ГЕОМАГНЕТИЗМ И АЭРОНОМИЯ, 2020, том 60, № 3, с. 305–307

УДК 629.198

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО СПУТНИКА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ОРБИТЕ

© 2020 г. П. М. Ахметьев[1], А. Ю. Смирнов[1, *]

[1]Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Москва, г. Троицк, Россия

*e-mail: Smirnoff.alexandr@gmail.com

Поступила в редакцию 15.07.2019 г.
После доработки 12.08.2019 г.
Принята к публикации 26.09.2019 г.

В настоящее время одной из актуальных задач является определение положения осей спутника по данным измерения магнитного поля на орбите. Важность этой задачи обусловлена тем, что аппаратура спутника с одной стороны – минимальна, а с другой – всегда включает в себя магнитометры. Вообще говоря, определение положения спутника исходя только лишь из магнитных измерений невозможно – легко рассмотреть случай вращения спутника вокруг вектора магнитного поля. С другой стороны, такое движение является весьма специальным; в реальной ситуации неуправляемого спутника оно не осуществляется. Ниже предложен комбинированный метод, позволяющий определять углы и угловые скорости объекта, исходя из измерений только лишь магнитного поля.

DOI: 10.31857/S0016794020020030

1. ВВЕДЕНИЕ

Подобная задача рассматривалась в работах [Трубецков и др., 1991], [Головков и Смирнов, 2010], [Абрашкин и др., 2019], где использовались различные подходы к этой задаче. Так, в работе [Трубецков и др., 1991] был предложен весьма продуктивный метод определения угловых скоростей спутника, исходя только лишь из орбитальных данных и общих соображений о характере магнитного поля на орбите. Этот подход применялся для спутника Фобос-2, вращающегося вокруг Марса. Для определения угловых скоростей использовались два магнитометра, предоставляющие данные измерений магнитного поля с различной периодичностью.

В работе [Головков и Смирнов, 2010] была рассмотрена возможность определения углов Эйлера движущейся системы координат, исходя из измерения двух независимых полей на орбите (например – магнитного и поля направлений на Солнце) и сравнения их с соответствующими модельными полями. В частности, приведены конкретные формулы для определения ориентации свободно вращающегося спутника, если известно его начальное положение.

В работе [Абрашкин и др., 2019] рассмотрена близкая задача, в которой динамика спутника определяется, исходя из измерений на двух магнитометрах и датчика угловых скоростей. Здесь авторы рассматривали спутник АИСТ-2Д и реконструировали его вращательное движение с учетом микроускорений спутника в результате внешних воздействий.

В настоящей статье мы рассмотрим идеализированный случай спутника, который движется по заданной орбите и не испытывает дополнительных воздействий. Вместе с тем, сама идеология метода может быть применена к реальному спутнику, с условием, что такие внешние воздействия рассчитаны или измерены.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается магнитометр, движущийся произвольным образом в известном магнитном поле. Требуется определить ориентацию осей магнитометра в пространстве в каждый момент времени, исходя из измерений поля, известных значений поля в неподвижной системе координат и координат центра масс магнитометра в каждый момент времени. (Значения магнитного поля на орбите мы берем из данных IGRF). Ориентацию магнитометра будем описывать с помощью углов Эйлера (см. [Ландау и Лифшиц, 2001]). Для нашего рассмотрения не имеет значения, в каких координатах задается распределение вектора **H** на орбите; будем лишь считать для удобства, что оно задано в ортонормированном базисе.

Измерения магнитометра дают нам значения компонент магнитного поля a, b, c. Они связаны с известными компонентами в неподвижной системе координат A, B, C через углы Эйлера (Ψ, Θ, Φ) с помощью следующей системы уравнений:

$$\begin{aligned} a &= A(\cos\Psi\cos\Phi - \sin\Psi\cos\Theta\sin\Phi) + \\ &+ B(-\cos\Psi\sin\Phi - \sin\Psi\cos\Theta\cos\Phi) + \\ &+ C\sin\Psi\sin\Theta, \\ b &= A(\sin\Psi\cos\Phi + \cos\Psi\cos\Theta\sin\Phi) + \\ &+ B(-\sin\Psi\sin\Phi + \cos\Psi\cos\Theta\cos\Phi) - \\ &- C\cos\Psi\sin\Theta, \\ c &= A\sin\Theta\sin\Phi + B\sin\Theta\cos\Phi + C\cos\Theta. \end{aligned} \tag{1}$$

Основным вопросом работы является определение углов Эйлера в неподвижной системе координат, связанной с Землей.

3. СВЯЗЬ МЕЖДУ УГЛАМИ ЭЙЛЕРА В РАЗНЫХ СИСТЕМАХ ОТСЧЕТА

Магнитное поле Земли на орбите спутника определяется из коэффициентов ряда Гаусса в системе координат, связанных Землей. Мы хотим менять систему отсчета на более удобную в каждый момент измерения поля на орбите по следующей процедуре. Рассмотрим некоторую неподвижную систему отсчета I, связанную с исходной системой матрицей перехода $G = g_{ij}$. В этой новой системе координат углы Эйлера мы обозначим (ψ, θ, φ). (Поясним, что “измеряемые” компоненты поля a, b, c будут одинаковыми в разных СО, а “модельные” компоненты A, B, C будут меняться.) Нам необходимо установить связь между углами Эйлера в этих двух системах отсчета.

Эта связь определяется из простого соотношения:

$$GQ = P,$$

где Q и P — матрицы перехода к системе отсчета, связанной с телом, из системы I и из исходной системы, соответственно. Естественно, эти матрицы имеют одинаковый вид (1), записанные каждая относительно “своих” углов Эйлера.

Сравнивая матричные элементы, получим следующие формулы (2)–(4):

$$\mathrm{tg}\Psi = -\frac{P_{13}}{P_{23}} = -\frac{(g_{11}\sin\psi\sin\theta - g_{12}\cos\psi\sin\theta + g_{13}\cos\theta)}{(g_{21}\sin\psi\sin\theta - g_{22}\cos\psi\sin\theta + g_{23}\cos\theta)}, \tag{2}$$

$$\cos\Theta = g_{31}\sin\psi\sin\theta - g_{32}\cos\psi\sin\theta + g_{33}\cos\theta, \tag{3}$$

$$\mathrm{tg}\Phi = \frac{P_{31}}{P_{32}} = \frac{g_{31}(\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\cos\theta\sin\varphi) + g_{32}(\sin\psi\cos\varphi + \cos\psi\cos\theta\sin\varphi) + g_{33}\sin\theta\sin\varphi}{g_{31}(-\cos\psi\sin\varphi - \sin\psi\cos\theta\cos\varphi) + g_{32}(-\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\theta\cos\varphi) + g_{33}\cos\theta}. \tag{4}$$

Заметим, что углы Ψ и Θ исходной системы отсчета зависят только лишь от углов ψ и θ системы I. Как и в работе [Головков и Смирнов, 2010], выберем систему отсчета I таким образом, чтобы вектор магнитного поля совпадал с одной из осей координат (а именно — с третьей осью, т.е. $A = B = 0$). Тогда система уравнений для углов Эйлера ψ, θ, φ примет вид:

$$a = C_I\sin\psi\sin\theta,\quad b = C_I\cos\psi\sin\theta,\quad c = C_I\cos\theta,$$

где C_I — модуль напряженности магнитного поля.

Отсюда $\psi = \mathrm{arctg}\dfrac{a}{b}$, а θ определяется по двум параметрам:

$$\sin\theta = \frac{b}{C_I\cos\psi},\quad \cos\theta = \frac{c}{C_I}.$$

Матрица G перехода к такой системе отсчета выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} BAY - B^2X - C^2X + CAZ; & CBZ - C^2Y - A^2Y + ABX; & ACX - A^2Z - B^2Z + BCY \\ A; & B; & C; \\ BZ - CY; & CX - AZ; & AY - BX; \end{pmatrix},$$

где X, Y, Z — числа такие, что сумма квадратов матричных элементов в каждом столбце равна 1.

Теперь угол Ψ у нас оказывается определен однозначно, т.к. принимает значения лишь от 0 до π, формулы ((2), (3)) примут вид:

$$\mathrm{tg}\Psi = -(g_{11}a - g_{12}b + g_{13}c)/(g_{21}a - g_{22}b + g_{23}c), \tag{2а}$$

$$\cos\Theta = (g_{31}a - g_{32}b + g_{33}c)/C_I \tag{2б}$$

мы не приводим третью формулу, поскольку в нее входит неизвестный угол φ и она не понадобится нам в дальнейшем.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛОВ ОБЪЕКТА В ИСХОДНОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА

Угол Θ не может быть определен однозначно, поскольку он принимает значения от 0 до 2π. Однако, имеется два случая, когда из одного лишь значения косинуса мы можем определить точное значение угла Θ, а именно $\Theta = 0$ и $\Theta = \pi$. Ясно, что условием этого должно быть

$$\cos\Theta = (g_{31}a - g_{32}b + g_{33}c)/C_I = 1$$

или, соответственно

$$\cos\Theta = (g_{31}a - g_{32}b + g_{33}c)/C_I = -1.$$

Подробно рассмотрим первый случай, когда $\cos\Theta = 1$, $\sin\Theta = 0$. (Рассмотрение второго случая будет полностью аналогично.) Исходная система приобретает вид:

$$\begin{gathered}a = A(\cos\Psi\cos\Phi - \sin\Psi\sin\Phi) + \\ + B(-\cos\Psi\sin\Phi - \sin\Psi\cos\Phi), \\ b = A(\sin\Psi\cos\Phi + \cos\Psi\sin\Phi) + \\ + B(-\sin\Psi\sin\Phi + \cos\Psi\cos\Phi), \quad c = C.\end{gathered}$$

Эта система легко разрешима относительно неизвестных углов:

$$\Phi = \arccos\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad \sin\Phi = \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}},$$
$$\Psi = \pi - \arccos\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}, \quad \sin\Psi = -\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}.$$

Подчеркнем, что нахождение момента времени, когда $\Theta = 0$, осуществимо с должной точностью, по-видимому, только в случае непрерывного измерения компонент магнитного поля на спутнике.

Однако есть возможность предсказания момента времени, когда угол $\Theta = 0$, исходя из механических свойств объекта.

Если, например, два из трех моментов инерции спутника равны между собой, то равны и соответствующие угловые скорости.

Скорость $\Omega_1 = d\Psi/dt$ получим из измерений в различные моменты времени. Пусть $\cos\Theta = R$ известен из формулы (2б). Тогда Θ может принимать всего два значения: $\arccos R$ и $2\pi - \arccos R$.

Если $\Omega_2 = \Omega_1$, то интересующий нас момент времени наступит либо через промежуток времени $t_1 = \arccos R/\Omega_1$, либо через $t_2 = (2\pi - \arccos R)/\Omega_1$.

5. ВЫВОДЫ

Показана возможность определения углов Эйлера объекта на орбите, исходя из измерений только лишь компонент вектора напряженности магнитного поля.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

– *Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Дорофеев А.С., Пияков А.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Филиппов А.С., Чебуков С.Ю.* Определение вращательного движения малого космического аппарата АИСТ-2Д по данным магнитных измерений// Космич. исслед. Т. 57. № 1. С. 61–73, 2019.
https://doi.org/10.1134/S0023420619010011

– *Головков В.П., Смирнов А. Ю.* Задача восстановления движения объекта по магнитным измерениям. // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 50. № 4. С. 567–569. 2010.
https://doi.org/10.1134/S0016793210040171

– *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Курс теоретической физики. Т. 1. М. : Физматлит, 499с. 2001г.

– *Трубецков М.К., Ерошенко Е.Г., Лянная И.П., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д., Стяжкин В.А., Шуршаков А.М.* Измерение вектора магнитного поля с вращающегося космического аппарата. // Космич. исслед. Т. 29. № 4. С. 507–603. 1991.