УДК 519.873;620.9

ПОЛУМАРКОВСКИЕ И СКРЫТЫЕ МАРКОВСКИЕ И ПОЛУМАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИКИ

Ю. Е. Обжерин*

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Севастопольский государственный университет", Севастополь, Россия

**e-mail: objsev@mail.ru*

Поступила в редакцию 10.12.2018 г.
После доработки 21.10.2019 г.
Принята к публикации 23.10.2019 г.

Одной из важных задач теории надежности и эффективности систем энергетики является задача создания информационных систем управления системами энергетики и переход к интеллектуальному управлению и инжинирингу. Решение этой задачи возможно на основе построения математических моделей, касающихся различных аспектов структуры и функционирования этих систем. В работе рассматриваются возможности применения полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний, скрытых марковских и полумарковских моделей для моделирования систем энергетики.

Ключевые слова: система энергетики, полумарковская модель, скрытая марковская модель, скрытая полумарковская модель, асимптотическое фазовое укрупнение, характеристики надежности и эффективности

DOI: 10.1134/S0002331019050091

ВВЕДЕНИЕ

Согласно дорожной карте Национальной технологической инициативы EnergyNet одними из основных задач этого проекта являются следующие:

1. "Цифровизация" систем энергетики, создание цифровых сетей, цифровых подстанций.

2. Создание информационных систем управления системами энергетики и переход к интеллектуальному управлению и инжинирингу.

Решение этих задач возможно на основе построения математических моделей, касающихся различных аспектов структуры и функционирования систем энергетики и разработки на их основе алгоритмов и информационных систем поддержки принятия решений при проектировании и эксплуатации систем, а также прогнозирования их состояний. При построении адекватных моделей систем энергетики необходимо использовать существующие возможности современного математического аппарата. В работе рассматриваются возможности применения аппарата теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний, скрытых марковских и полумарковских моделей для моделирования систем энергетики.

1. ПОЛУМАРКОВСКИЕ ПРОЦЕССЫ, СКРЫТЫЕ МАРКОВСКИЕ И ПОЛУМАРКОВСКИЕ МОДЕЛИ, ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ЭНЕРГЕТИКИ

Полумарковские процессы широко используются для построения моделей и анализа систем различного назначения: технических, производственных, энергетических, информационных, экономических, биологических и т.д.

Исследования по этому направлению активно проводятся во Франции, США, Италии, Англии, Китае, Индии, России, Украине, Швеции, Японии и ряде других стран. По результатам исследований опубликовано несколько монографий и большое число статей. Так, ведущие мировые издательства Elsevier, Springer, World Scientific опубликовали за последнее время следующие монографии по данной тематике [1—7].

В большинстве этих работ использовались полумарковские процессы с конечным множеством состояний. При построении моделей конкретных систем предполагалось, что большинство случайных величин, характеризующих систему, имеют экспоненциальное распределение, что существенно сужает возможности применения полученных результатов.

Большой вклад в развитие теории полумарковских процессов и их применение внесли работы ученых стран СНГ В.С. Королюка, А.Ф. Турбина, И.А. Ушакова, А.В. Свищука, В.А. Каштанова, В.М. Шуренкова. В их работах [8—13] разработаны алгоритмы асимптотического и стационарного фазового укрупнения полумарковских процессов, построены модели эволюционных стохастических систем и алгоритмы их усреднения. Эти работы являются актуальными и в настоящее время, они дают большие возможности для моделирования систем различного назначения, в том числе и энергетических.

Эффективным средством построения моделей систем и их анализа является аппарат теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний [2, 5, 8, 9, 11]. Использование этого класса случайных процессов позволяет:

— освободиться от ряда ограничений при построении моделей, в частности, от предположения об экспоненциальном законе распределения случайных величин, характеризующих систему;

— получить аналитические выражения для характеристик системы, которые можно использовать для инженерных расчетов;

— построить модели ряда систем энергетики.

Для решения проблемы размерностей моделей можно использовать алгоритмы асимптотического и стационарного фазового укрупнения полумарковских процессов, разработанные В.С. Королюком, А.Ф. Турбиным, А.В. Свищуком [8—11]. Этот подход открывает большие возможности для моделирования систем.

Начиная с 80-х гг., для моделирования и анализа систем широкое применение получили скрытые марковские и полумарковские модели. В этих моделях предполагается, что наблюдаемая последовательность сигналов связана с марковским (полумарковским) процессом с ненаблюдаемыми (скрытыми) состояниями, и ставится задача по наблюдаемой последовательности сигналов оценить структуру и характеристики ненаблюдаемого процесса. Скрытые марковские и полумарковские модели позволяют по результатам наблюдений проводить диагностику системы, прогнозировать ее состояния. Скрытым марковским и полумарковским моделям посвящено большое число работ, в частности, недавно вышедшие монографии [14—16].

Скрытые марковские и полумарковские модели применяются в следующих областях: диагностика и обслуживание оборудования; надежность систем; прогнозирование функционирования систем; оценка производительности сетей; распознавание и синтез речи; машинный перевод; распознавание образов; картографирование мозга с помощью функциональной магнитно-резонансной томографии; раннее определение патологических событий; распознавание деятельности человека; прогнозирование структуры белка; моделирование анализа финансовых временных рядов и некоторых

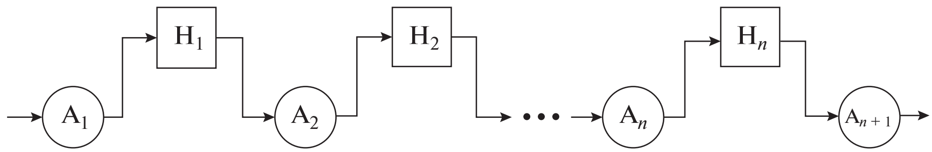

Рис. 1. Структурная схема многофазной однопоточной системы с накопителями.

других областях. В литературе отмечается, что данный подход используется более чем в тридцати областях.

Полумарковские процессы с общим фазовым пространством состояний и скрытые марковские и полумарковские модели могут быть эффективно использованы для построения моделей, касающихся различных аспектов структуры и функционирования систем энергетики: надежности, эффективности, контроля, диагностики, технического обслуживания и прогнозирования.

На этой основе могут быть решены следующие задачи:

1. Построены полумарковские и скрытые марковские и полумарковские модели:

– надежности систем энергетики;

– контроля и диагностики систем энергетики;

– технического обслуживания систем энергетики;

– прогнозирования состояний систем энергетики.

2. Нахождение технических и экономических характеристик систем, пригодных для инженерных расчетов.

3. Решение задач нахождения оптимальных значений параметров систем энергетики на основе целевых функций, полученных с помощью моделей.

4. Создание на основе полученных результатов, программного обеспечения для информационных систем оценки надежности, контроля, диагностики, обслуживания систем энергетики и прогнозирования их состояний.

2. ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ОДНОПОТОЧНОЙ ЛИНИИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ НАКОПИТЕЛЯМИ

В качестве примера использования аппарата теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний для моделирования систем энергетики рассматривается многофазная, однопоточная система, состоящая из обслуживающих устройств и промежуточных накопителей, связи между которыми изображены на рис. 1. Системы такого вида играют важную роль в энергетике [17].

На рисунке 1 приняты следующие обозначения: A_i, $i = \overline{1, n+1}$ – обслуживающие устройства; H_i, $i = \overline{1, n} - 1$ промежуточные накопители. Модель системы строится при следующих предположениях.

1. Возможными состояниями каждого из обслуживающих устройств A_i являются: работоспособное, восстановления и отключения.

2. Время безотказной работы (восстановления) устройства A_i является случайной величиной (СВ) $\alpha_i^{(0)}(\alpha_i^{(1)})$ с функцией распределения (ФР) $F_1^{(0)}(x)$ $(F_i^{(1)}(x))$. СВ $\alpha_i^{(0)}(\alpha_i^{(1)})$ независимы, имеют конечные математические ожидания; у ФР $F_i^{(0)}(x)$ $(F_i^{(1)}(x))$ существуют плотности $f_i^{(0)}(x)(f_i^{(1)}(x))$.

3. Накопители H_i являются абсолютно надежными устройствами, имеющими ограниченные емкости $h_i \geq 0$ (емкость накопителя H_i выражается в единицах времени, которое понадобится устройству A_{i+1} для полного освобождения этого накопителя).

4. Работоспособное устройство A_i отключается, сохраняя работоспособное состояние, при пустом накопителе H_{i-1} или переполненном накопителе H_{i+1}.

5. Производительность устройства A_i постоянна и равна c_i, при этом $c_i \geq c_{i+1}$.

6. Система находится в состоянии отказа, если выходное устройство A_{n+1} не занято обработкой продукта; восстановление устройств A_i считается неограниченным.

Для описания функционирования системы введем следующее дискретно-непрерывное пространство полумарковских состояний:

$$\mathrm{E} = \left\{ i\overline{d}\overline{x}\overline{z} : i = \overline{1, n+1},\ \overline{d} = (d_1, \ldots, d_{n+1}),\ \overline{x} = (x_1, \ldots, x_{n+1}),\ \overline{z} = (z_1, \ldots, z_n) \right\},$$

где i – номер устройства A_i, отказавшего или восстановившегося последним. Элемент d_k вектора $\overline{d}$ фиксирует состояние устройства A_k: работоспособное $(d_k = 0)$, восстановления $(d_k = 1)$, отключения $(d_k = 2)$. Значением компонента x_k вектора $\overline{x}$ является время, прошедшее с момента изменения состояния устройства A_k; отметим, что $x_i = 0$. Компонента z_k вектора $\overline{z}$ определяет время, в течение которого накопитель H_k может снабжать информацией устройство A_{k+1}, $0 \leq z_k \leq h_k$, $k = \overline{1, n}$.

Для приближенного нахождения характеристик надежности рассматриваемой системы используем алгоритм фазового укрупнения [11], который состоит в следующем.

Предположим, что стохастическое ядро вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n; n \geq 0\}$ полумарковского процесса $\xi(t)$ исходной системы близко к стохастическому ядру ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$ опорной системы S_0 с единственным стационарным распределением $\rho(dx)$. Тогда для приближенного нахождения средней стационарной наработки на отказ T_+, среднего стационарного времени восстановления T_- и стационарного коэффициента готовности K_Γ исходной системы S можно использовать следующие приближенные формулы [11]:

$$T_+ \approx \frac{(\rho, \overline{\mathrm{m}}_1)}{(\rho, P^{(r)}\overline{\mathrm{l}}_0)}, \quad T_- \approx \frac{(\rho, P^{(r)}\,\overline{\mathrm{m}}_0)}{(\rho, P^{(r)}\overline{\mathrm{l}}_0)}, \quad K_\Gamma = \frac{T_+}{T_+ + T_-}, \tag{1}$$

где

$$\overline{\mathrm{m}}_1(x) = \begin{cases} m(x), x \in E_+, \\ 0, x \in E_-, \end{cases} \quad \overline{\mathrm{m}}_0(x) = \begin{cases} 0, x \in E_+, \\ m(x), x \in E_-, \end{cases}$$

$$\overline{\mathrm{l}}_0(x) = \begin{cases} 0, x \in E_+, \\ 1, x \in E_-, \end{cases} \quad (\rho, f) = \int_X f(x)\rho(dx),$$

$\rho(dx)$ – стационарное распределение опорной ВЦМ $\{\xi_n^{(0)}; n \geq 0\}$; $m(x)$ – средние времена пребывания в состоянии $x \in E$ исходной системы; $P^{(r)}(x, B)$ – вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ исходной системы, r – минимальное число шагов, за которое система может перейти в подмножество отказовых состояний E_- из работоспособных E_+, входящих в эргодический класс E^0.

Важным моментом применения этого метода является выбор опорной системы S_0. Предположим, что у устройств A_i, $i = \overline{1, n}$ быстрое восстановление, т.е. их времена восстановления $\alpha_i^{(1)}$ зависят от малого положительного параметра ε таким образом, что

$$\lim_{\varepsilon \to 0} M\alpha_i^{(1,\varepsilon)} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \tag{2}$$

а у выходного устройства A_{n+1} времена безотказной работы и восстановления фиксированы. Это приводит к тому, что опорной системой S_0 будет являться система, у ко-

Таблица 1. Результаты моделирования четырехфазной системы

$M\alpha_1^{(0)} = M\alpha_2^{(0)} = M\alpha_3^{(0)} = M\alpha_4^{(0)} = 17$ ч, $M\alpha_1^{(1)} = M\alpha_2^{(1)} = 0.6$ ч, $M\alpha_3^{(1)} = M\alpha_3^{(1)} = 0.8$ ч, $h_1 = h_2 = h_3 = h$, время обработки – 0.2 ч

Величина резерва времени, ч	Результаты аналитического моделирования			Результаты имитационного моделирования
h	$\mathrm{T}_+^{(h_1,h_2,h_3)}$, ч	$\mathrm{T}_-^{(h_1,h_2h_3)}$, ч	$\mathrm{K}_\Gamma^{(h_1,h_2,h_3)}$	$\mathrm{K}_\Gamma^{(h_1,h_2,h_3)}$
0	4.250	0.700	0.859	0.879
0.1	6.518	0.736	0.899	0.929
0.2	8.693	0.736	0.919	0.932
0.3	10.507	0.780	0.931	0.923
0.4	11.929	0.790	0.938	0.933
0.5	13.029	0.795	0.943	0.927
0.6	13.885	0.797	0.946	0.937
0.7	14.556	0.799	0.948	0.940
0.8	15.084	0.799	0.950	0.939
0.9	15.501	0.800	0.951	0.935
1.0	15.830	0.800	0.952	0.941
1.1	16.089	0.800	0.953	0.943
1.2	16.292	0.800	0.953	0.945
1.3	16.451	0.800	0.954	0.946
1.4	16.575	0.800	0.954	0.947
1.5	16.671	0.800	0.954	0.945

торой устройства A_i, $i = \overline{1,n}$ восстанавливаются мгновенно, а накопители H_i полностью заполнены.

Используя формулы (1), можно показать, что стационарные характеристики рассматриваемой системы: стационарная наработка на отказ $\mathrm{T}_+^{(h_1,\ldots,h_n)}$ и среднее стационарное время восстановления $\mathrm{T}_-^{(h_1,\ldots,h_n)}$ приближенно вычисляются по формулам:

$$\mathrm{T}_+^{(h_1,\ldots,h_n)} \approx \left[\prod_{k=1}^{n+1} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} + \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{n+1} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} \int_0^{h_i} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}(t)dt\right] \Bigg/ \left[\prod_{k=1}^{n} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} + \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{n} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} \int_0^{h_i} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}(t)dt + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{n} \prod_{r=1}^{i-1} \mathrm{M}\alpha_r^{(0)} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}\left(\sum_{k=i}^{n} h_k\right) \prod_{m=i+1}^{n+1} \int_{\sum_{l=i}^{m-1} h_l}^{\infty} \overline{F}_m^{(0)}(x_m)dx_m\right], \tag{3}$$

$$\mathrm{T}_-^{(h_1,\ldots,h_n)} \approx \left[\mathrm{M}\alpha_{n+1}^{(1)} \prod_{i=1}^{n} \mathrm{M}\alpha_i^{(0)} + \mathrm{M}\alpha_{n+1}^{(1)} \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{n} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} \int_0^{h_i} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}(t)dt + \right.$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{n} \prod_{r=1}^{i-1} \mathrm{M}\alpha_r^{(0)} \int_{\sum_{k=i}^{n} h_k}^{\infty} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}(t)dt \prod_{m=i+1}^{n+1} \int_{\sum_{l=i}^{m-1} h_l}^{\infty} \overline{F}_m^{(0)}(x_m)dx_m\right] \Bigg/ \left[\prod_{k=1}^{n} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} + \right. \tag{4}$$
$$\left. + \sum_{i=1}^{n} \prod_{\substack{k=1,\\ k\neq i}}^{n} \mathrm{M}\alpha_k^{(0)} \int_0^{h_i} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}(t)dt + \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i^{(1,\varepsilon)}\left(\sum_{k=i}^{n} h_k\right) \prod_{r=1}^{i-1} \mathrm{M}\alpha_r^{(0)} \prod_{m=i+1}^{n+1} \int_{\sum_{l=i}^{m-1} h_l}^{\infty} \overline{F}_m^{(0)}(x_m)dx_m\right].$$

Зная выражения для $T_{+}^{(h_1,\ldots,h_n)}$ и $T_{-}^{(h_1,\ldots,h_n)}$ можно найти стационарный коэффициент готовности $K_{\Gamma}^{(h_1,\ldots,h_n)}$ по формуле (1).

В таблице 1 представлены результаты нахождения стационарных характеристик четырехфазной системы с использованием формул (3), (4) и на основе имитационного моделирования.

При моделировании предполагалось, что все СВ (времена работы и восстановления устройств и накопителей) распределены по экспоненциальному закону.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показаны возможности применения полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний и скрытых марковских и полумарковских моделей для построения моделей и анализа функционирования систем энергетики. Для решения проблемы размерности моделей предлагается использовать алгоритмы асимптотического и стационарного фазового укрупнения систем.

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки Российской Федерации (№ 1.10513.2018/11.12), при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 18-01-00392а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grabski F.* Semi-Markov Processes: Applications in System Reliability and Maintenance. Elsevier, 2015. 255 p.
2. *Obzherin Yu.E., Boyko E.G.* Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures. Elsevier, Academic Press, 2015. 212 p.
3. *Janssen J., Manca R.* Applied Semi-Markov Processes. Springer Science + Business Media, 2006. 315 p.
4. *Korolyuk V.S., Limnios N.* Stochastic Systems in Merging Phase Space. World Scientific, Imperial Coledge Press, 2005. 348 p.
5. *Limnios N., Oprisan G.* Semi-Markov Processes and Reliability. Springer Science+Business Media, 2001. 225 p.
6. *Janssen J., Limnios N.* (Eds.). Semi-Markov Models and Applications. Kluwer Academic Publishers, 1999. 404 p.
7. *Silvestrov D., Silvestrov S.* Nonlinearly Perturbed Semi-Markov Processes. Springer, 2017. 143 p.
8. *Королюк В.С., Турбин А.Ф.* Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. К.: Наук. думка, 1982. 236 с.
9. *Королюк В.С.* Стохастические модели систем. К.: Наук. думка, 1989. 208 с.
10. *Королюк В.С., Свищук А.В.* Эволюционные стохастические системы. Алгоритмы усреднения и диффузионной аппроксимации. Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2000. 344 с.
11. *Корлат А.Н., Кузнецов В.Н., Новиков М.М., Турбин А.Ф.* Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. Кишинев: Штиинца, 1991. 276 с.
12. *Шуренков В.М.* Эргодические процессы Маркова. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 336 с.
13. *Каштанов В.А., Медведев А.И.* Теория надежности сложных систем (теория и практика). М.: Европейский центр по качеству, 2002. 469 с.
14. *Yu Shun-Zheng.* Hidden Semi-Markov Models: Theory, Algorithms and Applications. Elsevier, 2015. 208 p.
15. *Barbu V.S., Limnios N.* Semi-Markov Chains and Hidden Semi-Markov Models toward Applications: their use in Reliability and DNA Analysis. Springer, 2008. 226 p.
16. *Hoek J., Elliott R.J.* Introduction to Hidden Semi-Markov Models. Cambridge University Press, 2018. 185 p.
17. *Руденко Ю.Н., Ушаков И.А.* Надежность систем энергетики. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1989. 328 с.

Semi-Markov and Hidden Markov and Semi-Markov Models of Energy Systems

Yu. E. Obzherin*

Sevastopol State University, Higher mathematics Department, Sevastopol, Russia
**e-mail: objsev@mail.ru*

The problem of information control systems creation for energy systems and transition to intelligent control and engineering is one of the important problems of reliability and efficiency theory for energy systems. The solution of this problem is possible based on construction of mathematical models concerning different aspects of these systems structure and operation. The possibilities of application of semi-Markov processes with common phase space of states, hidden Markov and semi-Markov models for energy system modeling are considered in the paper.

Keywords: energy system, semi-Markov model, hidden Markov model, hidden semi-Markov model, asymptotic phase merging, reliability and efficiency characteristics