

УДК 550.388

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЫСОТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ ПО ДАННЫМ ВНЕШНЕГО СПУТНИКОВОГО ЗОНДИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ IRI ВО ВНУТРЕННЕЙ ИОНОСФЕРЕ

© 2021 г. П. Ф. Денисенко^{1, *}, В. В. Соцкий^{1, **}

¹Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Россия

*e-mail: denis@sfedu.ru

**e-mail: vvsotsky@sfedu.ru

Поступила в редакцию 23.05.2020 г.

После доработки 03.07.2020 г.

Принята к публикации 24.09.2020 г.

Предложен способ определения полных высотных профилей электронной концентрации в ионосфере по ионограммам внешнего спутникового зондирования, содержащим следы отражений зондирующих сигналов от земной поверхности. Монотонный профиль от спутника до некоторой высоты hm , находящейся выше высоты $hmF2$ максимума слоя $F2$, рассчитывается классическим методом по отражениям от внешней ионосферы. Ниже высоты hm вплоть до основания ионосферы профиль представляется системой взаимосвязанных аналитических функций с ограниченным числом параметров. Их значения находятся методами оптимизации при совместном использовании следов отражений сигналов как от внешней части ионосферы, так и от Земли. Для повышения устойчивости задачи нижняя часть искомого профиля в области E задается неизменяемым профилем из модели IRI-2016. Способ обеспечивает надежное определение параметров максимума $hmF2$, $NmF2$ и профиля в его окрестности. Введение в модель IRI ключевых параметров – $hmF2$, $NmF2$ и дополнительно рассчитанных значений $B0$ и $B1$, определяющих форму профиля в области F , позволяет получить IRI-профиль, скорректированный для реальных условий эксперимента. Рассчитанный и скорректированный профили близки друг к другу во внутренней ионосфере и могут заметно отличаться во внешней ионосфере. Таким образом, использование предлагаемого в работе способа для реконструкции полного высотного профиля электронной концентрации расширяет информационную ценность внешнего спутникового зондирования ионосферы.

DOI: 10.31857/S0016794021020061

1. ВВЕДЕНИЕ

На многих ионограммах внешнего спутникового зондирования ионосферы (ВнЗ) помимо следов отражений зондирующих сигналов от внешней ионосферы содержатся также следы отражений сигналов от земной поверхности. Фактически последние – это сигналы вертикального трансionoсферного зондирования (ТИЗ), реализованного естественным образом без применения специальной аппаратуры. В настоящей работе предлагается способ использования групповых путей этих сигналов для определения вертикальных (высотных) распределений электронной концентрации ($n_e(h)$ -профилей) во всей толще ионосферы ниже высоты спутника h_s .

Поставленная задача не является новой. Первые идею использования данных ТИЗ для получения сведений об электронном строении ионосферы высказал Н.П. Данилкин [1974]. При этом

трансionoграммы – частотные зависимости групповых путей $P'(f)$ сигналов, прошедших ионосферу насквозь от спутника до наземного пункта приема, рассматривались в качестве дополнения к данным ВнЗ. Предполагалось, что наличие трансionoграмм позволит дополнить вертикальные профили электронной концентрации, рассчитанные для внешней ионосферы ($h \geq hmF2$) по данным ВнЗ, профилями во внутренней ионосфере ($h \leq hmF2$), рассчитанными с использованием трансionoграмм. В итоге получается полный $n_e(h)$ -профиль от высоты спутника h_s до начальной высоты ионосферы h_0 . Схема расчетов включает три этапа. На первом из ионограммы ВнЗ определяется $n_{e\ top}(h)$ -профиль во внешней ионосфере от высоты h_s до высоты $hmF2$ (сверху вниз). Затем по нему определяется вклад внешней ионосферы $\Delta P'_{\ top}(f)$ в групповые пути трансionoсферных сигналов, и вычисляются группо-

вые пути этих сигналов во внутренней ионосфере $\Delta P'_{\text{bot}}(f) = P'(f) - \Delta P'_{\text{top}}(f)$. На заключительном этапе методом математической оптимизации находится $n_{e\text{bot}}(h)$ -профиль во внутренней ионосфере, минимизирующий функционал

$$\Phi = \sum_i \left[P'_{\text{calc},i} - \Delta P'_{\text{bot},i} \right]^2,$$

где суммирование ведется по отсчетам на выбранных частотах трансionoсферных сигналов; $P'_{\text{calc},i}$ – вычисляемые групповые пути, зависящие от распределения $n_e(h)$ во внутренней ионосфере.

В дальнейшем было показано [Денисенко и Соцкий, 1987; Danilkin et al., 1988], что задача определения $n_{e\text{bot}}(h)$ -профиля во внутренней ионосфере по групповым путям $\Delta P'_{\text{bot}}(f)$ сигналов, пронизывающим ее насквозь, аналогична задаче решения интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Подобные задачи принадлежат к классу некорректных задач математической физики [Тихонов и Арсенин, 1979], отличающихся отсутствием устойчивости решения относительно различного рода случайных погрешностей в экспериментальных данных. Другими словами, возможно получение бесконечного множества $n_{e\text{bot}}(h)$ -профилей, каждый из которых в пределах экспериментальной погрешности удовлетворяет имеющимся групповым путям $\Delta P'_{\text{bot}}(f)$. Исследования, проведенные в модельном эксперименте [Данилкин и др., 1987] с применением метода регуляризации [Тихонов и Арсенин, 1979], показали, что восстановление исходного $n_{e\text{bot}}(h)$ -профиля во внутренней ионосфере, описываемого тремя параметрами, требует точности групповых путей сигналов ТИЗ не менее 1 км. Поскольку имеющиеся на сегодня экспериментальные данные такой точностью не обладают, то для повышения устойчивости задачи необходимо привлечение дополнительной информации о решении ($n_{e\text{bot}}(h)$ -профиле). Чем меньшим числом параметров описывается $n_{e\text{bot}}(h)$ -профиль, тем выше его устойчивость к погрешностям в экспериментальных данных ВнЗ и ТИЗ. Поэтому максимальную устойчивость задачи обеспечивает модельный $n_{e\text{bot}}(h)$ -профиль, описываемый одним параметром при известных значениях $hmF2$ и $NmF2$. Это может быть, например, параболическое или квазигауссовское распределение $n_e(h)$, которое наиболее адекватно описывает высотный ход электронной концентрации в окрестности максимума области F . Однако даже в этом случае на решение существенно влияют погрешности определения $n_{e\text{top}}(h)$ -профиля во внешней ионосфере и особенно высоты $hmF2$ [Данилкин и др., 1987], поскольку от них зависит вклад внешней ионосферы $\Delta P'_{\text{bot}}(f)$ в групповые пути трансionoсферных сигналов.

Ситуация ухудшается еще и тем, что для интерпретации экспериментов по ТИЗ используются модели ионосферы, предполагающие отсутствие в ионосфере пространственных горизонтальных градиентов электронной концентрации между зонами ВнЗ и ТИЗ, которые при наклонном ТИЗ не совпадают. Именно по этим причинам в литературе описаны только немногочисленные (самые удачные) результаты определения полных $n_e(h)$ -профилей по данным ВнЗ и ТИЗ, несмотря на то, что только в экспериментах с ИСЗ “Интеркосмос-19” было получено более 2000 трансionoграмм [Данилкин, 1987]. Таким образом, предложенная в работе [Данилкин, 1974] схема расчетов может быть рекомендована при некоторых ограничениях только при слабонаклонном или при вертикальном ТИЗ. В последнем случае могут быть также использованы следы отражений сигналов на ионограммах ВнЗ от земной поверхности. История метода ТИЗ, полученные к настоящему времени достижения и перспективы дальнейшего использования подробно описаны в обзорах [Данилкин, 2017; Ivanov et al., 2018]. В дополнение отметим, что в работе [Иванов и Соцкий, 2016] впервые предложен способ использования модели IRI для восстановления полных $n_e(s)$ -профилей вдоль линии, соединяющей ИСЗ и наземную станцию приема, по данным прямого ТИЗ.

В настоящей работе предлагается способ определения полного $n_e(h)$ -профиля по данным ВнЗ и вертикального ТИЗ (отражения от поверхности Земли). Применяется та же трехэтапная схема расчетов. При этом $n_{e\text{top}}(h)$ -профиль во внешней ионосфере рассчитывается сверху вниз от высоты спутника h_s до некоторой высоты $hm > hmF2$. Ниже этой высоты $n_e(h)$ -профиль представляется системой взаимосвязанных функций, параметры которых оптимизируются по минимальному отклонению расчетных групповых путей от экспериментальных при совместном использовании следов отражений сигналов как от внешней части ионосферы, так и от Земли. Для повышения устойчивости задачи нижняя часть искомого $n_e(h)$ -профиля в области E задается неизменяемым профилем из модели IRI-2016 [Bilitza et al., 2017] (в дальнейшем модель IRI) для соответствующих условий эксперимента.

2. РАСЧЕТ $f_N(h)$ -ПРОФИЛЕЙ ВО ВНЕШНЕЙ ИОНОСФЕРЕ

Рассмотрим задачу определения профиля электронной плазменной частоты $f_N(h)$ во внешней ионосфере по данным об отражениях сигналов ВнЗ. Расчет $f_N(h)$ -профилей основан на обращении нелинейного интегрального уравнения

$$P'(f) = \int_0^{z_r(f)} \mu'[f, f_N(z), f_H(z), \theta] dz, \quad (1)$$

где $P'(f)$ – зависимость групповых путей (действующих глубин отражения) сигналов от частоты зондирования f ; $z_r(f) = h_s - h_r(f)$ – истинная глубина отражения сигнала, отсчитываемая от спутника; h_s – высота спутника; $h_r(f)$ – высота отражения сигнала, отсчитываемая от поверхности Земли; μ' – групповой показатель преломления волны – функция частоты f , плазменной частоты f_N , гирочастоты f_H , угла θ между направлением вектора напряженности магнитного поля и вектором волновой нормали (вертикалью); относительно функции $f_N(z)$, однозначно связанной с электронной концентрацией $n_e(z)$ соотношением $f_N(z) = k\sqrt{n_e(z)}$, где k – константа, зависящая от выбора единиц измерений. Далее в тексте запись зависимости μ' от параметров f_H и θ будем опускать.

Отражение сигнала происходит на глубине $z_r(f)$, где частоты f_N и f связаны соотношениями: $f_N = f$ – для o -волны и $f_N = \sqrt{f(f - f_H)}$ – для x -волны. Таким образом, в области определения функции $z_r(f)$ ее значения (для o -волн) совпадают со значениями функции $z(f_N)$, обратной к $f_N(z)$ -профилю. Отметим, что при монотонном возрастании частоты монотонно возрастает и функция $f_N = f_N(f)$.

Для решения задачи в работе используется метод Джексона [Jackson, 1969] с отсчетами действующих глубин отражения по x -компоненте ионограммы. Вся толща ионосферы $h_0 \leq h \leq h_s$ разбивается на ряд плоских слоев, внутри которых предполагается какое-либо аналитическое изменение электронной концентрации (т.н. ламинарный метод). Для внешней ионосферы во всех высотных интервалах вплоть до некоторой высоты hm , находящейся в верхней окрестности максимума слоя $F2$ ($hm > hmF2$), в работе применяется кусочно-непрерывная функция $n_e(z)$:

$$n_e(z) = n_{e,j-1} \exp[(z - z_{j-1})/H_j], \quad z_{j-1} \leq z \leq z_j, \quad (2)$$

где j – номер слоя, отсчитываемый от спутника, $1 \leq j \leq m$, m – максимальный номер, соответствующий глубине z_m (высоте hm), $z_0 = 0$; H_j – шкала высоты слоя; $n_{e0} = n_e(0)$ – электронная концентрация на высоте спутника (известная величина).

При численном задании функции $P'(f)$ уравнение (1) линеаризуется и переходит в систему линейных алгебраических уравнений с треугольной матрицей

$$\mathbf{P}' = \mathbf{M}\mathbf{H}, \quad (3)$$

где $\mathbf{P}' = [P'(f_1); P'(f_2); \dots; P'(f_m)]^T$, $f_1 < f_2 < \dots < f_m$ – вектор-столбец отсчетов действующих глубин отражения сигналов x -компоненты, здесь и ниже

индекс “ T ” означает транспонирование; матрица \mathbf{M} состоит из матричных элементов для экспоненциального профиля (см. подраздел 7.2) и имеет вид

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 & \dots & 0 \\ M_{21} & M_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{m1} & M_{m2} & \dots & M_{mm} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{H} = [H_1; H_2; \dots; H_m]^T$ – вектор-столбец шкал высот слоев.

В рамках выбранной модели (2) решение системы (3)

$$\mathbf{H} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{P}' \quad (4)$$

единственно.

На заключительном этапе расчетов по известному решению (4) определяем функцию $z(n_e)$, обратную к $n_e(z)$ -профилю. Из модели (2) получаем таблицу истинных глубин отражения сигналов

$$\begin{aligned} z_j &= z_{j-1} + H_j \ln(n_{e,j}/n_{e,j-1}) = \\ &= z_{j-1} + 2H_j \ln(f_{N,j}/f_{N,j-1}), \end{aligned}$$

где $j = 1, 2, \dots, m$; $z_0 = z_s = 0$. Пересчет в $n_e(h)$ -профиль проводим по формуле $h_j = h_s - z_j$, которая определяет высоты от поверхности Земли с концентрацией $n_{e,j}$ (или плазменной частотой $f_{N,j}$). Последняя рассчитанная точка $f_N(h)$ -профиля во внешней ионосфере находится на высоте $hm > hmF2$ с плазменной частотой f_{Nm} , связанной с частотой зондирования x -сигнала f_m соотношением $f_{Nm} = \sqrt{f_m(f_m - f_H)}$.

Отметим, что при расчете матричных элементов M_{ij} в системе уравнений (3) необходимо учитывать изменение гирочастоты электронов $f_H(h)$ с высотой. В работе для этого используется зависимость для дипольной модели магнитного поля:

$$f_H(h) = f_{Hs} \left(\frac{R_s}{R+h} \right)^3,$$

где f_{Hs} – гирочастота электронов на высоте спутника; $R = 6378$ км – радиус Земли; $R_s = R + h_s$ – расстояние от спутника до центра Земли.

3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ $f_N(h)$ -ПРОФИЛЕЙ ВО ВНУТРЕННЕЙ ИОНОСФЕРЕ ПО ДАННЫМ ВНЕШНЕГО И ТРАНСИОНОСФЕРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

После определения $f_{N,top}(h)$ -профиля, $hm \leq h \leq h_s$, во внешней ионосфере по нему прямым расчетом по формуле (1) находятся групповые пути $\Delta P'_{top}(f)$ для x -сигналов, отраженных, во-первых, во внешней ионосфере в области высот $hmF2 <$

$< h < hm$, на частотах, меньших критической частоты x -следа, $f_m < f < fxF2$ (первая группа), и, во-вторых, отраженных земной поверхностью, на частотах, больших критической частоты x -следа, $f > fxF2$ (вторая группа). Далее вычисляются групповые пути этих сигналов ниже высоты hm : $\Delta P'(f) = P'(f) - \Delta P'_{top}(f)$ для сигналов первой группы, и $P_g(f) = P'(f) - \Delta P'_{top}(f)$ для сигналов второй группы. Таким образом, для восстановления $f_N(h)$ -профиля ниже высоты hm имеется система интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \Delta P'(f) = \int_{h_v(f)}^{hm} \mu'_x[f, f_N(h)] dh, & f_m < f < fxF2 \\ P_g(f) = \int_0^{hm} \mu'_x[f, f_N(h)] dh, & f > fxF2. \end{cases} \quad (5)$$

Первое уравнение сводится к интегральному уравнению Вольтерра первого рода, второе – к интегральному уравнению Фредгольма первого рода. Как было отмечено выше, наличие второго уравнения делает всю задачу некорректной. Одним из способов решения подобных задач является использование физически обоснованных моделей с минимально возможным числом параметров.

3.1. Система функций

для представления $f_N(h)$ -профиля. Решение системы уравнений с выбором оптимального значения критической частоты слоя $F2$

Наш подход заключается в следующем. Интервал высот $[0, hm]$ разбивается на четыре области (рис. 1), в каждой из которых принимается своя модель:

$$I) f_N(h) = f_c \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{h - h_{max}}{H_{top}} \right)^2 \right], \quad (6)$$

$$h_{max} < h \leq hm,$$

$$II) f_N(h) = f_c \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{h_{max} - h}{H_{bot}} \right)^2 \right], \quad (7)$$

$$h_B < h \leq h_{max},$$

$$III) f_N(h) = f_v + (f_B - f_v) \left(\frac{h - h_v}{h_B - h_v} \right)^2, \quad (8)$$

$$h_v < h \leq h_B,$$

$$IV) f_N(h) \Rightarrow \text{модель IRI}, \quad h_0 \leq h \leq h_v. \quad (9)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $f_c = foF2$ – критическая частота области $F2$, $f_c = f_N(hmF2)$; $h_{max} = hmF2$; f_B – плазменная частота, рекомендуемая моделью IRI, для сшивки слоя $F2$ с нижележащей областью на высоте h_B ; $f_B = foF1$ при нали-

чии слоя $F1$ и $f_B = 0.4883foF2$, если слоя $F1$ нет; $f_v = f_N(h_v)$ – минимальная плазменная частота в долине на высоте h_v ; h_0 – высота начала ионосферы. Распределение $f_N(h)$, $h_0 \leq h \leq h_v$ в IV области и параметр $foF1$ задаются моделью IRI, рассчитанной для конкретных географических координат, времени и значений f_c и h_{max} .

Для принятой модели распределения $f_N(h)$ ниже hm из уравнений (5) после их линеаризации получаем систему уравнений:

$$\Delta P'(f) = H_{top} A_{top}(f, f_c), \quad f_m < f < fxF2, \quad (10)$$

$$P_g(f) = h_0 + \Delta P_{IRI}(f) + (h_B - h_v) A_{vB}(f) + H_{bot} A_2(f, f_c) + H_{top} A_1(f, f_c), \quad f > fxF2, \quad (11)$$

где H_{top} и H_{bot} – шкалы высот квазигауссовских распределений (6) и (7), подлежащие определению; A_{top} и A_1, A_2, A_{vB} – матричные элементы соответственно для распределений (6), (7) и (8) (см.

раздел 8); $\Delta P_{IRI}(f) = \int_{h_0}^{h_v} \mu'_x[f, f_N(h)] dh$ – постоянный вклад областей D и E в групповые пути, рассчитываемый по модели IRI. Отметим, что в уравнении (11) каждое слагаемое (справа налево) выражает вклад областей I–IV в групповые пути сигналов второй группы.

Преобразуем уравнение (11) к более удобному виду. Используя зависимость (6), определим высоту h_{max}

$$h_{max} = hm - H_{top} \sqrt{2 \ln(f_c / f_{Nm})}, \quad (12)$$

где f_{Nm} – плазменная частота на высоте hm . Используя зависимость (7), определим высоту h_B

$$h_B = h_{max} - H_{bot} \sqrt{2 \ln(f_c / f_B)}, \quad (13)$$

или с учетом (12)

$$h_B = hm - H_{top} \sqrt{2 \ln(f_c / f_{Nm})} - H_{bot} \sqrt{2 \ln(f_c / f_B)}.$$

После подстановки h_B в уравнение (11) запишем систему уравнений (10)–(11) в виде

$$A_{top}(f_i, f_c) H_{top} = \Delta P'(f_i), \quad (14)$$

$$f_m < f_i < fxF2, \quad i = 1, 2, \dots, n_{top},$$

$$A_{d1}(f_i, f_c) H_{top} + A_{d2}(f_i, f_c) H_{bot} = \Delta P_g(f_i), \quad (15)$$

$$f_i > fxF2, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

где введены обозначения

$$A_{d1}(f, f_c) = A_1(f, f_c) - A_{vB}(f) \sqrt{2 \ln(f_c / f_{Nm})},$$

$$A_{d2}(f, f_c) = A_2(f, f_c) - A_{vB}(f) \sqrt{2 \ln(f_c / f_B)},$$

$$\Delta P_g(f) = P_g(f) - h_0 - \Delta P_{IRI}(f) - (hm - h_v) A_{vB}(f),$$

n_{top} – количество сигналов первой группы, отражающихся во внешней ионосфере; n – количество сигналов второй группы, проходящих ионосферу насквозь, $n_{top} + n > 2$; $\Delta P_g(f)$ – групповые пу-

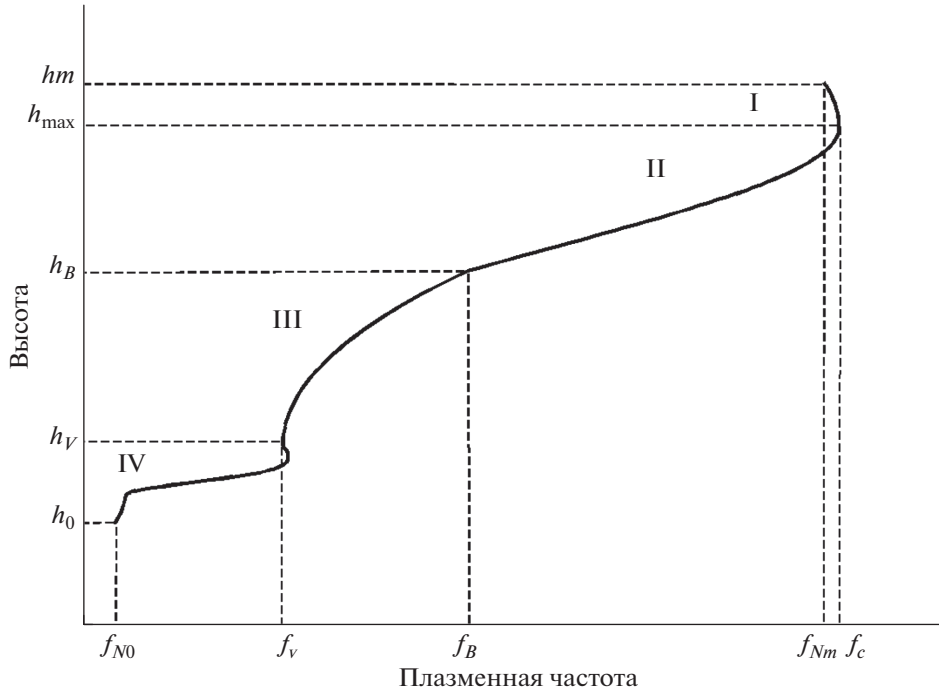


Рис. 1. Представление $f_N(h)$ -профиля ниже высоты hm модельными зависимостями (6)–(9).

ти в интервале высот $h_B \leq h \leq hm$. Таким образом, при заданном значении критической частоты f_c мы имеем переопределенную систему уравнений с двумя неизвестными H_{top} и H_{bot} – шкалами высот квазигaussianских зависимостей $f_N(h)$ в I и II областях (рис. 1).

Запишем систему (14)–(15) в матричных обозначениях:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{y}, \tag{16}$$

$$\text{где } \mathbf{A}(f_c) = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{top}(f_c) & 0 \\ \mathbf{A}_{d1}(f_c) & \mathbf{A}_{d2}(f_c) \end{pmatrix}, \mathbf{u} = \begin{pmatrix} H_{top} \\ H_{bot} \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{P}' \\ \Delta \mathbf{P}_g \end{pmatrix}.$$

Для заданного значения критической частоты f_{ct} решение системы находится методом наименьших квадратов (МНК) [Худсон, 1970]:

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{y}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}.$$

Данное решение характеризуется значением функционала суммы квадратов невязок между вычисленными и экспериментальными значениями групповых путей:

$$S(f_{ct}, \mathbf{u}_r) = (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{u}_r)^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{u}_r). \tag{17}$$

Варьируя допустимые значения критической частоты f_{ct} и решая каждый раз систему (16), определяем оптимальное решение $\mathbf{x}_0^T = (\mathbf{u}_{r0}^T, f_{c0}) = (H_{top0}, H_{bot0}, f_{c0})$, при котором функционал (17) достигает минимума.

3.2. Уточнение решения и оценка погрешностей параметров

Полученное решение, однако, не всегда является точным (оптимальным), поскольку варьирование величины f_c возможно только с каким-либо

шагом. Для уточнения решения в окрестности \mathbf{x}_0^T и оценки дисперсий определяемых параметров воспользуемся схемой МНК с линеаризацией зависимости групповых путей по нелинейному параметру f_c [Худсон, 1970]. Новая система линеаризованных уравнений имеет вид

$$\mathbf{A}_e \mathbf{x} = \mathbf{y}, \tag{18}$$

где матрица \mathbf{A}_e состоит из трех столбцов: $\mathbf{A}_e = (\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3)$; \mathbf{A}_1 и \mathbf{A}_2 – первый и второй столбцы матрицы \mathbf{A} в (16); $\mathbf{A}_3 = H_{top0} \frac{\partial \mathbf{A}_1}{\partial f_c} + H_{bot0} \frac{\partial \mathbf{A}_2}{\partial f_c}$ – третий столбец, в котором производные вычисляются при f_{c0} ; $\mathbf{x}^T = (H_{top}, H_{bot}, \delta f_c)$ – вектор неизвестных параметров; $\delta f_c = f_c - f_{c0}$ – отклонение критической частоты от значения f_{c0} . Решая уравнение (18) методом наименьших квадратов, получаем:

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}_e^{-1} \mathbf{A}_e^T \mathbf{y}, \quad \mathbf{B}_e = \mathbf{A}_e^T \mathbf{A}_e.$$

Таким образом, окончательный (уточненный) результат есть $\mathbf{x}^T = (H_{top}, H_{bot}, \delta f_c)$, $f_c = f_{c0} + \delta f_c$. Остаточная сумма квадратов невязок есть

$$S_{min} = (\mathbf{y} - \mathbf{A}_e \mathbf{x})^T (\mathbf{y} - \mathbf{A}_e \mathbf{x}).$$

Искомое высотное распределение $f_N(h)$, $h < hm$ рассчитывается по формулам (6)–(9), (12)–(13).

Матрица ошибок искомых параметров находится как [Худсон, 1970]

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \frac{S_{\min}}{(n_{\text{top}} + n - 3)} \mathbf{B}_e^{-1}.$$

С ее помощью определяются среднеквадратичные отклонения (СКО):

$$\sigma(H_{\text{top}}) = \sqrt{D_{11}}, \quad \sigma(H_{\text{bot}}) = \sqrt{D_{22}}, \\ \sigma(f_c) = \sigma(\delta f_c) = \sqrt{D_{33}}.$$

Соответственно по формуле (12) находится СКО высоты максимума области F

$$\sigma(h_{\text{max}}) = \left[\left(\frac{\partial h_{\text{max}}}{\partial H_{\text{top}}} \right)_x^2 D_{11} + \left(\frac{\partial h_{\text{max}}}{\partial f_c} \right)_x^2 D_{33} \right]^{1/2} = \\ = \left[LD_{11} + \left(\frac{H_{\text{top}}}{f_c} \right)^2 \frac{D_{33}}{L} \right]^{1/2},$$

где $L = 2 \ln(f_c/f_{Nm})$.

Качество решения оценивается по среднеквадратичным невязкам исходных и рассчитанных групповых путей в высотных интервалах, находящихся выше и ниже h_{max} . Для $h_{\text{max}} \leq h \leq hm$ (первая группа сигналов)

$$s_{\text{top}} = \left[\sum_{i=1}^{n_{\text{top}}} (\Delta P'(f_i) - H_{\text{top}} A_{\text{top}}(f_i, f_c))^2 / n_{\text{top}} \right]^{1/2}.$$

Для второй группы сигналов выделяются их групповые пути в области F на высотах $h_v \leq h \leq h_{\text{max}}$

$$\Delta P_F(f) = P_g(f) - h_0 - \Delta P_{\text{RI}}(f) - H_{\text{top}} A_1(f, f_c), \quad (19)$$

а затем определяются соответствующие невязки

$$s_F = \left[\sum_{i=1}^n (\Delta P_F(f_i) - (h_B - h_v) A_{vB}(f_i) - H_{\text{bot}} A_2(f_i, f_c))^2 / n \right]^{1/2}, \quad (20)$$

где второе слагаемое выражает групповые пути сигналов в промежуточной области III, а третье – в области II под высотой максимума $hmF2$. Чем меньше значения s_{top} и s_F , тем более адекватно найденное решение истинному распределению $f_N(h)$. На этом решение задачи восстановления $f_N(h)$ -профиля во внутренней ионосфере в рамках сформулированной кусочно-непрерывной модели (6)–(9) можно считать законченным.

3.3. Коррекция решения для получения гладкого $f_N(h)$ -профиля

Отметим, что восстановленный $f_N(h)$ -профиль имеет разрыв производной df_N/dh в точке (h_B, f_B) .

При наличии слоя $F1$ это естественное обстоятельство. В отсутствии слоя $F1$ получение $f_N(h)$ -профиля с непрерывной первой производной возможно путем коррекции найденного решения. Представим, что вместо распределения (8) на интервале III задано распределение плазменной частоты в более общем виде

$$f_{Np}(h) = f_v + (f_B - f_v) \left(\frac{h - h_v}{h_B - h_v} \right)^p, \quad (21)$$

где показатель степени $p > 1$. Из требования равенства производных слева и справа в точке (h_B, f_B) получаем

$$p = \frac{f_B}{f_B - f_v} \frac{(h_B - h_v)(h_{\text{max}} - h_B)}{H_{\text{bot}}^2}. \quad (22)$$

Подстановка этого значения в (21), с одной стороны, обеспечивает непрерывность $f_N(h)$ -профиля в точке (h_B, f_B) , с другой, при $p \neq 2$ приводит к искажению первоначального профиля (8) и, как следствие, к изменению вклада промежуточной области III в групповые пути, который теперь равен

$$\Delta P_{vB}(f, f_B, p) = \int_{h_v}^{h_B} \mu'_x[f, f_{Np}(h)] dh.$$

Соответственно изменяется сумма квадратов невязок групповых путей в интервале высот $h_v \leq h \leq h_{\text{max}}$ в выражении (20):

$$s_F(f_B, p) = \sum_{i=1}^n [\Delta P_F(f_i) - \Delta P_{vB}(f_i, f_B, p) - H_{\text{bot}} A_2(f_i, f_c, f_B)]^2. \quad (23)$$

Для получения наилучшего согласия расчетных и исходных групповых путей минимизируем функционал (23) по параметру f_B . При изменении f_B в соответствии с формулой (13) изменяется положение точки сшивки (h_B, f_B) модельных зависимостей (7) и (21), что по формуле (22) приводит к новому значению параметра p и в конечном итоге к новому значению функционала (23). Значение f_B , при котором функционал (23) достигает минимума, определяет оптимальное значение параметра p , и, следовательно, окончательное решение задачи восстановления $f_N(h)$ -профиля во внутренней ионосфере в рамках модели (6)–(7), (21), (9) с непрерывной производной df_N/dh в точке (h_B, f_B) .

При наличии слоя $F1$ точка (h_B, f_B) фиксирована, и функционал (23) минимизируется только по показателю степени p . После нахождения минимального значения $s_{F, \min}$ находится соответствующая среднеквадратичная невязка $s_{Fp} = \sqrt{s_{F, \min}/n}$.

3.4. Отображение рассчитанного $f_N(h)$ -профиля в профиль модели IRI

В ряде прикладных программ для расчета распространения радиоволн используется модель IRI. Рассчитанный $f_N(h)$ -профиль можно использовать для получения соответствующего ему IRI-профиля путем введения в модель IRI значений ключевых параметров: $hmF2$, $foF2$, $B0$ и $B1$. Параметры $B0$ и $B1$ определяют в модели IRI форму $f_N(h)$ -профиля в области F на высотах $h_B \leq h \leq h_{\max}$ (область II на рис. 1):

$$f_{NF2}(h) = f_c \frac{\exp[-0.5X(h)^{B1}]}{\sqrt{\text{ch}[X(h)]}}, \quad (24)$$

$$X(h) = \frac{h_{\max} - h}{B0}, \quad B0 = h_{\max} - h_B,$$

где h_B – высота с плазменной частотой f_B .

Для определения значений параметров $B0$ и $B1$ можно рекомендовать следующую процедуру расчетов. Зададим в интервале $h_B \leq h \leq h_{\max}$ массив высот $h_{F2,i}$, $i = 1, 2, \dots, m_F$, для которого по формулам (24) при $B1 = 2$ рассчитаем значения плазменных частот $f_{N,i} = f_{NF2}(h_{F2,i})$, $i = 1, 2, \dots, m_F$. Далее по формуле (7) определим соответствующие им высоты квазигaussовского распределения $f_N(h)$ в области II

$$h_{g,i} = h_{\max} - H_{\text{bot}} \sqrt{2 \ln(f_c / f_{N,i})}, \quad i = 1, 2, \dots, m_F.$$

Различие между высотами будем характеризовать суммой квадратов

$$S(B0) = \sum_i (h_{g,i} - h_{F2,i})^2. \quad (25)$$

При $B1 = 2$ по минимуму функционала (25) найдем оптимальное значение $B0_{\text{opt}}$. Затем уточним параметр $B1$ путем минимизации функционала

$$S_{F,IRI}(B1) = \sum_{i=1}^n [\Delta P_F(f_i) - \Delta P_{F,IRI}(f_i, B1)]^2 \quad (26)$$

от суммы квадратов отклонений групповых путей (19) на высотах $h_v \leq h \leq h_{\max}$ от групповых путей, рассчитанных на основе модели IRI

$$\Delta P_{F,IRI}(f, B1) = \int_{h_v}^{h_{\max}} \mu'_x [f, f_{N,IRI}(h, B1, B0_{\text{opt}}, h_{\max}, f_c)] dh,$$

где $f_{N,IRI}$ – профиль, рассчитанный по модели IRI. После нахождения минимального значения $S_{F,IRI \text{min}}$ в (26) с $B1 = B1_{\text{opt}}$ находится соответствующая среднеквадратичная невязка $s_{F,IRI} = \sqrt{S_{F,IRI \text{min}}/n}$, характеризующая соответствие полученного оптимального $f_{N,IRI}(h)$ -профиля истинному распределению $f_N(h)$. Полученный $f_{N,IRI}(h)$ -профиль мо-

жет быть рассчитан для любого высотного интервала.

4. ИСПЫТАНИЕ МЕТОДА НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ. ВЫБОР ВОЗМОЖНЫХ РЕШЕНИЙ

В качестве экспериментальных используем данные внешнего зондирования, полученные в 70–80 гг. прошлого века на спутнике ISIS-2 (International Satellite for Ionospheric Studies). Данные в электронном виде доступны на сайте NASA's Space Physics Data Facility (SPDF) по адресу (<https://spdf.sci.gsfc.nasa.gov>). Ионограммы ВнЗ в виде cdf-файлов (common data format) доступны из этой же базы по адресу (https://spdf.sci.gsfc.nasa.gov/pub/data/isis/topside_sounder/ionogram_cdf/isis2/). Разработанная в НИИ физики ЮФУ специальная программа на языке MATLAB "topionFrame" позволяет получить из скачанных cdf-файлов изображения ионограмм и провести их ручную оцифровку с записью в mat-файлы для дальнейшей обработки.

Рассмотрим последовательность восстановления $f_N(h)$ -профиля на конкретном примере. На рисунке 2 показан скриншот ионограммы ВнЗ, полученной на спутнике ISIS-2 22 октября 1979 г. в 22:34:03 UT, с точками оцифровки следов отражений σ -, x - и z -сигналов ВнЗ, включая отражения от земной поверхности. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Вначале по x -компоненте ионограммы рассчитывается $f_{N \text{top}}(h)$ -профиль во внешней ионосфере в интервале высот $hm \leq h \leq h_s$ (см. раздел 2) и определяется его вклад $\Delta P'_{\text{top}}(f)$ в групповые пути зондирующих сигналов первой и второй групп. Далее вычисляются групповые пути $\Delta P'(f)$ и $P_g(f)$ этих сигналов ниже высоты $hm = 351.1$ км, необходимые для решения системы уравнений (10)–(11).

При заданном оценочном значении $f_{c, \text{est}} = 13.56$ МГц, определенном из ионограммы, решаем уравнение (10) относительно H_{top} и по формуле (12) получаем $h_{\max, \text{est}} = 317.2$ км – оценку высоты максимума слоя $F2$. Для заданных географических координат и времени проведения эксперимента вводим значения $f_{c, \text{est}}$ и $h_{\max, \text{est}}$ в модель IRI. Для высот $h < hm$ результат изображен на рис. 3 точечной линией. Слои D , E и долина зависят только от географических координат и времени. Они имеют следующие параметры: $foE = 3.3$ МГц, $hmE = 110$ км, $f_v = 3.21$ МГц, $h_v = 117.5$ км. Плазменная частота стыковки моделей (7) и (8) $f_B = 0.4883f_{c, \text{est}} = 6.62$ МГц.

Полученные значения используем для расчета зависимости $\Delta P_g(f)$ в уравнении (15). Далее решаем систему уравнений (16) с минимизацией функцио-

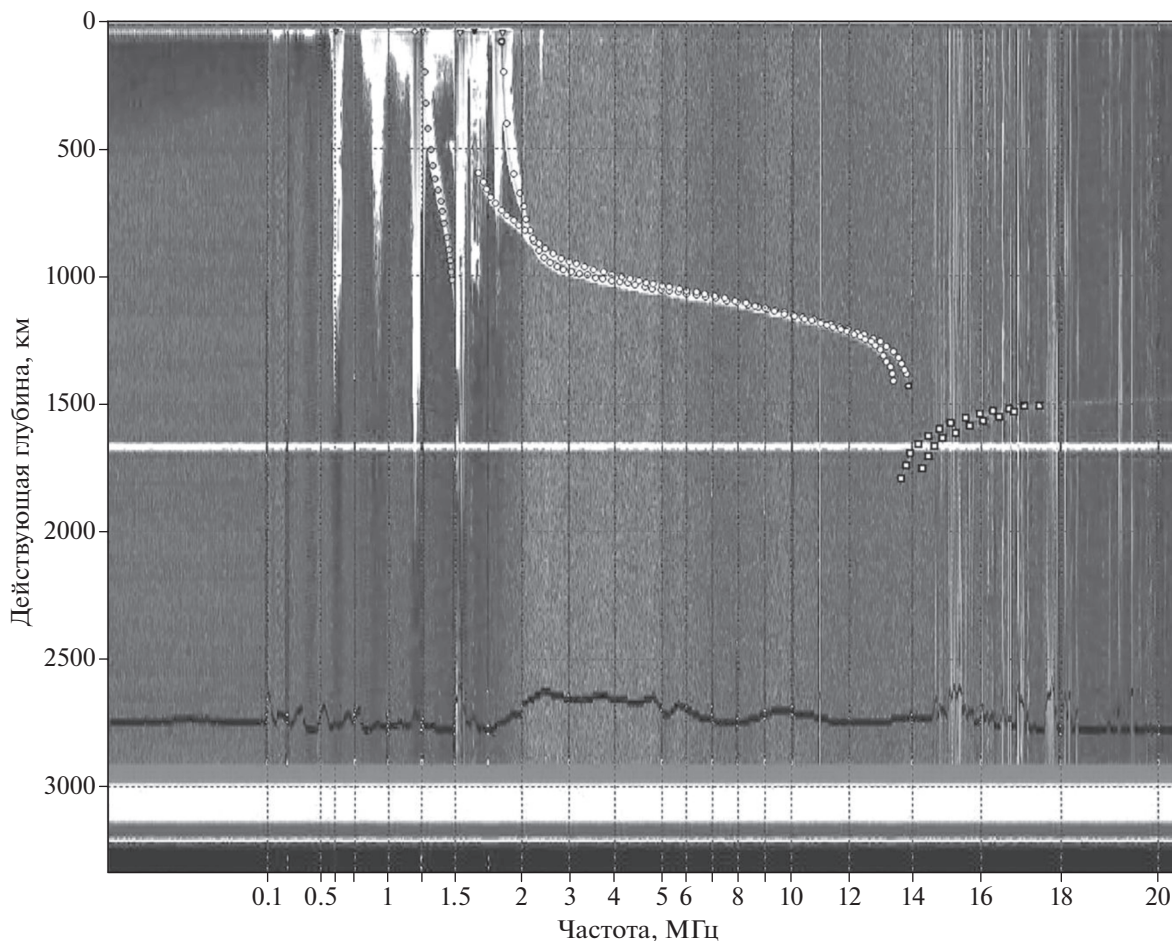


Рис. 2. Скриншот ионограммы ВнЗ, полученной на спутнике ISIS-2 22 октября 1979 г. в 22:34:03 UT, с точками оцифровки следов отражений σ -, x - и z -сигналов. Хорошо видны отражения от земной поверхности.

нала (17). Получаем решение $\mathbf{x}_0^T = (H_{\text{top}0}, H_{\text{bot}0}, f_{c0})$, в котором $f_{c0} = 13.51$ МГц, и высоту максимума из формулы (12) $h_{\text{max}0} = 320.7$ км. Уточняем полученные значения параметров, решая расширенную систему уравнений (18). Уточненное значение $h_{\text{max}} = 320.5$ км, поправка к критической частоте составляет $\delta f_c = 0.001$ МГц. Среднеквадратичные отклонения (погрешности) параметров: $\sigma(h_{\text{max}}) = 2.25$ км, $\sigma(f_c) = 0.023$ МГц. СКО групповых путей для первой группы сигналов во внешней ионосфере $s_{\text{top}} = 6.70$ км. СКО групповых путей для второй группы сигналов во внутренней ионосфере $s_F = 5.82$ км. $f_N(h)$ -профиль с разрывом первой производной в точке $h_B = 228.0$ км, $f_B = 6.62$ МГц изображен штрихпунктирной линией на рис. 3.

В принципе на этом этапе поставленную задачу восстановления $f_N(h)$ -профиля во внутренней ионосфере по данным ВнЗ и вертикального ГИЗ в рамках сформулированной кусочно-непрерывной модели (6)–(9) можно считать решенной.

Объединяя восстановленный $f_N(h)$ -профиль в точке (h_m, f_{Nm}) с $f_{N\text{top}}(h)$ -профилем, получаем полный профиль ионосферы до высоты спутника h_s .

Для отображения рассчитанного кусочно-непрерывного $f_N(h)$ -профиля в профиль модели IRI воспользуемся методикой из подраздела (3.4). При известных значениях критической частоты $f_c = 13.51$ МГц и высоты максимума $h_{\text{max}} = 320.5$ км определяем оптимальные значения параметров $B0_{\text{opt}} = 92.74$ км и $B1_{\text{opt}} = 2.16$. Вводя значения h_{max} , f_c , $B0_{\text{opt}}$ и $B1_{\text{opt}}$ в модель IRI, получаем $f_{N, \text{IRI}}(h)$ -профиль, изображенный на рис. 3 штриховой линией. Характеристикой IRI-профиля является величина $s_{F, \text{IRI}} = 6.20$ км.

При необходимости получения гладкого $f_N(h)$ -профиля (без разрыва производной df_N/dh в точке (h_B, f_B)) можно воспользоваться методикой из подраздела (3.3). В этом случае определяются параметры модели (21), обеспечивающей непрерывность производной на границе второй и третьей областей (см. рис. 1). Оптимальное решение

Таблица 1. Параметры $f_N(h)$ -профилей, рассчитанные по трем ионограммам спутника ISIS-2

Параметры	Ионограммы			Примечания
Дата	22.10.1979	22.03.1973	22.03.1980	Географические координаты
Время, УТ	22:34:03	17:09:30	20:29:48	
Широта	25.48° N	35.71° N	-29.29° N	
Долгота	146.6° E	-80.43° E	-176.1° E	
h_s , км	1392.8	1363.1	1391.1	Высота ИСЗ
f_{Nm} , МГц	13.21	7.14	10.98	Нижняя точка $f_{Ntop}(h)$ -профиля во внешней ионосфере
hm , км	351.1	334.7	347.6	
$f_{c, est}$, МГц	13.56	8.24	12.96	Оценочные значения для использования модели IRI
$h_{max, est}$, км	317.2	258.0	262.3	
foE , МГц	3.30	3.39	3.45	Максимум и долина в области E
hmE , км	110	110	110	
f_v , МГц	3.21	3.31	3.34	
h_v , км	117.5	120	120	
$foF2$, МГц	13.51	7.97	12.40	Максимум области F после уточнения, оценка погрешностей $foF2$ и $hmF2$ по невязкам групповых путей
$\sigma(f_c)$, МГц	0.023	0.019	0.087	
$hmF2$, км	320.5	282.9	289.6	
$\sigma(h_{max})$, км	2.51	1.96	3.98	
f_B , МГц	6.62	4.59 ($foF1$)	6.33	Точка сшивки зависимостей (7) и (8) для $p = 2$
h_B , км	228.0	206 ($hmF1$)	199.4	
$B0_{opt}$, км	92.74	76.88	93.20	Ключевые параметры (вместе с $hmF2$ и $foF2$) для получения $f_{N, IRI}(h)$ -профиля
$B1_{opt}$	2.16	2.87	2.53	
p	2.60	2.44	2.02	Показатель степени для функции $f_{Np}(h)$ в (21) и точка сшивки зависимостей (7) и (21) для гладкого профиля
f_B , МГц	8.41	4.59 ($foF1$)	7.92	
h_B , км	245.1	206 ($hmF1$)	215.9	
s_{top}	6.70	3.25	6.80	СКО групповых путей первой группы сигналов во внешней ионосфере
s_F	5.82	2.47	5.86	СКО групповых путей второй группы сигналов для кусочно-непрерывного профиля
s_{Fp}	5.87	2.45	5.86	СКО групповых путей второй группы сигналов для гладкого профиля
$s_{F, IRI}$	6.20	2.13	6.33	СКО групповых путей второй группы сигналов для IRI-профиля

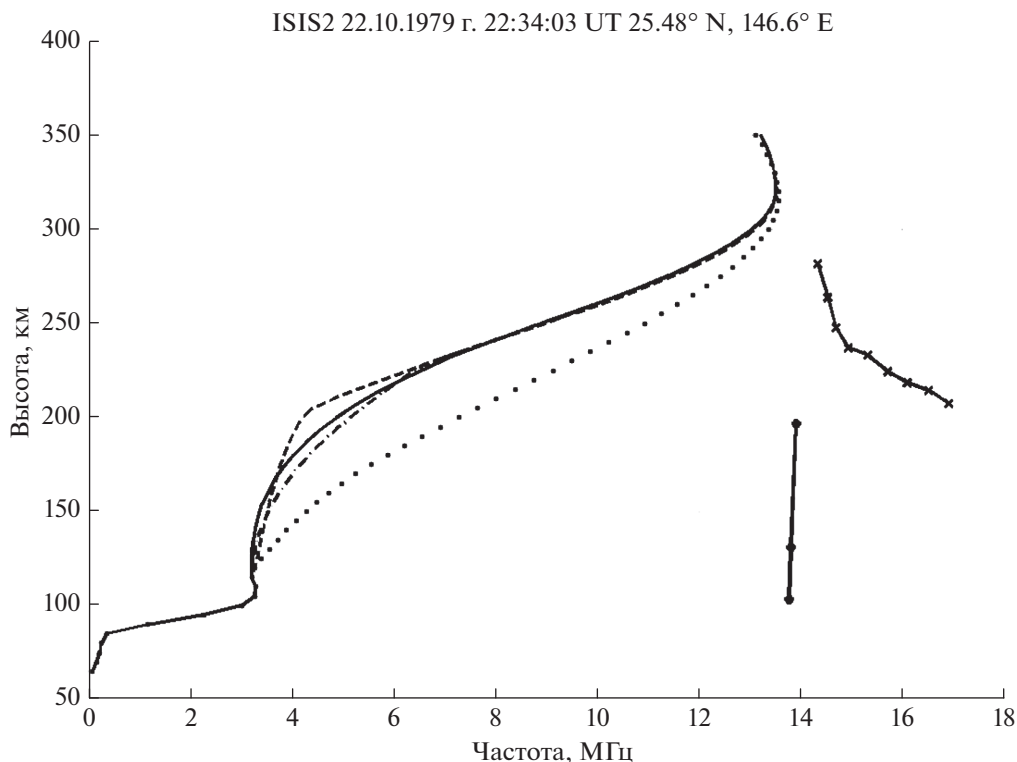


Рис. 3. $f_N(h)$ -профили, $h \leq h_m$, полученные из ионограммы на рис. 2. Точечная линия – IRI-профиль с оценочными значениями параметров f_c и h_{\max} ; штрихпунктирная линия – кусочно-непрерывный $f_N(h)$ -профиль с параболической моделью (8); сплошная линия – гладкий $f_N(h)$ -профиль с полиномиальной моделью (21); штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2$, $foF2$, $B0$, $B1$. В правой части рисунка линия со звездочками – групповые пути $\Delta P'(f)$ сигналов, отраженных во внешней ионосфере; линия с крестиками – уменьшенные в два раза групповые пути $P_g(f)$ трансionoсферных сигналов, отраженных земной поверхностью.

достигается при показателе степени $p = 2.60$, сшивка моделей производится в точке $h_B = 245.1$ км, $f_B = 8.41$ МГц. СКО групповых путей $s_{Fp} = 5.87$ км. $f_N(h)$ -профиль с непрерывной первой производной изображен сплошной кривой на рис. 3.

Заметим, что величины $s_F = 5.82$ км и $s_{Fp} = 5.87$ км практически равны. Это означает практически одинаковый вклад кусочно-непрерывного и гладкого $f_N(h)$ -профилей (штрихпунктирная и сплошная линии на рис. 3) в групповые пути трансionoсферных сигналов. Поэтому оба профиля равноценны, и ни одному из них нельзя отдать предпочтение. Более того, если считать, что погрешность измерения групповых путей составляет не менее 7 км (на самом деле, гораздо больше), то и IRI-профиль (штриховая линия) с $s_{F, IRI} = 6.20$ км можно считать решением поставленной задачи. Мы будем считать решением гладкий $f_N(h)$ -профиль с непрерывной производной df_N/dh в точке (h_B, f_B) .

Для ионограммы на рис. 2 полный $f_N(h)$ -профиль представлен на рис. 4 сплошной линией. Штриховой линией изображен IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2$, $foF2$,

$B0$, $B1$. Видно хорошее совпадение профилей во внешней ионосфере вплоть до высоты спутника.

Рассмотрим восстановление профиля для случая, когда модель IRI указывает на наличие слоя $F1$. Соответствующая ионограмма $ВнЗ$ приведена на рис. 5. Значения всех рассчитанных параметров кусочно-непрерывного, гладкого и IRI профилей приведены в таблице 1, а сами профили изображены на рис. 6. При использовании зависимости (21) вместо (8) уточняется только параметр p , так как в точке стыковки (h_B, f_B) профилей (7) и (21) непрерывности производной df_N/dh не требуется. Отметим, что все три профиля характеризуются среднеквадратичными невязками групповых путей, меньшими 2.5 км, что не превышает погрешностей измерений групповых путей. Поэтому любой из них является решением задачи.

Для ионограммы на рис. 5 полный (с зависимостью (21)) $f_N(h)$ -профиль представлен на рис. 7 сплошной линией. Штриховой линией изображен IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2$, $foF2$, $B0$, $B1$. Отметим, что в этом случае наблюдается систематическое превышение значений плазменных частот IRI-профиля во

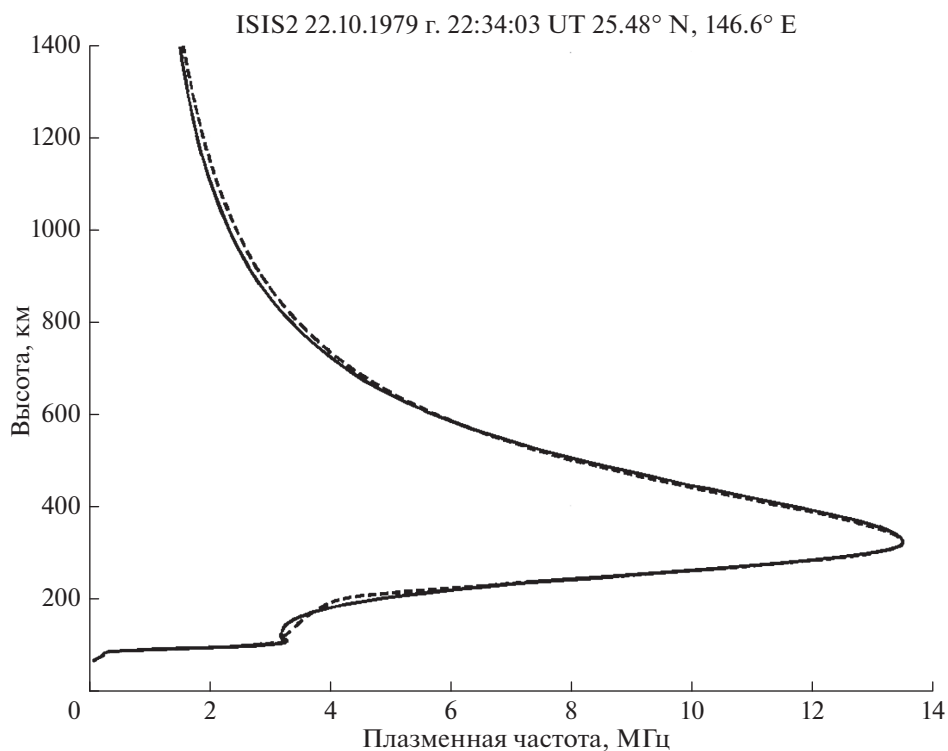


Рис. 4. Полный $f_N(h)$ -профиль ионосферы (сплошная линия), рассчитанный до высоты спутника по ионограмме на рис. 2. Штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2, foF2, B0, B1$.

внешней ионосфере над значениями рассчитанного по ионограмме $f_{N\text{top}}(h)$ -профиля.

Предыдущие два примера относились к северному полушарию. На рисунках 8–10 представлены ионограмма и результаты расчетов $f_N(h)$ -профилей для южного полушария. На рисунках 9–10 изображены только два профиля – с непрерывной производной (сплошная кривая) и скорректированный IRI-профиль (штриховая линия). Параметры кусочно-непрерывного, гладкого и IRI-профилей представлены в таблице. Анализ величин s_F, s_{Fp} и $s_{F, IRI}$ показывает, что они не превышают принятый выше уровень погрешности 7 км, и поэтому любой из профилей можно считать решением задачи. Так же, как в предыдущем случае, на рис. 10 наблюдаем превышение у IRI-профиля значений $f_N(h)$ во внешней ионосфере над значениями рассчитанного по ионограмме $f_{N\text{top}}(h)$ -профиля.

Таким образом, проведенные расчеты показывают, что предлагаемый метод восстановления $f_N(h)$ -профилей во внутренней ионосфере по данным ВнЗ и вертикального ТИЗ может быть рекомендован для получения устойчивых решений задачи при использовании моделей (6)–(9), (21). К сожалению, авторы не могут проверить метод в экспериментах с прямыми измерениями электронной концентрации. Поэтому был поставлен

модельный эксперимент, результаты которого описаны в следующем разделе.

5. ВЕРИФИКАЦИЯ МЕТОДИКИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ $f_N(h)$ -ПРОФИЛЕЙ ВНУТРЕННЕЙ ИОНОСФЕРЫ ПО ДАННЫМ ВЕРТИКАЛЬНОГО НАЗЕМНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Для оценки адекватности получаемых по предлагаемой методике $f_N(h)$ -профилей реальным распределением был проведен модельный эксперимент. В качестве экспериментальных были использованы два $f_N(h)$ -профиля из работы [Денисенко и Соцкий, 2019], восстановленные из дневной и ночной ионограмм ВЗ в п. Ростов (47.24° N, 39.63° E). Оба профиля были известным образом продолжены от высоты h_{max} до высоты hm во внешней ионосфере. По каждому из профилей были рассчитаны “экспериментальные” групповые пути сигналов первой $\Delta P'(f)$ и второй групп $P_g(f)$ (см. раздел 3). После этого предлагаемым в работе методом решалась обратная задача.

Рассмотрим более подробно методику тестирования на примере дневного $f_N(h)$ -профиля. Результаты тестирования представлены на рис. 11. Исходный дневной $f_N(h)$ -профиль с параметрами: $f_c = 6.50$ МГц, $h_{\text{max}} = 222.7$ км представлен штрих-

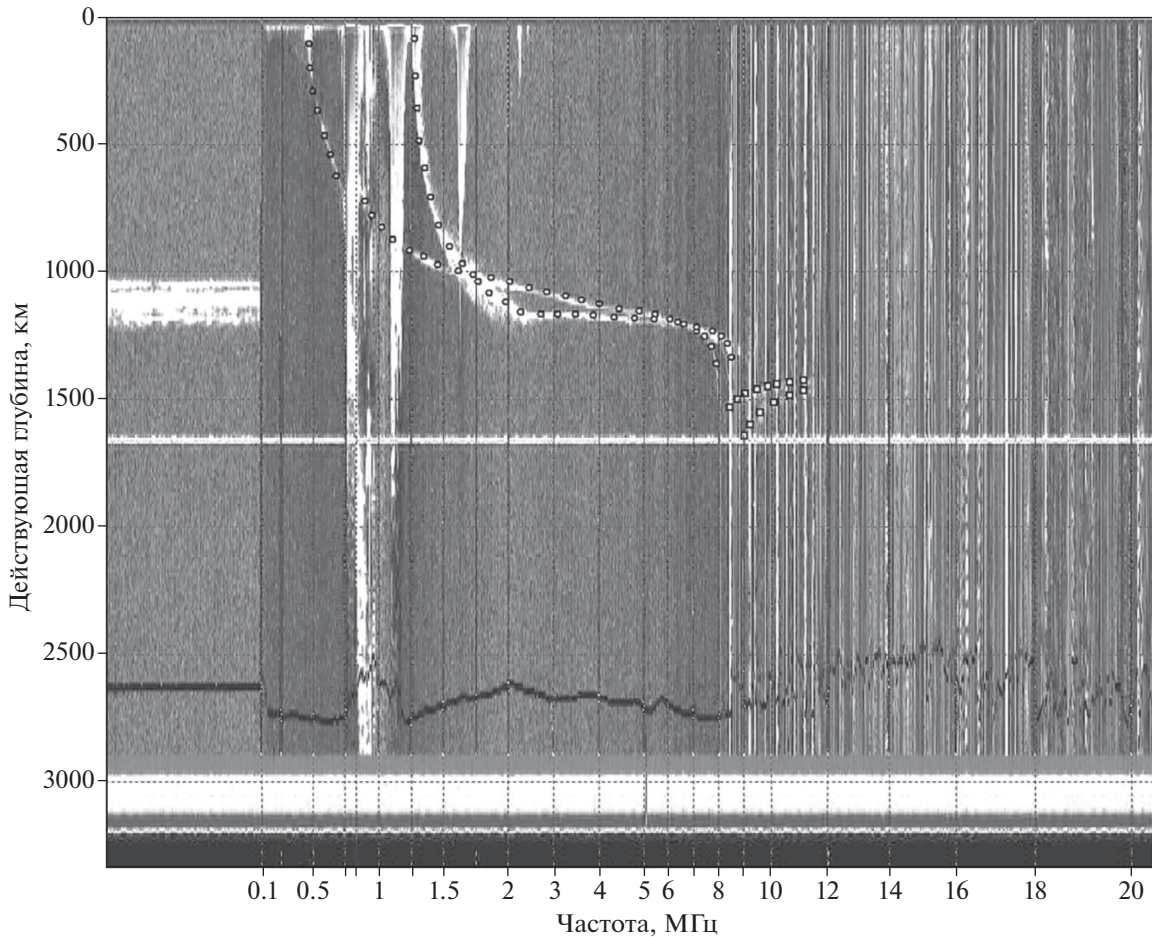


Рис. 5. Скриншот ионограммы ВнЗ, полученной на спутнике ISIS-2 22 марта 1973 г. в 17:09:30 UT, с точками оцифровки следов отражений o -, x - и z -сигналов. Хорошо видны отражения от земной поверхности.

пунктирной линией. Он продлен выше высоты максимума слоя $F2$ на 30 км: $hm = h_{\max} + 30$ км. Было принято значение $f_{Nm} = 0.95f_c$. На трех частотах были рассчитаны групповые пути $\Delta P'(f)$ сигналов, отражающихся во внешней ионосфере (линия со звездочками), и на десяти частотах групповые пути $P_g(f)$ трансionoсферных сигналов, отражающихся от поверхности Земли (линия с крестиками). Оценочные значения $f_{c, est}$ и $h_{\max, est}$ были выбраны путем увеличения точных значений соответственно на 0.1 МГц и 10 км. Соответствующий значениям $f_{c, est}$ и $h_{\max, est}$ IRI-профиль представлен на рис. 11 точечной линией. С его помощью находятся необходимые для зависимостей (6)–(9) параметры f_v , h_v , f_B . В результате дальнейших расчетов получаем восстановленный гладкий $f_N(h)$ -профиль с зависимостью (21) и $p = 3.11$ (сплошная линия), в котором критическая частота полностью совпала с ее точным значением, а высота максимума отличается от точной на 0.5 км. Профиль характеризуется среднеквадратичными невязками $s_{\text{top}} = 0.58$ км, $s_{Fp} =$

$= 0.30$ км. Вводя рассчитанные ключевые параметры (f_c , h_{\max} , $B0$, $B1$) в модель IRI, получаем скорректированный IRI-профиль, изображенный штриховой линией на рис. 11. Для него СКО групповых путей $s_{F, IRI} = 0.39$ км. Из графиков видно, что в области F оба решения хорошо согласуются с результатами наземного вертикального зондирования (исходным профилем), причем в основании области F предпочтительнее распределение с непрерывной производной. В слое E имеет место существенное расхождение, особенно для высоты максимума hmE .

Аналогичное моделирование было проведено для $f_N(h)$ -профиля, рассчитанного из ночной ионограммы ВЗ. Результаты представлены на рис. 12 в тех же обозначениях, что и на рис. 11. В данном случае оценочное значение $f_{c, est}$ было увеличено на 0.1 МГц от точного, а значение $h_{\max, est}$ было занижено на 10 км. Рассчитанное значение $foF2$ совпало с точным, а высота $hmF2$ оказалась меньше на 0.7 км. Среднеквадратичные невязки групповых путей $s_{\text{top}} = 0.60$ км, $s_{Fp} = 0.30$ км, $s_{F, IRI} =$

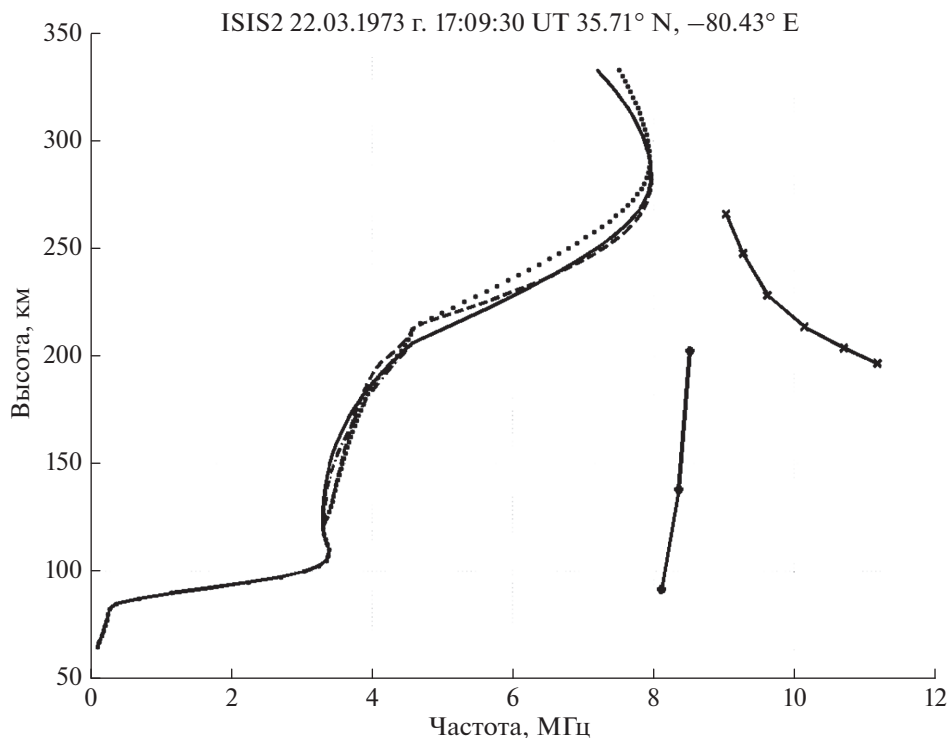


Рис. 6. $f_N(h)$ -профили со слоем F1, $h \leq h_m$, полученные из ионограммы на рис. 5. Сплошная линия – $f_N(h)$ -профиль с полиномиальной моделью (21) с разрывом производной df_N/dh в точке максимума слоя F1. Остальные обозначения те же, что на рис. 3.

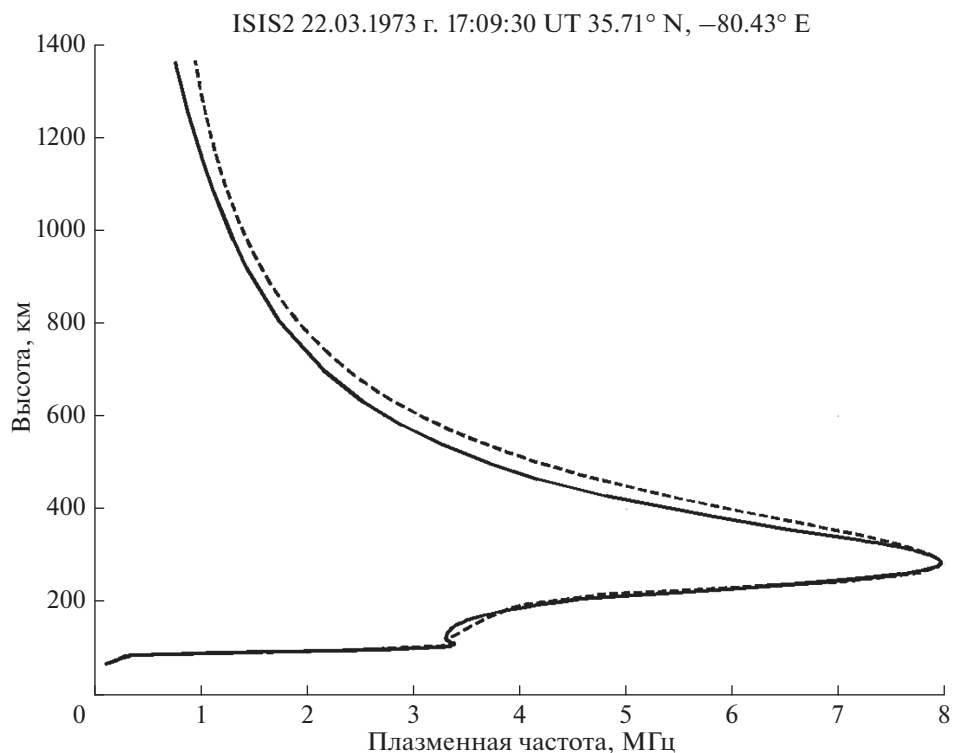


Рис. 7. Полный $f_N(h)$ -профиль ионосферы (сплошная линия), рассчитанный до высоты спутника по ионограмме на рис. 5. Штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2, foF2, B0, B1$.

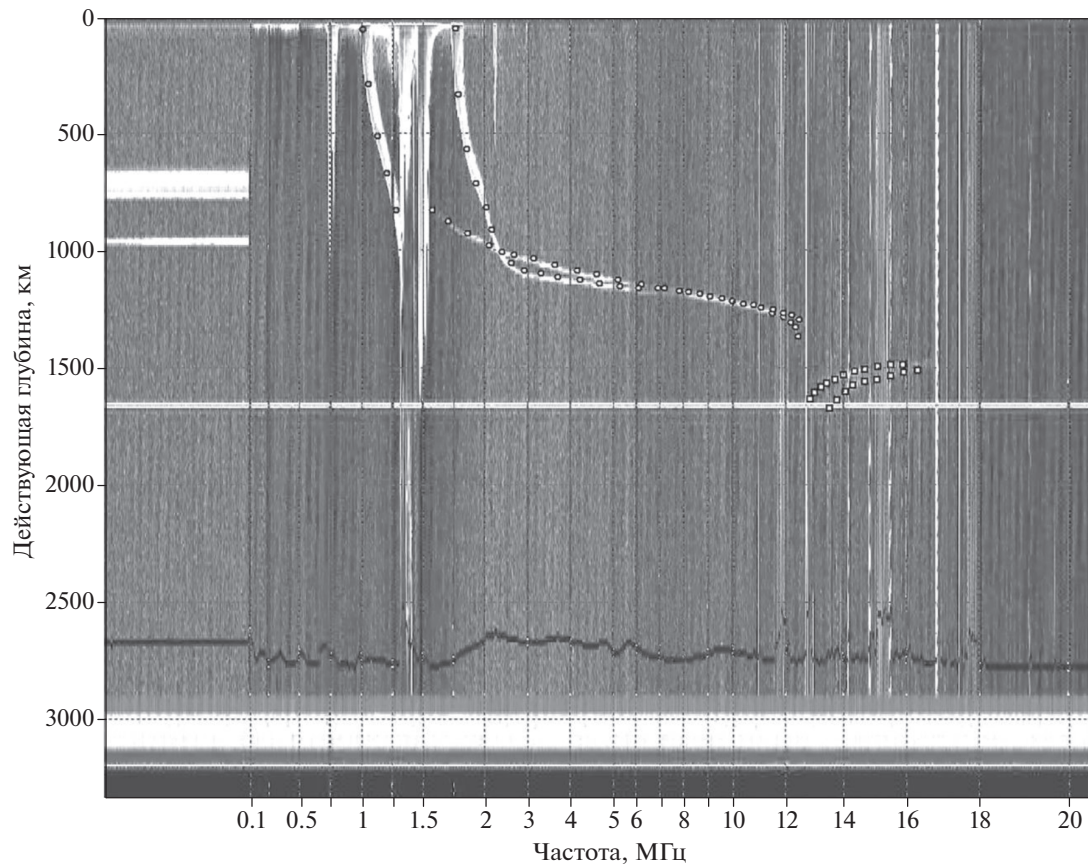


Рис. 8. Скриншот ионограммы ВнЗ, полученной на спутнике ISIS-2 22 марта 1980 г. в 20:29:48 UT, с точками оцифровки следов отражений o -, x - и z -сигналов. Хорошо видны отражения от земной поверхности.

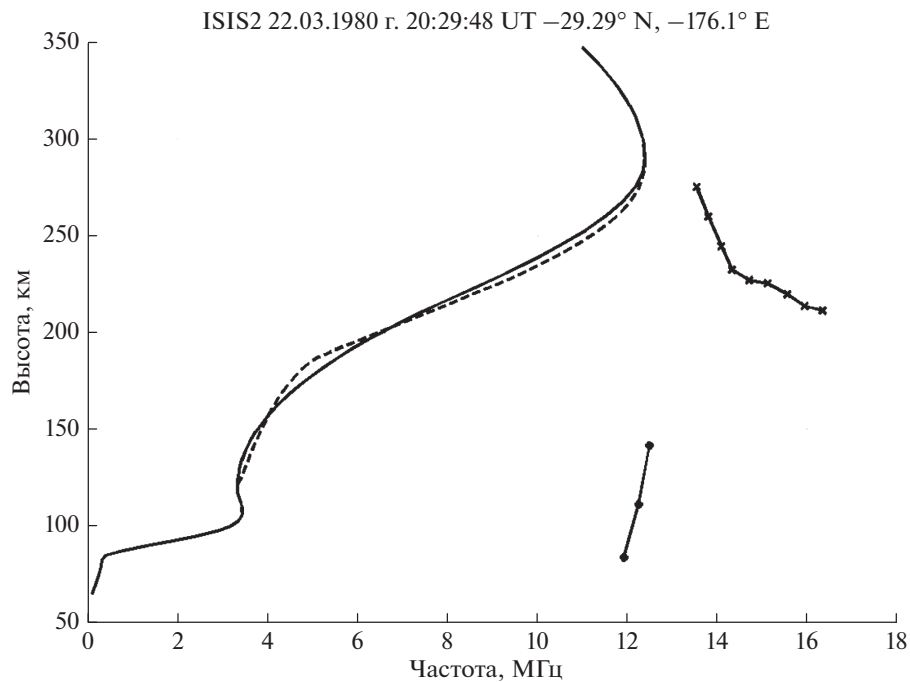


Рис. 9. $f_N(h)$ -профили, $h \leq h_m$, полученные из ионограммы на рис. 8. Сплошная линия – гладкий $f_N(h)$ -профиль с полиномиальной моделью (21); штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2, foF2, B0, B1$. Остальные обозначения те же, что на рис. 3.

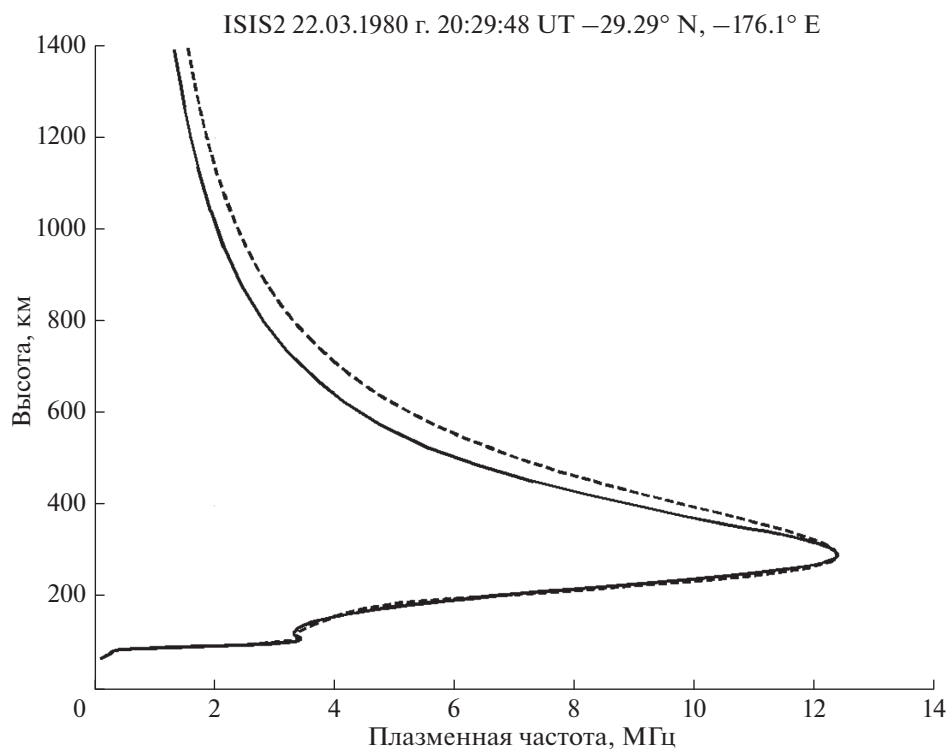


Рис. 10. Полный $f_N(h)$ -профиль ионосферы (сплошная линия), рассчитанный до высоты спутника по ионограмме на рис. 8. Штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2$, $foF2$, $B0$, $B1$.

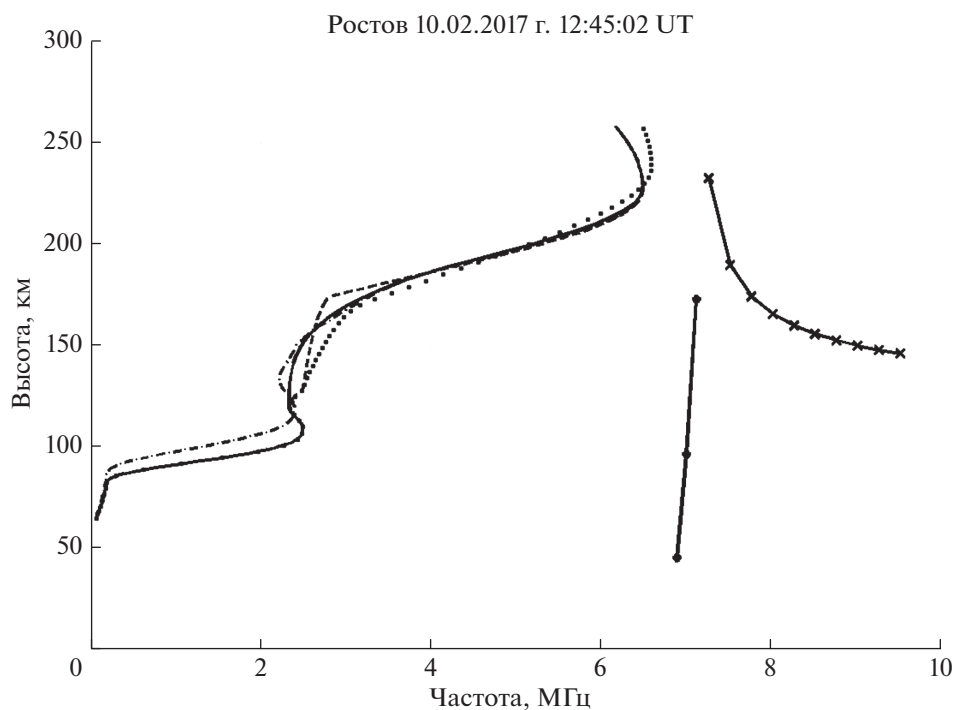


Рис. 11. Результаты тестирования метода с использованием дневного $f_N(h)$ -профиля. Штрихпунктирная линия – исходный (“экспериментальный”) $f_N(h)$ -профиль, по которому рассчитаны групповые пути $\Delta P'(f)$ x -сигналов (линия со звездочками), отражающихся во внешней ионосфере, и групповые пути $P_g(f)$ x -сигналов (на линии с крестиками уменьшены в два раза), отражающихся от земной поверхности. Точечная линия – модель IRI с оценочными значениями параметров f_c и h_{max} . Результаты обратных расчетов: сплошная линия – гладкий $f_N(h)$ -профиль с полиномиальной моделью (21), штриховая линия – IRI-профиль, скорректированный по параметрам $hmF2$, $foF2$, $B0$, $B1$.

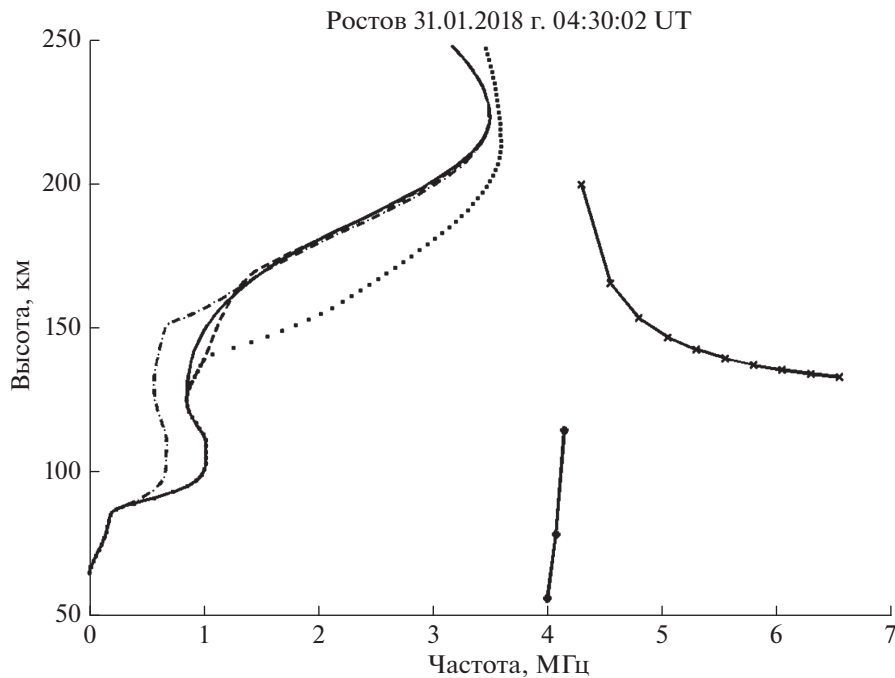


Рис. 12. Результаты тестирования метода с использованием ночного $f_N(h)$ -профиля. Обозначения те же, что на рис. 11.

= 0.38 км. Из графиков видно, что в области F оба решения — рассчитанный и IRI профили хорошо согласуются с исходным $f_N(h)$ -профилем. Существенные расхождения наблюдаются в E -области и долине.

Таким образом, проведенное тестирование показывает, что предлагаемый в работе метод восстановления $f_N(h)$ -профиля во внутренней ионосфере по данным ВнЗ и вертикального ТИЗ обеспечивает надежное определение параметров $foF2$ и $hmF2$ с распределением $f_N(h)$ в области высот, примыкающих к максимуму слоя $F2$. На высотах межслоевой области (долины) и ниже точность восстановленного решения определяется точностью представления $f_N(h)$ -профиля моделью IRI.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен новый способ определения полных $f_N(h)$ -профилей ионосферы по ионограммам спутникового ВнЗ, содержащим следы отражений зондирующих сигналов от земной поверхности.

Основное внимание уделено восстановлению $f_N(h)$ -профиля во внутренней ионосфере по частотной зависимости групповых путей сигналов, отраженных поверхностью Земли (трансионосферных сигналов). Сформулированная задача является обратной некорректной задачей, требующей для своего решения максимального при-

влечения дополнительной информации об искомом $f_N(h)$ -профиле. В работе решение задачи находится на физически обоснованной системе взаимосвязанных аналитических функций $f_N(h)$ с малым числом параметров. Для повышения устойчивости задачи дополнительно привлекается информация из модели IRI: 1) о слоевой структуре искомого решения; 2) об $f_N(h)$ -профиле в областях D и E , который считается известной частью решения.

Особенностью предлагаемого способа является совместное использование групповых путей сигналов, отраженных во внешней ионосфере и от земной поверхности, для получения надежных значений параметров $hmF2$, $NmF2$ максимума области F и профиля в его окрестности. О надежности свидетельствуют результаты верификации по данным наземного вертикального зондирования.

Введение в модель IRI ключевых параметров — $hmF2$, $NmF2$ и дополнительно рассчитанных значений $B0$ и $B1$, определяющих форму профиля в области F , позволяет получить IRI-профиль, скорректированный для реальных условий эксперимента. Расчеты показывают, что рассчитанный по данным ВнЗ и скорректированный IRI профили близки друг к другу во внутренней ионосфере и могут заметно отличаться во внешней ионосфере.

Таким образом, предлагаемый в работе способ дает два решения задачи: 1) $f_N(h)$ -профиль, непосредственно рассчитанный по данным ВнЗ и ТИЗ; 2) $f_N(h)$ -профиль, полученный отображени-

ем первого профиля с помощью его ключевых параметров в модель IRI. Оба профиля могут использоваться для решения задач, связанных с распространением радиоволн.

Представленный способ расширяет информационную ценность внешнего спутникового зондирования ионосферы. Однако в настоящее время он может быть рекомендован только для проведения каких-либо отдельных исследований. Широкое применение метод может получить в будущем при создании системы глобального мониторинга ионосферы и программ-роботов для автоматической оцифровки данных ВнЗ с отражениями сигналов от земной поверхности.

ПРИЛОЖЕНИЕ

7.1. Групповой показатель преломления необыкновенных волн

Использованы выражения из работы [Paul, 1967]:

$$\mu'_x(f, f_N) = \frac{M_x(X)}{\sqrt{1-\tilde{X}}},$$

$$M_x(X) = \sqrt{\frac{1 + P \cos \theta}{1 - Y} \frac{P - Y \cos \theta}{P + \cos \theta}} \times \left[1 + X \frac{\cos^2 \theta (1 - P^2)}{\sin^2 \theta (1 + P^2 (P - Y \cos \theta)^2)} \right],$$

$$P = \frac{2 \frac{1 - X \cos \theta}{Y \sin^2 \theta}}{1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{1 - X \cos \theta}{Y \sin^2 \theta} \right)^2}}, \quad Y = \frac{f_H}{f},$$

$$X = \frac{f_N^2}{f^2}, \quad \tilde{X} = \frac{X}{1 - Y}.$$

Здесь f_H – гирочастота электронов, θ – угол между волновым вектором (вертикалью) и вектором напряженности геомагнитного поля.

7.2. Матричные элементы для экспоненциального профиля

Пусть

$$f_N^2(h) = f_{N1}^2 \exp\left(-\frac{h-h_1}{H}\right), \quad h_1 \leq h \leq h_2,$$

$$f_{N1} \geq f_N \geq f_{N2}.$$

В безразмерных переменных

$$\tilde{X}(h) = \tilde{X}_1 \exp\left(-\frac{h-h_1}{H}\right), \quad \tilde{X}_1 = \frac{X_1}{1-Y},$$

$$\tilde{X}_2 = \frac{X_2}{1-Y}.$$

Групповой путь в этих переменных

$$\Delta P'_x(f) = \int_{h_1}^{h_2} \mu'_x[f, f_N(h)] dh =$$

$$= \int_{\tilde{X}_1}^{\tilde{X}_2} \frac{M_x[\tilde{X}(1-Y)]}{\sqrt{1-\tilde{X}}} \frac{dh}{d\tilde{X}} d\tilde{X}.$$

Учитывая, что

$$\frac{dh}{d\tilde{X}} = -\frac{H}{\tilde{X}},$$

получаем

$$\Delta P'_x(f) = -H \int_{\tilde{X}_1}^{\tilde{X}_2} \frac{M_x[\tilde{X}(1-Y)]}{\sqrt{1-\tilde{X}} \tilde{X}} d\tilde{X}.$$

Проведя замену переменной $\tilde{X} = 1 - t^2$, находим

$$\Delta P'_x(f) = 2H \int_{t_1}^{t_2} \frac{M_x[(1-t^2)(1-Y)]}{1-t^2} dt = HM(f),$$

$$t_1 = \sqrt{1-\tilde{X}_1}, \quad t_2 = \sqrt{1-\tilde{X}_2},$$

где $M(f)$ – матричный элемент экспоненциального профиля.

7.3. Матричные элементы для квазигауссовского профиля

Пусть

$$f_N^2(h) = f_c^2 \exp\left[-\left(\frac{h_{\max} - h}{H}\right)^2\right],$$

$$\tilde{X}(h) = \tilde{X}_c \exp\left[-\left(\frac{h_{\max} - h}{H}\right)^2\right],$$

$$\tilde{X}_c = \frac{X_c}{1-Y}, \quad X_c = \frac{f_c^2}{f^2}.$$

Учитывая, что

$$\frac{dh}{d\tilde{X}} = H / (2\tilde{X} \sqrt{\ln(\tilde{X}_c/\tilde{X})}),$$

в новых переменных получаем

$$\Delta P'_x(f) = \frac{H}{2} \int_{\tilde{X}_1}^{\tilde{X}_2} \frac{M_x[\tilde{X}(1-Y)]}{\sqrt{1-\tilde{X}}} d\tilde{X} / (\tilde{X} \sqrt{\ln(\tilde{X}_c/\tilde{X})}).$$

Проведя замену переменной $\tilde{X} = 1 - t^2$, находим

$$\Delta P'_x(f) = H \int_{t_2}^{t_1} \frac{M_x[(1-t^2)(1-Y)]}{\tilde{X}(t) \sqrt{\ln[\tilde{X}_c/\tilde{X}(t)]}} dt,$$

$$t_1 = \sqrt{1-\tilde{X}_1}, \quad t_2 = \sqrt{1-\tilde{X}_2}.$$

Для сигналов, отраженных внешней ионосферой,

$$t_{2top} = 0, \quad t_{1top} = \sqrt{1 - \tilde{X}_{1top}},$$

$$\tilde{X}_{1top} = f_{Nm}^2 / [f^2 (1 - Y)],$$

матричный элемент $A_{top}(f, f_c)$ имеет вид

$$A_{top}(f, f_c) = \int_0^{t_{1top}} \frac{M_x \left[(1 - t^2)(1 - Y) \right]}{\tilde{X}(t) \sqrt{\ln[\tilde{X}_c / \tilde{X}(t)]}} dt.$$

Для сигналов, отраженных поверхностью Земли, для интервала высот $h_{max} \leq h \leq hm$ во внешней ионосфере:

$$A_1(f, f_c) = \int_{t_2}^{t_1} \frac{M_x \left[(1 - t^2)(1 - Y) \right]}{\tilde{X}(t) \sqrt{\ln[\tilde{X}_c / \tilde{X}(t)]}} dt,$$

$$t_1 = \sqrt{1 - \tilde{X}_{1top}}, \quad t_2 = \sqrt{1 - \tilde{X}_c},$$

для интервала высот во внутренней ионосфере $h_B \leq h \leq h_{max}$:

$$A_2(f, f_c) = \int_{t_2}^{t_1} \frac{M_x \left[(1 - t^2)(1 - Y) \right]}{\tilde{X}(t) \sqrt{\ln[\tilde{X}_c / \tilde{X}(t)]}} dt,$$

$$t_1 = \sqrt{1 - \tilde{X}_{1B}}, \quad t_2 = \sqrt{1 - \tilde{X}_c},$$

$$\tilde{X}_{1B} = f_B^2 / [f^2 (1 - Y)].$$

7.4. Матричные элементы для параболического профиля

Пусть

$$f_N(h) = f_v + (f_B - f_v) \left(\frac{h - h_v}{h_B - h_v} \right)^2, \quad h_v < h \leq h_B.$$

Вклад в групповые пути

$$\Delta P'_x(f) = \int_{h_v}^{h_{max}} \mu'_x[f, f_N(h)] dh =$$

$$= \int_{f_v}^{f_B} \mu'_x[f, f_N] \frac{dh}{df_N} df_N.$$

Найдем производную

$$\frac{dh}{df_N} = \frac{h_B - h_v}{2\sqrt{(f_B - f_v)(f_N - f_v)}}$$

и подставим в выражение для $\Delta P'_x(f)$:

$$\Delta P'_x(f) = \frac{h_B - h_v}{2\sqrt{f_B - f_v}} \int_{f_v}^{f_B} \mu'_x[f, f_N] \frac{df_N}{\sqrt{f_N - f_v}}.$$

Заменив переменную интегрирования $f_N = f_v(1 + t^2)$, получим

$$\Delta P_{gx}(f) = (h_B - h_v) \sqrt{\frac{f_v}{f_B - f_v}} \int_{t_v}^{t_B} \mu'_x[f, f_N(t)] dt,$$

$$t_v = 0, \quad t_B = \sqrt{\frac{f_B}{f_v} - 1}.$$

Таким образом, выражение для матричных элементов $A_{vB}(f)$ приобретает вид

$$A_{vB}(f) = \sqrt{\frac{f_v}{f_B - f_v}} \int_0^{t_B} \mu'_x[f, f_N(t)] dt.$$

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания в сфере научной деятельности № 0852-2020-0015.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

– Данилкин Н.П. О получении и возможном использовании транзиограмм // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 14. № 2. С. 369–371. 1974.

– Данилкин Н.П. Транзионосферное радиозондирование как средство контроля состояния ионосферы / Ионосферно-магнитная служба. Ред. С.И. Авдюшин, А.Д. Данилов. Л.: Гидрометиздат. С. 79–110. 1987.

– Данилкин Н.П., Денисенко П.Ф., Ковалев В.А., Соцкий В.В. О возможности использования метода регуляризации в задаче транзионосферного зондирования // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 27. № 4. С. 550–552. 1987.

– Данилкин Н.П. Транзионосферное радиозондирование (обзор) // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 57. № 5. С. 543–554. 2017. <https://doi.org/10.1134/S0016793217050048>

– Денисенко П.Ф., Соцкий В.В. Особенности обратных задач вертикального зондирования ионосферы (обзор) // Изв. Сев.-Кавк. науч. центра высш. шк. Естеств. науки. № 2. С. 59–71. 1987.

– Денисенко П.Ф., Соцкий В.В. Восстановление высотных профилей электронной концентрации по данным вертикального зондирования с использованием модели IRI // Геомагнетизм и аэрномия. Т. 59. № 6. С. 774–785. 2019. <https://doi.org/10.1134/S0016794019050031>

– Иванов И.И., Соцкий В.В. Определение распределений электронной концентрации по данным транзионосферного зондирования с использованием модели IRI // Известия высших учебных заведений. Физика. Т. 59. № 12-2. С. 126–129. 2016.

- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 288 с. 1979.
- Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 296 с. 1970.
- Bilitza D., Altadill D., Truhlik D., et al. International Reference Ionosphere 2016: From ionospheric climate to real-time weather predictions // Space Weather. V. 15. P. 418–429. 2017.
<https://doi.org/10.1002/2016SW001593>
- Danilkin N.P., Denisenko P.F., Sotsky V.V. Peculiarities of the inverse problems of vertical radio sounding of the ionosphere // Adv. Space Res. V. 8. № 4. P. (4)91–(4)94. 1988.
- Ivanov I., Maltseva O., Sotskii V., Tertyshnikov A., Zhabanov G. Reverse satellite transionospheric sounding: advantages and prospects / Satellite information classification and interpretation. Ed. R.B. Rustamov. Intech Open. Chapter 4. 2018.
<https://doi.org/10.5772/intechopen.80240>
- Jackson J.E. The reduction of topside ionograms to electron-density profiles // Proc. IEEE. V. 57. № 6. P. 960–976. 1969.
- Paul A.K. Use of virtual-height slopes for determination of electron density profiles // Radio Sci. V. 2. № 10. P. 1195–1204. 1967.