УДК 523.98;550.388

# ЭФФЕКТИВНЫЙ ИНДЕКС СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ ДЛЯ КРАТКОСРОЧНОГО ПРОГНОЗА СРЕДНЕГО ИНДЕКСА ЭТОЙ АКТИВНОСТИ

# © 2022 г. М. Г. Деминов\*

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия \*e-mail: deminov@izmiran.ru Поступила в редакцию 18.11.2021 г. После доработки 14.12.2021 г. Принята к публикации 27.01.2022 г.

Во многих моделях крайнего ультрафиолетового излучения Солнца, ионосферы и термосферы в качестве характеристики солнечной активности (как входного параметра) использованы индексы  $F_1$ и  $F_{81}$  – величина потока солнечного излучения на длине волны 10.7 см в данный день и среднее за 81 день значение этого потока, центрированное на данный день. Использование индекса  $\tilde{F}_{81}$  в задачах краткосрочного прогноза перечисленных параметров по этим моделям затруднительно, поскольку для вычисления  $F_{81}$  необходим прогноз  $F_1$  на 40 дней вперед. Представлены результаты поиска индекса солнечной активности F(T, N) для замены  $F_{81}$  в этих задачах, где F(T, N) – кумулятивный (средневзвешенный с характерным временем Т в сутках) индекс этой активности, вычисленный по данным  $F_1$  за данный и предыдущие N дней. Этот поиск основан на определении оптимальных параметров T, N из условия минимума среднеквадратичного отклонения индекса F(T, N)от  $F_{81}$  при относительно низких значениях N. Получено, что индекс F(27, 81) с параметрами T = 27и N = 3T является искомым эффективным индексом солнечной активности для замены  $F_{81}$  в перечисленных задачах. Индекс F(27, 81) применим при любом уровне солнечной активности и на любых фазах солнечных циклов. Например, среднеквадратичное отклонение отношения  $F(27, 81)/F_{81}$ незначительно (примерно равно 5%) как для относительно высоких (1954–1996 гг.), так и низких (1996–2020 гг.) циклов солнечной активности. Среднее отклонение (сдвиг) индекса F(27, 81) от F<sub>81</sub> можно не учитывать во многих случаях. Например, в среднем для фаз роста или спада солнечных циклов в интервале 1954–1996 гг. этот сдвиг не превышает 2 (в единицах измерения F<sub>1</sub>) по абсолютной величине.

DOI: 10.31857/S0016794022030051

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В моделях крайнего ультрафиолетового (КУФ) излучения Солнца в качестве инликаторов солнечной активности обычно используют индексы *F*<sub>1</sub> и *F*<sub>81</sub> – поток радиоизлучения Солнца на длине волны 10.7 см (в 10<sup>-22</sup> Вт/(Гц м<sup>2</sup>)) в данный день и среднее за 81 день значение этого потока, которое центрировано на данный день [Richards et al., 1994, 2006; Solomon and Qian, 2005; Lean et al., 2011; Girazian and Withers, 2015]. КУФ-излучение Солнца является одной из основных причин нагрева и ионизации термосферы. Поэтому индексы *F*<sub>1</sub> и *F*<sub>81</sub> используются во многих эмпирических моделях параметров термосферы [Picone et al., 2002; Bowman et al., 2008; Emmert et al., 2020] и ионосферы [Huang et al., 2015; Yang et al., 2017; Feng et al., 2019; Jakowski and Hoque, 2021; Деминов и др., 2021] в качестве индикаторов солнечной активности. Индекс F<sub>81</sub> неудобен для краткосрочного прогноза солнечной активности на несколько дней, поскольку для вычисления этого индекса необходим прогноз ежедневных значений индекса солнечной активности  $F_1$  на 40 дней вперед. Один из вариантов решения этой задачи связан с заменой индекса  $F_{81}$  в данный день на индекс солнечной активности F(T, N) в этот день, который является кумулятивным (средневзвешенным с характерным временем T в сутках) индексом этой активности в данный и предыдущие N дней:

$$F(T,N) = \sum_{n=0}^{N} F_1(-n) \tau^n / \sum_{n=0}^{N} \tau^n,$$
 (1)

где  $\tau = \exp(-1/T)$ , индекс n = 0 соответствует данному дню.

Индекс *F*(*T*, *N*) ранее использовался для поиска оптимальной зависимости критической часто-



**Рис. 1.** Зависимость среднеквадратичного отклонения о индекса F(T, N) от индекса  $F_{81}$  (в  $10^{-22}$  Вт/(Гц м<sup>2</sup>)) от характерного времени T (в сутках) при фиксированном отношении T/N = 3 для интервалов 1954– 1996 гг. (1) и 1996–2020 гг. (2). Индекс F(T, N) определен уравнением (1).

ты *F*2-слоя *foF*2 от солнечной активности при определенных условиях на длину ряда в уравнении (1). Для линейной зависимости *foF*2 от *F*<sub>1</sub> и *F*(*T*, *N*) было получено, что характерное время *T* равно 55 сут (или  $\tau = 0.98$ ) при дополнительном условии  $\tau^N \ll 1$ , которое соответствует достаточно большому интервалу времени для суммирования в уравнении (1) [Wrenn and Rodger, 1989]. В глобальной модели *foF*2 было получено, что нелинейная зависимость *foF*2 от *F*(*T*, *N*) оптимальна для *T* = 27 сут (или  $\tau = 0.96$ ) при дополнительном условии *T* = *N* в уравнении (1) [Шубин, 2017].

Более общий подход основан на поиске оптимальных параметров T и N для замены индекса  $F_{81}$ на F(T, N), т.е. на поиске оптимального индекса солнечной активности для краткосрочного прогноза этой активности. Решение этой задачи было главной целью данной работы. Следующий этап исследования — определение эффективности замены  $F_{81}$  на F(T, N) в моделях термосферы и ионосферы — выходит за рамки данной работы.

# 2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ИНДЕКС

Для решения задачи поиска оптимальных параметров T и N в уравнении (1) можно учесть, что последний член ряда в этом уравнении должен быть гораздо меньше его первого члена:

$$(F_1(-N)/F_1(0))\tau^N \ll 1.$$
 (2)

ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ том 62 № 3 2022

Кроме того, целесообразно выбрать минимальное значение N, при котором неравенство (2) выполнено для широкого набора индексов солнечной активности. Для этого необходимо оценить частоту наблюдения заданных значений отношения  $C = F_{1\text{max}}/F_{1\text{min}}$ , где  $F_{1\text{max}}$  и  $F_{1\text{min}}$  – максимальное и минимальное значения индекса F<sub>1</sub> в заданном интервале времени  $\Delta t$  в сутках. Для данных индекса F<sub>1</sub> за 1954–1996 гг. получено, что условие  $C \ge 3$  не наблюдалось ни разу для скользящих значений  $\Delta t = 41$  и наблюдалось в 0.1% случаев для  $\Delta t = 81$ . Для сравнения, условие  $C \ge 2$  наблюдалось в 14% случаев для  $\Delta t = 81$ . Следовательно, условие  $(F_1(-N)/F_1(0)) < 3$  нарушается редко, и уравнение (2) можно представить в виде  $3\tau^N = 0.1-0.2$ . Это дает приближенное равенство N = 3T с учетом явного вида  $\tau$ , где N и T измеряются в сутках. Следовательно, оптимальная длина ряда N в уравнении (1) примерно в три раза больше характерного времени T сглаживания индекса  $F_1$ .

Для определения оптимального характерного времени  $T = T_c$  для заданного N = 3T используем условие минимума среднеквадратичного отклонения ( $\sigma$ ) индекса F(T, N) от  $F_{81}$ . На рисунке 1 показана зависимость σ от Т для двух интервалов времени: 1954-1996 и 1996-2020 гг. Из данных на этом рисунке следует, что о для 1954–1996 гг. больше, чем для 1996-2020 гг., при любом фиксированном Т. Это обусловлено более высокой солнечной активностью в интервале 1954-1996 гг. Тем не менее, о минимально ( $\sigma = \sigma_{min}$ ) для  $T = T_c = 27$  сут для этих двух интервалов времени. В данном случае  $\sigma_{\min}$  равно 7.8 и 6.2 (в единицах измерения потока F<sub>1</sub>) для интервалов 1954-1996 и 1996-2020 гг. Среднеквадратичное отклонение отношения *F*(27, 81)/*F*<sub>81</sub> примерно равно 5% для этих двух интервалов времени.

Следовательно, индекс F(T, N) для  $T = T_c = 27$  и N = 81 является эффективным индексом солнечной активности, который применим для любого уровня этой активности. Он предназначен для замены индекса  $F_{81}$  в задачах краткосрочного прогноза солнечной активности, параметров ионо-сферы и термосферы.

Оптимальное отношение N/T = 3 было получено из компромиссного условия, когда первый член ряда в уравнении (1) на порядок больше последнего члена этого ряда при минимальном значении N. Такое оптимальное отношение можно получить иначе. Для этого необходимо вычислить оптимальное время  $T_c$ , при котором  $\sigma$  минимально, для разных фиксированных значений отношения N/T по аналогии с данными на рис. 1 для N/T = 3. Для интервала 1954—1996 гг. результат показан на рис. 2. Из данных на этом рисунке следует, что увеличение N/T приводит к уменьшению оптимального времени  $T_c$ . При увеличе-

нии N/T от 1 до 3 время  $T_c$  стремительно уменьшается от 48 до 27 сут. Дальнейшее увеличение N/T не приводит к заметному изменению  $T_c$ . По оценкам, даже для N/T = 24 время  $T_c = 25$  сут. Следовательно, отношение N/T = 3 является оптимальным для искомого индекса F(T, N), поскольку дальнейшее увеличение N/T не приводит к заметному изменению  $T_c$ .

Следует отметить, что для всех приведенных на рис. 2 случаев систематический сдвиг F(T, N)относительно  $F_{81}$  практически отсутствует (не превышает 0.01), поэтому среднеквадратичные отклонения F(T, N) от  $F_{81}$  почти совпадают с их стандартными отклонениями. Минимальные значения  $\sigma$ , которые соответствуют  $T_c$  для фиксированных отношений N/T от 1 до 12, также отличаются слабо: 7.8 <  $\sigma$  < 7.9 для интервала 1954—1996 гг.

Выше отмечалось, что оптимальное отношение N/T = 3 получено из компромиссного условия, когда первый член ряда в уравнении (1) на порядок больше последнего члена этого ряда при минимальном значении *N*. Одна из причин ограничения, накладываемого на длину ряда в уравнении (1), обусловлена увеличением абсолютного значения сдвига  $\Delta F = F(T, N) - F_{81}$  при увеличении *N* для фаз роста и спада солнечных циклов. Например, интервал 1954–1996 гг. соответствует солнечным циклам 19-22 [Hathaway, 2015]. Фазы роста этих циклов: 1954-1957, 1964-1968, 1976-1979, 1986-1989; фазы спада: 1958-1964; 1970-1976; 1981-1986; 1990-1996 гг. Для фаз роста циклов 19–22 получено, что сдвиг  $\Delta F < 0$ . В эти фазы для фиксированного отношения *N*/*T* абсолютное значение  $\Delta F$  увеличивается с ростом N или T. Haпример, для N/T = 3 величина  $\Delta F$  равна -1.5, -1.9и -2.4 для T = 20, 27 и 34. Для фаз спада циклов 19—22 получено, что сдвиг  $\Delta F > 0$ . В эти фазы для фиксированного отношения N/T значение  $\Delta F$ увеличивается с ростом N или T. Например, для N/T = 3 величина  $\Delta F = 0.9, 1.2$  и 1.5 для T = 20, 27и 34. Следовательно, абсолютное значение сдвига  $\Delta F$  для фазы роста больше, чем для фазы спада при прочих равных условиях. Это обусловлено тем, что продолжительность фазы роста меньше продолжительности фазы спада и, как следствие, скорость увеличения солнечной активности в фазу роста больше скорости уменьшения этой активности в фазу спада. Абсолютные значения  $\Delta F$ увеличиваются не только с ростом N или T для фиксированного отношения N/T, но и с ростом N для фиксированного Т. Например, в фазу роста для T = 27 величина  $\Delta F = -1.0$  и -2.0 для N = T и N = 4T.

Для оптимальных условий  $T = T_c = 27$  и  $N = 3T_c$ сдвиг  $\Delta F$  равен -1.9 и 1.2 для фаз роста и спада циклов 19–22. Этот сдвиг не приводит к существенному увеличению среднеквадратичного отклонения  $\sigma$  относительно стандартного отклоне-



**Рис. 2.** Оптимальные характерные времена  $T_c$  (в сутках) для различных значений отношения T/N (точки). Параметры T и N индекса F(T, N) определены уравнением (1).

ния  $\sigma_{st}$ :  $\sigma = 7.5$ ,  $\sigma_{st} = 7.2$  для фаз роста и  $\sigma = 7.5$ ,  $\sigma_{st} = 7.4$  для фаз спада солнечных циклов 19–22. Поэтому оптимальные условия  $T = T_c = 27$  и  $N = 3T_c$  для эффективного индекса F(T, N), которые были получены для солнечных циклов в целом, могут быть использованы и для каждой из фаз солнечных циклов.

#### 3. ОБСУЖДЕНИЕ

Эффективный индекс солнечной активности F(27, 81), т.е. индекс F(T, N) с параметрами T == 27 дней и N = 3T = 81 день, предназначен для замены индекса F<sub>81</sub> как входного параметра в моделях солнечного излучения, ионосферы и термосферы, в первую очередь, в задачах краткосрочного прогноза этих величин. Индекс F(27, 81) вычисляется по ежедневным значениям потока радиоизлучения Солнца F<sub>1</sub> за три оборота Солнца, предшествующих данному дню, и в данный день. Индекс  $F_{81}$  также вычисляется по  $F_1$  за три оборота Солнца, но эти значения центрированы на данный день, т.е. учитываются значения F<sub>1</sub> в данный день и в предыдущие и последующие 40 дней. Для индекса F(27, 81) нет необходимости вычисления F<sub>1</sub> в последующие 40 дней, поэтому он предпочтительнее индекса F<sub>81</sub> в задачах краткосрочного прогноза солнечного излучения, ионосферы и термосферы.

В глобальной модели *foF*2 было получено, что нелинейная зависимость *foF*2 от F(T, N) оптимальна для N = T = 27 дней [Шубин, 2017]. Выше отмечалось, что для N/T = 1 оптимальное время гораздо больше:  $T = T_c = 48$  дней, если основываться только на солнечных данных. Тем не менее, для фиксированного характерного времени T = 27 дней среднеквадратичное отклонение о

305

F(T, N) от  $F_{81}$  для N = 27 дней только на 20% больше о для N = 81 дней, если основываться на солнечных данных для анализируемых интервалов 1954—1996 и 1996—2020 гг.

В работе [Wrenn and Rodger, 1989] для линейной зависимости *foF*2 от  $F_1$  и F(T, N) было получено, что оптимальное время Т равно 55 дням при дополнительном условии  $\tau^N \ll 1$ , которое соответствует достаточно большому интервалу времени для суммирования в уравнении (1). Достаточно большой интервал времени соответствует варианту, когда отношение N/T ~ 10, поскольку в этом случае  $\tau^{N} = \exp(-N/T) \sim 5 \times 10^{-5}$ . Условие минимума среднеквадратичного отклонения индекса F(T, N) от  $F_{81}$  для N/T = 10 дает  $T = T_c = 26$  дней для интервалов 1954-1996 и 1996-2020 гг. (см. также рис. 2). Анализ показал, что в данном случае разница в характерных временах Тобусловлена тем, что решались разные задачи: корреляция F(T, N) с  $F_{81}$  и корреляция foF2 с  $F_1$  и F(T, N), когда дисперсия  $F_1$  гораздо больше дисперсии F(T, N).

Эффективный индекс солнечной активности F(27, 81) предназначен для замены индекса  $F_{81}$  как входного параметра в моделях солнечного излучения, ионосферы и термосферы. Оценка оправданности этой замены может быть предметом будущих исследований. На этом пути важно оценить условия, при которых замена индекса  $F_{81}$  на F(27, 81) может привести к увеличению точности некоторых моделей солнечного излучения, ионо-сферы или термосферы.

# 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Индексы  $F_1$  и  $F_{81}$  – величина потока солнечного излучения на длине волны 10.7 см в данный день и среднее за 81 день значение этого потока, центрированное на данный день – использованы во многих моделях крайнего ультрафиолетового излучения Солнца, ионосферы и термосферы в качестве характеристики солнечной активности. Использование индекса F<sub>81</sub> в задачах краткосрочного прогноза перечисленных параметров по этим моделям затруднительно, поскольку для вычисления  $F_{81}$  необходим прогноз  $F_1$  на 40 дней вперед. Представлены результаты поиска индекса солнечной активности F(T, N) для замены  $F_{81}$ в этих задачах, где F(T,N) – кумулятивный (средневзвешенный с характерным временем Т в сутках) индекс этой активности, вычисленный по данным  $F_1$  за данный и предыдущие N дней. Этот поиск основан на определении оптимальных параметров Т и N из условия минимума среднеквадратичного отклонения индекса F(T, N) от  $F_{81}$  при относительно низких значениях *N*. Получены следующие результаты.

1. Индекс F(27, 81) с параметрами T = 27 и N = 3T является искомым эффективным индексом солнечной активности для замены  $F_{81}$  в перечисленных задачах.

2. Индекс F(27, 81) применим при любом уровне солнечной активности и на любых фазах солнечных циклов. Например, среднеквадратичное отклонение отношения  $F(27, 81)/F_{81}$  незначительно (примерно равно 5%) как для относительно высоких (1954—1996 гг.), так и низких (1996— 2020 гг.) солнечных циклов.

3. Среднее отклонение (сдвиг) индекса F(27, 81) от  $F_{81}$  можно не учитывать во многих случаях. Например, в среднем для фаз роста и спада солнечных циклов в интервале 1954—1996 гг. этот сдвиг не превышает 2 (в единицах измерения  $F_1$ ) по абсолютной величине.

### 5. БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит WDC for Solar-Terrestrial Physics, Великобритания за данные об индексах солнечной активности (http://www.ukssdc.ac.uk/wdcc1/).

# ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) в рамках научного проекта № 20-05-00050 и Российского научного фонда (РНФ) в рамках научного проекта № 20-72-10023.

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

*– Деминов М.Г., Шубин В.Н., Бадин В.И.* Модель критической частоты Е-слоя для авроральной области // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 61. № 5. С. 610–617. 2021.

— Шубин В.Н. Глобальная эмпирическая модель критической частоты *F*2-слоя ионосферы для спокойных геомагнитных условий // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 57. № 4. С. 450–462. 2017.

- Bowman B.R., Tobiska W.K., Marcos F.A., Valladares C. The JB2006 empirical thermospheric density model // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. V. 70. P. 774–793. 2008.

- Emmert J.T., Drob D.P., Picone J.M., Siskind D.E., Jones M. Jr., Mlynczak M.G. et al. NRLMSIS 2.0: A whole atmosphere empirical model of temperature and neutral species densities // Earth and Space Sci. V. 7. e2020EA001321. 2020.

https://doi.org/10.1029/2020EA001321

*– Feng J., Han B., Zhao Z., Wang Z.* A new global total electron content empirical model // Remote Sensing. V. 11(6).706. 2019.

https://doi.org/10.3390/rs11060706

- *Girazian Z., Withers P.* An empirical model of the extreme ultraviolet solar spectrum as a function of F10.7 // J. Geophys. Res. –Space. V. 120. P. 6779–6794. 2015. https://doi.org/10.1002/2015JA021436 - Hathaway D.H. The Solar Cycle // Living Rev. Solar Phys. V. 12. № 4. 2015. https://doi.org/10.1007/lrsp-2015-4

- Huang H., Chen Y., Liu L., Le H., Wan W. An empirical model of the topside plasma density around 600 km based on ROCSAT-1 and Hinotori observations // J. Geophys. Res.- Space.V. 120. P. 4052–4063. 2015. https://doi.org/10.1002/2014JA020940

– Jakowski N., Hoque M.M. Global equivalent slab thickness model of the Earth's ionosphere // J. Space Weather Space Clim. V. 11. № 10. 2021. https://doi.org/10.1051/swsc/2020083

- Lean J.L., Woods T.N., Eparvier F.G. et al. Solar extreme ultraviolet irradiance: Present, past, and future // J. Geophys. Res. V. 116. A01102. 2011. https://doi.org/10.1029/2010JA015901

- Picone J.M., Hedin A.E., Drob D.P., Aikin A.C. NRLM-SISE-00 empirical model of the atmosphere: statistical comparisons and scientific issues // J. Geophys. Res. V. 107. P. 1468. 2002. https://doi.org/10.1029/2002JA009430

- *Richards P.G., Fennelly J.A., Torr D.G.* EUVAC: A solar EUV flux model for aeronomic calculations // J. Geophys. Res. V. 99. P. 8981–8992. 1994.

- Richards P.G., Woods T.N., Peterson W.K. HEUVAC: A new high resolution solar EUV proxy model // Adv. Space Res. V. 37. P. 315–322. 2006.

- Solomon S.C., Qian L. Solar extreme-ultraviolet irradiance for general circulation models // J. Geophys. Res. V. 110. A10306. 2005.

https://doi.org/10.1029/2005JA011160

- Wrenn G.L., Rodger A.S. Geomagnetic modification of the mid-latitude ionosphere: Toward a strategy for the improved forecasting of foF2 // Radio Sci. V. 24. P. 99–111. 1989.

- Yang Z., Ssessanga N., Tran L.T., Bilitza D., Kenpankho P. On improvement in representation of foE in IRI // Adv. Space Res. V. 60. P. 347–356. 2017.