. L. Stormer, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **48**, 1559 (1982).