

УДК 536.2.001

НОВЫЕ МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА

© 2019 г. Э. М. Карташов^{1, *}, И. В. Кудинов², В. А. Кудинов²¹Московский технологический университет (МИТХТ), Москва, Россия²Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

*e-mail: kartashov@mitht.ru

Поступила в редакцию 28.05.2019 г.

После доработки 08.08.2019 г.

Принята к публикации 12.08.2019 г.

Рассмотрена серия новых модельных представлений нестационарного теплообмена на основе соотношений Онзагера. Принимая последовательно различные представления термодинамических движущих сил и постоянных феноменологических коэффициентов, соотношения Онзагера дают все более обобщающие законы теплопереноса на уровне элементарных актов и далее с использованием основного уравнения энергии указанные законы приводят к основным дифференциальным уравнениям локально-неравновесного теплопереноса, лежащим в основе соответствующих краевых задач нестационарной теплопроводности. Рассмотрены численные эксперименты по описанию тепловой реакции бесконечной пластины при температурном нагреве в рамках новых модельных представлений нестационарного теплообмена. Описаны особенности полученных аналитических решений.

Ключевые слова: соотношение Онзагера, основные феноменологические законы теплопереноса, дифференциальные уравнения теплопроводности, краевые задачи, аналитические решения

DOI: 10.1134/S0002331019040058

ВВЕДЕНИЕ

Теория переноса в системах $\bar{\Omega} = \{M(x, y, z) \in \bar{D} = D + S, t \geq 0\}$, не находящихся в состоянии термодинамического равновесия, объединяет такие разнообразные явления, как теплопроводность, диффузию, электропроводность, поглощение звуковых волн и другие. Как показал в [1] А.В. Лыков, для этих явлений термодинамика необратимых процессов основана на обобщенной системе уравнений Онзагера для потоков субстанций $\bar{J}_i(M, t)$ (теплоты, массы и т.д.), имеющей для изотропной среды вид:

$$\bar{J}_i(M, t) = L_i^{(r)} \frac{\partial \bar{J}_i(M, t)}{\partial t} + \sum_{k=1}^N \left[L_{ik} \bar{X}_k(M, t) + L'_{ik} \frac{\partial \bar{X}_k(M, t)}{\partial t} \right], \quad (1)$$

где $\bar{X}_k(M, t)$ – термодинамические движущие силы (градиент температуры, концентрация и т.д.); $L_i^{(r)}$, L_{ik} , L'_{ik} – постоянные феноменологические коэффициенты переноса ($L_{ik} = L_{ki}$). Соотношение (1) имеет исключительно важное значение для развития модельных представлений в теории нестационарного тепло- и массопереноса. При надлежащем выборе величин в (1) появляется возможность последовательно пе-

реходить от более простых к более сложным математическим моделям переноса и развивать математическую теорию соответствующих краевых задач по широкому спектру исследований. Если в (1) пренебречь производной по времени от движущей силы и положить $\bar{J}_i(M, t) = \bar{q}(M, t)$ (вектор плотности теплового потока), $\bar{X}_k(M, t) = \text{grad} T(M, t)$ (градиент температуры в области $\bar{\Omega}$), $L_{ik} = -\lambda$ (теплопроводность материала), $L_i^{(r)} = 0$, $L'_{ik} = 0$, то (1) приведет к линейному градиентному соотношению Фурье $\bar{q}(M, t) = -\lambda \text{grad} T(M, t)$, лежащему в основе наиболее распространенной на практике феноменологической модели теплопроводности в недеформируемых твердых телах. Вместе с уравнением энергии для изотропных твердых тел $c\rho \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = -\text{div} \bar{q}(M, t) + F(M, t)$ закон Фурье приводит уравнению нестационарной теплопроводности параболического типа:

$$\frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = a\Delta T(M, t) + \frac{F(M, t)}{c\rho}, \quad (M, t) \in \Omega \quad (2)$$

Математическая теория краевых задач для уравнения (2) разработана в [2–4]. Полагая в (1) $\bar{J}_i(M, t) = \bar{q}(M, t)$, $L_i^{(r)} = -\tau_r$, $L_{ik} = -\lambda$, $L'_{ik} = 0$, $\bar{X}_k(M, t) = \text{grad} T(M, t)$, приходим к обобщенному закону Максвелла–Каттанео–Лькова:

$$\bar{q}(M, t) = -\lambda \text{grad} T(M, t) - \tau_r \frac{\partial \bar{q}(M, t)}{\partial t} \quad (3)$$

учитывающего конечную скорость распространения теплоты. Коэффициент τ_r в (3) – время релаксации теплового потока, характеризующее свойство тепловой инерции тела (время задержки передачи кванта энергии на микроуровне от элемента объема тела к соседним элементам); величина τ_r связана со скоростью распространения теплоты v_τ соотношением $v_\tau = \sqrt{a/\tau_r}$. Уравнение энергии и соотношение (3) приводят к уравнению нестационарного теплопереноса гиперболического типа:

$$\frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = a\Delta T(M, t) - \tau_r \frac{\partial^2 T(M, t)}{\partial t^2} + \frac{\tau_r}{c\rho} \left[\frac{\partial F(M, t)}{\partial t} + \frac{1}{\tau_r} F(M, t) \right], \quad (M, t) \in \Omega \quad (4)$$

применяемому для изучения высокоинтенсивных нестационарных процессов. Математическая теория краевых задач для уравнения (4) разработана в [5, 6]. Полагая далее в (1) $\bar{J}_i(M, t) = \bar{q}(M, t)$, $L_i^{(r)} = -\tau_r$, $L_{ik} = -\lambda$, $L'_{ik} = -\lambda\tau_T$, $\bar{X}_k(M, t) = \text{grad} T(M, t)$, приходим к соотношению

$$\bar{q}(M, t) = -\lambda \text{grad} T(M, t) - \tau_r \frac{\partial \bar{q}(M, t)}{\partial t} - \lambda\tau_T \text{grad} \frac{\partial T(M, t)}{\partial t}, \quad (5)$$

обобщающему закон (4). Соотношение (5) в литературе получило название уравнения двухфазного запаздывания [7] (учитываются как релаксация теплового потока через коэффициент τ_r , так и градиента температуры через коэффициент τ_T). Соотношение (5) и уравнение теплового баланса приводят к следующему уравнению нестационарного теплопереноса гиперболического типа

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} = a\Delta \left[T(M, t) + \tau_T \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} \right] - \\ - \tau_r \frac{\partial^2 T(M, t)}{\partial t^2} + \frac{\tau_r}{c\rho} \left[\frac{\partial F(M, t)}{\partial t} + \frac{1}{\tau_r} F(M, t) \right], \quad (M, t) \in \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

применяемому для изучения переходного термического процесса в твердом теле при его резком тепловом нагреве и охлаждении [7].

Математическая теория краевых задач для уравнения (6) разработана в [8]. Полагая в (1) $L_i^{(r)} = -\tau_r$, $L_{ik} = -\lambda$, $L_{ik}^{\cdot} = -\lambda\tau_T$,

$$\bar{J}_i(M, t) = \frac{1}{\tau_r} \int_0^t \left[\bar{q}(M, \tau) + \tau_r \frac{\partial \bar{q}(M, \tau)}{\partial \tau} + \tau_r^2 \frac{\partial^2 \bar{q}(M, \tau)}{\partial \tau^2} \right] \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_r}\right) d\tau,$$

$$\bar{X}_k(M, t) = \frac{1}{\tau_T} \int_0^t \text{grad} \left[T(M, \tau) + \tau_T \frac{\partial T(M, \tau)}{\partial \tau} + \tau_T^2 \frac{\partial^2 T(M, \tau)}{\partial \tau^2} \right] \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_T}\right) d\tau,$$

приходим к следующему обобщенному закону для теплового потока

$$\bar{q}(M, t) = -\tau_r \frac{\partial \bar{q}(M, t)}{\partial t} - \tau_r^2 \frac{\partial^2 \bar{q}(M, t)}{\partial t^2} - \lambda \text{grad} T(M, t) - \lambda \tau_T \text{grad} \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} - \lambda \tau_T^2 \text{grad} \frac{\partial^2 T(M, t)}{\partial t^2}. \quad (7)$$

В соотношении (7) учитываются релаксация и теплового потока, и градиента температуры, то есть учитывается пространственно-временная нелокальность [9]. Из (7) следует, что тепловой поток и градиент температуры не могут изменяться мгновенно, а лишь с некоторым запаздыванием (ускорением) во времени, оцениваемым коэффициентами релаксации τ_r и τ_T . Следовательно, соотношение (7) представляет собой выражение полного закона сохранения, в котором пространственно-временные изменения теплового потока и температуры взаимно согласованы. Это условие адекватно протекания реальных физических процессов. Соотношение (7) перепишем в виде:

$$\bar{q}(M, t) + \tau_r \frac{\partial \bar{q}(M, t)}{\partial t} + \tau_r^2 \frac{\partial^2 \bar{q}(M, t)}{\partial t^2} = -\lambda \text{grad} \left[T(M, t) + \tau_T \frac{\partial T(M, t)}{\partial t} + \tau_T^2 \frac{\partial^2 T(M, t)}{\partial t^2} \right]. \quad (8)$$

Выражение (8) можно рассматривать как разложение левой и правой частей линейного градиентного соотношения Фурье $\bar{q}(M, t) = -\lambda \text{grad} T(M, t)$ в ряд по временной переменной с соответствующими коэффициентами релаксации [9]. В зависимости от принятого числа членов в разложении (8), которое порождено соотношением Онзагера (1), мы будем получать различного вида уравнения, как основу соответствующих краевых задач локально-неравновесного теплообмена. Первые слагаемые разложения в (8) приводят к локальному классическому уравнению теплопроводности параболического типа (2), поскольку оно выводится без учета временной и пространственной локальной неравновесности. Если ограничиться в (8) первыми двумя слагаемыми слева и первым справа, то придем к формуле для теплового потока Максвелла–Каттано–Лыкова (3) и далее к уравнению гиперболического типа (4), которое является нелокальным частично так как в нем учитывается лишь временная неравновесность релаксацией теплового потока. Если в (8) ограничиться первыми двумя слагаемыми слева и справа, то придем к уравнению двухфазного запаздывания и далее к уравнению гиперболического типа (4). Последнее учитывает релаксацию как теплового потока, так и градиента температуры, то есть учитывается как временная, так и пространственная нелокальность. Это уравнение описывает более полно локально-неравновесные процессы теплопереноса. Наиболее полное выражение (7) приводит к уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(M,t)}{\partial t} + \tau_r \frac{\partial^2 T(M,t)}{\partial t^2} + \tau_r^2 \frac{\partial^3 T(M,t)}{\partial t^3} = a\Delta \left[T(M,t) + \tau_T \frac{\partial T(M,t)}{\partial t} + \right. \\ \left. + \tau_T^2 \frac{\partial^2 T(M,t)}{\partial t^2} + \frac{1}{c\rho} \left[F(M,t) + \tau_r \frac{\partial F(M,t)}{\partial t} + \tau_r^2 \frac{\partial^2 F(M,t)}{\partial t^2} \right] \right], \quad (M,t) \in \Omega \end{aligned} \quad (9)$$

лежащему в основе математической модели локально-неравновесного теплопереноса с учетом пространственно-временной нелокальности [9].

Следует подчеркнуть, что феноменологические законы теплопереноса (3), (5), (7) на уровне элементарных актов и соответствующие им дифференциальные уравнения (4), (6), (9) вошли в теплофизику лишь в последние годы. Что касается математической теории постановки краевых задач для указанных уравнений и нахождения аналитических решений такого рода задач, то это направление теплофизики (и одновременно математической физики) находятся в самом начале своего развития.

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Исследуем тепловую реакцию бесконечной пластины в условиях температурного нагрева на основе краевой задачи для обобщенного уравнения (9) в области $\bar{\Omega} = (x \in [0, l] | t \geq 0)$ при $F = 0$; T_0 – начальная температура, T_c – температура плоско-стей симметрии. В безразмерных переменных

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad F_0 = \frac{at}{l^2}, \quad F_{01} = \frac{a\tau_r}{l^2}, \quad F_{01}^* = \frac{a\tau_r}{l^2}, \quad \Theta(\xi, F_0) = \frac{T(x,t) - T_c}{T_0 - T_c}. \quad (10)$$

Задача принимает вид

$$\frac{\partial \Theta}{\partial F_0} + F_{01} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial F_0^2} + F_{01}^2 \frac{\partial^3 \Theta}{\partial F_0^3} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + F_{01}^* \frac{\partial^3 \Theta}{\partial \xi^2 \partial F_0} + F_{01}^{*2} \frac{\partial^4 \Theta}{\partial \xi^2 \partial F_0^2}, \quad 0 < \xi < 1, \quad F_0 > 0, \quad (11)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1, \quad \frac{\partial \Theta(\xi, 0)}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \Theta(\xi, 0)}{\partial F_0^2} = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad (12)$$

$$\Theta(0, F_0) = \Theta(1, F_0) = 0, \quad F_0 > 0. \quad (13)$$

Аналитическое решение $\Theta(\xi, F_0)$ запишем в виде

$$\Theta(\xi, F_0) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(F_0) \sin n\pi\xi. \quad (14)$$

Из (11)–(14) находим:

$$\varphi_n(0) = \frac{2[1 - (-1)^n]}{n\pi} = \alpha_n, \quad (15)$$

$$F_{01} \frac{d^3 \varphi_n}{dF_0^3} + (F_{01} + \gamma_n^2 F_{01}^{*2}) \frac{d^2 \varphi_n}{dF_0^2} + (1 + F_{01}^* \gamma_n^2) \frac{d\varphi_n}{dF_0} + \gamma_n^2 \varphi_n = 0, \quad F_0 > 0, \quad (16)$$

$$\varphi_n(0) = \alpha_n, \quad \varphi_n'(0) = \varphi_n''(0) = 0, \quad \gamma_n^2 = (n\pi)^2. \quad (17)$$

В пространстве изображений по Лапласу $\bar{\varphi}_n(p) = \int_0^{\infty} \exp(-pF_0) \varphi_n(F_0) dF_0$ решение задачи Коши (16)–(17) запишем в виде:

$$\frac{\bar{\varphi}_n(p)}{\alpha_n} = \frac{p^2 + \gamma_{1n}p + \gamma_{2n}}{p^3 + \gamma_{1n}p^2 + \gamma_{2n}p + \gamma_{3n}}, \quad (18)$$

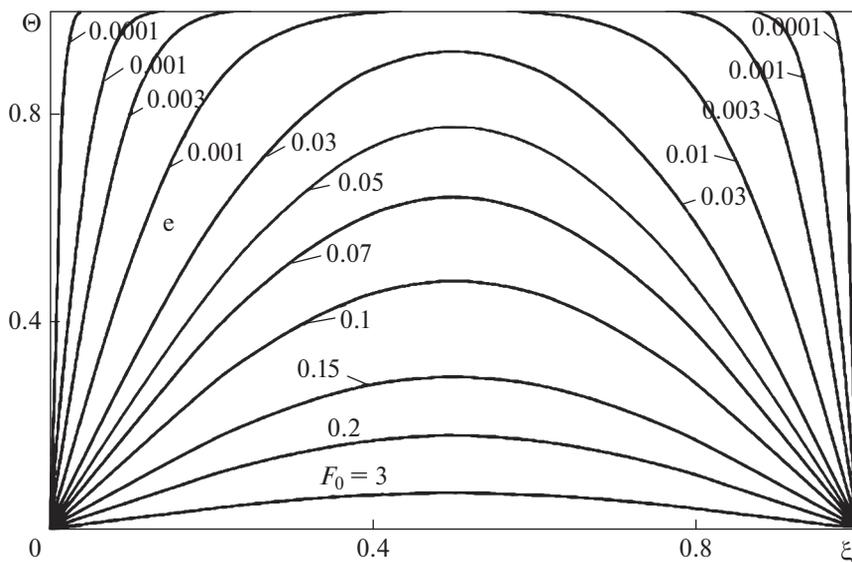


Рис. 1. Распределение температуры в пластине: $F_{01} = 10^{-3}$, $n = 10^4$ (n – число членов ряда в (21)).

где введены обозначения

$$\gamma_{1n} = \frac{F_{01} + \gamma_n^2 F_{01}^{*2}}{F_{01}^2}, \quad \gamma_{2n} = \frac{1 + F_{01}^* \gamma_n^2}{F_{01}^2}, \quad \gamma_{3n} = \frac{\gamma_n^2}{F_{01}^2}. \quad (19)$$

Нахождение оригинала для (18) достаточно длительная вычислительная процедура, что предполагается проделать в последующей публикации. В настоящем численном эксперименте рассматривается случай $F_{01} = F_{01}^*$. Находим из (18)–(19):

$$\frac{\overline{\varphi}_n(p)}{\alpha_n} = \frac{F_{01} (F_{01} p + 1)}{F_{01}^2 p^2 + F_{01} p + 1} + \frac{1}{(p + \gamma_n^2) (F_{01}^2 p^2 + F_{01} p + 1)}. \quad (20)$$

Находим оригиналы (20) и записываем искомое решение в виде (14):

$$\Theta(\xi, F_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n} \sin n\pi z \left\{ \frac{2}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\sqrt{3} F_0}{2 F_{01}} + \frac{\pi}{3} \right) \exp \left(-\frac{F_0}{2 F_{01}} \right) + \frac{4}{[1 - 2(n\pi)^2 F_{01}]^2 + 3} \left[1 - \cos \left(\frac{\sqrt{3} F_0}{2 F_{01}} \right) \exp \left(-\frac{F_0}{2 F_{01}} \right) + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \left(\frac{\sqrt{3} F_0}{2 F_{01}} \right) \exp \left(-\frac{F_0}{2 F_{01}} \right) \right] \right\}. \quad (21)$$

На рис. 1 приведены изохромы области $0 < \xi < 1$ (температурные кривые по ξ при фиксированном F_0), рассчитанные по решению (21) (рис. 1, 2). Из данных рис. 1 следует, что при малом значении $F_{01} = 10^{-3}$ и $F_0 \geq 10^{-4}$ полученные кривые совпадают с аналогичными для классической тепловой задачи на основе уравнения Фурье (2) (при $F = 0$) [2]. В [9] отмечены особенности аналитического решения задачи (11)–(13) для более малых значений F_{01} и F_0 , то есть для $F_{01} = 10^{-10}$ и $F_0 < 10^{-6}$ (что представляет интерес для исследования высокоинтенсивных процессов в диапазоне времен микросе-

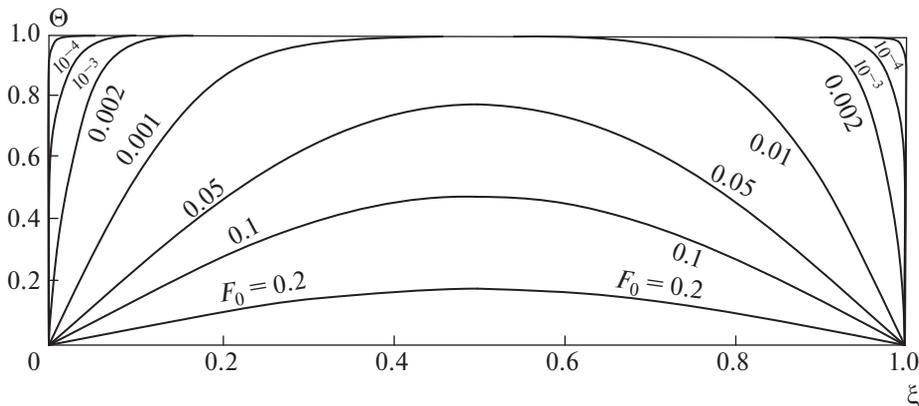


Рис. 2. Распределение температуры в пластине: $F_{01} = 10^{-6}$, $n = 10^5$ (n – число членов ряда в (21)).

кундной длительности). Описаны скачки температуры в окрестности граничных точек (рис. 2) области и установлено, что совпадения кривых с кривыми для параболического уравнения не наблюдается. Наличие указанных скачков температуры на временном участке, близком к начальному, свидетельствует о том, что ввиду теплоинерционности среды температурный нагрев границы не может быть принят мгновенно: плоскости симметрии пластины $x \in [0, l]$ принимают температуру T_c лишь за некоторый конечный отрезок времени t_0 , что означает, что более физично было бы условие

$$T(0, t) = T(l, t) = \frac{T_c - T_0}{t_0} [t - \eta(t - t_0)(t - t_0)] + T_0,$$

где $\eta(z)$ – единичная функция Хевисайда.

Сравним аналитические решения первой краевой задачи для гиперболических уравнений (9) и (6) (при $F = 0$). В последнем случае имеем в безразмерных переменных (10) задачу:

$$\frac{\partial \Theta(\xi, F_0)}{\partial F_0} + F_{01} \frac{\partial^2 \Theta(\xi, F_0)}{\partial F_0^2} = \frac{\partial^2 \Theta(\xi, F_0)}{\partial \xi^2}, \quad 0 < \xi < 1, \quad F_0 > 0, \quad (22)$$

$$\Theta(\xi, 0) = 1, \quad \frac{\partial \Theta(\xi, 0)}{\partial F_0} = 0, \quad 0 \leq \xi \leq 1, \quad (23)$$

$$\Theta(0, F_0) = \Theta(1, F_0) = 0, \quad F_0 > 0, \quad (24)$$

Решение $\Theta(\xi, F_0)$ находится по развитой методике (14)–(20) и записывается в виде:

при $4\gamma_n^2 F_{01} < 1$

$$\Theta(\xi, F_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1 - (-1)^n}{n} \right] \sin n\pi\xi \left[\frac{\alpha_n F_{01} - 1}{\alpha_n - \beta_n} \exp(-\alpha_n F_0) + \frac{\beta_n F_{01} + 1}{\beta_n - \alpha_n} \exp(-\beta_n F_0) \right], \quad (25)$$

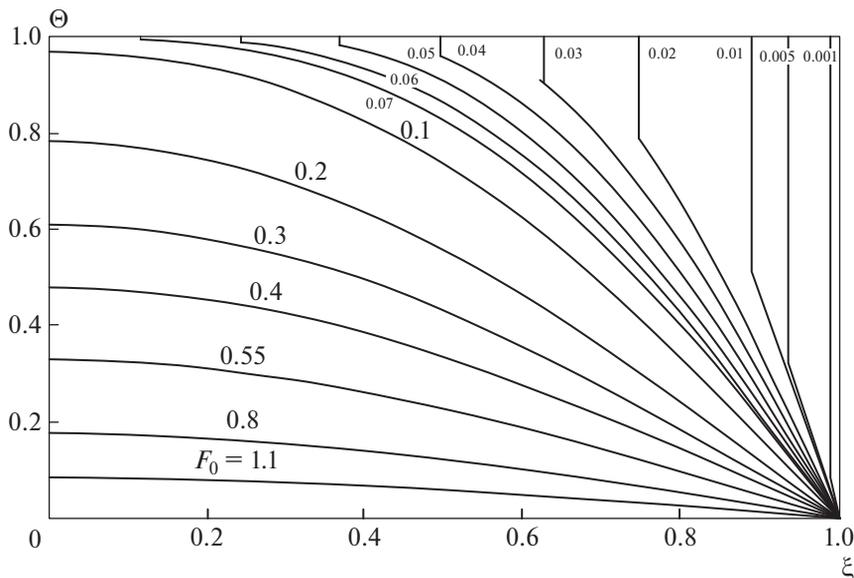


Рис. 3. Распределение температуры в пластине: $F_{0r} = 6.25 \times 10^{-3}$, $n = 10^5$ (n – число членов ряда (25)–(27)).

где

$$\left. \begin{aligned} \alpha_n &= \left[1 - \sqrt{1 - 4\gamma_n^2 F_{0_1}} \right] / 2F_{0_1} \\ \beta_n &= \left[1 - \sqrt{1 + 4\gamma_n^2 F_{0_1}} \right] / 2F_{0_1} \\ \gamma_n^2 &= (n\pi)^2 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

при $4\gamma_n^2 F_{0_1} > 1$

$$\Theta(\xi, F_0) = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - (-1)^n]}{n} \sin n\pi z \times \left[\cos\left(\sqrt{4\gamma_n^2 F_{0_1} - 1} / 2F_{0_1}\right) + \frac{\sin\left(\sqrt{4\gamma_n^2 F_{0_1} - 1} / 2F_{0_1}\right)}{\sqrt{4\gamma_n^2 F_{0_1} - 1}} \right] \exp\left(-\frac{F_0}{F_{0_1}}\right). \quad (27)$$

Результаты, рассчитанные по формулам (25)–(27) представлены на рис. 3. Анализ кривых показывает, что при малых F_0 и $F_{0_1} = 0.15 \times 10^{-2}$ на границе теплового возмущения наблюдается скачок температуры, то есть образуется фронт тепловой волны, в пределах которой температура изменяется от ее значения на фронте до начальной. Область среды, находящейся за фронтом теплового возмущения, оказывается невозмущенной и температура здесь равна начальной. При достаточно больших значениях времени $F_0 > 0.02$ ($F_{0_1} = 0.15 \times 10^{-2}$) значения температуры совпадают с величинами, полученными из решения параболического уравнения. Более подробный анализ особенностей аналитических решений тепловых задач для уравнения (22) проведен в [9].

ВЫВОДЫ

Показано, что соотношение Онзагера, приводящее последовательно все более к обобщающим феноменологическим законам нестационарного теплопереноса на уровне элементарных актов, дает результаты, совпадающие с разложением линейного градиентного закона Фурье для теплового потока в ряд по времени с коэффициентами релаксации теплового потока и градиента температуры. На основе полученных соотношений рассмотрены новые модельные представления нестационарного теплообмена, обобщающие классические феноменологические модели Фурье. Рассмотрена серия краевых задач локально-неравновесного теплопереноса с учетом пространственно-временной нелокальности (и ее частного случая) о температурном нагреве бесконечной пластины. Найдены точные аналитические решения, проведен численный эксперимент и описаны его особенности.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-38-00059 мола.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лыков А.В.* Применение методов термодинамики необратимых процессов к исследованию тепло- и массообмена / Инж.-физич. журн. 1965. Т. 9. № 3. С. 287–304.
2. *Лыков А.В.* Теория теплопроводности. М. Высш. школа. 1967. С. 600.
3. *Карташов Э.М.* Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М. Высш. школа. 2001. С. 540.
4. *Карташов Э.М., Кудинов В.А.* Аналитическая теория теплопроводности и прикладной термоупругости. М.: URSS. 2012. С. 655.
5. *Карташов Э.М.* Аналитические решения гиперболических моделей теплопроводности / Инж.-физич. журн. 2014. Т. 87. № 5. С. 1–10.
6. *Кудинов В.А., Кудинов И.В., Карташов Э.М.* (общая редакция). Методы решения параболических и гиперболических уравнений. М.: URSS. 2015. С. 280.
7. *Кирсанов Ю.А., Юдахин А.Е.* Переходные термические процессы в твердом теле / Изв. РАН, Энергетика. 2015. № 6. С. 45–51.
8. *Карташов Э.М.* Математические модели теплопроводности с двухфазным запаздыванием / Инж.-физич. журн. 2016. Т. 89. № 1. С. 34–35.
9. *Кудинов В.А., Кудинов И.В.* Математическая модель локально-неравновесного теплопереноса с учетом пространственно-временной нелокальности / Инж.-физич. журн. 2015. Т. 85. № 2. С. 393–408.

The New Model Ideas Unsteady Heat Transfer

E. M. Kartashov^{a,*}, I. V. Kudinov^b, and V. A. Kudinov^b

^a*Moscow University of Technology (MITHT), Moscow, Russia*

^b*Samara State Technical University, Samara, Russia*

*e-mail: kartashov@mitht.ru

We consider a series of new model concepts unsteady heat transfer through the Onsager relations. Having consistently different representation of the thermodynamic driving force and constant phenomenological ratio Onsager gives more generalizing the laws of heat transfer at the level of elementary events and the using the basic equation of energy these laws lead to the basic differential equations of locally nonequilibrium heat transfer underlying the corresponding boundary value problems of non-stationary heat conduction. Numerical experiments on the description of the thermal response of infinity plate with the heating temperature within the new model representations of unsteady heat transfer. The features derived analytical solutions.

Keywords: Onsager relation, the basic phenomenological laws of heat transfer, heat transfer differential, boundary value problems, analytical solution