

УДК 911.52

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА ИЕРАРХИЙ В ЛАНДШАФТНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

© 2023 г. А. К. Черкашин<sup>а</sup>, \*, А. А. Фролов<sup>а</sup>, \*\*

<sup>а</sup>Институт географии им. В.Б. Сочавы СО РАН, Иркутск, Россия

\*e-mail: cherk@mail.icc.ru

\*\*e-mail: f-v1984@mail.ru

Поступила в редакцию 04.10.2022 г.

После доработки 25.10.2022 г.

Принята к публикации 03.11.2022 г.

На примере факторально-динамического анализа горно-таежных геосистем (ландшафтов) участка хр. Малый Хамар-Дабан (Западное Забайкалье) реализован метод анализа иерархий (МАИ) – логический и математический инструмент принятия решений в определении приоритетов альтернатив (ландшафтообразующих факторов) достижения цели (зональной нормы), их парном сравнении и выборе лучшей альтернативы с максимальным значением приоритета относительно главной цели. Совмещение алгоритма МАИ с факторально-динамическим анализом иерархии геосистем – геомеров (выделов фаций, групп и классов фаций) – показано на примере оценки эффекта факторного влияния на облик ландшафта по критерию территориального проявления фаций разных факторальных рядов (субгидролитоморфных, сублитоморфных, ксеролитоморфных и субгидроморфных). На основе расчета показателя, учитывающего приоритеты всех сравниваемых частных критериев разных уровней иерархии и критерий серийности геосистем, определена мера отклонения состояния отдельных выделов фаций от зональной нормы и создана карта ландшафтной изменчивости исследуемой территории в обобщенных показателях влияния факторов разного уровня.

*Ключевые слова:* геосистема, ландшафт, факторально-динамический подход, класс фаций, серийность геосистем, зональная норма, ландшафтная карта, метод анализа иерархий, ландшафтный анализ, хребет Малый Хамар-Дабан, Западное Забайкалье

DOI: 10.31857/S2587556623010053, EDN: LEZJXQ

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

В результате маршрутных и стационарных исследований формируются базы данных географических характеристик и создаются ландшафтные карты, которые количественно анализируются с целью выявления скрытых закономерностей и решения задач прогнозирования и планирования. При этом используются методы статистической обработки, картометрии и квалиметрии – алгоритмы многомерной статистики (Пузаченко, 2004; Хорошев, 2016; Wheeler et al., 2004), например, при ландшафтном планировании (Хорошев, 2012).

В ландшафтно-экологических исследованиях все большее распространение (Huang et al., 2011; Linkov and Moberg, 2017) получает метод анализа иерархий (МАИ) (Саати, 1993). МАИ применяется для принятия решений по вопросам землепользования, использования лесных ресурсов (Kangas et al., 2015; The Analytic ..., 2001) и ресурсов грунтовых вод (Şener, 2015). Это логический и математический инструмент системного подхода к сложным проблемам принятия решений, хорошо формализуемый и реализуемый в компьютер-

ных программах с получением нетривиальных результатов при выборе наилучшей альтернативы действия (Ishizaka and Nemery, 2013). Вместе с тем в МАИ есть проблемы его теоретического обоснования, для решения которых предлагаются модели и методы многофакторной полезности (Dyer, 1990) и метатеоретического подхода (Черкашин, 2020).

Реализация процедур МАИ по постановке задач близка ландшафтному анализу (ЛА) (Преображенский, 1988). Он часто трактуется в широком смысле как ландшафтное исследование и картографирование территории для решения различных задач. Здесь мы понимаем ЛА по В.С. Преображенскому (1988): процедуры сравнения относительных достоинств различных участков местности по целевым критериям, факторам и условиям для оценочного картографирования территории по показателям ценности. Факторы находятся во взаимосвязи, которая определяет важность каждого фактора по отношению к остальным, что влияет на дифференциацию и возможное направление целевого использования территории. Выделяется доминирующий фактор и варианты его сочетания

с другими. Проводится сравнение достоинств участков по разным факторам и определяется наиболее значимый, приоритетный для конкретного вида землепользования. Итогом ЛА является карта сравнительной ценности местоположений с учетом целевой установки оценивания.

С этих позиций удобным для ЛА является факторально-динамический подход (анализ), развиваемый в рамках учения о геосистемах (Коновалова и др., 2005; Крауклис, 1969, 1979). Геосистемы (геомеры) топологически и типологически дифференцируются по степени разнообразного факторного влияния – видоизменяющего воздействия. Факторальные ряды задаются в координатах факторного пространства, где геосистемы ординируются по величине воздействия (серийности) – отклонения от коренной зональной нормы. Это определяет иерархию ареалов и типов местных геосистем по: 1) переменным состояниям (биогеоценозы, БГЦ); 2) вариантам серийности (фации); 3) серийности (группы фаций); 4) факторальности (факторальные ряды, классы фаций); 5) особенностям построения факторального пространства относительно зональной нормы (геомы). В историческом преобразовании ландшафта (географическом цикле) геосистемы зонального типа, с одной стороны, являются начальными “точками отсчета”, а с другой, – своеобразными “целями” развития с проявлением в ландшафтах зональных качеств при динамическом снятии факторной нагрузки, снижении серийности геосистем. Это положение рассматривается в качестве “постулата” факторально-динамического подхода в учении о геосистемах (Коновалова и др., 2005; Крауклис, 1969, 1979).

Ставится задача совместить процедуры МАИ с факторально-динамическим моделированием иерархии геосистем для развития средств ландшафтного анализа и ландшафтно-типологического картографирования участков территории с позиций их ценности для целевого использования, применяя ландшафтную карту как инвариантную основу территориального оценивания (Черкашин, 2006).

## ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ ИССЛЕДОВАНИЯ

В процессе принятия решений процедуры МАИ начинаются с построения иерархической структуры, которая включает цель, критерии, альтернативы и другие факторы, влияющие на выбор (Саати, 1993). Структурная модель (граф) отражает понимание поставленной проблемы. Для решения задачи во внимание принимаются разные количественные параметры и качественные характеристики, объективные данные и субъективные экспертные оценки. С помощью процедуры парных сравнений МАИ определяются приоритеты достижения цели и строится мат-

рица сравнений (суждений). Затем выполняется анализ матрицы и синтез всех приоритетов иерархии, рассчитываются приоритеты альтернатив относительно главной цели, а лучшей считается альтернатива с максимальным значением приоритета.

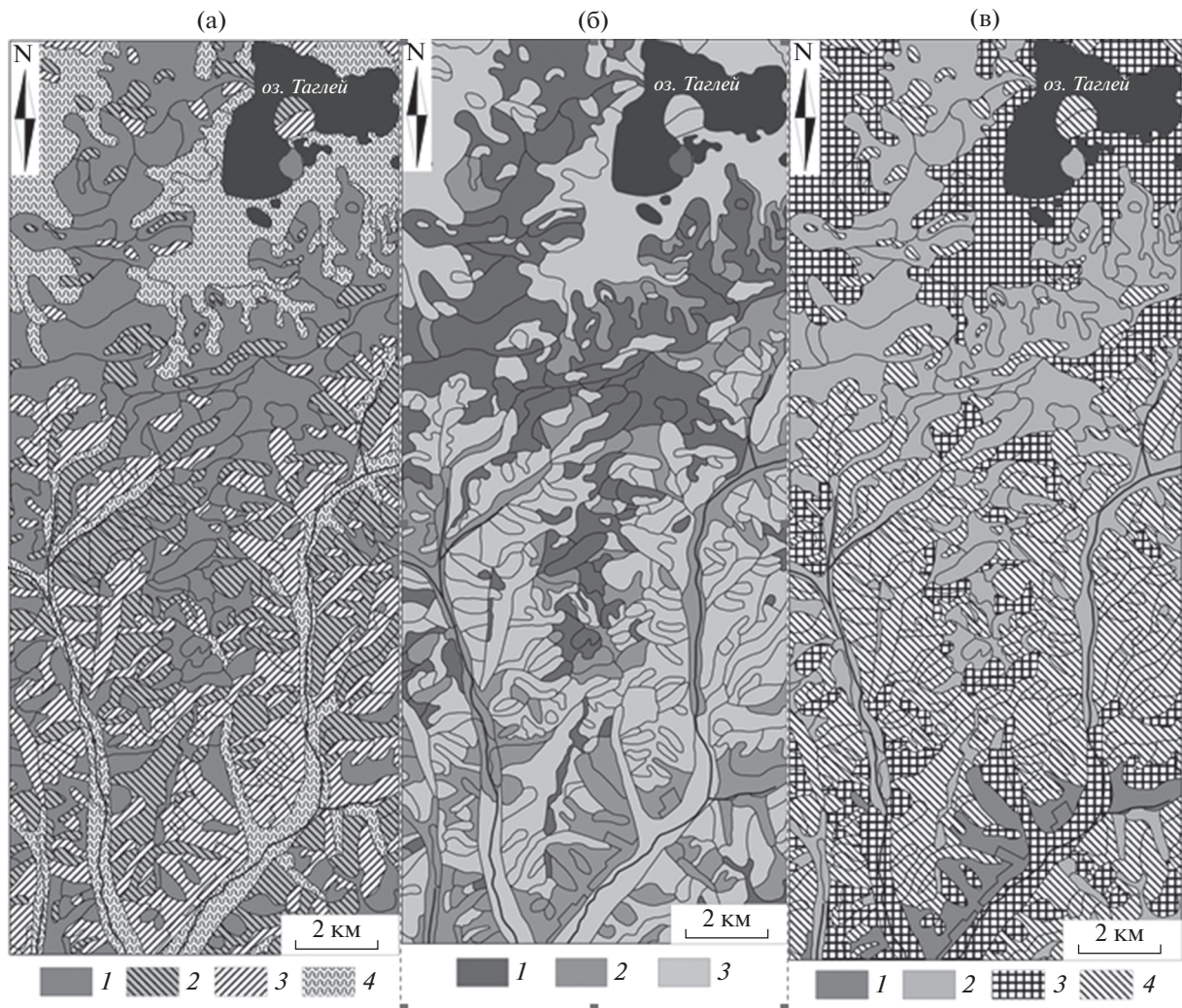
Проиллюстрируем этот алгоритм на примере эффекта факторного влияния на облик ландшафта по критерию территориального проявления (площади) фаций разных факторальных рядов (классов фаций).

Сравнительная оценка влияния факторов проводится для ландшафтов (геосистем) хр. Малый Хамар-Дабан (Западное Забайкалье) (рис. 1а). Участок исследования расположен на широком выположенном водоразделе и также захватывает части бассейнов р. Темник на северном макросклоне хребта (район оз. Таглей) и р. Торей (приток р. Джиды) на южном макросклоне. Хребет имеет сглаженный рельеф и относится к среднегорью (средняя высота – 1700 м над ур. м.). На водоразделе и в районе оз. Таглей развит выработанный денудационный тип рельефа в виде поверхностей выравнивания с плоскими водоразделами, на южном макросклоне – выработанный денудационно-эрозионный тип рельефа в виде крутых и средней крутизны склонов разных экспозиций. На относительно широких участках долин рр. Зун-Торей и Барун-Торей сформирован аккумулятивный тип рельефа в виде аллювиальных речных равнин (Государственная ..., 2009).

Территория входит в Джидинскую котловинно-горную лесорастительную провинцию лиственничных лесов (Краснощеков, 2004). На плоских водоразделах, северных склонах возвышенностей и в верховьях рек представлена таежная елово-кедрово-лиственничная растительность. В пределах южных склонов и в нижних частях долины р. Торей распространены степи и лиственничные лесостепи. В широких заболоченных долинах ручьев в районе оз. Таглей развита лугово-болотная растительность с участками ерниковых зарослей (Фролов, 2020).

По физико-географическому районированию (Ландшафты ..., 1977), территория находится на стыке двух провинций Южно-Сибирской горной области: Хамар-Дабанской горнотаежно-котловинной и Селенгинско-Орхонской котловинно-среднегорной остепненной. Данный факт объясняет разнообразие природных условий и ландшафтов: горно-таежных, лесостепных, степных, а также луговых, лугово-болотных, ерниковых болотных в долинах рек и ручьев (Фролов, 2020).

На основе геоинформационной ландшафтно-типологической карты топологического уровня (БГЦ) (Фролов, 2020) построена серия производных карт изменчивости ландшафтов (см. рис. 1), отражающих разные ступени факторально-дина-



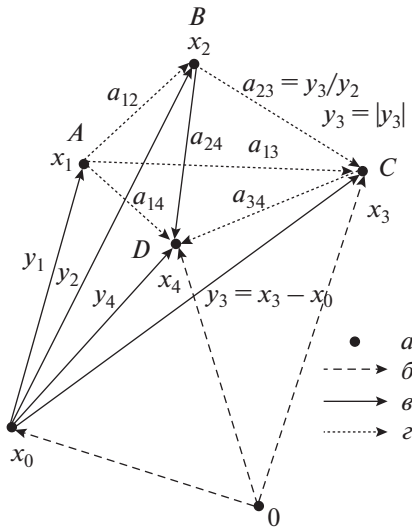
**Рис. 1.** Серия карт факторальной изменчивости геосистем на разных иерархических уровнях организации ландшафта хр. Малый Хамар-Дабан в окрестностях оз. Таглей: (а) классы (факторальные ряды) фаций: 1 – субгидролитоморфный, 2 – сублитоморфный, 3 – ксеролитоморфный, 4 – субгидроморфный; (б) разновидности групп фаций: 1 – коренные, 2 – мнимокоренные, 3 – серийные; (в) показатель отклонения состояния геосистем от зональной нормы  $P_{ik}$ , учитывающий приоритеты всех сравниваемых критериев разных уровней иерархии по градациям: 1 – от 2 до 9 включительно; 2 – от 10 до 17; 3 – от 18 до 38; 4 – от 39 до 54. Показаны границы контуров, соответствующие выделам фаций.

мической иерархии геосистем: карта факторально-динамических рядов (классов фаций) (см. рис. 1а) и карта серийности (разновидностей групп фаций) (см. рис. 1б).

При анализе ландшафтной структуры территории и составлении карт учитываются ландшафтообразующие факторы – геолого-геоморфологический, гидрологический и термический факторы, а также их сочетания. Под их воздействием формируются географические фации нескольких факторально-динамических рядов (классов фаций) (см. рис. 1а): 1 – субгидролитоморфный (А); 2 – сублитоморфный (В); 3 – ксеролитоморфный (С); 4 – субгидроморфный (D) ряды. На территории исследования субгидролитоморфные

фации находятся на плоских водоразделах и приводораздельных территориях, выровненных возвышенных участках. Сублитоморфные фации формируются на крутых склонах главным образом северных экспозиций с неглубоким залеганием материнских горных пород. Ксеролитоморфные склоновые фации встречаются на крутых сухих склонах преимущественно южных экспозиций на каменистых почвах. Субгидроморфные фации распределены по долинам рек, ручьев, межгорным и водосборным понижениям, на заболоченных участках.

По степени серийности (см. рис. 1б) фации подразделяются на коренные, расположенные на плоских водоразделах и приводораздельных участках,



**Рис. 2.** Векторная схема параметризации объектов исследования: *a* – объекты *A, B, C, D*; *b* – радиус-векторы глобального пространства; *c* – радиус-векторы локального пространства; *z* – векторы сравнения (пояснения в тексте).

выровненных возвышенных участках, мнимокоренные, приуроченные к пологим склонам, и серийные, которые располагаются на крутых склонах с выходами горных пород, а также в местах с избыточным увлажнением.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ**

В науке применяются разные методы количественной оценки состояния естественной и антропогенной среды с различных позиций с использованием многочисленных показателей, экспертных и математических знаний (Крутько и др., 1982). В основном это методы математической статистики и распознавания образов (Сошникова и др., 1999). К ним относятся регрессионный и факторный анализ, методы главных компонент, *k*-средних, иерархической кластеризации, для реализации которых созданы современные программные средства (Dalgaard, 2002). Недостатком этих узкоспециализированных методов является слабая математическая обоснованность и сложность содержательной интерпретации.

Процедуры МАИ получают математическое обоснование (Черкашин, 2020, 2019), исходя из универсального дифференциального уравнения оценки исследуемого явления функцией *f(y)* переменных  $y = \|y_i\|$  в локальных координатах – значений факторов влияния  $x = \|x_i\|$ , смещенных  $y = x - x_0$  относительно параметров ландшафтной среды  $x_0 = \|x_{0i}\|$  (рис. 2):

$$f(y) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial f(y)}{\partial y_i} y_i. \tag{1}$$

Отсюда выводится базовое условие нормировки:

$$\sum_{i=1}^n y_i \frac{\partial f(y)}{\partial y_i} / f(y) = 1, \quad \sum_{i=1}^n y_i \rho_i(y) = 1, \tag{2}$$

$$\rho_i(y) = \frac{\partial f(y)}{\partial y_i} / f(y),$$

где  $\rho_i$  – значение приоритета *i*-го фактора (объекта сравнения), величина которого зависит от вида функции оценивания *f(y)*. Например, линейная функция решения уравнения (1):

$$f(y) = \sum_{j=1}^n w_j y_j, \tag{3}$$

где  $w_i$  – константы интегрирования, в качестве которых принимаются весовые коэффициенты суммирования для каждого фактора  $y_i$  при нормировке  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . При  $w_i = 1/n$ , функция (3) – это среднее арифметическое значение для  $y = \|y_i\|$ .

Парное сравнение  $a_{ij} = \rho_i / \rho_j$  при неизменном значении *f(y)* имеет смысл нормы замещения одного фактора  $y_j$  на другой  $y_i$ :

$$a_{ij} = - \frac{\partial y_j}{\partial y_i} = \frac{\partial f(y)}{\partial y_i} / \frac{\partial f(y)}{\partial y_j}. \tag{4}$$

В теории экономической полезности предельная норма замещения в потреблении – это количество товара  $y_j$ , которое потребитель готов отдать, чтобы получить единицу товара  $y_i$ , при условии, что совокупная полезность товарного набора для потребителя не изменяется  $f(y) = const$ . В ландшафтном анализе постоянство *f(y)* рассматривается как инвариантный ландшафтный показатель, который сохраняется при замещении одного воздействующего фактора другим без ущерба для свойств ландшафта в целом. Из соотношения замещения (4) автоматически следует общее правило МАИ заполнения таблицы (матрицы  $A = \|a_{ij}\|$ ) парного сравнения  $a_{ij} = 1/a_{ji}$ .

В МАИ вид функции *f(y)* и ее инвариантное значение неизвестны, и расчеты направлены на определение функции приоритетов  $\rho_i(y)$ , соотношение которых  $a_{ij} = \rho_i / \rho_j$  равно норме замещения факторов (4). Для линейной зависимости (3) норма  $a_{ij}$  равна соотношению весов факторов:

$$a_{ij} = - \frac{\partial y_j}{\partial y_i} = \frac{w_i}{w_j}. \tag{5}$$

В практических расчетах МАИ величина  $a_{ij} = y_j / y_i$  – это частное от деления относительных величин  $y_j$  и  $y_i$ . Справедливость этой операции

для парного сравнения следует из свойств первых интегралов уравнения (1) (Камке, 1966):

$$a_{ij} = \frac{dy_j}{dy_i} = \frac{y_j}{y_i}, \quad \frac{dy_i}{y_i} = \frac{dy_j}{y_j} = \alpha dt. \quad (6)$$

Это соотношение предполагает существование временных или пространственных тенденций изменения факторов и оценок вида  $y_i = y_{0i} \exp(\alpha t)$ , где  $y_{0i}$  – начальное значение  $y_i$ ,  $\alpha$  – константа. Если  $y_i$  – относительная высота местоположения, то при  $\alpha > 0$  во времени идет дифференциация, при  $\alpha < 0$  – выполаживание рельефа ландшафта, когда значение факторов влияния  $y_i \rightarrow 0$  и  $x_i \rightarrow x_0$  – стремится к зональной норме (базису эрозии  $x_0$ ) в географическом цикле Дэвиса земной поверхности от момента тектонического поднятия ( $\alpha > 0$ ) до ее эрозионного превращения ( $\alpha < 0$ ) в равнинный пенепплен ( $\alpha = 0$ ).

Техническая аналогия парного сравнения  $a_{ij} = y_j/y_i$  – планетарный механизм (Планетарные..., 1977) передачи вращения, состоящий из нескольких зубчатых колес. В этом случае  $a_{ij}$  означает передаточное отношение числа зубцов  $y_j$  ведомой шестерни к числу зубцов  $y_i$  ведущей, т.е. на один оборот ведущей ведомая шестеренка отвечает  $a_{ij}$  оборотами. Очевидно,  $a_{ji} = 1/a_{ij} = y_i/y_j$  – обратное передаточное отношение от  $j$  к  $i$ . В зависимости от подбора (переключения) размеров зубчатых колес возникают разные технологические эффекты передачи воздействия.

При решении задач синтеза приоритетов  $f(\mathbf{y})$  по приоритетам нижележащего уровня  $y_i(\mathbf{z})$ , зависящих от частных факторов  $\mathbf{z} = \|z_k\|$ , используется формула суммирования, что следует из уравнения (1):

$$1 = \sum_{i=1}^n \frac{1}{f(\mathbf{y})} \frac{\partial f(\mathbf{y})}{\partial y_i} y_i = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{f(\mathbf{y})} \frac{\partial f(\mathbf{y})}{\partial y_i} \sum_{k=1}^m \frac{\partial y_i(\mathbf{z})}{\partial z_k} z_k, \quad (7)$$

$$1 = \sum_{i=1}^n \rho_i(\mathbf{y}) y_i \sum_{k=1}^m \rho_{ik}(\mathbf{z}) z_k,$$

$$\rho_i(\mathbf{y}) = \frac{\partial f(\mathbf{y})}{\partial y_i} / f(\mathbf{y}), \quad \rho_{ik} = \frac{\partial y_i(\mathbf{z})}{\partial z_k} / y_i.$$

Например, определяется важность факторов на уровне классов фаций  $\rho_i(\mathbf{y})$  и на уровне групп фаций разной степени  $k$  серийности  $\rho_{ik}(\mathbf{z})$  относительно соответствующих факторальных рядов  $i$ .

### МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Для исследуемых ландшафтов проведены парные сравнения  $a_{ij}$  ландшафтообразующих преимуществ каждого фактора (факторального ряда, классов фаций) по фундаментальной шкале (Саати, 1993) (табл. 1). Элементы  $a_{ij}$  матрицы-таблицы  $\mathbf{A} = \|a_{ij}\|$  показывает во сколько раз фактор  $i$  важнее фактора  $j$  в заданном целевом отношении.

**Таблица 1.** Экспертная матрица  $\mathbf{A}$  парного сравнения  $a_{ij}$

$a_{ij}$	A1	B2	C3	D4
A1	1.0	2.0	2.0	2.0
B2	0.5	1.0	1.0	0.5
C3	0.5	1.0	1.0	1.0
D4	0.5	2.0	1.0	1.0
Сумма $s$	2.5	6.0	5.0	4.5

*Примечание.* Факторально-динамические ряды (классы фаций): A1 – субгидролитоморфный, B2 – сублитоморфный, C3 – ксеролитоморфный, D4 – субгидроморфный.

Схема сравнения представлена на рис. 2. Каждый объект-геосистема  $i$  характеризуется радиус-вектором  $\mathbf{x}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) положения в глобальном факторном пространстве с началом координат в точке 0. Вектор  $\mathbf{x}_0$  параметризует конкретную зональную среду и рассматривается в качестве начала локальной системы координат  $\mathbf{y}_i = \|y_{ij}\|$  для вектора  $y_i$  каждого объекта. Понятно, что значения  $y_i$  в разных средах  $\mathbf{x}_0$  будут отличаться. Разница векторов вида  $\mathbf{y}_{32} = \mathbf{y}_3 - \mathbf{y}_2 = \mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_2$  задает отношение сравнения, которое количественно определяется соотношением размеров локальных (относительных) векторов  $\mathbf{y}_{23} \rightarrow a_{23} = y_3/y_2$ , где  $y_2 = |y_2|$ ,  $y_3 = |y_3|$  – модули, длины векторов. Подчеркиваем, что в матрице  $\mathbf{A} = \|a_{ij}\|$  сравниваются не абсолютные  $x_i = |x_i|$ , а относительные  $y_i = |y_i|$  показатели (меры факторальной серийности). Причем сравнение идет с учетом заданной целевой функции  $f(\mathbf{y})$ , так что различные цели определяют разные значения элементов матрицы сравнения  $\mathbf{A}$ .

Элемент матрицы  $a_{ij}$  кодируется номерами ( $i, j$ ) (или символами сравнения (A, C)) (см. рис. 2 и табл. 1). Например, по экспертной оценке, в исследуемом ландшафте территориально доминируют субгидролитоморфные фации A1 над субгидроморфными (A, D) примерно в два раза, т.е. с нормой замещения  $a_{14} = 2$ ; обратная величина  $a_{41} = 1/2 = 0.5$ . Сравнение типа (A, A) соответствует  $a_{11} = 1$ .

При дальнейшей обработке по алгоритмам МАИ в матрице  $\mathbf{A}$  сначала находятся суммы  $\mathbf{s} = \|s_j\|$  элементов по столбцам  $j$  (см. табл. 1), и на эти суммы делятся значения элементов соответствующих столбцов  $b_{ij} = a_{ij}/s_j$ ;  $\mathbf{B} = \|b_{ij}\|$  – преобразованная матрица (табл. 2). Затем находится  $\rho_i$  – среднее значение суммы элементов по строкам новой матрицы. Набор  $\rho = \|\rho_j\|$  средних по всем категориям A1, B2, C3, D4 примерно соответствует собственному вектору этой матрицы  $\mathbf{B}$  (вектору приоритетов). Расчетное собственное значение матрицы  $\lambda = \mathbf{s}\rho$  – скалярное произведение векторов, и в данном случае  $\lambda = 4.06$ . Точные значения  $\rho = \rho_m$  и  $\lambda = \lambda_m$  находятся как решения уравнения  $\mathbf{B}\rho = \lambda_m \rho$

**Таблица 2.** Преобразованная матрица **B** парного сравнения  $b_{ij}$  и собственный вектор  $\rho$  матрицы **B**

$b_{ij}$	A1	B2	C3	D4	$\rho_i$
A1	0.40	0.33	0.40	0.44	0.39
B2	0.20	0.17	0.20	0.11	0.17
C3	0.20	0.17	0.20	0.22	0.20
D4	0.20	0.33	0.20	0.22	0.24
Сумма	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

**Таблица 3.** Экспериментальная матрица **A** парного сравнения  $a_{ij} = w_i/w_j$ 

$a_{ij}$	A1	B2	C3	D4	$w_i$
A1	1.00	1.68	1.49	1.45	0.34
B2	0.60	1.00	0.89	0.86	0.20
C3	0.67	1.12	1.00	0.97	0.23
D4	0.69	1.15	1.02	1.00	0.23
Сумма	2.96	4.95	4.41	4.28	1.00

**Таблица 4.** Преобразованная матрица **B** парного сравнения  $b_{ij}$  и вектор приоритетов  $\rho$ 

$b_{ij}$	A1	B2	C3	D4	$\rho_i$
A1	0.34	0.34	0.34	0.34	0.34
B2	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
C3	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
D4	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
Сумма	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

на собственное значение  $\lambda_m = n$  и собственный вектор-столбец  $\rho_m = \|\rho_m\|$ , где  $n$  – порядок матриц **A** и **B** (число сравниваемых факторных категорий). По степени отклонения  $\rho$  от  $\rho_m$  и  $\lambda$  от  $\lambda_m = n$  судят о точности экспертных оценок сравнения, согласованности (обоснованности) суждений, сохраняющей приоритеты. В данном случае  $CI = 0.021$ , что соответствует соотношению  $CR = 10CI/RI = 0.24 < 1$ , где  $RI = 0.9$  – стандартное критическое значение  $CI$  при  $n = 4$ . Неравенство  $CR < 1$  указывает на приемлемый результат сравнения факторов, что позволяет по максимальной величине  $\rho_{mi}$  выбирать из рассматриваемых альтернатив самый лучший  $i$ . По результатам расчета доминирование соответствует  $\rho_{m1} = 0.39$  (см. табл. 2), т.е. на рассматриваемой территории основным ландшафтообразующим фактором является гидрогеологический, формирующий субгидролитоморфные условия функционирования.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Приведенные формулы позволяют точнее рассчитывать показатели, реализуемые в МАИ. В качестве весовых коэффициентов  $w_i$  имеет смысл рассматривать долю площади территории, относящейся к данному типу геосистем, например, классу фаций (табл. 3). Элементы матрицы **A** парного сравнения тогда рассчитываются по формуле (5). В этом случае приоритеты  $\rho_i = w_i$  (табл. 4). Столбцы матрицы сравнения **B** эквивалентны вектору  $\rho$ , откуда  $\lambda = \lambda_m = n = 4.0$  и  $CR = CI = 0$ .

В табл. 3 представлены коэффициенты парного сравнения  $a_{ij}$  относительно показателя приоритета территориального проявления (площади)  $w_i$  действия ландшафтообразующих факторов;  $a_{ij}$  – коэффициенты замещения факторов, при которых сохраняется постоянство геосистемной функции  $f(y)$  и соответственно – ландшафтной структуры территории. Значения коэффициентов замещения по преобладанию  $a_{ij} > 1$  варьируют от 1 до 1.7. В качестве целевой функции  $f(y)$  в данном случае можно использовать показатель (3) среднего значения серийности по каждому ведущему фактору  $y_i$  в группе фаций в сопоставимых по масштабу и размерности величин, например в централизованных и нормированных переменных  $y_i = (x_i - x_{cp i})/\sigma_i$  или в соответствующих баллах градаций видоизменяющего факторного влияния.

Для расчета площади разных геосистем векторные карты ГИС (см. рис. 1) переводятся в растровые изображения и определяется соотношение пикселей, относящееся к геосистемам данного типа согласно легенде. По растровым картам создается матрица попиксельных переходов (пространственного соседства)  $N = \|n_{ij}\|$  из одного геосистемного контура в другой (табл. 5). Такой переход имеет смысл пространственного замещения факторного влияния  $i$  на  $j$ , при котором не меняется общая площадь территории. В  $n_{ij}$  случаях перехода пиксели остаются в пределах одного контура типа  $i$ , не выходят за его пределы, а в  $n_{ij}$  случаях выходят за границу данного контура в направлении  $j$ -го контура с частотой  $p_{ij} = n_{ij}/n_i$  (см. табл. 5), где  $n_i$  – сумма  $n_{ij}$  по строкам. Сравнение частоты прямого  $p_{ij}$  и обратного  $p_{ji}$  перехода дает коэффициент замещения  $a_{ij} = p_{ji}/p_{ij} = (n_{ji}/n_j)/(n_{ij}/n_i) = (n_{ji}/n_{ij})(n_i/n_j)$ . При равенстве числа случаев взаимного замещения  $n_{ji}/n_{ij}$  коэффициент парного сравнения будет равен  $a_{ij} = n_i/n_j$  – соотношению площадей разных классов фаций, как в рассмотренном случае (см. табл. 3 и 4). Примерно так получается для матрицы переходов (соседства), что приводит к сравнимым оценкам приоритетов  $\rho_i$  (см. табл. 4) ( $R = 0.90$ ).

В МАИ смысл иерархического анализа состоит в том, что элементы вышележащего уровня

рассматриваются в качестве основания для сравнения преимуществ нижележащих элементов (Сати, 1993). В нашем случае предполагается, что главной целью географического развития (территориальной самоорганизации) является максимальное проявление в ландшафтах зональных качеств, близость геосистем к зональной норме (рис. 3). Факторные критерии, соответствующие факторальные ряды и классы фаций сопоставляются относительно данной цели, как показано выше, с определением приоритетов пространственного доминирования (встречаемости) с расчетом коэффициентов замещения. На третьем уровне сравниваются серийные ряды фаций по группам фаций (коренные *S1*, мнимокоренные *S2* и серийные *S3*) относительно особенностей каждого класса фаций (*A1*, *B2*, *C3* и *D4*) по критерию значимости их отклонения от зональной нормы. На четвертом нижнем уровне сравниваются отдельные участки территории, относящиеся к выделам фаций (БГЦ), по критериям серийности и факторальности – степени и направленности видоизменяющего воздействия факторов. Последнее позволяет создавать тематические оценочные карты (см. рис. 1в) по величине целевой функции, используя возможности ГИС-технологий (Lu Li et al., 2009).

В принятой иерархии (см. рис. 3) для оценки приоритетов на третьем уровне групп фаций необходимо построить 4 матрицы парного сравнения по особенностям каждого класса фаций по показателям замещения меры серийности в геосистемах соответствующего факторального ряда, исходя из понимания их динамических свойств. Примем меру серийности  $z_k$  коренных фаций *S1* за 1, мнимокоренных *S2* – 2, серийных *S3* – 3 по степени факторальной изменчивости. Для оценки коэффициентов замещения используются ландшафтные описания критериев и альтернатив. Так, в ареалах субгидролитоморфных фаций *A1* водоразделов и плоских приводораздельных территорий доминируют коренные геосистемы, поэтому принимается  $a_{11} = 1, a_{12} = 1, a_{13} = 2, a_{21} = 1, a_{31} = 1/2$ . Напротив, ксеролитоморфные фации *C3* крутых сухих склонов характеризуются высокой факторной изменчивостью и преобладанием серийных фаций:  $a_{33} = 1, a_{31} = 9, a_{32} = 6, a_{13} = 1/9, a_{23} = 1/6$  (табл. 6).

Обработка 4-х матриц сравнения сначала проводится по общей схеме с вычислением приоритетов  $\rho_{ik}$  по каждой группе фаций *k* относительно конкретного факторального ряда *i*. Рассчитанные значения имеют достоверный показатель согласованности *CR*. Затем на основе (7) при  $y_i = 1$  и  $z_k = 1$  по формуле  $\rho_k = \sum_{i=1}^n \rho_i \rho_{ik}$  проводится распределенный синтез приоритетов (табл. 7). В данном случае приоритет – это доминирование фаций разных групп серийности по встречаемости

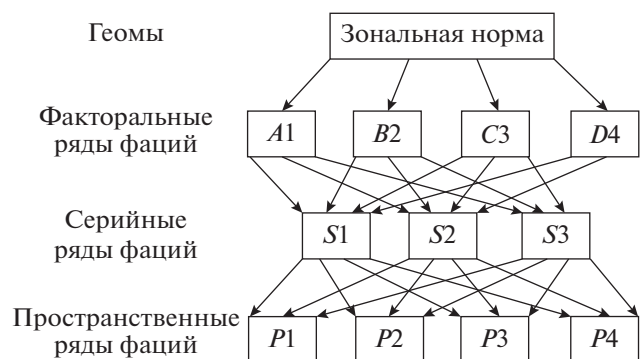
**Таблица 5.** Матрица частоты переходов (соседства)  $p_{ij} = n_{ij}/n_i$

$a_{ij}$	<i>A1</i>	<i>B2</i>	<i>C3</i>	<i>D4</i>	Сумма
<i>A1</i>	0.959	0.014	0.015	0.011	1.000
<i>B2</i>	0.023	0.942	0.025	0.009	1.000
<i>C3</i>	0.022	0.022	0.946	0.010	1.000
<i>D4</i>	0.017	0.008	0.010	0.965	1.000
Сумма	1.022	0.987	0.996	0.995	4.000

**Таблица 6.** Матрицы парных сравнений  $a_{ik}$  и приоритеты  $\rho_{ki}$  серийных рядов

<b>A1</b>	<i>S1</i>	<i>S2</i>	<i>S3</i>	$\rho_{ki}$	<b>B2</b>	<i>S1</i>	<i>S2</i>	<i>S3</i>	$\rho_{ki}$
<i>S1</i>	1.0	1.0	2.0	0.41	<i>S1</i>	1.0	0.5	0.2	0.12
<i>S2</i>	1.0	1.0	1.0	0.33	<i>S2</i>	2.0	1.0	0.3	0.23
<i>S3</i>	0.5	1.0	2.0	0.26	<i>S3</i>	5.0	3.0	1.0	0.65
<b>C3</b>	<i>S1</i>	<i>S2</i>	<i>S3</i>	$\rho_{ki}$	<b>D4</b>	<i>S1</i>	<i>S2</i>	<i>S3</i>	$\rho_{ki}$
<i>S1</i>	1.0	0.5	0.1	0.08	<i>S1</i>	1.0	1.0	0.3	0.21
<i>S2</i>	2.0	1.0	0.2	0.14	<i>S2</i>	1.0	1.0	0.5	0.24
<i>S3</i>	9.0	6.0	1.0	0.78	<i>S3</i>	3.0	2.0	1.0	0.55

на территории. В горно-таежном ландшафте Малого Хамар-Дабана преобладают серийные фации (52%), а коренные фации, близкие к зональной норме, занимают только 23%, что определяет степень местного достижения цели ландшафтного развития в географическом цикле. Сравнения ведутся с учетом величины известной площади проявления групп и классов фаций на территории как меры приоритета и контроля за качеством определения норм замещения факторов  $a_{ij}$  с позиции сохранения размера ландшафта. Возможно применение иных целевых функций вида (1)–(3), в которых так или иначе используются



**Рис. 3.** Схема-граф анализа иерархии геосистем по факторальным характеристикам (пояснения см. в тексте).

**Таблица 7.** Распределенный синтез  $\rho_k$  частных приоритетов  $\rho_{ki}$ 

	A1	B2	C3	D4	Сумма
$\rho_i$	0.34	0.20	0.23	0.23	1.00
$\rho_{ki}$					
S1	0.41	0.12	0.08	0.21	
S2	0.33	0.23	0.14	0.24	
S3	0.26	0.65	0.78	0.55	
$\rho_i \rho_{ki}$					$\rho_k$
S1	0.14	0.02	0.02	0.05	0.23
S2	0.11	0.05	0.03	0.06	0.25
S3	0.09	0.13	0.18	0.13	0.52
$P_{ik}$					$z_k$
S1	14	2	2	5	1
S2	22	9	7	11	2
S3	27	39	54	38	3

данные пространственной структуры ландшафта в качестве весовых значений  $w_i$ .

Картографирование отклонения состояния геосистем от зональной нормы проводится по показателю  $P_{ik} = 100\rho_i\rho_{ki}z_k$ , учитывающему приоритеты всех сравниваемых критериев разных уровней иерархии и критерий серийности  $z_k$  (см. табл. 7, рис. 1в) по каждому участку (выделу фаций). Сравнительный ландшафтный анализ участков проводится по соотношению  $a_{ij} = P_{ik}/P_{jk} = y_j/y_i$ , соответствующему норме замещения факторов  $y_j$  и  $y_i$  согласно уравнению (6) при постоянных значениях отклонений  $y_i$  и  $y_j$  и одинаковых  $z_k$ .

На основе полученных соотношений можно решать различные задачи прогнозирования и управления, связанные с увеличением важности того или иного критерия факторальной изменчивости, например, определить ландшафтную структуру при увеличении в два раза значимости коренных геосистем в географическом цикле или в результате хозяйственного освоения. По расчетам в ландшафте Малого Хамар-Дабана это приведет к увеличению площади коренных фаций в разных классах на 11%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработаны новые количественные методы ландшафтного анализа, основанные на математических моделях МАИ сравнения относительных достоинств различных участков местности по разным критериям факторного влияния и целевым функциям оценивания. Взаимосвязи, определяющие важность каждого фактора по отношению к остальным, задаются величиной парного сравнения — нормы замещения одного фактора другим, при

котором сохраняется величина выбранной оценки. На примере горно-таежных ландшафтов Малого Хамар-Дабана в процедурах ландшафтного анализа реализуется факторальный подход с оценкой приоритетов влияния ландшафтообразующего влияния факторов разного уровня иерархии и пространственного проявления соответствующих классов и групп фаций в показателях отклонения состояния геосистем от целевой зональной нормы. Применение ландшафтной карты позволяет выяснить, какие группы фаций имеют наибольшее значение в формировании структуры ландшафта. Здесь важно, что в одном ключе рассматривается методическая (МАИ), топологическая (соседство), типологическая (систематика) и факторальная иерархия.

Исходим из гипотезы, что главной целью географического развития (самоорганизации) является максимальное проявление в ландшафте зональных качеств (зональной нормы). По этой причине в основе ландшафтного анализа лежат относительные показатели состояния геосистем, рассчитанные относительно коренного состояния местной среды  $y_i = x_i - x_{0i}$  и относительно друг друга  $a_{ij} = y_j/y_i$ . В последнем случае — это нормы замещения разноуровневых факторов  $y_i$  и  $y_j$ , от величины которых зависит величина оценочной функции и сохранение ее постоянного значения  $f(\mathbf{y})$  — геосистемного инварианта состояния ландшафта. Сложные, на первый взгляд, процедуры МАИ, свободно реализуются, если действовать по образцу предлагаемого алгоритма, используя и количественный и качественный подходы при оценке, дающие сопоставимые результаты анализа.

С использованием модели МАИ появляется возможность сопоставить временные и пространственные тенденции изменения влияния факторов на целевые функции в процессе реализации географического цикла развития рельефа и хозяйственного освоения территории. Это позволяет решать различные задачи прогнозирования и управления, связанные с увеличением важности критериев факторально-динамической изменчивости и трансформацией облика ландшафта. На основе расчета частных приоритетов определяется мера отклонения состояния отдельных выделов фаций от зональной нормы и создается карта ландшафтной изменчивости исследуемой территории в обобщенных показателях, учитывающих влияние факторов разного иерархического уровня.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Исследование выполнено за счет средств государственного задания (№ госрегистрации темы АААА-А21-121012190056-4).



## FUNDING

The study was carried out within the framework of the state task (state registration number of the task АААА-А21-121012190056-4).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Государственная геологическая карта Российской Федерации. М-6 1 : 1000000 (третье поколение). Серия Алдано-Забайкальская. Л. М. 48 – Улан-Удэ. Объяснительная записка / под ред. Е.А. Зотова. СПб.: Картографическая фабрика ВСЕГЕИ, 2009. 272 с. (Уч. изд. л. 24).
- Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка. М.: Наука, 1966. 256 с.
- Коновалова Т.И., Бессолицына Е.П., Владимиров И.Н. и др. Ландшафтно-интерпретационное картографирование / отв. ред. А.К. Черкашин. Новосибирск: Наука, 2005. 424 с.
- Краснощев Ю.Н. Почвозащитная роль горных лесов бассейна озера Байкал. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. 223 с.
- Крауклис А.А. Проблемы экспериментального ландшафтоведения. Новосибирск: Наука, 1979. 232 с.
- Крауклис А.А. Структурно-динамический функциональный анализ южно-таежного ландшафта Нижнего Приангарья / Южная тайга Приангарья. Л.: Наука, 1969. С. 32–119.
- Крутько В.Н., Пегов С.А., Хомяков Д.М., Хомяков П.М. Формализация оценки качества компонентов окружающей среды. М.: ВНИИ системных исследований, 1982. 36 с.
- Ландшафты юга Восточной Сибири: Карта м-ба 1 : 1500000 / ред. О.П. Космакова, В.С. Михеев. М.: ГУГК, 1977. 4 л.
- Планетарные передачи. Справочник / ред. В.Н. Кудрявцев, Ю.Н. Кирдяшев. Л.: Машиностроение, 1977. 536 с.
- Преображенский В.С. Основы ландшафтного анализа. М.: Наука, 1988. 191 с.
- Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М.: Асадемия, 2004. 408 с.
- Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 278 с.
- Сошникова Л.А., Тамашевич В.Н., Уебе Г., Шефе М. Многомерный статистический анализ в экономике. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 1999. 598 с.
- Фролов А.А. Геоинформационно-картографический анализ изменчивости геосистем юго-западного Забайкалья // Геодезия и картография. 2020. Т. 81. № 2. С. 7–17.
- Хорошев А.В. Географическая концепция ландшафтного планирования // Изв. РАН. Сер. геогр. 2012. № 4. С. 103–112.
- Хорошев А.В. Полимасштабная организация географического ландшафта. М.: Товарищество научных изданий КМК, 2016. 416 с.
- Черкашин А.К. Инвариантность пространственной структуры ландшафта // Ландшафтоведение: теория, методы, региональные исследования, практика. М.: Геогр. фак-тет МГУ, 2006. С. 60–64.
- Черкашин А.К. Математические аспекты реализации метода анализа иерархий // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2020. № 1 (17). С. 5–24.
- Черкашин А.К. Метатеоретическое системное моделирование природных и социальных процессов и явлений в неоднородной среде // Информационные и математические технологии в науке и управлении. 2019. № 1 (13). С. 61–84.
- Chandio I.A., Matori A.N.B., WanYusof K.B., Talpur M.A.H., Balogun A.L., Lawal D.U. GIS-based analytic hierarchy process as a multicriteria decision analysis instrument: a review // Arabian J. Geosci. 2013. № 6. P. 3059–3066.
- Dalgaard P. Introductory Statistics with R. NY, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Publ., 2002. 363 p.
- Dyer J.S. Remarks on the analytic hierarchy process // Management Sci. 1990. Vol. 36. № 3. P. 249–258.
- Huang I.B., Keisler J., Linkov I. Multi-criteria decision analysis in environmental sciences: Ten years of applications and trends // Sci. of the Total Environ. 2011. Vol. 409. P. 3578–3594.
- Ishizaka A., Nemery P. Multi-Criteria Decision Analysis. Methods and Software. John Wiley & Sons, Ltd., 2013. 296 p.
- Kangas A., Kurttila M., Hujala T., Eyvindson K., Kangas J. Decision Support for Forest Management. Springer Int. Publ., 2015. 307 p.
- Linkov I., Moberg E. Multi-Criteria Decision Analysis: Environmental Applications and Case Studies. CRC Press, 2017. 112 p.
- Lu Li, Zhi-Hua Shi, Wei Yin, Dun Zhu, Sai Leung Ng, Chong-Fa Cai, A-Lin Lei. A fuzzy analytic hierarchy process (FAHP) approach to eco-environmental vulnerability assessment for the Danjiangkou reservoir area, China // Ecol. Modelling. 2009. № 220. P. 3439–3447.
- Şener E., Şener S. Evaluation of groundwater vulnerability to pollution using fuzzy analytic hierarchy process method // Environ. Earth Sci. 2015. № 73. P. 8405–8424.
- The Analytic Hierarchy Process in Natural Resource and Environmental Decision Making // Managing Forest Ecosystems. Vol. 3. Schmoldt D., Kangas J., Mendoza G.A., Pesonen M. (Eds.). Springer, 2001. 307 p.
- Wheeler D., Shaw G., Barr S. Statistical techniques in geographical analysis. London: David Fulton, 2004. 342 p.

## Methods of Analytic Hierarchy Process in Landscape Research

A. K. Cherkashin<sup>1</sup>,\* and A. A. Frolov<sup>1</sup>,\*\*

<sup>1</sup>Sochava Institute of Geography SB RAS, Irkutsk, Russia

\*e-mail: cherk@mail.icc.ru

\*\*e-mail: f-v1984@mail.ru

Using the case of factorial-dynamic analysis of mountain-taiga geosystems (landscapes) of the Maly Hamar-Daban ridge section (Western Transbaikalia), the Analytic Hierarchy Process (AHP) method is implemented. These logical and mathematical tools of a system-hierarchical approach to complex decision-making problems consist in determining the priorities of alternatives (landscape-forming factors) to achieve the goal (zonal norm), their pairwise comparison and choosing the best alternative with the maximum priority value relatively to the main goal. The combination of the AHP algorithm with factorial-dynamic analysis of the hierarchy of geosystems—geomes (facies, groups, and classes of facies)—is shown on the case of assessing the effect of factor influence on the landscape by the criterion of territorial manifestation of facies of different factor series (subhydrolithomorphic, sublithomorphic, xerolithomorphic, and subhydromorphic). Based on the calculation of an indicator, that considers the priorities of all the compared particular criteria of different levels of hierarchy and the criterion of seriality of geosystems, a measure of deviation of the state of individual facies from the zonal norm was determined and a map of landscape variability of the studied territory was made in generalized indicators showing the influence of factors of different hierarchical levels.

**Keywords:** geosystem, landscape, factorial-dynamic approach, facies class, seriality of geosystems, zonal norm, landscape map, analytic hierarchy process, landscape analysis, Maly Hamar-Daban ridge, Western Transbaikalia

### REFERENCES

- Chandio I.A., Matori A.N.B., WanYusof K.B., Talpur M.A.H., Balogun A.L., Lawal D. U. GIS-based analytic hierarchy process as a multicriteria decision analysis instrument: a review. *Arabian J. Geosciences*, 2013, no. 6, pp. 3059–3066.
- Cherkashin A.K. Invariance of the spatial structure of the landscape. In *Landshaftovedenie: teoriya, metody, regional'nye issledovaniya, praktika* [Landscape Science: Theory, Methods, Regional Studies, Practice]. Moscow: Fac. Geogr. Mos. State Univ., 2006, pp. 60–64. (In Russ.).
- Cherkashin A.K. Metatheoretical system modeling of natural and social processes and phenomena in a heterogeneous environment. In *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii* [Information and Mathematical Technologies in Science and Management], 2019, no. 1 (13), pp. 61–84. (In Russ.).
- Cherkashin A.K. Mathematical aspects of the implementation of the hierarchy analysis method. In *Informatsionnye i matematicheskie tekhnologii v nauke i upravlenii* [Information and Mathematical Technologies in Science and Management]. 2020, no. 1 (17), pp. 5–24. (In Russ.).
- Dalgaard P. *Introductory Statistics with R*. New York, Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag Publ., 2002. 363 p.
- Dyer J.S. Remarks on the analytic hierarchy process. *Management Sci.*, 1990, vol. 36, no. 3, pp. 249–258.
- Frolov A.A. GIS mapping analysis changeableness geosystems of the south-western Transbaikalia. *Geodeziya i Kartografiya*, 2020, vol. 81, no. 2, pp. 7–17. (In Russ.).
- Gosudarstvennaya geologicheskaya karta Rossiiskoi Federatsii. *Masshtab 1 : 1000000 (tret'e pokolenie)*. Ser. *Aldano-Zabaikal'skaya* [State Geological Map of the Russian Federation. Scale 1 : 1000000 (third generation). Series Aldano-Transbaikal]. List M\_48 – Ulan-Ude. *Ob'yasnitel'naya zapiska* [Explanatory Letter], Zotov E.A., Ed. St. Peterburg: Kartograficheskaya Fabrika VSEGEI Publ., 2009. 272 p.
- Horoshev A.V. Geographic landscape planning concept. *Izv. Ross. Akad. Nauk, Ser. Geogr.*, 2012, no. 4, pp. 103–112. (In Russ.).
- Horoshev A.V. *Polimasshtabnaya organizatsiya geograficheskogo landshafta* [Poly-scale Organization of the Geographic Landscape]. Moscow: KMK Scientific Partnership, 2016. 416 p.
- Huang I.B., Keisler J., Linkov I. Multi-criteria decision analysis in environmental sciences: Ten years of applications and trends. *Sci. Total Environ.*, 2011, vol. 409, pp. 3578–3594.
- Ishizaka A., Nemery P. *Multi-Criteria Decision Analysis. Methods and Software*. John Wiley & Sons, Ltd., 2013.
- Kamke E. *Spravochnik po differentsial'nym uravneniyam v chastnykh proizvodnykh pervogo poryadka* [First Order Partial Differential Equations Handbook]. Moscow: Nauka Publ., 1966. 256 p.
- Kangas A., Kurttila M., Hujala T., Eyvindson K., Kangas J. *Decision Support for Forest Management*. Springer International Publ., 2015. 307 p.
- Konovalova T.I., Bessolicyna E.P., Vladimirov I.N. et al. *Landshaftno-interpretatsionnoe kartografirovanie* [Landscape Interpretation Mapping], Cherkashin A.K., Ed. Novosibirsk: Nauka Publ., 2005. 424 p.
- Krasnoshchekov Yu.N. *Pochvozashchitnaya rol' gornykh lesov basseina ozera Baikal* [Soil-Protective Role of Mountain Forests in the Lake Baikal Basin]. Novosibirsk: SB RAS 2004. 223 p.
- Krauklis A.A. *Problemy eksperimental'nogo landshaftovedeniya* [Experimental Landscape Science Problems]. Novosibirsk: Nauka Publ., 1979. 232 p.

- Krauklis A.A. Structural-dynamic functional analysis of the southern taiga landscape of the Lower Angara region. In *Yuzhnaya taiga Priangar'ya* [Southern Taiga of the Angara Region]. Leningrad: Nauka Publ., 1969, pp. 32–119. (In Russ.).
- Krut'ko V.N., Pegov S.A., Khomyakov D.M., Khomyakov P.M. *Formalizatsiya otsenki kachestva komponentov okruzhayushchei sredy* [Formalization of Environmental Component Quality Assessment]. Moscow: Inst. Syst. Res. Publ., 1982. 36 p.
- Landshafty yuga Vostochnoi Sibiri. Karta masshtaba 1 : 1500000* [Landscapes of the South of Eastern Siberia. 1 : 1500000 scale map], Kosmakova O.P., Mikheev V.S., Eds. Moscow: GUGK Publ., 1977.
- Linkov I., Moberg E. *Multi-Criteria Decision Analysis: Environmental Applications and Case Studies*. CRC Press, 2017. 112 p.
- Lu Li, Zhi-Hua Shi, Wei Yin, Dun Zhu, Sai Leung Ng, Chong-Fa Cai, A-Lin Lei. A fuzzy analytic hierarchy process (FAHP) approach to eco-environmental vulnerability assessment for the Danjiangkou reservoir area, China. *Ecological Modelling*, 2009, no. 220, pp. 3439–3447.
- Planetarnye peredachi. Spravochnik* [Planetary Gears. Directory], Kudrjavcev V.N., Kirdjashev Yu.N., Eds. Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1977. 536 p.
- Preobrazhenskij V.S. *Osnovy landshaftnogo analiza* [Basics of Landscape Analysis]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 191 p.
- Puzachenko Ju.G. *Matematicheskie metody v ekologicheskikh i geograficheskikh issledovaniyakh* [Mathematical Methods in Environmental and Geographic Research]. Moscow: Academia Publ., 2004. 408 p.
- Saati T. *Prinyatie reshenii. Metod analiza ierarkhii* [Making Decisions. Hierarchy Analysis Method]. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 1993. 278 p.
- Şener E., Şener S. Evaluation of groundwater vulnerability to pollution using fuzzy analytic hierarchy process method. *Environ. Earth Sci*, 2015, no. 73, pp. 8405–8424.
- Soshnikova L.A., Tamashevich V.N., Uebe G., Shefe M. *Mnogomernyi statisticheskii analiz v ekonomike* [Multi-dimensional Statistical Analysis in Economics]. Moscow: YuNITI-DANA Publ., 1999. 598 p.
- The Analytic Hierarchy Process in Natural Resource and Environmental Decision Making. Managing Forest Ecosystems. Vol. 3. Schmoldt D., Kangas J., Mendoza G.A., Pesonen M., Eds. Springer, 2001. 307 p.
- Wheeler D., Shaw G., Barr S. *Statistical techniques in geographical analysis*. London: David Fulton, 2004. 342 p.