

УДК 551.510.3

ВЕРИФИКАЦИЯ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ *D*-ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ ПО РАДИОФИЗИЧЕСКИМ ДАННЫМ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ МИХНЕВО

© 2022 г. С. З. Беккер*

Институт динамики геосфер им. акад. М.А. Садовского РАН, г. Москва, Россия

**e-mail: susanna.bekker@gmail.com*

Поступила в редакцию 20.08.2021 г.

После доработки 21.09.2021 г.

Принята к публикации 24.09.2021 г.

Представлены результаты сопоставления трех различных плазмохимических моделей *D*-области ионосферы во время рентгеновских вспышек *C*- и *X*-классов. Рассмотрены четырех-, пяти- и восьмикомпонентная модели, описывающие динамику заряженных составляющих среды. Для верификации результатов были использованы данные наземных радиофизических измерений, полученных в Геофизической обсерватории Михнево. Полученные по трем моделям высотные профили концентрации электронов использовались для описания среды распространения радиоволн на четырех среднеширотных СДВ-трассах (3–30 кГц). В результате верификации было получено, что четырех- и пятикомпонентная модели описывают экспериментальные данные лучше, чем восьмикомпонентная модель, как в спокойных гелиогеофизических условиях, так и во время естественных возмущений.

DOI: 10.31857/S001679402202002X

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что до сих пор наименее изученной остается нижняя часть ионосферы Земли, где получение экспериментальных данных крайне затруднено. Несмотря на то, что большое количество отечественных и зарубежных работ посвящено исследованию состояния *D*-области ионосферы (50–90 км), точность прогноза поведения ионосферных параметров в условиях возмущений различной природы все еще остается достаточно низкой.

При выборе сложности ионизационно-рекомбинационного цикла, на котором строится плазмохимическая модель, необходимо учесть не только точность расчета параметров, но и возможность оперативного решения задачи, особенно во время естественных возмущений. На сегодняшний день существуют глобальные трехмерные численные модели нижней ионосферы, учитывающие сотни и тысячи известных фотохимических реакций, которые описывают поведение ионосферных составляющих в спокойных условиях и под действием различных возмущений [Turunen et al., 1992, 1996; Krivolutsky et al., 2015; Verronen et al., 2016]. Однако такие модели требуют крайне высоких вычислительных мощностей и временных ресурсов, и потому не подходят для оперативного решения прикладных задач прогноза распространения радиоволн. Кроме того, чем

больше плазмохимических процессов учитывает модель, тем острее стоит проблема незнания констант скоростей реакций и высотных профилей малых нейтральных составляющих, являющихся входными параметрами систем.

Наиболее часто для решения прикладных задач распространения радиоволн используется двухпараметрическая модель Уайта–Фергюссона [Wait and Spies, 1964; Ferguson, 1995]. Как показывают исследования, эта модель позволяет восстановить радиоэквивалентную ионосферу и успешно использовать ее результаты для расчета распространения радиоволн. В то же время, смоделированные высотные профили концентрации электронов существенно отличаются от реальных значений N_e , которые известны по ракетным экспериментам, так как в основу модели положен экспоненциальный профиль N_e .

Поэтому вопрос выбора той или иной модели нижней ионосферы для решения прикладных задач распространения радиоволн СДВ-диапазона стоит достаточно остро [Wait and Spies, 1964; Ferguson, 1995; Lyakhov et al., 2019; Bekker et al., 2021].

Данная работа – первый этап решения задачи по построению ионизационно-рекомбинационной модели, которая позволит оперативно и с достаточной точностью прогнозировать состояние *D*-области в различных гелиогеофизических условиях. Чтобы определить критически необхо-

димый минимальный набор заряженных компонент, динамика которых должна быть учтена при расчете концентрации электронов в спокойных условиях и во время рентгеновских вспышек, было решено начать с нескольких самых простых плазмохимических моделей D -области ионосферы. Далее при необходимости планируется наращивать сложность схемы ионизационно-рекомбинационного цикла до тех пор, пока ошибка, вызванная незнанием значений входных параметров, не начнет превышать ошибку, вызванную неучетом динамики той или иной составляющей среды.

Цель настоящей работы – построение трех разнокомпонентных плазмохимических моделей нижней ионосферы и оценка их прогностических возможностей в спокойных условиях и во время рентгеновских вспышек по данным наземных радиофизических измерений.

Для оценки точности результатов построенных плазмохимических моделей используются данные Геофизической обсерватории Михнево, где уже длительное время ведется непрерывный мониторинг сигналов СДВ-диапазона от передатчиков, расположенных по всему миру [Gavrilov et al., 2019]. Накопленный объем данных амплитудно-фазовых характеристик сигналов позволяет проводить независимую верификацию теоретических моделей среды в различных геофизических условиях, включая рентгеновские вспышки различного класса [Palit et al., 2013; Bekker et al., 2018, 2021; Lyakhov et al., 2018].

2. ПЛАЗМОХИМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ

Для расчета концентрации электронов были выбраны три модели ионизационно-рекомбинационного цикла D -области ионосферы, которые описывают динамику четырех, пяти и восьми заряженных составляющих. Все три системы дифференциальных уравнений решались численно методом Рунге–Кутты 2–3-го порядка с одинаковыми значениями входных параметров: констант скоростей реакций, скорости ионизации q , температуры нейтральных компонент T , концентраций основных $[O_2]$, $[N_2]$ и малых нейтральных составляющих. Температура и концентрации нейтральных компонент получены в результате статистической обработки многолетних экспериментальных данных со спутников AURA [Livesey et al., 2013] и TIMED (<http://saber.gats-inc.com/data.php>). Большой объем спутниковых данных нейтральной атмосферы позволил минимизировать ошибку в определении значений входных параметров систем.

В качестве четырехкомпонентной модели нижней ионосферы выбрана схема ионизационно-рекомбинационного цикла, описанная в работе [Glukhov et al., 1992]. Четырехкомпонентная

модель описывает динамику простых положительных и отрицательных ионов X^+ , X^- , кластерных положительных ионов XY^+ и электронов Ne :

$$\begin{cases} \frac{d[X^+]}{dt} = q - 4 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T}\right)^{0.2} [X^+]N_e - \\ - B[X^+] - 10^{-7}[X^-][X^+] \\ \frac{d[XY^+]}{dt} = B[X^+] - 2.55 \times 10^{-5}[XY^+]N_e - \\ - 10^{-7}[X^-][XY^+] \\ \frac{d[X^-]}{dt} = \beta N_e - 0.33[X^-] - 10^{-7}[X^-]([X^+] + [XY^+]) \\ \frac{dN_e}{dt} = \frac{d[X^+]}{dt} + \frac{d[XY^+]}{dt} - \frac{d[X^-]}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

где $\beta = 10^{-31}[O_2][N_2] + 1.4 \times 10^{-29}(300/T) \times \exp(-600/T)[O_2]^2$ – скорость прилипания электронов в тройных соударениях; B – скорость преобразования простых положительных ионов в сложные, которая рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} B = & 1.8 \times 10^{-28} (308/T)^{4.7} [H_2O][N_2] + \\ & + \frac{2 \times 10^{-31} (300/T)^{4.4} [N_2]^2 \times 10^{-9} [H_2O]}{C} + \\ & + \frac{10^{-9} [H_2O]}{3.1 \times 10^4 T^{-4} \exp(-4590/T)[N_2] + 10^{-9} [H_2O]} \times \\ & \times \left(7 \times 10^{-30} (300/T)^3 [CO_2][N_2] + \right. \\ & \left. + \frac{2 \times 10^{-31} (300/T)^{4.4} [N_2]^2 \times 10^{-9} [CO_2]}{C} \right), \\ C = & 1.5 \times 10^6 T^{-5.4} \exp(-2450/T)[N_2] + \\ & + 10^{-9} ([CO_2] + [H_2O]). \end{aligned} \quad (2)$$

В основу пятикомпонентной модели легла система уравнений ионизационно-рекомбинационного цикла, представленная в работе [Egoshin et al., 2012]. Эта модель учитывает практически все фотохимические процессы, которые определяют динамику основных составляющих нижней ионосферы: фотоотлипание электронов от O_2^- и от кластерных отрицательных ионов, реакции преобразования простых положительных и отрицательных ионов в кластерные, прилипание электронов в тройных соударениях, диссоциативная рекомбинация электронов с положительными ионами, ион-ионная рекомбинация. Пятикомпонентная модель описывает изменение концентраций $[NO^+]$, $[O_2^-]$, положительных и отрицательных кластерных ионов $[XY^+]$, $[XY^-]$ и концентрации электронов Ne :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[\text{NO}^+]}{dt} &= q - 4 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T} \right)^{1.5} [\text{NO}^+] N_e - \\ &- B[\text{NO}^+] - 10^{-7} [\text{NO}^+] ([\text{O}_2^-] + [\text{XY}^-]), \\ \frac{d[\text{XY}^+]}{dt} &= B[\text{NO}^+] - 2.55 \times 10^{-5} [\text{XY}^+] N_e - \\ &- 10^{-7} [\text{XY}^+] ([\text{O}_2^-] + [\text{XY}^-]), \\ \frac{d[\text{O}_2^-]}{dt} &= \beta N_e - 0.33 [\text{O}_2^-] - 6 \times 10^{-10} [\text{O}_3] [\text{O}_2^-] - \\ &- 4 \times 10^{-31} [\text{O}_2] [\text{O}_2^-] - 10^{-7} [\text{O}_2^-] ([\text{NO}^+] + [\text{XY}^+]), \\ \frac{d[\text{XY}^-]}{dt} &= 6 \times 10^{-10} [\text{O}_3] [\text{O}_2^-] + 4 \times 10^{-31} [\text{O}_2] [\text{O}_2^-] - \\ &- 10^{-7} [\text{XY}^-] ([\text{NO}^+] + [\text{XY}^+]) - [\text{XY}^-], \\ \frac{dN_e}{dt} &= \frac{d[\text{NO}^+]}{dt} + \frac{d[\text{XY}^+]}{dt} - \frac{d[\text{O}_2^-]}{dt} - \frac{d[\text{XY}^-]}{dt}. \end{aligned} \right. \quad (4)$$

За основу при построении восьмикомпонентной модели была взята работа [Кудрявцев и Романюха, 1995]. Она описывает динамику концентраций четырех видов положительных ионов $[\text{NO}^+]$, $[\text{O}_2^+]$, $[\text{XY}_1^+]$, $[\text{XY}_2^+]$, трех видов отрицательных ионов $[\text{K}^-]$, $[\text{C}^-]$, $[\text{N}^-]$ и концентрации N_e :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d[\text{NO}^+]}{dt} &= q_{\text{NO}^+} + D[\text{O}_2^+] - [\text{NO}^+] \times \\ &\times \left(A_{\text{NO}^+} + 2 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T} \right)^{1.5} N_e + 10^{-7} n^- \right), \\ \frac{d[\text{O}_2^+]}{dt} &= q_{\text{O}_2^+} - [\text{O}_2^+] \times \\ &\times \left(A_{\text{O}_2^+} + D + 4 \times 10^{-7} \left(\frac{300}{T} \right)^{1.5} N_e + 10^{-7} n^- \right), \\ \frac{d[\text{XY}_1^+]}{dt} &= A_{\text{NO}^+} [\text{NO}^+] + A_{\text{O}_2^+} [\text{O}_2^+] - \\ &- [\text{XY}_1^+] \left(B_k + 2 \times 10^{-6} \left(\frac{300}{T} \right)^{0.5} N_e + 10^{-7} n^- \right), \\ \frac{d[\text{XY}_2^+]}{dt} &= B_k [\text{XY}_1^+] - [\text{XY}_2^+] \left(10^{-5} \left(\frac{300}{T} \right)^{0.5} N_e + 10^{-7} n^- \right), \\ \frac{d[\text{K}^-]}{dt} &= \beta N_e + \beta_{-1} [\text{C}^-] - [\text{K}^-] (\beta_1 + \delta_{\text{K}^-} + 10^{-7} n^+), \\ \frac{d[\text{C}^-]}{dt} &= \beta_1 [\text{K}^-] - [\text{C}^-] (\beta_{-1} + \beta_2 + \delta_{\text{C}^-} + 10^{-7} n^+), \\ \frac{d[\text{N}^-]}{dt} &= \beta_2 [\text{C}^-] - 10^{-7} n^+ [\text{N}^-], \\ \frac{dN_e}{dt} &= \frac{d[\text{NO}^+]}{dt} + \frac{d[\text{O}_2^+]}{dt} + \frac{d[\text{XY}_1^+]}{dt} + \\ &+ \frac{d[\text{XY}_2^+]}{dt} - \frac{d[\text{K}^-]}{dt} - \frac{d[\text{C}^-]}{dt} - \frac{d[\text{N}^-]}{dt}, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

где $n^- = \text{K}^- + \text{C}^- + \text{N}^-$; $n^+ = \text{NO}^+ + \text{O}_2^+ + \text{XY}_1^+ + \text{XY}_2^+$; $D = 6.31 \times 10^{-10} [\text{NO}] + 10^{-15} [\text{N}_2]$ – скорость преобразования иона O_2^+ в NO^+ ; A_{NO^+} , $A_{\text{O}_2^+}$ – скорости преобразования первичных положительных ионов в кластерные; B_k – скорость преобразования ионов $[\text{XY}_1^+]$ в $[\text{XY}_2^+]$; β_1 , β_{-1} , β_2 – скорости преобразования отрицательных ионов; δ_{K^-} , δ_{C^-} – скорости отлипания электронов в соударениях и при фотоотлипании, которые определены в работе [Кудрявцев и Романюха, 1995].

3. РАСЧЕТ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Для решения систем дифференциальных уравнений ионизационно-рекомбинационного цикла нижней ионосферы (1), (4), (5) были выбраны даты 9 и 10 июня 2014 г. Эти дни характеризуются различной гелиогеофизической обстановкой: 9 июня 2014 г. в дневные часы произошла одна вспышка C-класса (C9.1), в течение 10 июня 2014 г. последовательно произошли три рентгеновские вспышки C-класса (C3.9, C5.1, C5.0) и две вспышки X-класса (X2.2, X1.5).

Высотный профиль скорости ионизации рассчитывался с использованием модели Корсунской [Korsunskaja, 2019; Bekker et al., 2021], которая базируется на реальных данных потока солнечного излучения, измеренных спутниками GOES и SDO в каналах 0.05–0.4 нм, 0.1–0.8 нм, 0.1–7 нм. Поток рентгеновского излучения, измеренный спутником GOES в течение 9 и 10 июня 2014 г. в диапазонах $\lambda = 0.1$ –0.8 нм и $\lambda = 0.05$ –0.4 нм, показан на рис. 1.

На рисунке 2 показан десятичный логарифм полученных значений скорости ионизации q для диапазона высот $h = 50$ –90 км над Геофизической обсерваторией Михнево (55° N; 38° E) в течение 10 июня 2014 г.

При сопоставлении результатов расчета концентрации электронов N_e по трем системам ионизационно-рекомбинационного цикла были обнаружены существенные расхождения между моделями (рис. 3). Оказалось, что восьмикомпонентная модель на высотах $h \leq 65$ км не воспроизводит адекватные по порядку величины значения концентрации электронов. Заниженные концентрации электронов на малых высотах D-области, полученные по восьмикомпонентной модели, могут быть вызваны некорректным заданием скоростей фотоотлипания от разных типов сложных отрицательных ионов. В литературе практически отсутствует или существенно разнится информация о скоростях фотоотлипания, при этом известно, что они значительно влияют на динамику N_e ниже 65 км [Кудрявцев и Романюха, 1995; Krivolutsky et al., 2015].

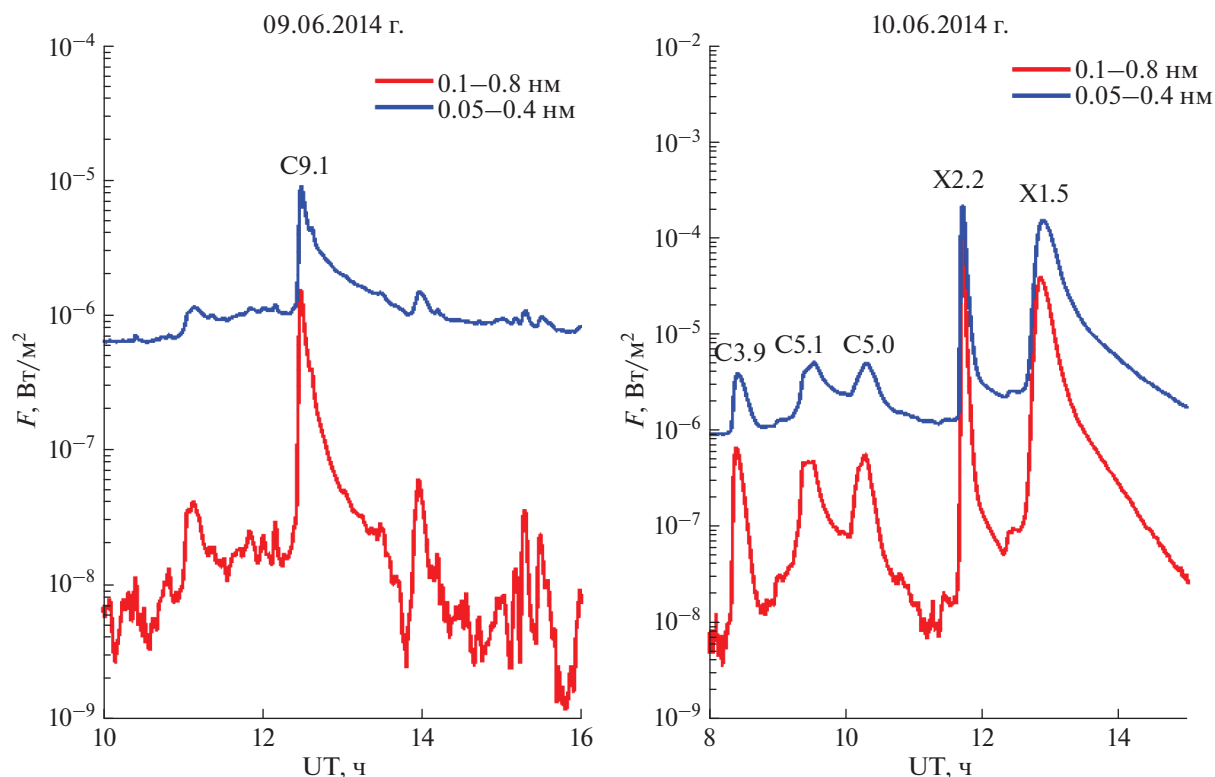


Рис. 1. Поток рентгеновского излучения в диапазонах $\lambda = 0.1\text{--}0.8$ нм и $\lambda = 0.05\text{--}0.4$ нм в течение 9 июня (слева) и 10 июня 2014 г. (справа).

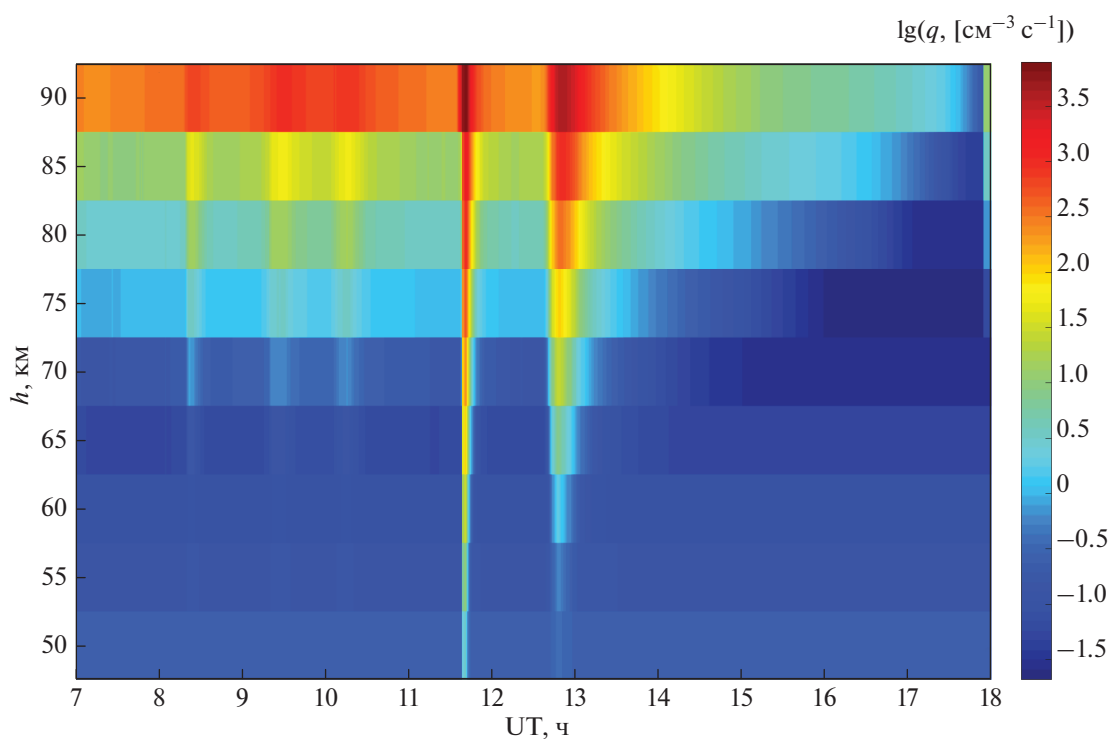


Рис. 2. Десятичный логарифм значения скорости ионизации над ГФО Михнево для 10.06.2014 г.

На высоте $h = 70$ км концентрации, полученные из разных моделей, не отличаются более чем на порядок. При $h \geq 80$ км между результатами

вновь появляется существенная разница, во всем временном интервале преобладают значения N_e , полученные из восьмикомпонентной модели.

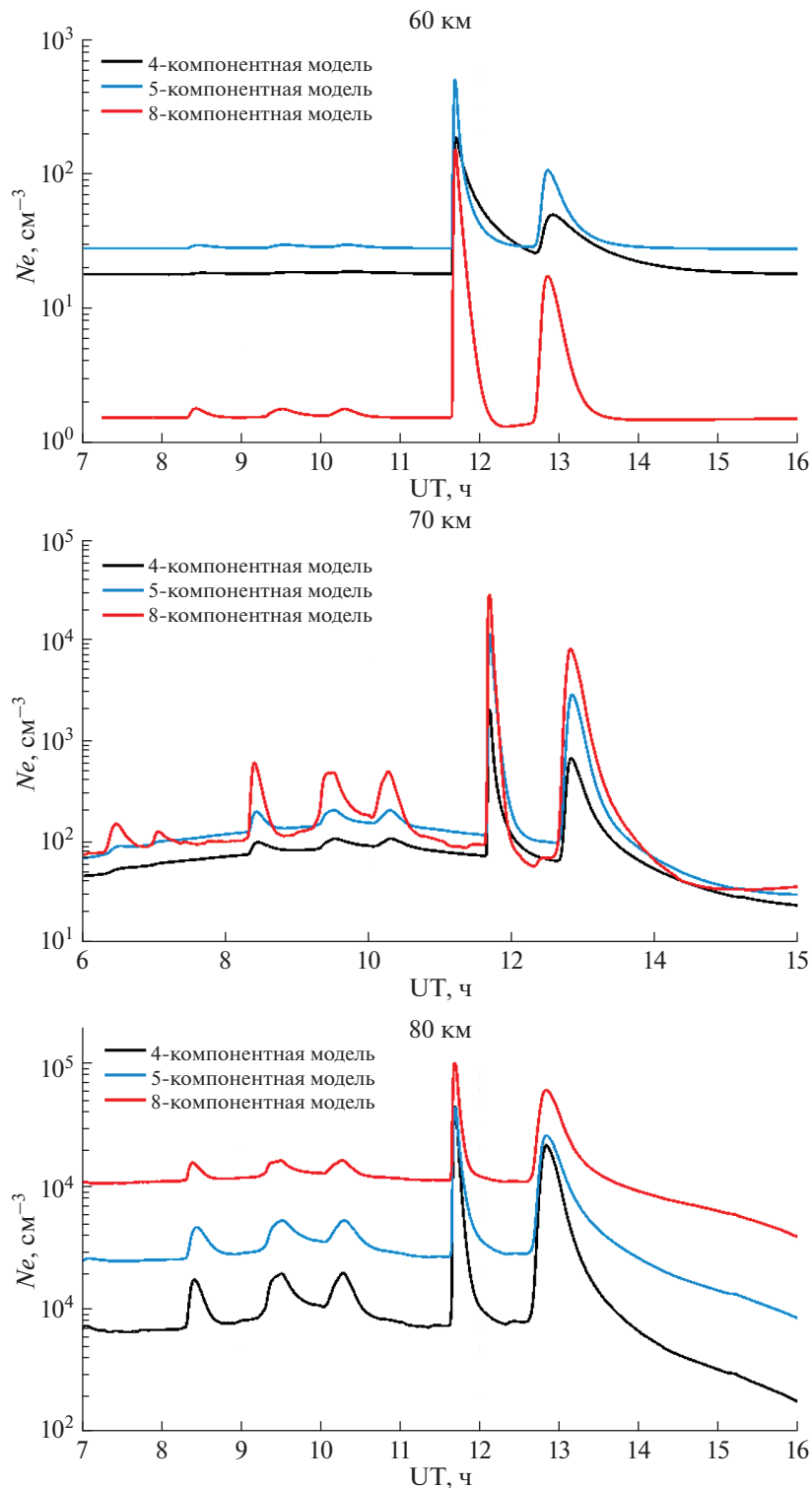


Рис. 3. Концентрация N_e , полученная по трем моделям для высот $h = 60$ км, 70 км, 80 км (10.06.2014 г., ГФО Михнево).

Кроме этого, оказалось, что модели по-разному чувствительны к вариациям скорости ионизации. В диапазоне высот $h = 75-90$ км при решении восьмикомпонентной системы получены наибольшие значения концентрации электронов в спокойных и слабо возмущенных условиях, при

этом во время вспышек X-класса на данных высотах результаты всех трех моделей заметно сближаются и имеют один порядок величины.

Очевидно, что концентрация электронов определяется не только потоком солнечного излучения,

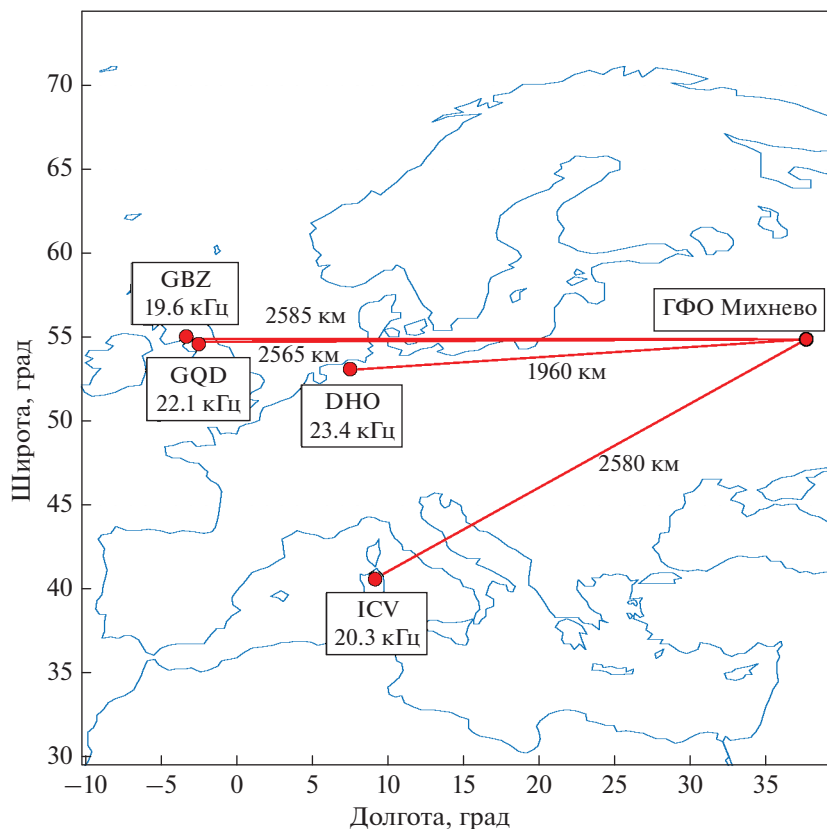


Рис. 4. Расположение ГФО Михнево и СДВ-передатчиков.

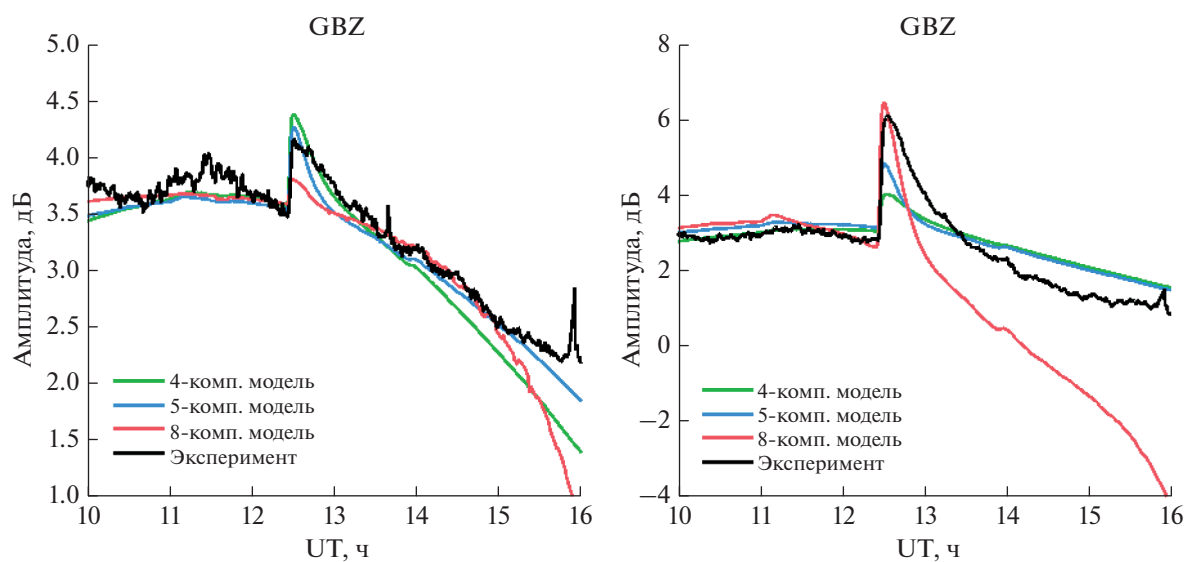


Рис. 5. Вариации амплитуды СДВ-сигналов 09.06.2014 г. от передатчиков GBZ, GQD, полученные по трем плазмохимическим моделям и по экспериментальным данным.

но и в значительной мере зависит от широты φ и зенитного угла χ . При анализе пространственного распределения N_e в спокойных гелиогеофи-

зических условиях было получено, что построенные модели химической кинетики в том числе дают существенно отличающиеся широтно-дол-

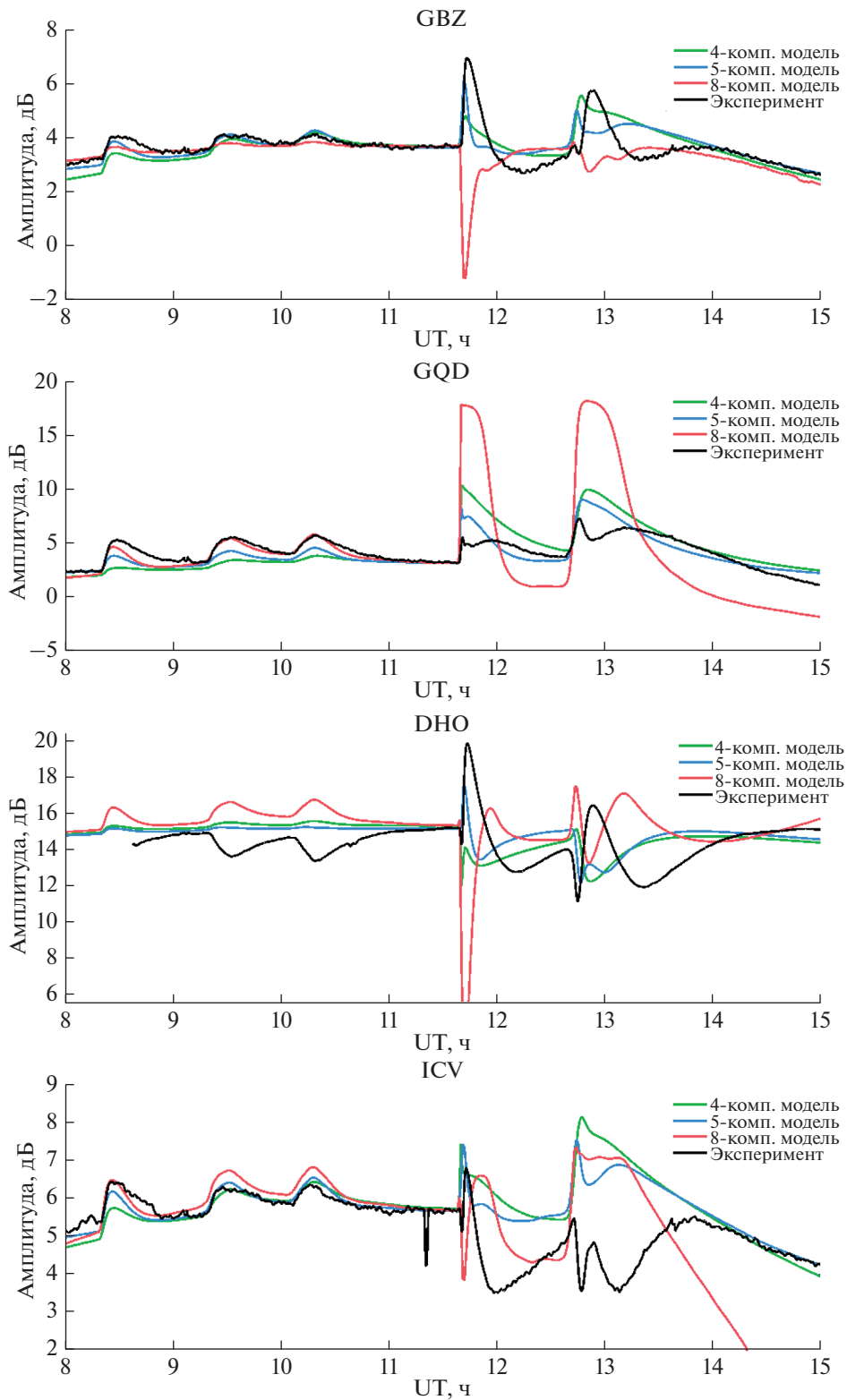


Рис. 6. Вариации амплитуды СДВ-сигналов 10.06.2014 г. от передатчиков GBZ, GQD, DHO, ICV, полученные по трем плазмохимическим моделям и по экспериментальным данным.

готные градиенты Ne . Наиболее чувствительной к изменению зенитного угла оказалась пятикомпонентная система уравнений.

4. ВЕРИФИКАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчет амплитуды сигнала, прошедшего через смоделированную среду, осуществлялся с использованием программы LWPC [Ferguson, 1998] для мощности передатчиков 1 кВт. Теоретические и экспериментальные значения амплитуды A были переведены в [дБ], чтобы полученные результаты можно было сопоставить не только качественно, но и количественно. Сдвиг амплитуды, вызванный разницей между неизвестной реальной и использованной в расчетах мощностью передатчика, определялся путем нормирования теоретических значений A по экспериментальным данным во время спокойного гелиогеофизического дня, который предшествовал каждой рассматриваемой вспышке [Palit et al., 2013; Bekker and Ryakhovskiy, 2020].

Для верификации динамики высотных профилей электронной концентрации, полученных по трем построенным плазмохимическим моделям D -области ионосферы, были использованы данные непрерывного мониторинга амплитудно-фазовых характеристик сигналов СДВ-диапазона, которые получены в ГФО Михнево (55° N ; 38° E) от европейских передатчиков [Gavrilov et al., 2019]. Расчет распространения радиоволны был выполнен для 9 и 10 июня 2014 г. на четырех среднеширотных трассах от передатчиков GBZ (55° N ; 3° W), GQD (55° N ; 3° W), DHO (53° N ; 8° E), ICV (41° N ; 10° E). Расположение передатчиков и их рабочие частоты показаны на рис. 4. Расчет концентрации электронов был выполнен с равномерным шагом по каждой рассматриваемой трассе. Шаг интегрирования составил ~ 150 км.

На рисунке 5 изображены вариации амплитуды сигнала от передатчиков GBZ и GQD, полученные по плазмохимическим моделям и из эксперимента, в течение нескольких часов 9 июня 2014 г.

Дневной ход амплитуды и скачок значения A во время вспышки C -класса достаточно хорошо описаны четырех- и пятикомпонентной моделями. По восьмикомпонентной модели вспышка на выбранных трассах также описана хорошо, однако суточный ход величины, вызванный увеличением зенитного угла, существенно расходится с экспериментальными данными, т.е. модель недостаточно корректно воспроизводит спокойный суточный ход амплитуды СДВ-сигнала.

На рисунке 6 показаны результаты верификации построенных моделей по экспериментальным данным ГФО Михнево во время вспышек C - и X -классов, произошедших 10 июня 2014 г.

На трех из четырех СДВ-трассах все три модели показали неплохое согласие с экспериментом во время вспышек C -класса. В то же время, во время сильных возмущений (вспышки $X2.2$, $X1.5$) начинаются существенные расхождения между теоретическими расчетами и экспериментальными данными. Наибольшие ошибки наблюдаются у восьмикомпонентной модели, которая не повторяет даже качественный ход экспериментальной кривой. Лучшее согласие с экспериментом было получено у пятикомпонентной плазмохимической модели. Тем не менее, она все еще недостаточно корректно воспроизводит релаксацию среды после возмущения, из-за чего вторая вспышка X -класса смоделирована хуже, чем первая, на всех рассмотренных трассах. Предыдущие результаты исследований D -области во время рентгеновских вспышек с использованием пятикомпонентной модели также показали, что по сравнению с экспериментальными данными модель демонстрирует заниженные скорости релаксации среды [Bekker et al., 2021].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе данного исследования впервые сопоставлены результаты расчета концентрации электронов по нескольким системам уравнений, базирующимся на различном количестве фотохимических реакций, с одинаковым источником ионизации и входными параметрами. Сравнительный анализ результатов трех плазмохимических моделей D -области ионосферы позволил выявить ключевые особенности высотных, пространственных и суточных градиентов концентрации электронов в спокойных условиях и во время рентгеновских вспышек различной мощности.

Верификация моделей нижней ионосферы по данным наземных радиофизических измерений позволила напрямую оценить их прогностические способности. Кроме того, объем данных амплитудно-фазовых характеристик сигналов СДВ-диапазона позволил провести не только качественную, но и количественную верификацию результатов в спокойных условиях и во время солнечных вспышек различной мощности.

Было показано, что четырех- и пятикомпонентная плазмохимические модели позволяют достаточно корректно описать суточную динамику параметров нижней ионосферы и ее вариации в условиях слабых возмущений. Результаты расчета Ne во время вспышек X -класса требуют дальнейшего уточнения. Для повышения точности результатов моделей в первую очередь планируется пересмотреть использованные константы скоростей реакций, которые оказывают существенное влияние на точность расчета Ne .

Несмотря на то, что восьмикомпонентная модель ниже 60 км не воспроизводит адекватные по порядку значения N_e , в ходе дальнейших исследований планируется оценить целесообразность моделирования отдельных высотных слоев D-области ионосферы разными системами уравнений с учетом набора составляющих среды, имеющих ключевое значение в каждом рассматриваемом диапазоне высот.

В случае дальнейшей успешной верификации какой-либо из построенных моделей по данным наземных радиофизических измерений, она может быть использована непосредственно для решения задач распространения радиоволн СДВ-диапазона.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (Проект № 21-77-00071) в части уточнения хода исследования, численного моделирования суточного изменения концентрации электронов и анализа полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

– Кудрявцев В.П., Романюха Н.Ю. Моделирование ионизационно-рекомбинационных процессов в средней атмосфере // Математическое моделирование. Т. 7. № 3. С. 3–18. 1995.

– Bekker S.Z., Lyakhov A.N., Kozlov S.I., Ryakhovskiy I.A. Verification of the deterministic-probabilistic model of the D-region of the ionosphere by the radio physical data obtained in the geophysical observatory Mikhnevo // Proc. SPIE. 108339. P. 2018.

– Bekker S.Z., Ryakhovsky I.A., Korsunskaya J.A. Modeling of the lower ionosphere during solar X-ray flares of different classes // J. Geophys. Res. – Space. 126. e2020JA028767. 2021. <https://doi.org/10.1029/2020JA028767>

– Bekker S.Z., Ryakhovsky I.A. Methodology of the lower ionosphere models verification based on VLF radio wave propagation during x-ray flares // Proc. SPIE. 115607T. 2020. <https://doi.org/10.1117/12.2574613>

– Egoshin A.A., Ermak V.M., Zetzer Yu.I. et al. Influence of meteorological and wave processes on the lower ionosphere during solar minimum conditions according to the data on midlatitude VLF–LF propagation // Phys. Solid Earth. V. 48. № 3. P. 275–286. 2012. <https://doi.org/10.1134/S1069351312030020>

– Ferguson J.A. Ionospheric model validation at VLF and LF // Radio Sci. V. 30. № 3. P. 775–782. 1995. <https://doi.org/10.1029/94RS03190>

– Ferguson J.A. Computer Programs for Assessment of Long-Wavelength Radio Communications, Version 2.0.,

Technical document 3030. San Diego, CA: Space and Naval Warfare Systems Center. 1998.

– Gavrilov B.G., Ermak V.M., Poklad Yu.V., Ryakhovskii I.A. Estimate of variations in the parameters of the midlatitude lower ionosphere caused by the solar flare of September 10, 2017 // Geomagn. Aeronomy. V. 59. № 5. P. 587–592. 2019. <https://doi.org/10.1134/S0016793219050049>

– Glukhov V.S., Pasko V.P., Inan U.S. Relaxation of transient lower ionospheric disturbances caused by lightning-whistler-induced electron precipitation bursts // J. Geophys. Res. V. 97. № A11. P. 16971–16979. 1992.

– Korsunskaja J.A. Heuristic model of solar x-ray spectrum according to satellite data for geophysical applications // Solar-Terrestrial Physics. V. 5. № 3. P. 75–86. 2019. <https://doi.org/10.12737/stp-53201909>

– Krivolutsky A.A., Cherepanova L.A., V'yushkova T.Y., Repnev A.I. The three-dimensional global numerical model CHARM-I: The incorporation of processes in the ionospheric D-region // Geomagn. Aeronomy. V. 55. № 4. P. 467–486. 2015. <https://doi.org/10.1134/S0016793215030123>

– Livesey N.J., Read W.G., Lambert A. et al. Aura Microwave Limb Sounder (MLS). Version 2.2 and 2. URL: https://mls.jpl.nasa.gov/data/v2-2_data_quality_document.pdf. California Institute of Technology, Pasadena, California. 2013.

– Lyakhov A.N., Korsunskaya J.A., Gavrilov B.G. et al. Verification of the empirical lower ionosphere models on VLF observations at midlatitude Mikhnevo geophysical observatory // Proc. SPIE. 108339N. 2018.

– Lyakhov A.N., Kozlov S.I., Bekker. S.Z. Assessment of the Accuracy of Calculations Using the International Reference Ionosphere Model IRI-2016: I. Electron Densities // Geomagn. Aeronomy. V. 59. № 1. P. 45–52. 2019. <https://doi.org/10.1134/S0016793219010110>

– Palit S., Basak T., Mondal S.K., Pal S., Chakrabarti S.K. Modelling of the Very Low Frequency (VLF) radio wave signal profile due to solar flares using the GEANT4 Monte Carlo simulation coupled with ionospheric chemistry // Atmos. Chem. Phys. V. 13. P. 9159–9168. 2013. <https://doi.org/10.5194/acp-13-9159-2013>

– Turunen E., Matveinen H., Ranta H. Sodankyla Ion Chemistry (SIC) model. Rept. 49. Finland: Sodankyla Geophysical Observatory. 1992.

– Turunen E., Tolvanen J., Matveinen H., Ranta H. D Region Ion Chemistry Model. STEP Handbook of Ionospheric Models. Boulder, CO: Utah State University. P. 1–25. 1996.

– Verronen P.T., Andersson M.E., Marsh D.R., Kovacs T., Plane J.M.C. WACCM-D – Whole atmosphere community climate model with D-region ion chemistry // J. Adv. Model. Earth. Sy. V. 8. № 2. P. 954–975. 2016. <https://doi.org/10.1002/2015MS000592>

– Wait J.R., Spies K.P. Characteristics of the Earth-ionosphere waveguide for VLF radio waves. NBS Technical Note 300. Washington, US. 1964.