

УДК 523.9

КОРРЕЛЯЦИЯ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ЧИСЕЛ ВОЛЬФА И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

© 2022 г. С. В. Старченко¹, *, С. В. Яковлева¹, **¹Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия

*e-mail: sstarchenko@mail.ru

**e-mail: svyakov@inbox.ru

Поступила в редакцию 28.02.2022 г.

После доработки 11.04.2022 г.

Принята к публикации 25.05.2022 г.

Приведены результаты исследования корреляции среднегодовых чисел Вольфа W и их временных производных W' при сдвигах во времени фрагментов рядов W и W' относительно друг друга. Наиболее значимые (до 0.88 и -0.85) коэффициенты корреляции и антикорреляции получаются при сдвигах на два-три года для фрагментов, охватывающих два 11-летних цикла. Для более длительных фрагментов коэффициенты остаются значимыми (на уровнях около ± 0.8) при тех же сдвигах. Поэтому сдвиг по фазе между W и W' составляет примерно четверть солнечного цикла, что физически соответствует преимущественной связи пятен с магнитной энергией. При этом также значим сдвиг на 8–9 лет, которому соответствуют коэффициенты корреляции на уровнях около ± 0.75 . Обсуждаются прогностические потенциалы полученных корреляционных зависимостей.

DOI: 10.31857/S0016794022050169

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение корреляционных свойств чисел Вольфа W преследует преимущественно прогностические цели, например, [Витинский, 1973; Ишков и Шибяев, 2006; Abdel-Rahman and Marzouk, 2018; Petrovay, 2020; McIntosh et al., 2020]. Поэтому корреляции, а фактически – автокорреляции, прежде всего, ищут между оригинальными или преобразованными фрагментами рядов W , разделенными временными интервалами. Таким образом исследуется и форма солнечного цикла, которая изучалась ранее, например, Ivanov [2020]. Применяемое нами простейшее преобразование ряда W в соответствующий ряд производных $W' = dW/dt$ также уже исследовалось, см., например, [Наговицын и Кулешова, 2012]. Однако в предлагаемой работе мы исследуем производные и исходный ряд с помощью нашей оригинальной методики вычисления корреляции сдвинутых во времени рядов. Вместе с тем, можно частично увязать проявления подобных производных с известным эффектом Вальдмайера (антикорреляция между временами нарастания цикла солнечных пятен и их амплитуд) и его модификациями, например, [Petrovay, 2020; Takalo and Mursula, 2018; Dmitrieva et al., 2000].

Первоочередная задача этой работы – выявление базовых корреляционных зависимостей меж-

ду сдвигаемыми по времени относительно друг друга рядами чисел Вольфа и их производными (W и W'). Работа в первую очередь нацелена на прояснение физической и статистической сути, а частично и прогностического потенциала временных и фазовых сдвигов, получаемых при наиболее значимых корреляциях.

2. ДИНАМИКА 1700–2021 гг.

Мы используем среднегодовые числа Вольфа W с 1700 по 2021 гг. в версии v2 из (<http://sidc.oma.be/silso/datafiles>). Временные производные $dW/dt \equiv W'$ получены на ту же середину года, что и W , посредством взятия среднего от производной слева и справа. Это простейшее усреднение производной, вероятно, несколько сглаживает изначальные ошибки, проистекающие из наблюдательного и договорного определения W .

На рисунке 1 представлена эволюция чисел Вольфа и их производных с вычетом соответствующих средних значений за рассматриваемый интервал 1700–2021 гг. Числа Вольфа за вычетом среднего (далее средние всякий раз определяются именно по рассматриваемым интервалам) обозначаем строчной буквой w , а их производную за вычетом средней же производной соответственно w' . Эти, фактически, отклонения от среднего мы по-прежнему будем называть числами Вольфа и

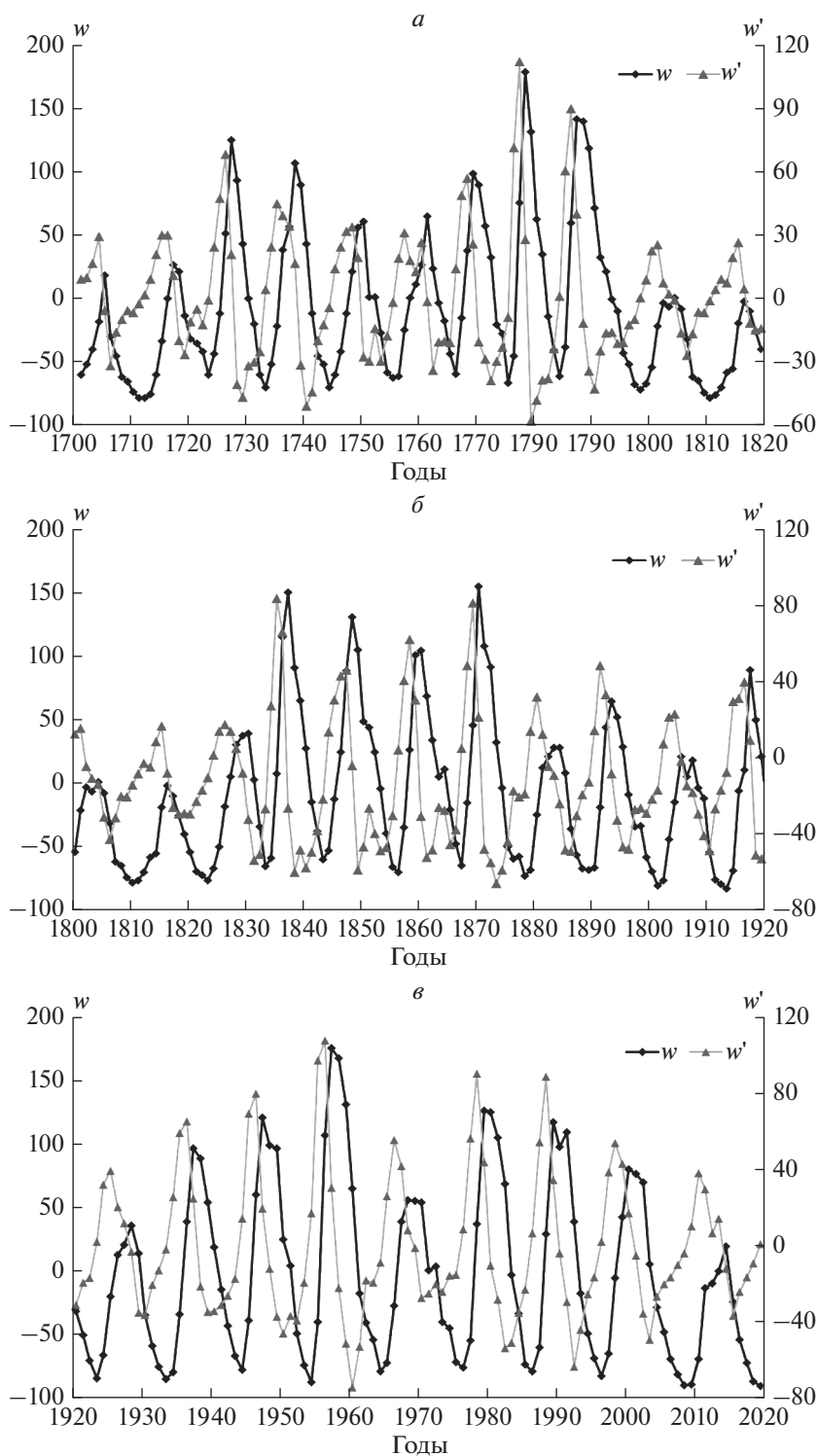


Рис. 1. Эволюция модифицированных (посредством вычета среднего) чисел Вольфа w и их временных производных w' за 1700–2020 гг. Правая вертикальная ось в 1/год для w' , левая безразмерная — для w .

их производными для краткости. Такие отклонения используется нами для более четкого проявления вариативности, ведущей к более значимым корреляциям.

Почти повсеместно на рис. 1 максимум в производной проявляется примерно за два-три года до максимума в числах Вольфа w , а минимум в производных w' — за примерно два-три года до

Таблица 1. Коэффициенты корреляции между рядами w и w' различной протяженности I

Z	$K (I=22)$	$K (I=44)$	$K (I=88)$	$K (I=176)$	$K (I=322)$
10	-0.709	-0.271	-0.237	-0.330	-0.209
9	-0.834	-0.620	-0.621	-0.637	-0.509
8	-0.738	-0.727	-0.746	-0.699	-0.623
7	-0.433	-0.598	-0.611	-0.548	-0.518
6	-0.021	-0.287	-0.289	-0.244	-0.244
5	0.395	0.135	0.131	0.143	0.115
4	0.750	0.546	0.528	0.515	0.463
3	0.877	0.799	0.792	0.769	0.714
2	0.745	0.796	0.812	0.793	0.761
1	0.440	0.540	0.548	0.542	0.531
0	0.030	0.013	0.002	0.006	0.000
-1	-0.420	-0.519	-0.544	-0.534	-0.530
-2	-0.730	-0.784	-0.807	-0.789	-0.760
-3	-0.852	-0.789	-0.787	-0.766	-0.713
-4	-0.704	-0.535	-0.517	-0.511	-0.462
-5	-0.342	-0.109	-0.106	-0.135	-0.112
-6	0.064	0.321	0.318	0.257	0.246
-7	0.444	0.634	0.632	0.560	0.514
-8	0.724	0.772	0.761	0.710	0.616
-9	0.490	0.664	0.625	0.645	0.502
-10	0.227	0.320	0.222	0.337	0.201

Примечание: K – результирующий коэффициент корреляции, I – протяженность фрагментов временных рядов в годах, Z – шаг (в годах), на который происходит сдвиг временных фрагментов (знак минус означает смещение назад во времени).

минимума в числах. При этом относительные значения w близки к сдвинутым на те же два–три года вперед относительным значениям w' . Эти обстоятельства очевидным образом предвосхищают наиболее значимые корреляции.

3. КОРРЕЛЯЦИИ СДВИНУТЫХ РЯДОВ

Для нашего (насколько нам известно – оригинального) “сдвигового” корреляционного анализа мы используем как базовый ряд – ряд чисел Вольфа $w(t)$, относительно которого сдвигаем ряд производных $w'(t)$ по времени на Z лет. При положительном Z w' сдвигается вперед в будущее, а при отрицательном – назад в прошлое. Таким образом, мы сопоставляем $w(t)$ с $w'(t-Z)$. При положительных значениях Z предшествующее w' соотносится с последующим (через Z лет) w , и появляется возможность (при значимой корреляции) грубо предсказывать будущие w по предшествующим w' . Когда $Z < 0$, наоборот, по прошлым w потенциально представляется возможность предсказать динамику будущих w' .

При непосредственных расчетах мы выделяли ведущий фрагмент ряда (w' при $Z > 0$ и w при $Z < 0$), начиная от его современного значения до момен-

та, который отстоит на $I + |Z|$ лет в прошлое. Затем мы сдвигали соответствующий дополняющий (w при $Z > 0$ и w' при $Z < 0$) ряд длиной I на $|Z|$ назад и вычисляли коэффициент корреляции $K(Z)$ по самоочевидной формуле:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^I w_i w'_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^I (w_i)^2 \sum_{i=1}^I (w'_i)^2}}. \quad (1)$$

Здесь i отсчитывается (из прошлого к настоящему) от I -го значения в прошлое для дополняющего ряда и от $(I + |Z|)$ -го – для ведущего ряда.

Результирующие коэффициенты корреляции K представлены в табл. 1 для фрагментов рядов длиной $I = 22, 44, 88, 176$ (лет) и всего доступного ряда с $I = 322$ (года). Наиболее значимые корреляции/антикорреляции выделены жирным шрифтом. Очевидна наивысшая значимость сдвигов производных w' как в будущее, так и в прошлое на 2–3 года. Следующие по значимости – сдвиги на 8–9 лет в будущее, а в прошлое значимы сдвиги только на 8 лет.

Абсолютные величины значимых коэффициентов не совсем монотонно и довольно незначительно, но регулярно уменьшаются с увеличением длины выбранных фрагментов рядов. Это,

возможно, — следствие несколько уменьшающейся связанности недалеких от современных значений с все более и более отдаленными прошлыми значениями и/или просто — с увеличивающейся недостоверностью исходных данных по мере погружения в прошлое.

Проиллюстрируем графически наиболее значимые коэффициенты K из табл. 1.

В качестве примера на рисунках 2а, 2б представлены графики смещения w относительно w' для разных Z на основе расчетов по XVI–XXIV солнечным циклам ($I = 88$). Значения w' не смещены и соответствуют рис. 1в. При этом ряд значений w смещен относительно ряда w влево (что эквивалентно смещению ряда w' вправо) по оси абсцисс на величину $Z = 2$, $Z = 3$ и $Z = 8$ соответственно. Из рисунка 2а видно, что корреляция максимумов и минимумов w и w' не одинаково идеальна для разных циклов, но, в целом, достаточно очевидна. То же самое можно сказать и об антикорреляции на рис. 2б.

Аналогичное выявление корреляции и антикорреляции было проведено на основе расчетов по всему *достоверному ряду* относительных чисел солнечных пятен [Ишков, 2013] на временной шкале в 176 лет. При этом не привлекались к исследованию восстановленные ряды (1755–1848 г.), так как “достоверный и восстановленный ряды чисел Вольфа имеют совершенно разные спектральные характеристики и значимо отличаются по статистическим параметрам” [Ишков и Шибаяев, 2006]. На рисунках 2в, 2г представлены графики смещения w относительно w' для разных Z на интервале 1845–1920 г. (X–XV солнечные циклы) как часть этого полного ряда ($I = 176$). Очевидно, что корреляция и антикорреляция максимумов и минимумов w и w' на этом интервале также имеют место, хотя и менее ярко выражены, чем для последних циклов, изображенных на рис. 2а, 2б, что подтверждается также меньшим значением коэффициента корреляции в таблице. Принимая во внимание перспективу дальнейшего развития исследования в направлении прогнозирования времени наступления максимума солнечной активности, наибольшее значение приобретают последние два цикла с $I = 22$.

На рисунке 3а, 3б представлены графики смещения w' относительно w для разных Z на основе расчетов по последним примерно четырем магнитным солнечным циклам или $I = 88$ (лет). В этом случае, наоборот, ряд w остается закрепленным относительно оси абсцисс, а ряд w' смещен относительно него влево на 2, 3 и 8 лет, что соответствует $Z = -2$, $Z = -3$ и $Z = -8$. На рис. 3в, 3г представлены аналогичные графики для более ранних циклов X–XV.

4. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗНАЧИМЫХ СДВИГОВ

Самая простая и вместе с тем достаточно реалистическая физическая модель изменения магнитного поля (в относительных единицах, связанных со средней величиной амплитуды) во время солнечного цикла — это синусоида: $\sin(\pi t/T_c)$, где T_c — период цикла солнечной активности (~11 лет). Если предположить, что динамика исходных чисел Вольфа W связана с магнитной энергией, то тогда $W = [\sin(\pi t/T_c)]^2$, а рассматриваемые здесь числа Вольфа за вычетом среднего

$$w = [\sin(\pi t/T_c)]^2 - 1/2 = -\cos(2\pi t/T_c)/2. \quad (2)$$

При этом временные производные W' и w' совпадают:

$$W' = w' = (\pi/T_c)\sin(2\pi t/T_c). \quad (3)$$

Введя фазовую переменную $x = \pi t/T_c$, умножим (2) и (3) на соответствующие коэффициенты, позволяющие эффективно сравнивать (аналогичная процедура необходима и для прогнозных оценок) эти выражения (2) и (3). В результате сравниваем нормированные функции $w_n = -\cos(2x)$ и $w'_n = \sin(2x)$. Очевидно, что фазовые сдвиги (для достижения полного совпадения) соответствуют $1/4$ и $3/4$ величины периода T_c , что очень хорошо согласуется со всеми изложенными выше исследованиями.

Разумеется, профиль реального цикла магнитной активности отличается от синусоиды, но его неизбежной чертой является наличие отрицательной и положительной составляющей магнитного поля, которые проявляются на полном периоде $2T_c$. Соответствующую активность пятен простейшим образом можно увязать с квадратом величины магнитного поля, который в свою очередь согласуется с магнитной энергией. При этом естественным образом, происходит удвоение частоты и уменьшение в два раза (с $\pi/2$ для магнитного цикла до $\pi/4$ для цикла пятен) фазового сдвига между производной и исходной величиной, которые и проявляются в максимальных корреляциях и антикорреляциях при соответствующих сдвигах.

Альтернативно можно рассматривать модуль магнитного поля, но он неизбежно приведет к таким разрывам производных (в минимумах), которые представляются нам неприемлемыми. При этом, возможно, некоторую роль в проявлениях солнечной активности играют четвертая, шестая и более высокие четные степени модуля магнитного поля. Выявление относительных ролей всех этих степеней требует проведения отдельных работ, а пока мы гипотетически примем, что доминирует вторая степень или квадратичная зависимость.

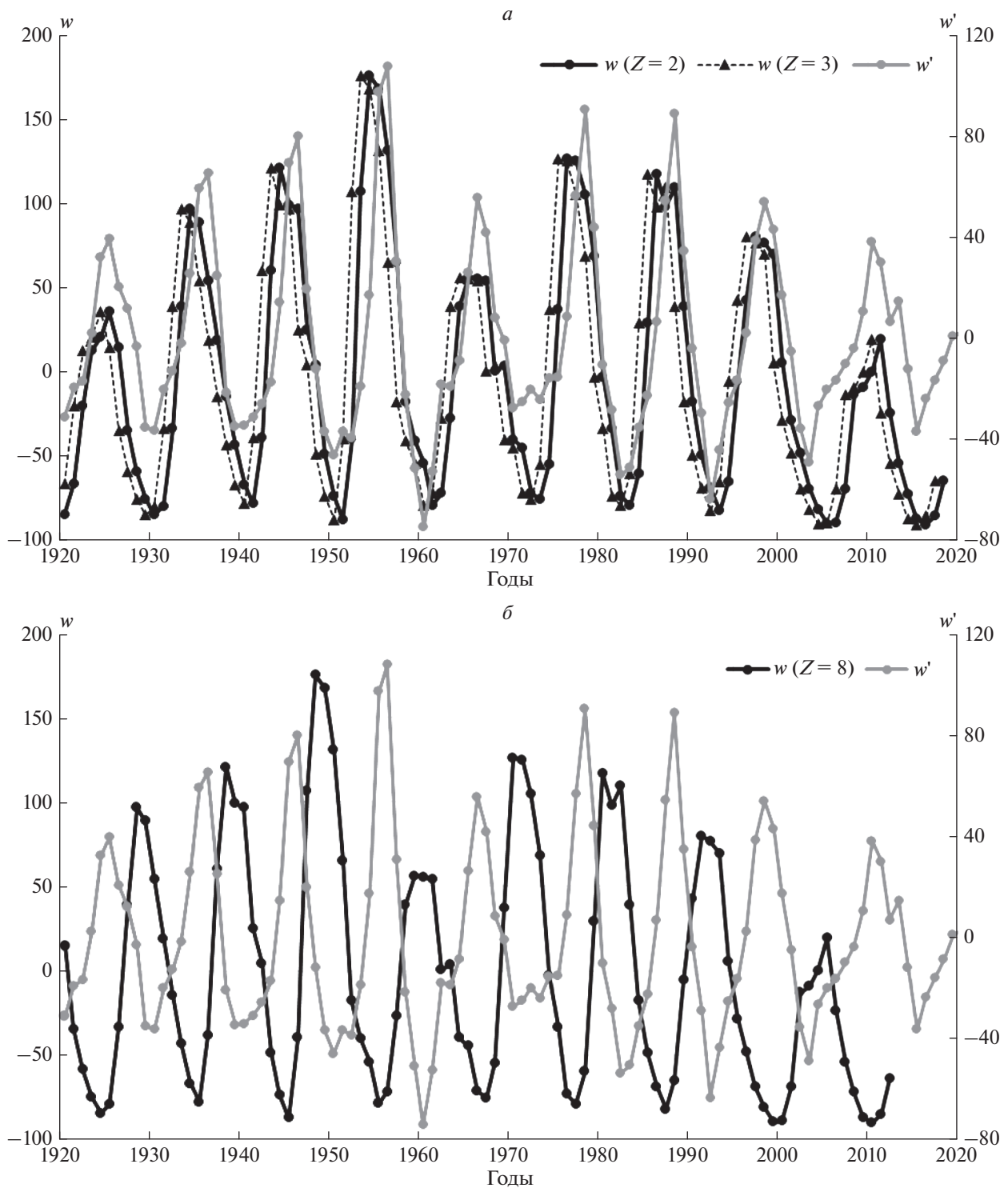


Рис. 2. Графики смещения w относительно w' для $Z = 2, 3$ и 8 (лет) на основе расчетов по XVI–XXIV магнитным солнечным циклам (*а, б*) и XX–XV (*в, з*).

5. ОБСУЖДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Наша работа, безусловно, во многих аспектах может быть продолжена и намного улучшена, поскольку в рамках предлагаемых нами концепций можно провести множество других исследова-

ний, весьма существенно дополняющих, уточняющих и даже, возможно, несколько пересматривающих полученные нами результаты. Основная предлагаемая нами концепция заключается в выделении корреляций между сдвинутыми по вре-

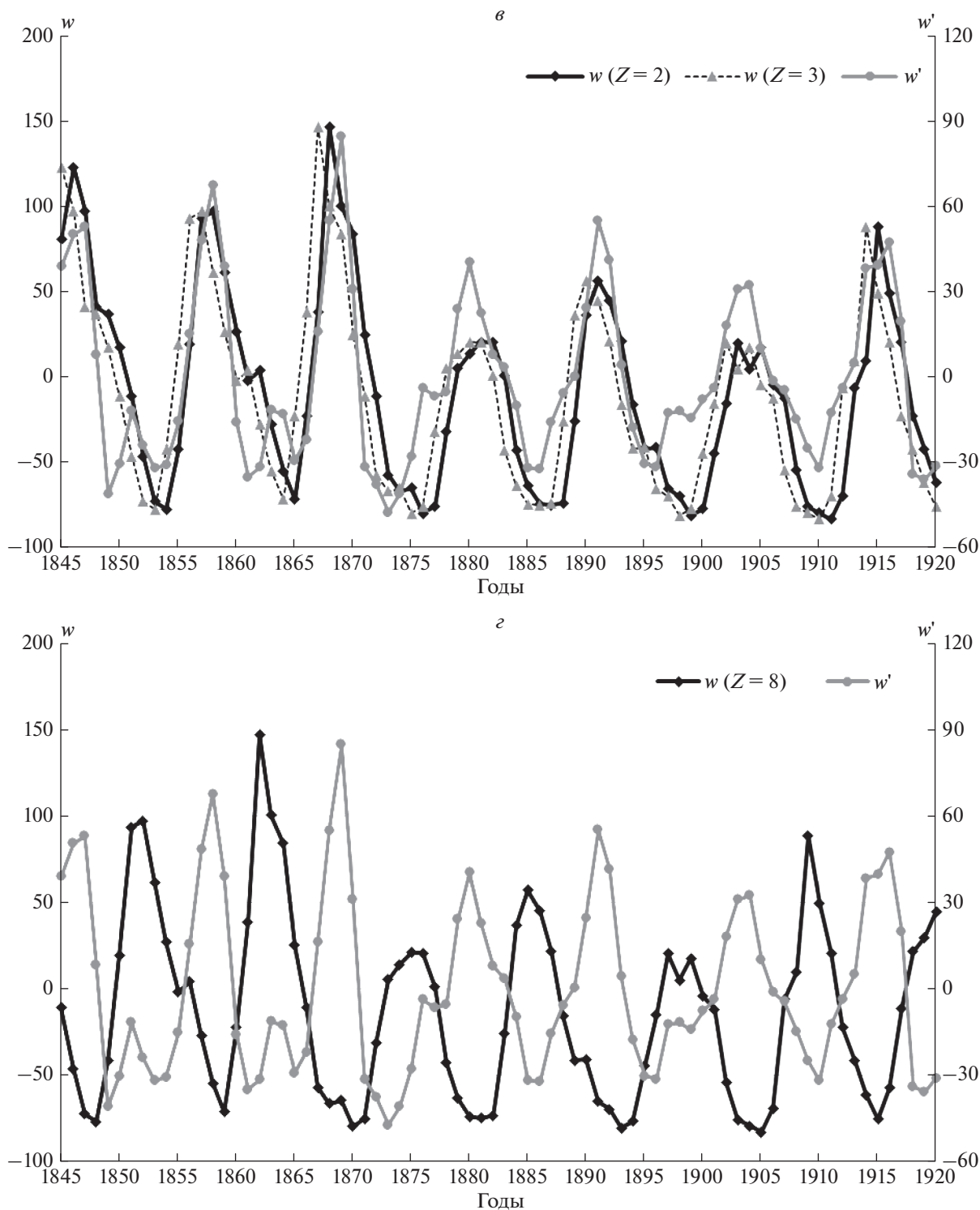


Рис. 2. Окончание.

мени относительно друг друга фрагментами рядов чисел Вольфа и их производных. Мы не исключаем, что что-то подобное уже было сделано, но нам это представляется маловероятным, поскольку аналогичные исследования должны были породить немало работ, которые не смогли

бы ускользнуть от нашего и уважаемых рецензентов поиска. Мы надеемся, что эта краткая работа будет далее существенно развита как нами, так и многими другими исследователями не только и не столько в плане доминирующих ныне прогностических оценок, но и в плане проявления веро-

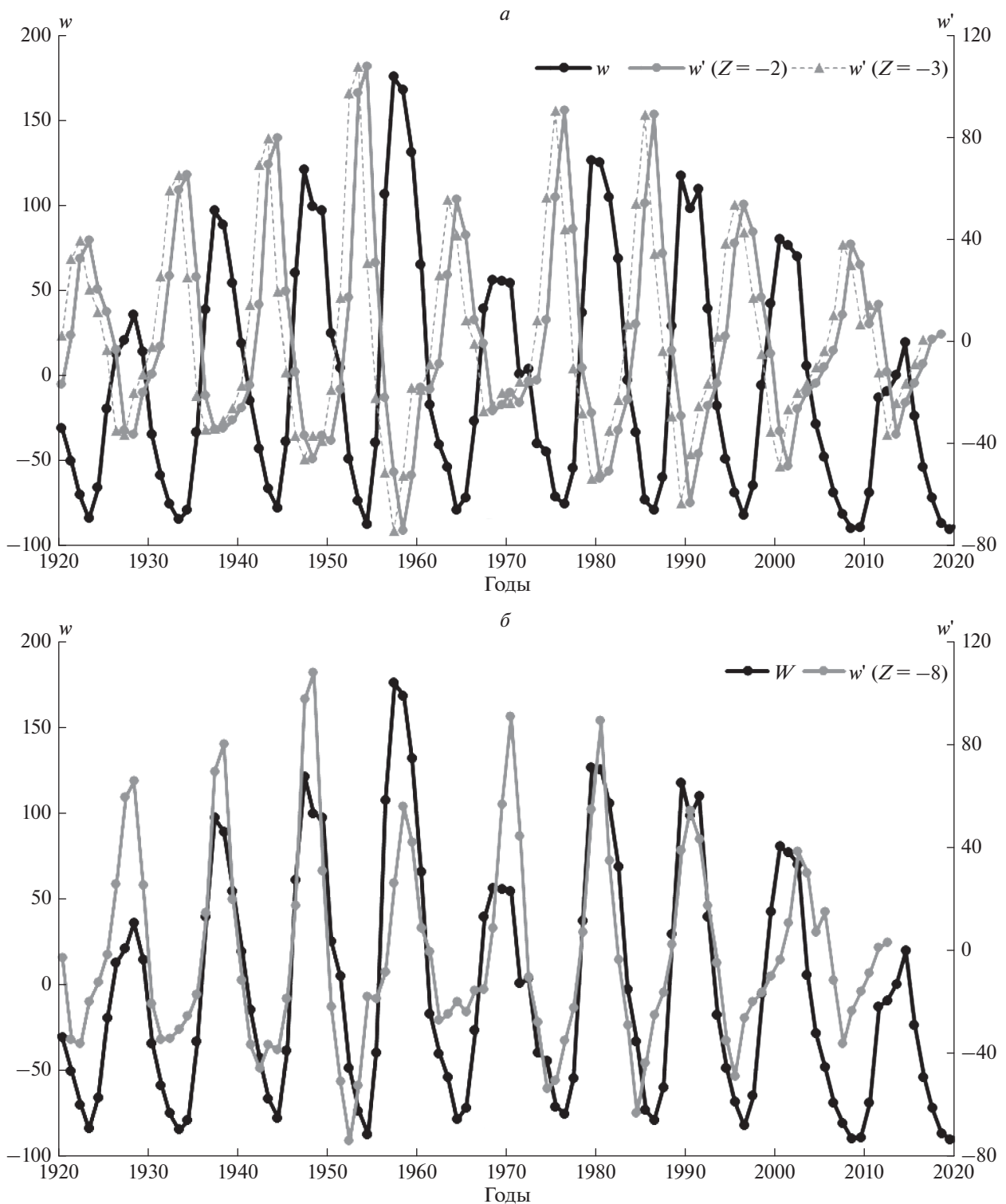


Рис. 3. Графики смещения w' относительно w для $Z = -2, -3$ и -8 (лет) на основе расчетов по XVI–XXIV магнитным солнечным циклам (*а, б*) и XX–XV (*в, г*).

ятностных, физических и статистических основ различных периодических линейных и нелинейных процессов.

Для потенциальных прогностических оценок просим обратить Ваше внимание на рис. 2 и 3, на которых есть сдвинутые назад в прошлое графи-

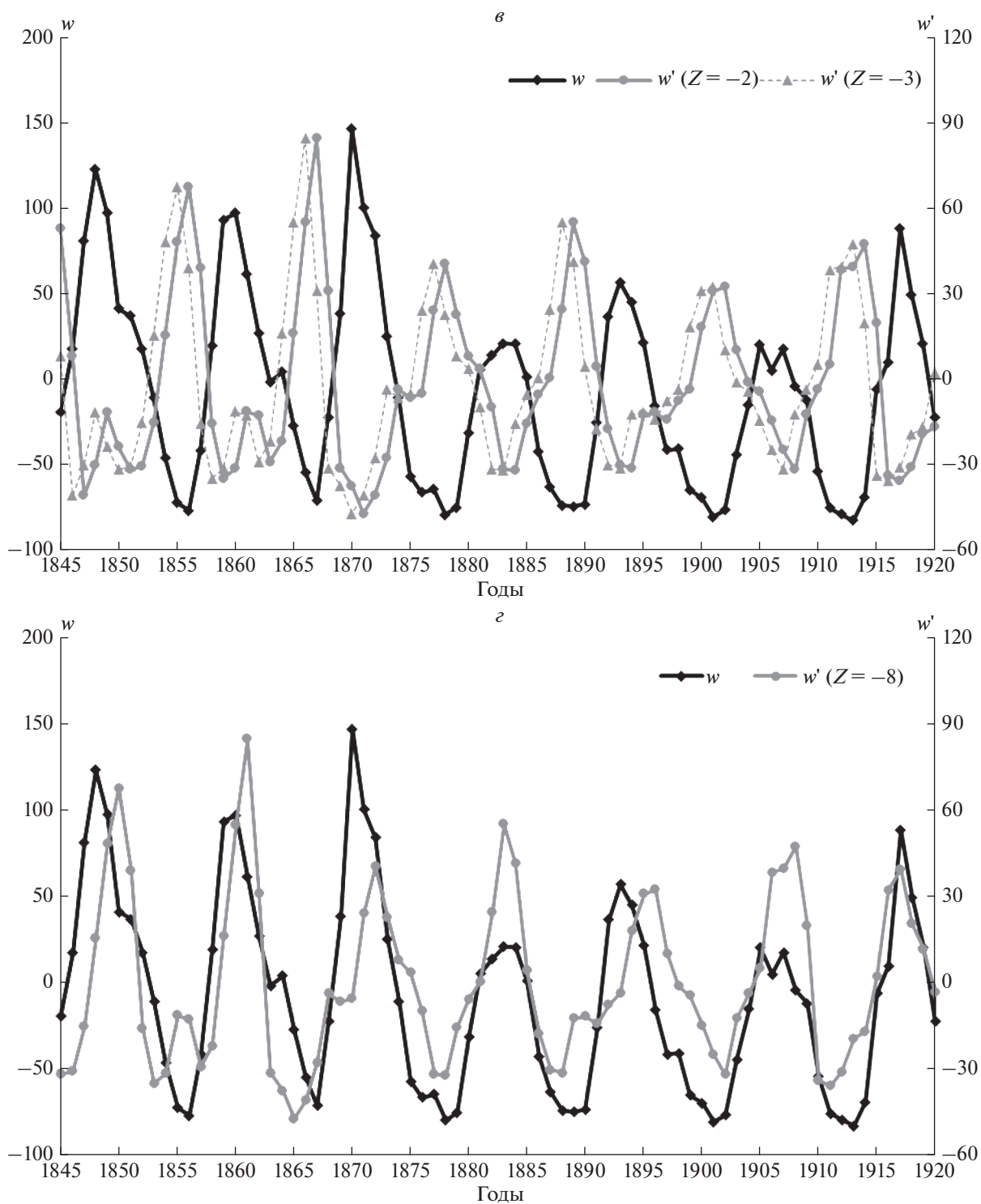


Рис. 3. Окончание

ки. Для соответствующих величин можно сделать прогноз по “опережающим” их графикам. Также можно привлечь для прогнозов и другие значимые “сдвиговые” корреляции. Это потребует отдельных работ, множество которых нами еще

очерчено не вполне, и мы будем рады, если наши коллеги помогут нам.

В любом случае мы, прежде всего, выделяем именно нашу, как нам представляется, простую идею о “сдвиговой” корреляции, которая, есте-

ственным образом, может быть весьма существенно дополнена и использована на больших и детальных массивах данных (вплоть до Big Data). Ее полезность для прогностических оценок (к которым мы, признаться, относимся с некоторой осторожностью из-за наличия большой и бесспорной случайной составляющей в солнечной активности) мы не ставим во главу угла, а надеемся, что она в большей степени будет полезна для выявления вероятностной, статистической и физической сути рассматриваемой магнитной активности Солнца.

Сформулируем основные результаты представленной работы.

1. Исследованы корреляции среднегодовых чисел Вольфа W и их производных по времени W' при временных сдвигах фрагментов рядов W и W' относительно друг друга. При этом для достижения значимых корреляций актуально исследуются отклонения от средних значений для этих рядов.

2. Наиболее значимые (до 0.88 и -0.85) коэффициенты корреляции и антикорреляции получаются при сдвигах на два-три года для фрагментов, охватывающих полный магнитный цикл (22 года).

3. Исследованы фрагменты длиной 44, 88, 176 и 322 (весь ряд) года. При этом коэффициенты остаются значимыми (на уровнях около ± 0.8) для таких же сдвигов на 2–3 года.

4. Получен главный сдвиг по фазе $\pi/4$ между числами Вольфа и их производными, который составляет примерно четверть солнечного цикла, что статистически и физически хорошо соответствует преимущественной связи пятен с магнитной энергией.

5. При этом также значимы сдвиги на 8–9 лет, которым соответствуют коэффициенты корреляции на уровнях около ± 0.75 и фазовый сдвиг на $3\pi/4$ или на $3/4$ длины цикла солнечной активности. Такой сдвиг также естественным образом увязывается с простейшей вариативностью магнитной энергии.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена за счет бюджета Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН в рамках государственного финансирования.

7. БЛАГОДАРНОСТИ

Мы признательны анонимному рецензенту за предоставление полезных ссылок о форме цикла активности, сравнительных исследований производных от чисел Вольфа и за весьма конструктивные предложения по оформлению работы.

Другому рецензенту, Виталию Никитичу Ишкову, мы признательны как за совет расширить графические иллюстрации корреляций на весь набор достоверных рядов чисел Вольфа, так и за соображения о возможной природе связи фазового сдвига между числами и производными.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- *Витинский Ю.И.* Цикличность и прогнозы солнечной активности. Л.: Наука, 258 с. 1973.
- *Ишков В.Н., Шибяев И.Г.* Циклы солнечной активности: общие характеристики и современные границы прогнозирования // Изв. РАН. Сер. физич. Т. 70. № 10. С. 1439–1442. 2006.
- *Ишков В.Н.* Периоды “пониженной” и “повышенной” солнечной активности: наблюдательные особенности и ключевые факты /Солнечная и солнечно-земная физика – 2013. Ред. Ю.А. Наговицын. Санкт-Петербург: изд-во ВВМ. С. 111–114. 2013. http://www.gao.spb.ru/russian/publ-s/conf_2013/conf_2013.pdf
- *Наговицын Ю.А., Кулешова А.И.* Соотношение Вальдмайера и ранняя диагностика величины максимума текущего цикла солнечной активности // Астрон. журн. Т. 89. № 10. С. 883–887. 2012.
- *Abdel-Rahman H.I., Marzouk B.A.* Statistical method to predict the sunspots number // NRIAG J. Astron. Geophys. V. 7. P. 175–179. 2018.
- *Dmitrieva I.V., Kuzanyan K.M., Obridko V.N.* Amplitude and period of the dynamo wave and prediction of the solar cycle // Solar Phys. V. 195. P. 209–218. 2000. <https://doi.org/10.1023/A:1005207828577>
- *Ivanov V.G.* Anomalies of shape of 11-year solar cycle in sunspot number series // Geomagn. Aeronomy. V. 60. № 7. P. 860–864. 2020.
- *McIntosh S.W., Chapman S., Leamon R.J., Egeland R., Watkins N.W.* Overlapping magnetic activity cycles and the sunspot number: Forecasting sunspot cycle 25 amplitude // Solar Phys. V. 295. № 163. 59 p. 2020. <https://doi.org/10.1007/s11207-020-01723-y>
- *Petrovay K.* Solar cycle prediction // Living Rev. Sol. Phys. V. 17. № 2. 93 p. 2020. <https://doi.org/10.1007/s41116-020-0022-z>. arXiv:1907.02107
- *Takalo J., Mursula R.* Principal component analysis of sunspot cycle shape // Astron. Astrophys. V. 620. A100. 10 p. 2018. <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833924>