ИЗВЕСТИЯ РАН. ЭНЕРГЕТИКА 2019, № 4, с. 16–26

УДК 621.316

ОЦЕНКА ВЕРОЯТНОСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЕФИЦИТА МОЩНОСТИ В КОНЦЕНТРИРОВАННОЙ ЭЭС

© 2019 г. В. П. Обоскалов[1, 2, *], А. Абдель Менаем[2], А. В. Кирпиков[3]

[1]НИЦ "Надежность и безопасность" УрО РАН, Екатеринбург, Россия
[2]Уральский федеральный университет, Екатеринбург, Россия
[3]ЗАО "ГК "Электрощит"-ТМ Самара", Самара, Россия
*e-mail: vpo1704@mail.ru

Поступила в редакцию 13.02.2019 г.
После доработки 08.08.2019 г.
Принята к публикации 12.08.2019 г.

В рамках задачи оценки балансовой надежности электроэнергетических систем (ЭЭС) рассматриваются расчетные процедуры определения вероятностных показателей дефицита мощности в концентрированных ЭЭС. Показано, что наилучшим методом для оценки искомых показателей является раздельный учет генерации и нагрузки. Показано место полной свертки вероятностных рядов генерирующей мощности при оценке погрешности вероятностного моделирования состояний генерирующих групп. Для сравнения и обоснования аналитических моделей определено допустимое для обеспечения приемлемой точности решения число испытаний в методе статистического моделирования (Монте-Карло). Рассмотрена допустимость и возможность практического применения нормального распределения для описания системы генерации при определении вероятностных параметров дефицита мощности в концентрированной ЭЭС с нормально распределенной мощностью нагрузки. Предложена математическая процедура коррекции функции распределения небаланса мощности рядом Грама-Шарлье, что позволяет существенно улучшить качество решения по сравнению с применением для системы генерации нормального распределения без коррекции. Показана возможность применения метода фон Мизеса при объединении разнотипных генераторных групп с отличающимися вероятностными распределениями располагаемой мощности. Дано сопоставление данного метода с методом эквивалентирования по двум параметрам: математическому ожиданию и дисперсии.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, балансовая надежность, дефицит мощности, вероятностное эквивалентирование, ряд Грама-Шарлье, метод фон Мизеса

DOI: 10.1134/S0002331019040095

ВВЕДЕНИЕ

В процессе решения задач балансовой надежности объединенных электроэнергетических систем вычислительный процесс проходит ряд этапов, к числу которых относятся моделирование состояний элементов ЭЭС, формирование системы ограничений и допущений, оптимальное распределение нагрузки между параллельно работающими источниками генерации электрической энергии, распределение дефицита мощности между потребителями электрической энергии, и, на последнем этапе, определение результирующих показателей балансовой надежности (ПБН) локальных ЭЭС [1–3]. Предметом обсуждения статьи являются математические методы определения результирующих ПБН, их сопоставление и оценка вычислительной эффективности.

Наиболее значимыми среди ПБН являются вероятность, математическое ожидание (МО) и дисперсия дефицита мощности и энергии в ЭЭС. На их основе могут быть получены иные ПБН, такие как индексы надежности и риска, МО компенсационных затрат, требуемый оптимальный резерв оперативной и установленной мощности, а также такие, получившие широкое распространение на Западе показатели надежности, как LOLP (Loss of Load Probability), LOLE (Loss of Load Expectation), SAIFI (System Average Interruption Frequency Indices), SAIDI (System Average Interruption Duration Indices), CAIFI (Customer Average Interruption Frequency Index), CAIDI (Customer Average Interruption Duration Index) и др. [4].

Для определения отмеченных ПБН, в основном, используются вероятностно-аналитические или статистические методы, которые, как правило, базируются на тех или иных допущениях о типе функций распределения (ФР) генерации, нагрузки и дефицита мощности в рассматриваемой ЭЭС. Если вид функции распределения нагрузки (нормальное распределение) не вызывает альтернативных суждений, то в качестве ФР генерации применяются биномиальное (для группы однотипных генераторов), Пуассона (для редких событий, к числу которых относятся отказы генерирующих блоков), гамма и нормальное распределения для системы из большого числа разнотипных генераторов. В системе с большим числом разнотипных агрегатов применяется их эквивалентирование к одной или нескольким группам однотипных агрегатов [5, 6]. Вероятностный анализ систем разнородных случайных переменных, как правило, осуществляется методом свертки их функций вероятностного распределения [7]. Приемлемость того или иного распределения или подхода проверяется методом Монте-Карло.

В предлагаемой работе рассматривается задача: оценить эффективность вероятностно-аналитических методов и процедур при определении вероятности, математического ожидания (МО) и среднеквадратического отклонения (СКО) дефицита мощности в концентрированной ЭЭС (система: генерация-нагрузка).

ГЕНЕРАТОРНАЯ ГРУППА

Генераторная группа с числом генерирующих блоков n, номинальной мощностью блока P_{bl} и вероятностью его безотказной работы p описывается биномиальным распределением: $G \sim B(n,p)$, заданным вероятностным рядом $\{p_k, G_k\}$. Нагрузка описывается нормальным распределением, $L \sim N(m_L, \sigma_L)$, с интегральной функцией распределения $F_L(x)$ и плотностью распределения $f_L(x)$.

Дефицит мощности (ДМ), $\mathrm{def} = L - G$ наблюдается при $L > G$ и равен нулю при $L \le G$. Искомые вероятностные параметры дефицита мощности (вероятность, МО и дисперсия) в условиях, когда одна из переменных (генерация) является дискретной случайной величиной $\{G_k,\ p_k,\ k = 0,\ldots,n_{\text{г}}\}$, а другая (нагрузка) — непрерывной, могут быть получены согласно выражениям [7]:

$$\mathrm{Pr}_{\mathrm{def}} = \sum_{k=0}^{n_{\text{г}}} p_k \left(1 - F_L(G_k)\right);$$

$$m_{\mathrm{def}} = \sum_{k=0}^{n_{\text{г}}} p_k \int_{G_k}^{\infty} (x - G_k) dF_L(x);$$

$$m_{2,\mathrm{def}} = \sum_{k=0}^{n_{\text{г}}} p_k \int_{G_k}^{\infty} (x - G_k)^2 dF_L(x);$$

$$\sigma_{\mathrm{def}}^2 = m_{2,\mathrm{def}} - m_{\mathrm{def}}^2,$$

где $m_{2,\mathrm{def}}$ — начальный момент второго порядка дефицита мощности.

При $L \sim N(m_L, \sigma_L)$ интегралы в правой части записанных выше выражений могут быть представлены в формульном виде [8]

$$m_{\text{def}} = \sum_{k=0}^{n_\text{г}} p_k \left[(m_L - G_k)(1 - F_L(G_k)) + \sigma_L^2 f_L(G_k) \right];$$

$$m_{2,\text{def}} = \sum_{k=0}^{n_\text{г}} p_k \left\{ \left[(m_L - G_k)^2 + \sigma_L^2 \right] [1 - F_L(G_k)] + \sigma_L^2 (m_L - G_k) f_L(G_k) \right\}.$$

В результате, при относительно малом числе генераторных установок расчет вероятностных показателей ДМ не представляет особых проблем.

СОВОКУПНОСТЬ ГРУПП ГЕНЕРАТОРОВ

Реально в ЭЭС установлено большое число разнотипных генераторов, $\{G_k \sim B(n_k, p_k), i = 1, \ldots, K\}$. Наиболее признанным как в отечественной, так и зарубежной практике описания функций распределения небаланса мощности является метод свертки вероятностных рядов [1–3, 8–12 и др.]. Прежде всего это связано с преимуществами табличной формы представления в ЭВМ нелинейных и дискретных функций распределения. Во-вторых, ВР позволяет записать любое нестандартное распределение вероятностей. В-третьих, технология работы с ВР позволяет достаточно легко реализовать свертку функций распределения при суммировании случайных величин с отличающимися законами распределения. Кроме того, с помощью ВР довольно просто вычисляется широкий спектр вероятностных характеристик (моменты распределения, семиинварианты и др.).

Функциональное объединение вероятностных рядов при анализе отключенной мощности нескольких генераторных групп сводится к перекрестному произведению вероятностей состояний рассматриваемых рядов и некоторой операции с параметрами. В частности, при свертке ВР $\{G_{A,i}, p_{A,i}, i = 0, \ldots, n_A\}$, $\{G_{B,j}, p_{B,j}, j = 0, \ldots, n_B\}$ двух групп генераторов с располагаемой мощностью генерации $\{G_{A,i}\}$, $\{G_{B,j}\}$ и вероятностями соответствующих состояний $\left\{p_{A,i}, \sum_{i=1}^{n_A} p_{A,i} = 1\right\}$, $\left\{p_{B,j}, \sum_{j=1}^{n_B} p_{A,j} = 1\right\}$ для объединения строятся две матрицы, представляющие вероятностный ряд объединенной генерации: $\{G_{\Sigma,ij} = G_{A,i} + G_{B,j}, p_{\Sigma,ij} = p_{A,i} p_{B,j},\ i = 0, \ldots, n_A, j = 0, \ldots, n_B\}$. Алгоритмически данные матрицы преобразуются в связные векторы (объединенный ВР). Новый ВР может быть снова использован при дальнейшей свертке ВР. Существуют иные формы свертки ВР, не противоречащие описанной процедуре [2, 9, 10].

При использовании прикладного математического обеспечения, например, пакетов Excel, MatLab и др., часто бывает полезна матричная запись произведения ВР. Представляя компоненты ВР в виде векторов-столбцов $\overline{p}_A$, $\overline{p}_B$; $\overline{G}_A$, $\overline{G}_B$, получаем результирующие матрицы $p_\Sigma = \overline{p}_A \overline{p}_B^T$, $G_\Sigma = \overline{G}_A \overline{e}_B^T + \overline{e}_A \overline{G}_B^T$, где $\overline{e}_A$, $\overline{e}_B$ – векторы из единиц, имеющие ту же размерность, что и соответствующие им векторы $\overline{G}_A$, $\overline{G}_B$; T – символ транспонирования вектора (матрицы). Далее матрицы преобразуются в векторы и объединяются в ВР. Результирующая совокупность пар упорядочивается и группируется, например, по величине отключенной мощности.

Как показывают расчеты, метод ВР обеспечивает точное решение, но с увеличением числа генераторных групп длина ВР экспоненциально возрастает, что приводит к недопустимо большим затратам компьютерных ресурсов.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СИСТЕМЫ ГЕНЕРАЦИИ НОРМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

Известно, что по мере увеличения параметра “число испытаний” биномиальное распределение асимптотически стремится к нормальному (предельная теорема Муавра-Лапласа). Отсюда можно предположить, что объединенная система “генерация–нагрузка”, где число генераторов исчисляется сотнями, достаточно точно описывается нормальным распределением. С целью анализа возможности аппроксимации функции распределения генерации нормальным законом вводится дополнительная переменная – небаланс мощности (НМ), $H = L - G$. При этом дефицит мощности соответствует области $H > 0$. Математическое ожидание и дисперсия НМ (при независимости переменных L, G)

$$m_H = m_L - m_G,$$

$$\sigma_H^2 = \sigma_L^2 + \sigma_G^2.$$

Если известна функция $F_H(x)$ (или плотность $f_H(x)$) распределения небаланса мощности, то вероятность дефицита мощности

$$\Pr_{\text{def}} = \int_0^\infty f_H(x)dx = 1 - F_H(0).$$

Математическое ожидание дефицита мощности определяется редуцированным в точке $x = 0$ распределением [8]

$$m_{\text{def}} = \int_0^\infty x dF_H^p(x)dx. \tag{1}$$

В точке $x = 0$ редуцированная функция распределения $F_H^p(x)$ имеет скачок первого рода $\Delta F_H^p(0) = F_H(0)$, но при вычислении первого и второго начальных моментов ДМ этот скачок не учитывается, поскольку $\text{def}(x = 0) = 0$. При допущении $H \sim N(m_H, \sigma_H)$ согласно [8],

$$m_{\text{def}} = \int_0^\infty x f_H(x)dx = m_H[1 - F_H(0)] + \sigma_H^2 f_H(0);$$

$$\sigma_{\text{def}}^2 = \left(m_H^2 + \sigma_H^2\right)[1 - F_H(0)] + \sigma^2 m_H f_H(0) - m_{\text{def}}^2.$$

Полученная оценка является приближенной в силу сделанного допущения о нормальном законе распределения небаланса мощности.

Проверочные расчеты показывают, что для энергосистем, где номинальная мощность наиболее крупных генераторов значима по доле мощности нагрузки, ошибка аппроксимации реального вероятностного распределения дефицита мощности нормальным становится недопустимо большой.

Применение рядов Грама-Шарлье (Gram-Charlier expansions) [13, 14] позволяет улучшить решение, полученное при аппроксимации системы генерации нормальным распределением, и частично учесть разнотипность функций распределения генерации и нагрузки. При этом функция и плотность распределения нормированного небаланса мощности $\tilde{H} = (H - m_H)/\sigma_H$

$$F_{\tilde{H}}(x) = \sum_{i=0}^{r} \frac{c_i}{i!} \Phi^{(i)}(x); \tag{2}$$

$$f_{\tilde{H}}(x) = \sum_{i=0}^{r} \frac{c_i}{i\,!} \varphi^{(i)}(x), \tag{3}$$

где $\Phi(x)$ и $f(x)$ – функция и плотность эталонного, например, стандартного нормального, распределения; $\Phi^{(i)}(x)$ $\varphi^{(i)}(x)$ – i-я производная эталонного распределения; r – принятый максимальный порядок ряда Грама-Шарлье (обычно $r = 4$ или 6).

Коэффициенты ряда Грама-Шарлье:

$$\begin{gathered} c_0 = 1; \quad c_1 = c_2 = 0; \quad c_3 = -\frac{\mu_3}{\sigma^3} = -\frac{k_3}{\sigma^3}; \quad c_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{k_4}{\sigma^4}; \\ c_5 = -\frac{\mu_5}{\sigma^5} + 10\frac{\mu_3}{\sigma^3} = -\frac{k_5}{\sigma^5}; \quad c_6 = \frac{\mu_6}{\sigma^6} - \frac{15\mu_4}{\sigma^4} + 30 = \frac{k_6 + 10k_3^2}{\sigma^6}, \end{gathered} \tag{4}$$

где μ_j, k_j центральный момент и семиинвариант j-го порядка переменной H. Деление семиинварианта k_j на σ^j связано с нормированием H. Принимая во внимание, что $\Phi^{(1)}(x) = \varphi(x)$, соотношение (2) может быть записано в виде

$$F_{\tilde{H}}(x) = \Phi(x) + \sum_{i=3}^{r} \frac{c_i}{i\,!} \varphi^{(i-1)}(x).$$

Первые шесть производных плотности стандартного нормального распределения

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}};$$

$$\varphi^{(1)}(x) = -x\varphi(x);$$

$$\varphi^{(2)}(x) = \left(x^2 - 1\right)\varphi(x);$$

$$\varphi^{(3)}(x) = \left(3x - x^3\right)\varphi(x);$$

$$\varphi^{(4)}(x) = \left(x^4 - 6x^2 + 3\right)\varphi(x);$$

$$\varphi^{(5)}(x) = -\left(x^5 - 10x^3 + 15x\right)\varphi(x);$$

$$\varphi^{(6)}(x) = \left(x^6 - 15x^4 + 45x^2 - 15\right)\varphi(x).$$

Проверочные расчеты показывают, что коррекция нормального распределения рядами Грама-Шарлье существенно улучшает расчеты по нормальному распределению НМ без его коррекции, однако, как это отмечается многими исследователями, в области малых вероятностей относительная погрешность остается достаточно большой. Другим недостатком метода является необходимость определения семиинвариантов высших (>4) порядков, что затруднено для большинства функций распределения, в том числе и для биномиального распределения.

ИМПУЛЬСНЫЙ МЕТОД ФОН МИЗЕСА

Аппроксимация генераторной подсистемы нормальным распределением нивелирует индивидуальное воздействие наиболее мощных генераторов. Более полный учет индивидуального импульсного воздействия позволяет выполнить метод Рихарда фон Мизеса (Von Mises) [16], сущность которого заключается в представлении результирующего вероятностного распределения в виде взвеси нормальных распределений

$$f_{\text{rez}}(x) = \sum p_k\left(x_k\right) f(x - x_k).$$

Метод фон Мизеса позволяет при наличии $n+1$ начальных моментов случайной величины получить некоторое множество (не более $n/2$) эквивалентных импульсов $\{x_k, p_k\}$. Для этого определяются детерминанты матриц из моментов

$$D_0 = |m_0|; \quad D_1 = \begin{vmatrix} m_0 & m_1 \\ m_1 & m_2 \end{vmatrix}; \quad \dots \quad D_r = \begin{vmatrix} m_0 & m_1 & \dots & m_r \\ m_1 & m_2 & \dots & m_{r+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_r & m_{r+1} & \dots & m_{2r} \end{vmatrix}.$$

Наибольший порядок положительного детерминанта определяет максимальное число импульсов. Реально расчетное число импульсов, как правило, принимается не выше 5. Однако в наших расчетах приемлемая точность наблюдалась лишь при числе импульсов не менее 7.

Решение системы линейных уравнений с матрицей коэффициентов аналогичной структуре D_r позволяет определить коэффициенты $\{c_i\}$ полинома $\sum c_i x^i = 0$, корни которого определяют координаты $\{x_i\}$ эквивалентных импульсов. Коэффициенты $\{c_i\}$ определяются уравнением

$$\begin{pmatrix} m_0 & m_1 & \dots & m_r \\ m_1 & m_2 & \dots & m_{r+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_r & m_{r+1} & \dots & m_{2r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \\ c_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -m_{r+1} \\ -m_{r+2} \\ \\ -m_{2r+1} \end{pmatrix}.$$

Вероятности эквивалентных импульсов определяются из системы уравнений начальных моментов

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ x_1 & x_2 & \dots & x_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^r & x_2^r & \dots & x_r^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \\ p_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ m_1 \\ \\ m_r \end{pmatrix}.$$

Требуемое для получения необходимого числа импульсов большое число начальных моментов ограничивает сферу применимости метода фон Мизеса. Известны только три распределения, где получение начальных моментов высших порядков не представляет проблем. Это – нормальное, Пуассона и Бернулли. Математические выражения для начальных моментов четвертого и более высоких порядков иных распределений имеют сложную структуру и в справочной литературе приводятся ограниченно и редко. Чаще рассматриваемая случайная величина представляется в виде суммы случайных величин с распределениями вероятностей, для которых можно получить начальные моменты или семиинварианты высших порядков. При известных семиинвариантах суммы можно получить моменты высших порядков рассматриваемой случайной величины.

Особенно актуальное для распределительных систем с распределенной генерацией, в том числе на возобновляемых источниках энергии [17–19], биномиальное распределение относится к распределениям со сложной математической структурой начальных моментов высших порядков. Однако группу однотипных генераторов можно рассматривать как совокупность индивидуумов, которые могут находиться лишь в двух состояниях – включен-отключен. При этом располагаемая мощность группы равна сумме случайных мощностей $X_i \in (0; P_{bl,i})$ с заданной вероятностью p_i состояния

$X_i = P_{bl,i}$. Каждая переменная X_i описывается распределением Бернулли. Начальный момент k-го порядка $m_{k,i}$ переменной X_i

$$m_{k,i} = p_i P_{bl,i}^k.$$

Семиинвариант r-го порядка $k_{r,i}, r > 1$ переменной X_i вычисляется согласно рекуррентному выражению [15]

$$k_{r,i} = m_{r,i} - \sum_{j=1}^{r-1} C_{r-1}^j m_{j,i} k_{r-j,i}.$$

Совокупное воздействие генерирующей подсистемы $X_\Sigma = \sum X_i$ характеризуется семиинвариантами

$$k_{r,\Sigma} = \sum k_{r,i}.$$

На базе полученных величин можно определить начальные моменты результирующей переменной X_Σ согласно рекуррентному соотношению [15]:

$$m_{r,\Sigma} = k_{r,\Sigma} + \sum_{j=1}^{r-1} C_{r-1}^j m_{j,\Sigma} k_{r-j,\Sigma}.$$

АППРОКСИМАЦИЯ СОВОКУПНОСТИ ГРУПП ГЕНЕРАТОРОВ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ГРУППОЙ ОДНОТИПНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

Свертка ВР генерации и нормально распределенной нагрузки снижает значимость дискретности генерации. Это позволяет представлять часть генераторных групп в виде одной эквивалентной группы [6]. Эквивалентирование выполняется в условиях существования некоторого множества критериев. В рассматриваемом случае в качестве таких критериев разумно рассматривать условия равенства располагаемой мощности, математического ожидания и дисперсии аварийно отключенной мощности исходной и эквивалентной систем. При этом искомыми величинами являются $\{n_e, q_e, P_e\}$ — число, вероятность отказа и мощность генераторов эквивалентной группы.

При эквивалентировании системы генерации необходимо задаться законом распределения величины аварийно отключенной мощности. В качестве базисных рассматриваются законы распределения: биномиальный, Пуассона, экспоненциальный, гамма и нормальный. Более точным считается биномиальное распределение.

Биномиальное распределение. Считается, что отказы реальных и эквивалентного генераторов являются случайными событиями и подчиняются биномиальному распределению. Согласно критерию равенства установленной мощности

$$P_{\text{inst}} = \sum n_i P_{g,i} = n_e P_{g,e}. \quad (5)$$

Условие равенства математического ожидания (МО) и дисперсии отключенной мощности аналитически записывается в виде

$$M_{\text{откл}} = \sum n_i q_i P_{g,i} = n_e q_e P_{g,e}; \quad (6)$$

$$D_{\text{откл}} = \sum n_i q_i p_i P_{g,i}^2 = n_e q_e p_e P_{g,e}^2. \quad (7)$$

где $p_e = 1 - q_e$ — вероятность безотказного состояния эквивалентного блока.

Уравнения (5), (6) позволяют получить вероятность отказа эквивалентного блока.

$$q_e = \frac{M_{\text{откл}}}{P_{\text{inst}}} = \frac{\sum n_i q_i P_{g,i}}{n_e P_{g,e}} = \frac{\sum n_i q_i P_{g,i}}{\sum n_i P_{g,i}}, \quad (8)$$

то есть вероятность отказа эквивалентного блока является средневзвешенной от групповых вероятностей с весами, равными располагаемым мощностям групп.

При известной p_e из (6), (7) нетрудно получить мощность $P_{g,e}$ эквивалентного генератора. Частное $D_{\text{откл}}/M_{\text{откл}}$ определяется соотношением

$$\frac{D_{\text{откл}}}{M_{\text{откл}}} = \frac{n_e q_e p_e P_{g,e}^2}{n_e q_e P_{g,e}} = p_e P_{g,e}.$$

Отсюда

$$P_{g,e} = \frac{D_{\text{откл}}}{p_e M_{\text{откл}}} = \frac{\sum n_i q_i p_i P_{g,i}^2}{p_e \sum n_i q_i P_{g,i}}. \tag{9}$$

Число эквивалентных генераторов определяется из условия (5) равенства располагаемой мощности исходного и эквивалентного множества генераторов:

$$n_e = \frac{\sum n_i P_{g,i}}{P_{g,e}}. \tag{10}$$

Получаемое по данной формуле и удовлетворяющее всем обозначенным критериям число эквивалентных генераторов, как правило, не является целым. Поскольку в дальнейшем данное число предполагается использовать как параметр биномиального распределения, то оно должно быть округлено до ближайшего целого $n_{ee} = [n_e]$. При этом эквивалентная единичная мощность генератора $P_{g,ee} = P_{\text{inst}}/n_{ee}$. Эквивалентная вероятность отказа блока остается неизменной в силу (8), где числитель и знаменатель неизменны согласно критериям эквивалентности. Однако дисперсия отключенной мощности при замене n_e на n_{ee} изменяется в соответствии с формулой (7) и представляет источник погрешности эквивалентирования. При измененном числе генераторов

$$D_{\text{откл}}^{\text{new}} = n_{ee} q_e p_e P_{g,ee}^2 = D_{\text{откл}}^{\text{old}} \frac{n_{ee} q_e p_e P_{g,ee}^2}{n_e q_e p_e P_{g,e}^2} = D_{\text{откл}}^{\text{old}} \frac{P_{g,ee}}{P_{g,e}} = D_{\text{откл}} \left(1 + \frac{\Delta P_{g,e}}{P_{g,e}}\right),$$

где $\Delta P_{g,e} = P_{g,ee} - P_{g,e}$.

Относительная погрешность дисперсии определяется соотношением

$$\varepsilon D_{\text{откл}}^{\text{new}} = \frac{D_{\text{откл}}^{\text{new}}}{D_{\text{откл}}^{\text{old}}} - 1 = \frac{\Delta P_{g,e}}{P_{g,e}}.$$

В то же время

$$P_{g,ee} = \frac{P_{\text{inst}}}{n_{ee}} \approx \frac{P_{\text{inst}}}{n_e} - \frac{P_{\text{inst}}}{n_e^{\,2}}(n_{ee} - n_e) = P_{ge}\left\{1 - \frac{(n_{ee} - [n_e])}{n_e}\right\}.$$

Поскольку $|n_{ee} - [n_e]| \le 0.5$, то

$$\varepsilon D_{\text{откл}}^{\text{new}} \le \frac{0.5}{n_e}.$$

Обычно n_e достаточно велико (иначе не имело бы смысла выполнять эквивалентирование). Отсюда погрешность дисперсии отключенной генерации в представленном методе эквивалентирования состава генерирующих блоков реально не превышает (2–4)%, что допустимо для практических расчетов. Однако при последующем определении вероятностных параметров ДМ эта погрешность усиливается и переходит не только на дисперсию дефицита мощности, но и на его МО и вероятность.

Таблица 1. Вероятность и дефицит мощности в концентрированной ЭЭС

Метод	Pr	Pr err	МО	МО err	СКО	СКО err
Свертка ВР	0.0020	0.0%	0.143	0.0%	4.388	0.0%
МК-10^6	0.0020	–1.5%	0.140	–2.1%	4.315	–1.7%
МК-10^4	0.0032	60.5%	0.226	58.6%	5.702	30.0%
НР	0.0002	–89.9%	0.008	–94.2%	0.806	–81.6%
БР + ГШ	0.0022	11.6%	0.135	–5.6%	3.616	–17.6%
М. фон Мизеса	0.0020	0.1%	0.142	–0.3%	4.388	0.0%
Эквивалент	0.0020	–0.3%	0.144	0.8%	4.449	1.4%

Таблица 2. Вероятность и дефицит мощности в концентрированной ЭЭС 8 блоков

Метод	Pr	Pr err	МО	МО err	СКО	СКО err
Свертка ВР	0.0043	0.0%	0.338	0.0%	7.102	0.0%
МК-10^6	0.0041	–3.6%	0.329	–2.6%	7.053	–0.7%
МК-10^4	0.0034	–20.0%	0.236	–30.2%	5.244	–26.2%
НР	0.0005	–87.6%	0.022	–93.4%	1.327	–81.3%
БР +ГШ	0.0052	23.3%	0.346	2.6%	6.097	–14.2%
М. фон Мизеса	0.0043	0.0%	0.338	0.0%	7.102	0.0%
Эквивалент	0.0043	0.0%	0.338	0.0%	7.102	0.0%

С целью снижения погрешности эквивалентирования предлагается систему генерации представить в виде двух подсистем: из эквивалентных генераторов $\{n_{ee}, q_e, P_e\}$ и дополнительной детерминированной нагрузки $L_{\text{add}} = -(P_{\text{inst}} - n_{ee}P_e)(1 - q_e)$, которая в дальнейшем суммируется с основной нагрузкой. Проверочные расчеты показывают достаточно большую эффективность данной поправки.

РАСЧЕТНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Для сравнения предлагаемых процедур был выполнен вычислительный эксперимент. Рассматривалась концентрированная ЭЭС с группами генераторов (число, номинальная мощность (МВт) и вероятность отказа генерирующего блока): $\{5; 200; 0.08\}$; $\{4; 100; 0.05\}$; $\{6; 50; 0.05\}$ и нагрузкой, описываемой нормальным распределением с математическим ожиданием $m_L = 1000$ МВт и среднеквадратическим отклонением $\sigma_L = 100$ МВт. Результаты эксперимента сведены в табл. 1 и табл. 2, где представлено сравнение математических методов определения вероятностных параметров дефицита мощности в концентрированной ЭЭС. В табл. 2, для оценки специфики одной группы однотипных генераторов, представлена группа $\{8; 200; 0.08\}$. Столбцы таблиц {Pr, МО, СКО} соответствуют вероятности, математическому ожиданию и среднеквадратическому отклонению дефицита мощности, а столбцы {Pr err, МО err, СКО err} – относительной погрешности рассматриваемого математического метода. В качестве базы для сравнения принят метод свертки вероятностных рядов, который рассматривается как абсолютно точный (первая строка таблицы).

Вторая и третья строки таблицы соответствуют методу статистических испытаний (Монте-Карло) при 10^6 и 10^4 испытаниях. Естественно, что при увеличении числа испытаний погрешность снижается, но даже при 10^6 испытаниях погрешность математического ожидания превышает 2.6%. При меньшем числе (10^4) испытаний погрешность метода превышает 25%, что больше погрешности, например, метода эквивалентирования. Известны отрицательные свойства метода Монте-Карло – для получения приемлемой точности требуется недопустимо большое время расчетов, поэтому данный метод здесь рассматривался не столько как рабочий, сколько как второй точный для оценки эффективности предлагаемых методов. В случае применения метода в качестве рабочего число испытаний должно быть не менее 10^6.

Следующая строка таблицы ("НР") соответствует допущению о нормальном распределении (НР) располагаемой генерации. Чрезвычайно большая погрешность расчетов {–89.9%, –94%, –81.6%} заставляют усомниться в целесообразности метода для практического пользования. Существенно улучшает результаты коррекция нормального распределения рядом Грама-Шарлье (пятая строка таблицы, {11.6%, –5.6%, –17.6%} (табл. 1) и {23.3%, 2.6%, –14.2%} (табл. 2). Здесь в качестве базового при определении начальных моментов и семиинвариантов принято биномиальное распределение. Использование распределения Пуассона в качестве базового приводит к существенному увеличению погрешности эквивалентирования.

Резко выделяются по точности моделирования два последних метода – фон Мизеса и генераторного эквивалентирования. Импульсный метод фон Мизеса (погрешность {0.1%, –0.3%, 0%} (табл. 1) и {0%, 0%, 0%} (табл. 2) основан на представлении генерирующей системы совокупностью отдельных генераторов с распределением Бернулли. Приведенные расчетные величины соответствуют 11 импульсам. Снижение числа импульсов до пяти приводит в увеличению погрешностей в среднем до (2–3)%.

Такого же уровня погрешности {–0.3%, 0.9%, 1.4%} (табл. 1) и {0%, 0%, 0%} (табл. 2) имеет метод эквивалентирования системы генерации одной эквивалентной группой однотипных генераторов с детерминированной поправкой (строка "Эквивалент"). Здесь погрешности примерно такие же, как у метода Монте-Карло с числом испытаний 10^6, но длительность расчетов составляет доли секунд. Нулевые значения в табл. 2 объясняются тем, что в рассматриваемом частном случае метод эквивалентирования сводится к точному. В результате, последние два метода могут быть рекомендованы для практического применения. При этом предпочтение имеет метод эквивалентирования, как математически более простой.

При необходимости получения точных расчетов вне конкуренции находится метод свертки вероятностных рядов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Наилучшим методом для оценки вероятностных параметров дефицита мощности в концентрированной ЭЭС является раздельный учет генерации и нагрузки, плюс полная свертка вероятностных рядов генерирующей мощности.

2. Метод статистического моделирования (Монте-Карло) обеспечивает приемлемо точное решение только при достаточно большом числе испытаний (около 10^6).

3. Допущение о нормальном законе распределения генерации приводит к недопустимо большой погрешности результирующих вероятностных параметров дефицита мощности.

4. Коррекция функции распределения небаланса мощности рядом Грама-Шарлье позволяет существенно улучшить решение методом нормального распределения генерирующей мощности, но, как правило, погрешность расчетов остается достаточно большой, особенно в области малых вероятностей дефицита мощности.

5. При большом числе разнотипных генераторных групп для практического применения рекомендуется метод фон Мизеса, как достаточно точный в среднем, и метод эквивалентирования, как не менее точный, но математически более простой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Руденко Ю.Н., Чельцов М.Б.* Надежность и резервирование в энергосистемах. Новосибирск: Наука, 1974.

2. *Биллинтон Р., Аллан Р.* Оценка надежности электроэнергетических систем: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1988.
3. Надежность систем энергетики и их оборудования. Справочник: В 4-х т. / Под общей ред. Руденко Ю.Н. Т. 2. Надежность электроэнергетических систем. Справочник / Под ред. Розанова М.Н. М.: Энергоатомиздат, 2000.
4. *Чукреев Ю.Я.* Сравнение отечественных и зарубежных вероятностных показателей балансовой надежности электроэнергетических систем // Изв. РАН Энергетика. 2012. № 6. С. 27–37.
5. *Эндрэни Дж.* Моделирование при расчетах надежности в электроэнергетических системах. М.: Энергоатомиздат, 1983.
6. *Обоскалов В.П.* Резервы мощности в электроэнергетических системах. Свердловск: УПИ, 1989.
7. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей: Учеб. для вузов. 6-е изд. стер. М.: Высш. шк., 1998. 576 с.
8. *Обоскалов В.П.* Надежность обеспечения баланса мощности электроэнергетических систем. Екатеринбург: УГТУ–УПИ, 2002.
9. *Маркович И.М.* Режимы энергетических систем. М.: Энергия, 1969.
10. *Волков Г.А.* Оптимизация надежности электроэнергетических систем. М.: Наука. 1986.
11. *Обоскалов В.П., Кокин С.Е., Кирпикова И.Л.* Применение вероятностно-статистических методов и теории графов в электроэнергетике: уч. пособие. Екатеринбург: УрФУ, 2016.
12. *Чукреев Ю.Я.* Модели обеспечения надежности электроэнергетических систем. Сыктывкар: Коми НЦ УрО РАН, 1995.
13. *Kendall M.* Kendall's Advanced Theory Statistic. – New York: Oxford Univ. Press, 1987.
14. *Cramer H.* Numerical Methods of Statistics. Princeton: N.Y. Princeton Univ. Press, 1946.
15. *Tian W.D., Sutanto D.,Lee Y.B.,Quthred H.R.* "Cumulant based probabilistic power systems simulation using Laguerre polynomials". IEEE Trans. Energy converts. 1989. V. № 4. P. 567–574.
16. *R. v. Mises*. Mathematical Theory of Probability and Statistics. N.Y. Academic. Press. 1964.
17. *Soroudi A., Ehsan M.* A possibilistic–probabilistic tool for evaluating the impact of stochastic renewable and controllable power generation on energy losses in distribution networks – A case study. Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2011. V. 15. P. 794–800.
18. *Gamarra C., Guerrero J.M.* Computational optimization techniques applied to microgrids planning: A review, Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2015. V. 48. P. 413–424.
19. *Ehsan A, Yang Q.* Optimal integration and planning of renewable distributed generation in the power distribution networks: A review of analytical techniques. Applied Energy. 2018. V. 210. P. 44–59.

Estimation of Probabilistic Parameters of Power Shortage in a Concentrated Power Systems

V. P. Oboskalov[a, b, *], A. Abdel Menaem[b], and A. V. Kirpikov[c]

[a]*Science & Engineering Center of Ural Branch of RAS, Yekaterinburg, Russia*
[b]*Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia*
[c]*"Electroshchit" Samara, Russia*
**e-mail: vpo1704@mail.ru*

Within the framework of the task of assessing the balance reliability of electric power systems (EES), the calculation procedures for determining probabilistic indices of power deficit in concentrated EES are considered. It is shown that the best method for estimating the desired indicators is to separately account for generation and load. The place of complete convolution of probabilistic power generating series is shown when estimating the error of probabilistic modeling of the states of generating groups. For comparison and justification of analytical models, the number of tests in the statistical modeling method (Monte Carlo) that is admissible to ensure acceptable accuracy of the solution has been determined. The admissibility and the possibility of practical application of the normal distribution to describe the generation system when determining the probability parameters of the power deficit in a concentrated EPS with a normally distributed load power is considered. A mathematical procedure is proposed for correcting the distribution function of the unbalance of power by the Gram-Charlier expansion, which allows us to significantly improve the quality of the solution compared to the application for the system of generating the normal distribution without correction. The possibility of using von Mises method for combining different types of generator groups with different probabilistic distributions of available power is stated.

Keywords: electric power system, adequacy, power shortage, distribution functions, probabilistic equivalence, Gram-Charlier expansion, von Mises method