УДК 550.384

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫ́Х ВАРИАЦИЙ ЭНЕРГИИ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ИЗ IGRF МОДЕЛИ

© 2019 г. С. В. Старченко^{1, *}, С. В. Яковлева¹

¹Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), г. Троицк, г. Москва, Россия

*e-mail: sstarchenko@mail.ru Поступила в редакцию 21.02.2019 г. После доработки 01.04.2019 г. Принята к публикации 23.05.2019 г.

Предлагается метод анализа временных рядов, основанный на логарифмической производной или удельной вариации. По сравнению с традиционными анализами, базирующимися на разложении Фурье, преимущество анализа таких вариаций в возможности грубо оценивать характерные времена превышающие длину ряда. Основные недостатки: неполная определенность статистического веса каждой из рассматриваемых вариаций, их изначальная дискретность, отсутствие периодичности и невозможность разложения по ортогональным функциям. В качестве простейшей статистической гипотезы предположения о том, что каждая из удельных вариаций дает равновероятный вклад в ее проявление в пределах рассматриваемого ряда, а вне его – вероятность проявления та же, что и внутри. Предлагаемый метод анализа определяется и апробируется на ряде значений энергии потенциального геомагнитного поля из IGRF модели 1900-2020 гг. Медианная величина для всех удельных вариаций составляет –1/(1995 лет), для положительных – 1/(1942 года) и для преобладающих отрицательных -1/(1628 лет). Эти значения хорошо согласуются с теорией геодинамо, наблюдениями и с общепринятыми наблюдательными оценками западного дрейфа. Менее вероятные экстремальные по модулю значения –1/(128 лет) и –1/(19013 лет) соотносятся с МГД адвекцией и магнитной диффузией, позволяя оценить среднюю скорость течений и величину проводимости ядра Земли соответственно. Большое отношение экстремальных удельных вариаций свидетельствует о сильно нелинейном и турбулентном характере геодинамо. Также проанализированы среднеарифметические и среднеквалратичные удельные вариации в их связи с теорией геодинамо и наблюдениями.

DOI: 10.1134/S0016794019050122

1. ВВЕДЕНИЕ

Пространственные и спектральные характеристики геомагнитных вариаций изучались многими авторами с использованием различных математических методов. В первых работах, обобщающих результаты исследований спектра вековых вариаций до середины 70-х годов XX века, отмечается, что спектр вековой вариации включает в себя составляющие с периодами примерно 22, 50-70, 120, 180, 350, 500, 600, 1000 и 7000-8000 лет [Яновский, 1978]. Эти результаты были получены с помощью гармонического анализа, разложений в ряды Фурье по ортогональным функциям, статистического сглаживания, а также морфологического анализа. При этом практически доказано, что временной спектр наблюдаемого геомагнитного поля имеет дискретную структуру, например, [Брагинский, 1972]. Так, эволюция величины преобладающего дипольного поля описывается осцилляцией с периодом порядка 10⁴ лет, а ось диполя прецессирует относительно географической оси со скоростью, соответствующей скорости западного дрейфа ~10³ лет [Бурлацкая, 2007]. В спектре же недипольного поля различают целый набор периодов: 20, 30, 60, 90, 120, 360, 450, 600, 1200, 1800, 2400, 2600, 4800 лет [Петрова и др., 1992]. Преимущественно выделение периодов вариаций производится с помощью того или иного метода гармонического анализа. Использовались также корреляционные методы, метод SOMPI [Старченко и Иванов, 2013], разновидности вейвлет-анализа, но во всех вышеперечисленных и им подобных методиках невозможно исследование характерных времен, превышающих длину ряда [Решетняк, 2015].

Проблема в том, что длина надежных рядов непосредственных наблюдений не превышает нескольких сот лет [Бондарь и др., 2002], а все важнейшие временные интервалы геодинамо только начинаются от примерно ста лет и могут быть значительно больше. Для частичного решения этой проблемы мы предлагаем новый тип анализа

временны́х (t – время) рядов $E(t_k)$, расширяющий известные из общепринятых анализов характеристики временных интервалов, присущих рассматриваемому ряду с k = 1, 2, ..., K. В качестве естественной частотной меры для подобного интервала предлагается отношение временной вариации или производной величины $\Delta E/\Delta t$ к самой величине Е. Это эквивалентно логарифмической производной $S = (\Delta E / \Delta t) / E$ или удельной вариации S. Очевидным образом, положительные удельные вариации S > 0 равны моментальной степени экспоненциального роста, а отрицательные S < 0 – падения для модуля рассматриваемой величины Е. Свойства таких удельных вариаций определяют непериодические (преимущественно – нелинейные) и периодические (преимущественно – линейные) временные характеристики рассматриваемого ряда. На интервалах меньше длины ряда наш анализ лишь частично дополняет заведомо более полный и продвинутый общепринятый Фурье, вейвлет и сходный анализы, базирующиеся на периодических вариациях и с периодами заведомо меньше длины ряда. Преимущество нашего анализа в возможности грубо оценивать характерные времена превышающие длину ряда. Но для этого в качестве простейшей статистической гипотезы мы вынуждены предположить, что каждая из удельных вариаций дает равновероятный вклад в ее проявление в пределах рассматриваемого ряда, а вне его – вероятность проявления та же, что и внутри. Соответствующие недостатки нашего метода: неполная определенность статистического веса каждой из рассматриваемых вариаций, их изначальная дискретность, непериодичность и невозможность разложения по ортогональным функциям.

Предлагаемый анализ определяется и апробируется на генерируемом в ядре Земли потенциальном геомагнитном поле, которое здесь следует из общепринятой International Geomagnetic Reference Field (IGRF) модели (http://www.ng-dc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html) 1900–2020 гг. Одним из первых Lowes [1974] определил радиальную плотность энергии этого поля через стандартные [Яновский, 1978] коэффициенты Гаусса (g_n^m, h_n^m), радиус Земли *а* и сферический радиус *r*. Старченко и Яковлева [2019], интегрируя от поверхности ядра r = c до бесконечности, получили энергию ~6 × 10¹⁸ Дж, которая сосредоточена у ядра Земли и с использованием их формулы (3), может быть записана как

$$E = \frac{2\pi a^3}{\mu_0} \sum_{n=1}^{10} \left\{ \left(\frac{a}{c} \right)^{2n+1} \frac{n+1}{2n+1} \sum_{m=0}^n \left[\left(g_n^m \right)^2 + \left(h_n^m \right)^2 \right] \right\}.$$
 (1)

В точности такая же формула была получена ранее, например, в работе [Wen-Yao Xu, 2000]. Именно эта энергия (1) представляется наиболее адекватной для выявления глобальных временных характеристик наблюдаемого геомагнитного поля и скрытого от наблюдателя геодинамо, что и будет сделано далее с целью изначального определения и апробации предлагаемого оригинального анализа временных рядов.

2. ВАРИАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЭНЕРГИИ И ГЕОДИНАМО

На рисунке 1 изображена эволюция энергии потенциального геомагнитного поля (1) и его "удельной вариации" $S = (\Delta E / \Delta t) / E$ (далее – просто "вариации"), следующая из IGRF модели. В рамках предлагаемого вариационного анализа мы считаем равновероятной каждую из следующих через 2.5 года вариаций. Для нашего вероятностно-статистического анализа на рисунке 2 расположим по возрастанию все 46 вариаций представленных на рис. 1. Полученный вероятностный профиль назовем общим. Его максимальная 1/(138 лет) и особенно минимальная $\min(S) = -1/(128 \text{ лет})$ вариации представляются наименее вероятными (их вероятность ≤1/46 для каждой) из-за большой разницы с соседними вариациями. Эти экстремальные вариации дают время экспоненциального роста/падения порядка 100 лет, что хорошо согласуется со всеми известными нам динамо-моделями и соответственно наблюдаемыми геомагнитными проявлениями геодинамо адвекции. Поэтому можно трактовать эти экстремальные вариации как непосредственное (и поэтому сравнительно редкое) проявление вмороженности магнитного поля в ядре Земли и использовать для оценки средней скорости течений V в ядре. Из соответствующего (без диффузии) уравнения индукции в наипростейшей модели адвекции, считаем, что глобальный масштаб совпадает с радиусом ядра с, а логарифмическая производная ($\Delta B/\Delta t$)/B от типичного магнитного поля равна — min(S) и градиенту скорости V/c. Отсюда получим приближенную оценку

$$V = -\min(\mathbf{S})c = 1 \text{ MM/cek}, \qquad (2)$$

которая совпадает с практически уже общепринятой геодинамо и наблюдательной оценкой.

Медианная величина для всех вариаций это -1/(1995 лет), что, как видно из общего профиля на рис. 2, близко к наиболее вероятному и соответственно равновесному значению для глобального геодинамо. В настоящую эпоху сходная скорость экспоненциального падения наблюдается у осевого диполя, который, безусловно, доминирует над всеми остальными мультиполями, например, [Яновский, 1978; Старченко, 2011]. Среднеарифметическая вариация -1/(3028 лет) по модулю в полтора раза меньше медианной вариации, что свидетельствует о весьма существенном отклонении



Рис. 1. Эволюция энергии геомагнитного поля и его "удельной вариации". Энергия *Е* выражена в Джоулях, а вариация *S* в 1/год.



Рис. 2. Гистограмма распределения величин удельных вариаций, упорядоченных по возрастанию с учетом знака. Единицы измерения – 1/год. Треугольниками и в вставке указаны значения статистических величин: Min – минимальное, Med – медианное, Ari – среднеарифметическое, RMS – среднеквадратичное, Max – максимальное.

вероятностного профиля от линейной зависимости с более вероятными малыми по модулю вариациями. Среднеквадратичная величина 1/(518 лет) очень хорошо согласуется с независимой оценкой ее аналога по наблюдениям и динамо моделям в работе [Christensen and Tilgner, 2004]. Отрицательных вариаций 36, что существенно больше 10-ти положительных вариаций на рис. 2. Это свидетельствует о доминировании трендовой диссипации над генерацией в современном геодинамо. Вместе с тем видны следы некоторой периодичности в повторяемости сравнительно



Рис. 3. Гистограмма распределения положительных и отрицательных удельных вариаций, упорядоченных каждая отдельно по возрастанию их величины и расположенных для отражения периодичностей/трендов. Обозначения те же, что на рис. 2. Треугольники – значения статистических величин для отрицательных вариаций (во вставке – индекс минус), ромбы – для положительных вариаций (во вставке – индекс плюс).

больших по модулю вариаций. Для более детальной проработки проанализируем на рис. 3 отдельно положительные и отрицательные вариации. Очевидно почти периодическое (или точнее васцилляционное с небольшой короткопериодической добавкой к большой трендовой основе) поведение для четырех-пяти максимальных по модулю вариаций, которые почти полностью зеркально асимметричны относительно оси с номерами вариаций на рис. 3. В остальном преобладают отрицательные вариации, что свидетельствует о более чем (46–10) × 100%/46 = 78% доминировании трендовых тенденций над периодическими тенденциями геодинамо энергии потенциального поля в современную эпоху.

Величины экстремальных, средних и медианных вариаций из рисунков 2 и 3 представлены во вставках на этих же рисунках. Медианная величина для всех вариаций составляет 1/(1995 лет), для положительных — +1/(1942 года) и для преобладающих отрицательных — -1/(1628 лет). Эти значения хорошо согласуются со всеми равновесными геодинамо оценками, наблюдениями и с общепринятыми наблюдательными оценками западного дрейфа.

Маловероятная (ее вероятность $\leq 1/46$) минимальная по модулю отрицательная вариация $S_d = = -1/(19013 \text{ лет})$, по-видимому, является проявлением "чистой" магнитной диффузии (индекс *d*). Для обоснования этого положения рассмотрим диффузию магнитного диполя в сфере радиуса c с проводимостью σ . Поскольку эта диффузия идет по известному, например, [Старченко, 2011]) экспоненциальному закону, то ее точно известная вариация $-\pi^2/(\mu_0 \sigma c^2)$ должна, из-за преобладающего вклада диполя в наблюдаемый тренд энергии потенциального геомагнитного поля, быть практически равна S_d . Отсюда приблизительно определяется величина электрической проводимости ядра Земли

$$\sigma = -\pi^2 / (\mu_0 c^2 S_d) = 4 \times 10^5 \text{ Cm/m}.$$
 (3)

Эта величина хорошо согласуется как с известными теоретическими и диффузионными оценками [Яновский, 1978; Старченко, 2011], так и с современными прямыми квантовыми моделями и экспериментальными оценками [Cheng et al., 2016; Williams, 2018].

Большое отношение полученных выше максимальных (по модулю) вариаций к минимальным вариациям свидетельствует о сильно нелинейном и соответственно турбулентном или хаотическом характере геодинамо [Schaeffer et al., 2017]. Обоснованием для этого является тот факт, что минимальные по модулю вариации приблизительно соответствуют линейной диффузии, а максимальные — изначально нелинейной адвекции.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Из рисунка 1 можно оценить, что рассматриваемая эволюция S включает в себя примерно 20-летнюю (см. всплеск 1940-1960 гг. и следующие за ним вариации) периодическую составляющую, которая отсутствует в нашем анализе (рис. 2-3 и выше), но может быть выявлена методами, базирующимися на разложениях Фурье по ортогональным функциям и/или вейвлетах. Минимальный период или точнее — характерный временной интервал, грубо следующий из нашего рис. 3 -128 лет. Возможно, наш анализ требует более жесткий аналог теоремы Котельникова [1933] для выявления относительно небольших периодов. В соответствии же с этой теоремой, исходя из пятилетней IGRF дискретизации, Фурье-анализ дает возможность определить периоды длительностью от 10 лет. С другой стороны – при Фурьеразложении на периодические функции мы изначально ограничены длиной временного ряда как максимально возможным периодом. Это фундаментальное положение восходит к принципу неопределенности, например, [Берестецкий и др., 2002]. Для нашего метода подобного ограничения нет, поскольку мы используем не периодичности, а характерные времена экспоненциального роста/затухания и, по существу, аппроксимируем ряд кусочками экспонент. Это дает возможность грубо оценивать характерные времена больше длины рассматриваемого ряда, допуская ту же вероятность проявления удельных вариаций вне ряда, что и внутри ряда. Соответствующая статистическая гипотеза исходит из практически фрактальной идеи самоподобия различных временных интервалов и может быть частично верифицирована на современных геодинамо подобных численных моделях.

Естественным образом выделенные нами в этой работе геодинамо процессы адвекции и диффузии, практически все "по умолчанию", соотносятся с крупномасштабным трендовым дипольным и сравнительно хаотическим недипольным полем соответственно. При этом единственной известной нам работой по строгому статистическому обоснованию этого положения является [Hulot and Mouël, 1994]. К сожалению, даже и в этой работе, из-за вышеупомянутых традиционных методических затруднений Фурье подобного анализа, выделяют лишь периоды в "пару сотен лет" для недипольного поля и "намного больше, чем несколько сотен лет" для дипольного поля. Предлагаемый нами "анализ удельных вариаций" позволяет частично преодолеть подобные затруднения. В результате получаются не только вполне определенные характерные времена, но и наиболее вероятные геодинамо механизмы их реализации.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Предлагается новый тип анализа временны́х рядов, дополняющий известные анализы в определении временны́х характеристик рассматриваемого ряда. В качестве частотной меры предлагается отношение временно́й вариации значений ряда к самому значению, что эквивалентно логарифмической производной или удельной вариации. Положительные удельные вариации равны моментальной степени экспоненциального роста, а отрицательные — падения для модуля рассматриваемой величины.

2. По сравнению с традиционными анализами, базирующимися на разложении Фурье, преимущество нашего анализа удельных вариаций в возможности грубо оценивать характерные времена превышающие длину ряда. Основные недостатки: неполная определенность статистического веса каждой из рассматриваемых вариаций, их изначальная дискретность, отсутствие периодичности и отсутствие возможности разложения по ортогональным функциям. Для некоторого купирования этих недостатков мы вынуждены предположить, что каждая из удельных вариаций дает равновероятный вклад в ее проявление в пределах рассматриваемого ряда, а вне его — вероятность проявления такая же, что и внутри.

3. Предлагаемый нами анализ определяется и апробируется на ряде значений энергии потенциального геомагнитного поля, следующей из общепринятой IGRF модели 1900-2020 гг. Медианная величина для всех удельных вариаций --1/(1995 лет), для положительных - 1/(1942 года) для преобладающих отрицательных И -1/(1628 лет). Эти значения хорошо согласуются с геодинамо оценкой соответствующих равновесных величин и с общепринятыми наблюдательными оценками западного дрейфа. Также проанализированы среднеарифметические и среднеквадратичные удельные вариации в их связи с геодинамо моделями и геомагнитными наблюдениями.

4. Менее вероятные экстремальные значения -1/(128 лет) и -1/(19013 лет) соотносятся с практически "чистой" МГД адвекцией течением и магнитной диффузией соответственно. Диффузионная оценка позволяет приблизительно, но вполне адекватно, оценить величину проводимости ядра Земли, а оценка для адвекции — среднюю скорость течений. Большое отношение экстремальных удельных вариаций свидетельствует о сильно нелинейном и соответственно турбулентном характере геодинамо.

5. БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы глубоко признательны анонимному рецензенту за замечания, которые позволили кардинально улучшить представление этой работы в свете ее соотношения с традиционными анализами временны́х рядов. Соответствующие дискуссии и консультации с проф. Д.Д. Соколовым и проф. Н.И. Клиориным так же способствовали существенному прогрессу в этой работе.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа была выполнена за счет бюджета Института земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Теоретическая физика. Издание 4-е, исправленное. Т. IV. Квантовая электродинамика. М.: Физматлит 720 с. 2002.

- Бондарь Т.Н., Головков В.П., Яковлева С.В. Пространственно-временная модель вековых вариаций геомагнитного поля в интервале с 1500 по 2000 гг. // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 42. № 6. С. 831–837. 2002.

- Брагинский С.И. Происхождение магнитного поля Земли и его вековых вариаций // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. Т. 10. С. 3–14. 1972.

— Бурлацкая С.П. Археомагнетизм. Структура и эволюция магнитного поля Земли. М.: Геос. 343 с. 2007.

– Котельников В.А. О пропускной способности "эфира" и проволоки в электросвязи // в сб. Всесоюзный энергетический комитет. Материалы к I Всесоюз. съезду по вопросам технической реконструкции дела связи и развития слаботочной промышленности. По радиосекции (М.: Управление связи РККА, 1933). С. 1–19. 1933.

- *Петрова Г.Н., Нечаева Т.Н., Поспелова Г.А.* Характерные изменения геомагнитого поля в прошлом. М.: Наука. 176 с. 1992. – *Решетняк М.Ю.* Пространственные спектры геомагнитного поля в наблюдениях и моделях геодинамо // Физика Земли. № 3. С. 39–46. 2015.

- Старченко С.В. Гармонические источники главного геомагнитного поля // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 51. № 3. С. 412–418. 2011.

- Старченко С.В., Иванов В.В. Природа диффузии, генерации и дрейфа геомагнитного диполя с 1900 по 2010 г. // Докл. АН. Т. 448. № 1. С. 89–91. 2013.

- Старченко С.В., Яковлева С.В. Спектры энергии и мощности потенциального геомагнитного поля с 1840г. // Геомагнетизм и аэрономия. Т. 59. № 2. С. 258–264. 2019.

- *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. Л.: Издательство ЛГУ. 591 с. 1978.

– Cheng J.S., Aurnou J.M. Tests of diffusion-free scaling behaviors in numerical dynamo datasets // Earth Planet. Sci. Lett. V. 436. P. 121–129. 2016.

- Christensen U.R., Tilgner A. Power requirement of the geodynamo from ohmic losses in numerical and laboratory dynamos // Nature. V. 429. P. 169–171. 2004.

- Hulot G., Le Mouël J.L. A statistical approach to the Earth's main magnetic field // Phys. Earth Planet. In. V. 82 (3-4). P. 167–183. 1994.

- Lowes F.J. Spatial power spectrum of the main geomagnetic field, and extrapolation to the core // Geophys. J. R. Astr. Soc. V. 36. P. 717–730. 1974.

- Schaeffer N., Jault D., Nataf H.-C., Fournier A. Turbulent geodynamo simulations: a leap towards Earth's core // Geophys. J. Int., V. 211. P. 1–29. 2017.

– Starchenko S.V. Analytic base of geodynamo-like scaling laws in the planets, geomagnetic periodicities and inversions // Geomagnetism and Aeronomy. V. 54. № 6. P. 694–701. 2014.

- *Wen-Yao Xu*. Unusual behavior of the IGRF during the 1945–1955 period // Earth Planets Space. V. 52. P. 1227–1233. 2000.

- Williams Q. The Thermal Conductivity of Earth's Core: A Key Geophysical Parameter's Constraints and Uncertainties // Ann. Rev. Earth Planet. Sci. V. 46. Published online May 2018.