

## МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА ОЧАГА ТЕКТОНИЧЕСКОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ НА ОСНОВЕ МОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ

© 2023 г. И. У. Атабеков\*

*Институт сейсмологии, г. Ташкент, Узбекистан*

*\*E-mail: atabekovi@mail.ru*

Поступила в редакцию 18.05.2021 г.

После доработки 22.07.2022 г.

Принята к публикации 01.09.2022 г.

При строительстве стратегических объектов требуется проводить микрорайонирование для определения пиковых значений ускорений местности вследствие возможных землетрясений. Ускорение почвы при этом сильно зависит не только от мощности землетрясения, но еще и от механизма очага землетрясения и геодинамического состояния местности. Известные дислокационные модели одиночного диполя с моментом и пара диполей без момента механизма очага землетрясений удовлетворительно описывают наблюдаемые эффекты квадрантного распределения напряжений на поверхности Земли при землетрясениях. При проведении расчетов в рамках теории упругости, действия диполей выражаются через объемные силы. Известны две модели замены моментов на эквивалентные силы: одна из них на базе уравнений равновесия для бесконечно упругого пространства [Ландау, Лифшиц, 1965; Магуама, 1963]; другая – на основе теоремы представления для упругих тел, введением сингулярного внутреннего объема, на границе которого имеются дислокации [Введенская, 1969; Аки, Ричардс, 1983]. Несмотря на то, что в этих моделях рассматриваются моментные эффекты, сами они выведены из безмоментной теории упругости. В нашей работе предлагается провести эффект двойного диполя без момента, исходя из моментной теории упругости. Предлагаемая модель механизма очага землетрясений применяется для решения задачи о вариациях напряжений земной коры Центральной Азии на примере конкретного землетрясения при упрощенной ориентации плоскости разрыва. Под вариацией напряжений понимается разность напряжений в задачах с учетом механизма землетрясения и при его отсутствии. Статические напряжения получены решением обратной задачи упругости с частично неизвестными граничными условиями. В качестве литосферы принимается призматическое тело, состоящее из нескольких однородных блоков, верхние поверхности которых соответствуют рельефу Центральной Азии. Верификация результатов численного решения проводится сравнением полученных напряжений с ранее установленными эмпирическими значениями. В качестве начальных напряжений для обратной задачи использовано решение плоской задачи, граничные условия в которой соответствуют латеральному сжатию литосферы региона Индийской и Арабской плит с одной и Евразийской плиты, с другой стороны. На базе полученных решений задачи проведен анализ геодинамического состояния Центральной Азии. Основываясь на результатах лабораторных опытов, подвергается сомнению однозначность выводов о геодинамическом состоянии земной коры (сжатие, растяжение) по коэффициенту Лодэ–Надаи, применяемому в настоящее время многими исследователями. Показано, что вопреки ранним утверждениям значениям  $\mu_{\sigma} = +1$  и  $\mu_{\sigma} = -1$  могут соответствовать одновременно как случаи растяжения, так и случаи сжатия в зависимости от пространственного вида (эллипсоида) напряженного состояния. Геодинамический анализ земной коры проводится по методу Андерсона.

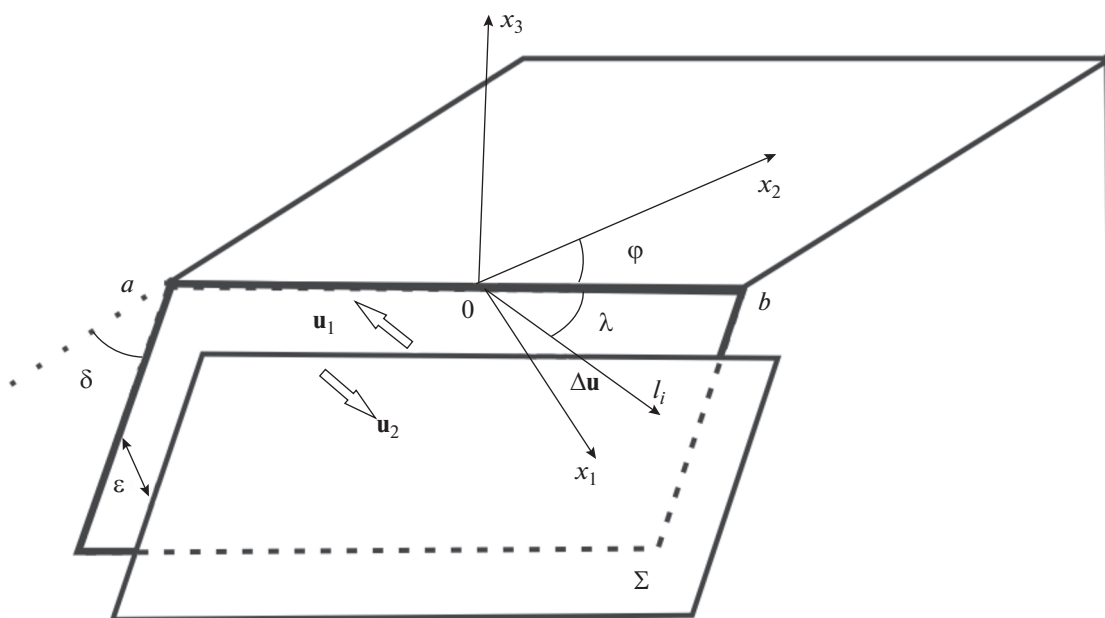
*Ключевые слова:* Центральная Азия, геодинамика, тектонические напряжения, дислокация, механизм землетрясения, численные методы.

**DOI:** 10.31857/S0002333723010015, **EDN:** BZWGYR

### ВВЕДЕНИЕ

При проектировании социально значимых объектов проводится тщательное изучение сейсмической опасности региона. Местности, находящиеся в различных геодинамических состояниях по-разному реагируют на действие землетрясений. Известно, что при взбросах амплитуда

колебаний в ближайшей зоне землетрясений примерно в два раза больше чем при сдвигах. Таким же образом по-разному изменяется статическое напряженное состояние земной коры после землетрясения по направлению простирания плоскости разрыва и по перпендикулярному направлению. Для территории Центральной Азии



**Рис. 1.** Плоскости разрыва при землетрясении:  $l_i$  – направление скольжения;  $\Delta u(x_i, t) = u_1 - u_2$  – перемещения бортов. Параметры дислокации описаны в тексте.

были установлены выборочные эмпирические оценки величин тектонических напряжений [Гзовский, 1964; Уломов, 1974], которые не потеряли свою актуальность. Существует достаточное число публикаций, где проводится оценка напряженного состояния по механизмам землетрясений и по геологическим данным [Осокина и др., 1979а; Шерман, Днепровский, 1989; Ребецкий и др., 2017]. Обширный обзор напряжений по всему миру приводится в работах [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018]. Такие данные имеются также по отдельным территориям Центральной Азии [Юнга и др., 2010; Rebetsky et al., 2012; Лукк, Юнга, 1988; Осокина и др., 1979б; Сычева, Мансуров, 2016]. Однако все они ограничиваются локальной реконструкцией геодинамического типа деформирования (растяжение–сдвиг–сжатие) и не дают количественную характеристику напряженного состояния земной коры Центральной Азии в целом. Более того, подобные работы зачастую не учитывают основное положение механики - уравнения равновесия и граничных условий, что справедливо критикуется в статье [Мухамедиев, 2019]. Основная трудность решения задачи о напряжениях на основе уравнений сплошных сред в геодинамике состоит в отсутствии достоверных граничных условий. В данной работе напряженное состояние земной коры Центральной Азии реконструируется решением обратной задачи на базе известных эмпирических данных. Для изучения изменения напряжений

после землетрясений предлагается модель механизма очага землетрясений на основе моментной теории.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Тектонические землетрясения обусловлены разрушением сплошности земной коры в виде смещения под действием накопившегося дисбаланса объемных сил или возобновления бывшего разрыва, сцепленного благодаря цементированию поверхностей. Установлено, что наблюдаемые смещения на земной поверхности сильных, но не глубокофокусных землетрясений удачно объясняются с помощью модели диполя. Разновидности моделирования процесса разрыва зависят от постановки вопроса в рамках кинематической или динамической модели. В случае кинематической модели вектор сдвига не связан с порождаемой его силой. Разрыв полностью описывается векторной функцией сдвига бортов  $\Delta u(x_i) = u_1 - u_2$  плоскости сдвига  $\Sigma$ , положение которой определяется азимутом  $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ , наклоном  $0^\circ \leq \delta \leq 90^\circ$  и углом скольжения  $-180^\circ \leq \lambda \leq 180^\circ$  (рис. 1). Зона разрыва в простейших случаях считается в виде прямоугольника с площадью  $S = LD$ , где  $L$  – длина;  $D$  – ширина прямоугольника или круга с радиусом  $R$ ;  $S = \pi R^2$ .

Моделированием сил, приводящих к разрыву земной коры при землетрясениях занимались многие исследователи (обширная библиография

об их усилиях приведена, например, в работах [Nikano, 1923; Гоцадзе и др., 1957; Касахара, 1985]). Твердо установлено, что действия ординарного диполя с моментом (тип 1) или пары противоположно направленных диполей без момента (тип 2) в рамках упругости удовлетворительно объясняют квадрантное расположение областей растяжения и сжатия на поверхности Земли, замеченное еще профессором Oshi Shida из университета г. Киото в 1910 г. С помощью этих моделей получено хорошее совпадение между высвобождаемой сейсмической энергией и изменением упругой энергии, а также статическим и динамическим моментами в очаге землетрясения. Результаты расчета перемещений на поверхности сферы, порожденные дислокацией по обеим моделям дают одинаковую векторную картину и трудно различать разницу между ними. Проводились два симпозиума [Hodgson, 1959; 1961], чтобы выбрать, который из двух типов диполей дает более реальную картину сейсмического излучения очага, и специалисты не смогли прийти к консенсусу. Наконец, подтверждение о близости угла поляризации поперечной волны по записям сейсмических волн с одноименным параметром модели, решило выбор в пользу 2-го типа.

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Задача о напряженном состоянии бесконечно упругого пространства под действием диполя, находящегося в конкретной точке в рамках безмоментной теории упругости, поставила вопрос об отыскания объемных сил, выражающие действия момента. Решение этого вопроса осуществлено впервые [Мацуяма, 1963; Ландау, Лифшиц, 1965] на основе уравнения равновесия сплошной среды для бесконечного пространства.

Другой подход получения эквивалентных сил основан на представлении перемещения бесконечно упругого тела через функцию Грина [Введенская, 1969; Костров, 1970; Райс, 1980; Аки, Ричардс, 1983]. Возникновение очага трактуется как результат взаимодействия разрыва и окружающей его деформации среды. При этом область землетрясения выделяется как предел сингулярной внутренней области, на границе  $\Sigma$  которой имеются разрывы перемещений, равные дислокациям. На границе  $\Sigma$  смещения терпят разрыв непрерывности, а напряжения остаются непрерывными в силу условия равновесия. Чтобы удерживать  $\Sigma$  неизменной, к ее точкам должны быть приложены эквивалентные массовые силы.

Мы предлагаем способ определения эквивалентных сил, опираясь на моментную теорию.

Уравнение равновесия в моментной теории имеет следующий вид:

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0, \quad (1)$$

$$\mu_{ij,j} + \varepsilon_{ijk}\sigma_{kj} + M_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Здесь:  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений; индекс  $j$  после запятой означает дифференцирование по декартовым координатам  $x_j$ ;  $F_i$  – массовая сила;  $\mu_{ij}$  – компоненты моментного тензора напряжений;  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви–Чивита;  $M_i$  – составляющие удельного момента, имеющие размерность момента. По повторяющимся индексам проводится суммирование.

При учете механизма очага землетрясения полное напряжение  $\sigma_{ij}$  состоит из упругих  $\tau_{ij}$  и неупругих  $m_{ij}$ -составляющих, т.е.

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} + m_{ij}. \quad (3)$$

В случае сосредоточенного двойного диполя  $M_i = 0$ . Уравнение (2) при расположении плоскости разрыва, например, показанный на рис. 1 ( $\delta = 90^\circ$ ,  $\varphi = 0^\circ$ ,  $\lambda = 0^\circ$ ) имеет следующий вид:

$$\mu_{31.1} + \mu_{32.2} + \tau_{12} + m_{12} - \tau_{21} - m_{21} = 0. \quad (4)$$

Для упругой составляющей напряжения примем, как прежде,  $\tau_{12} = \tau_{21}$ , а моментный тензор выразим по его определению для сосредоточенного момента  $M$ :

$$\mu_{31} = M\delta(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}), \quad (5)$$

$$\mu_{32} = -M\delta(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (6)$$

Приравняв выражения, относящиеся к одноименным площадкам, получим:

$$m_{12} = M\delta'(x_1 - x_{10})\delta(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}), \quad (7)$$

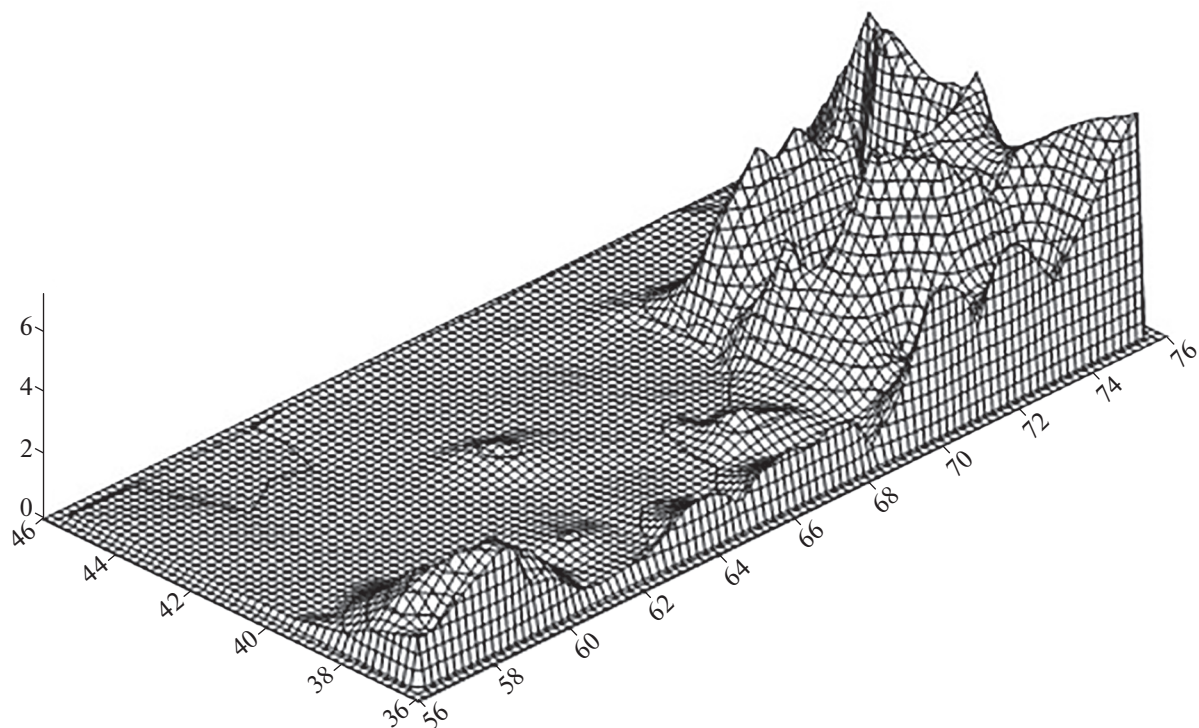
$$m_{21} = M\delta(x_1 - x_{10})\delta'(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (8)$$

Подставляя (7), (8) в (1) и переводя производные  $m_{ij}$  в правую часть, получаем эквивалентные силы, которые дают равные по величине, но противоположные по направлению моменты относительно оси перпендикулярной к плоскости:

$$f_{1m} = f_{2m} = -M\delta'(x_1 - x_{10})\delta'(x_2 - x_{20})\delta(x_3 - x_{30}). \quad (9)$$

Таким образом при учете механизма очага землетрясения к массовым силам  $F_i$  в системе (1) добавляются  $f_i$ .

Для расчета напряженного состояния земной коры для конкретного региона необходимо решать уравнения (1) в ограниченной области, привлекая соотношения между тензором напряжений и тензором деформации, выраженные через перемещения. Притом решение уравнений в частных производных (1) всецело зависит от граничных условий. Установления этих граничных



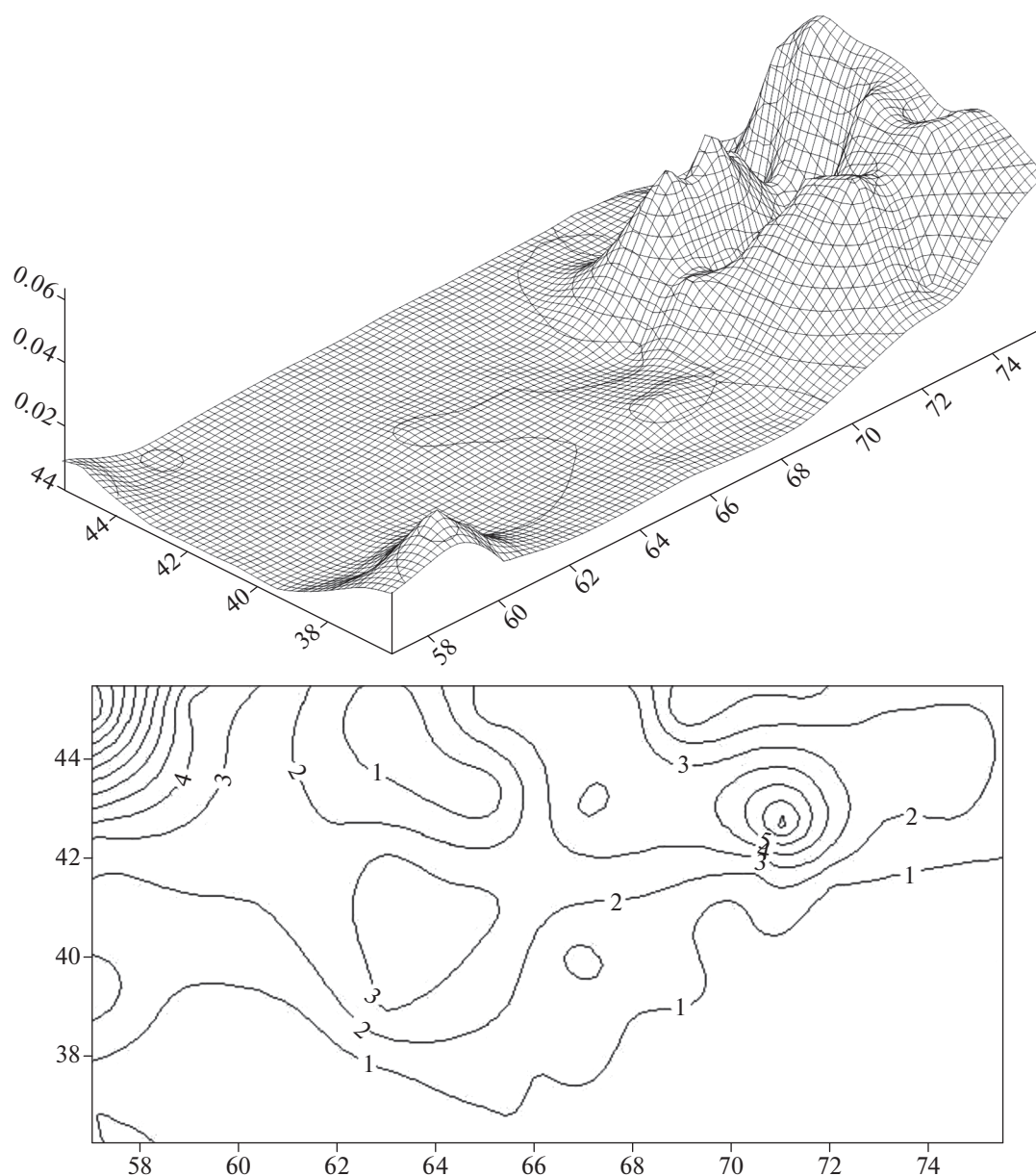
**Рис. 2.** Рельеф Центральной Азии, построенный по физическим и геологическим картам. По горизонтали восточная долгота и северная широта в градусах. По вертикали высота в км.

условий являются камнем преткновения решения подобных задач. Нахождение напряжений по (1) даже без механизма очага землетрясения, само по себе является трудной задачей. Современный рельеф Центральной Азии сформировался в течение орогенического периода, который длится более 26 млн лет. Земная кора ведет себя как упругое тело по отношению к кратковременно действующим силам, но в течение геологического времени она деформируется пластически и проявляет свойства ползучести. Анализируя ориентацию и величину напряжений в различных поясах мира, авторы работы [Zoback, Zoback, 2007] пришли к выводу, что поле напряжений в литосфере является результатом современных сил, а не остаточных напряжений от прошлой тектонической активности. Поэтому в работе [Atabekov, 2020], напряженное состояние литосферы Центральной Азии реконструировано, исходя из сегодняшней картины. Граничные напряжения построены решением обратной задачи упругости на основе известной гипотезы тектоники плит. Согласно этой гипотезе, геодинамическая обстановка земной коры рассматриваемой территории определяется действием с одной стороны Евразийской, и с другой Индийской и Арабской плит. При этом решение задачи свелось к определению напряженного состояния призматического тела с толщиной ли-

тосферы, верхняя поверхность которого соответствует рельефу Центральной Азии (рис. 2). Это тело подвергается латеральным сжатиям. Верификация задачи проводилась сравнением решения с известными эмпирическими значениями напряжений.

Степень горизонтальной неоднородности литосферы учитывалась выбором различных упругих параметров модели. С этой целью использовалось проведенное ранее другими авторами деление литосферы Центральной Азии на 19 блоков, границами которых служат тектонические разломы (Приложение 1).

Решение полных систем трехмерных уравнений (1) даже численными методами довольно проблематично. С другой стороны, наиболее нерешенная проблема в геодинамике — это величина горизонтальных сил, ответственных за напряженное состояние литосферы, перемещения литосферных плит и взаимодействие блоков разного ранга. Согласно уравнению, обобщившему данные, имеющиеся в литературе о напряжениях в складчатом и кристаллическом фундаментах [Булин, 1971], наибольшие горизонтальные силы в глубинах 15 км имеют значения 461.9 МПа. Вертикальная компонента напряжений, взятая как вес вышележащей толщи на глубинах  $h$  в км и вы-



**Рис. 3.** Один из вариантов окончательного рельефа после решения задачи с использованием реального рельефа (наверху), приведенного на рис. 2. По вертикали высота в масштабе 1 : 100 км. Относительная погрешность (в %) изменения рельефа до и после вычислительного эксперимента (внизу). По горизонтали восточная долгота и северная широта в градусах.

раженная по формуле  $0.27h$ , равна соответственно 405–621 МПа. При этом значения максимальных касательных напряжений на порядок ниже и находятся в пределах 0.175–120 МПа [Гзовский, 1964] соответственно для наиболее подвижных районов Средней Азии и Тянь-Шаня, Памира. В работе [Atabekov, 2020] предложен один способ усреднения, позволяющий свести уравнения (1) к средним горизонтальным напряжениям с возможностью сохранения трехмерной специфики решений. Методы решения (1) приводятся в При-

ложении 2. В результате получаем тензор средних горизонтальных напряжений  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ , средние перемещения  $u_1$ ,  $u_2$  и вертикальное перемещение на свободной поверхности.

### ОБСУЖДЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ

Отметим, что реконструированные модельные значения напряжений верны только для выбранных глубин. Для других глубин (например, 3–4 км) при проведении численного эксперимента нужно

ориентироваться на известные другие значения напряжений. Естественно ожидать, что хотя картина распределения изолиний при этом качественно сильно не изменится, но в количественном отношении будут совершенно другие значения. В результате численного решения получилось, что верхняя поверхность, построенная по значениям вертикальных перемещений несильно уклоняется от реального рельефа, и находится в пределах допустимой погрешности (рис. 3).

На основе полученных решений для средних горизонтальных перемещений Центральной Азии проведем геодинамический анализ состояния земной коры.

Напряженное состояние сплошной среды в общем случае определяется тремя главными векторами напряжения (условно  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ). Их значения и направления определяются из уравнения:

$$\det \|\sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}\| = 0, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (10)$$

Для симметричного тензора  $\sigma_{ij}$  уравнение (10) всегда имеет три действительных корня следующего уравнения [Ильюшин, 2004]:

$$\begin{aligned} \sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 &= 0, \quad I_1 = \sigma_{kk}, \\ I_2 &= \sigma_{ij} \sigma_{ij}, \quad I_3 = \sigma_{ij} \sigma_{jk} \sigma_{ki}. \end{aligned} \quad (11)$$

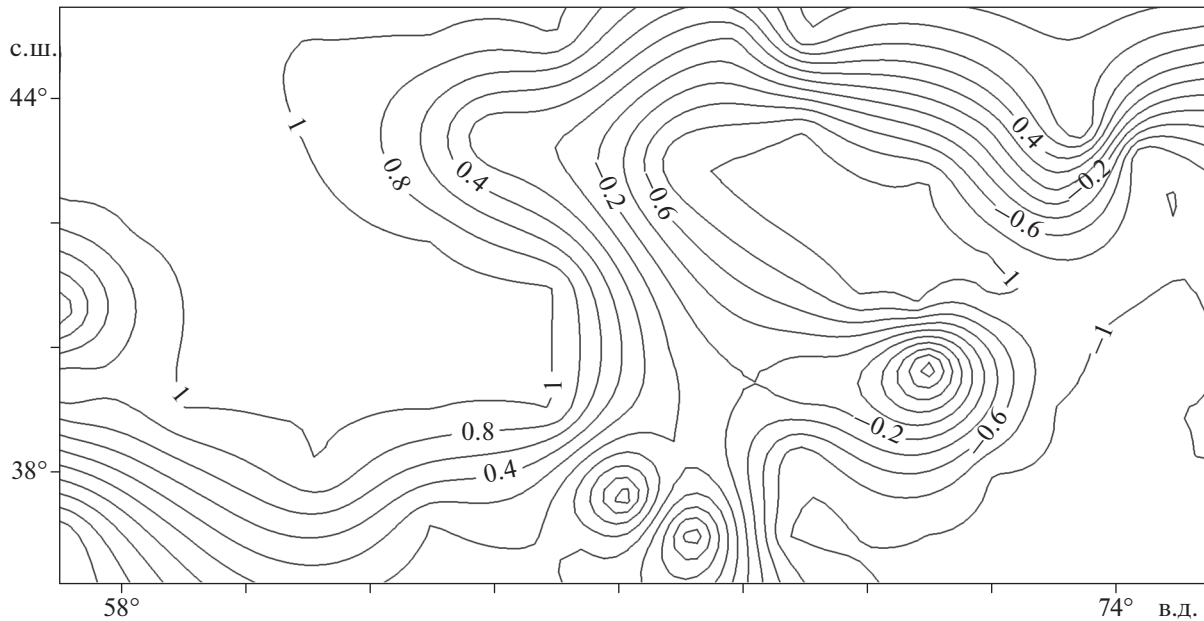
В нашем случае, из решения (11) мы получаем горизонтальные средние напряжения  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ . Для геодинамического анализа к ним добавим вертикальное напряжение  $\sigma_{33}$ , принятое как вес покрывающей породы. Величины  $\sigma_{31}$  и  $\sigma_{32}$  выразим как силы трения через  $\sigma_{33}$ . Согласно “закону Байерли” [Byerlee, 1978] коэффициент трения в земной коре выбирали в диапазоне 0.6–1.0. В преимущественных работах геодинамическое состояние земной коры оценивается по значениям коэффициента Лоде–Надаи

$$\mu_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \quad (12)$$

с трактовкой, что сжатию соответствует  $\mu_\sigma = +1$ , растяжению  $\mu_\sigma = -1$  и сдвигу  $\mu_\sigma = 0$ . Покажем, что данное утверждение в общем случае неверно. Этот коэффициент изначально предложен в качестве индикатора процесса простого нагружения при проведении экспериментов на пластичность тонкостенных труб на одновременное растяжение с внутренним давлением и кручением. В этих экспериментах установлено, что в противовес выше указанной трактовке равномерному растяжению в двух направлениях соответствует  $\mu_\sigma = 1$ , одноосному растяжению  $\mu_\sigma = -1$ . В случае сдвига  $\mu_\sigma = 0$ . В случае осевого сжатия  $\mu_\sigma = 1$  и в случае равномерного сжатия  $\mu_\sigma = -1$  [Ильюшин, 2004, с. 63]. Избегая дискуссионный вопрос, сформулированный в работах [Введенская, 1961;

1969; Костров, 1970; Мухамедиев, 2019] – можно ли использовать ориентацию снятых напряжений в очагах сильных землетрясений в качестве оценки тектонических напряжений, сделаем несколько замечаний по поводу указанных значений  $\mu_\sigma$  на основе формулы (12). Значения  $\mu_\sigma = +1$ , как видно по формуле (12), достигаются во всех случаях, когда эллипсоид напряжений является эллипсоидом вращения  $\sigma_1 = \sigma_2$ , не важно, что при этом эти напряжения сжатия или растяжения. Аналогично  $\mu_\sigma = -1$  при  $\sigma_2 = \sigma_3$  независимо от вида (растяжения или сжатия). Таким образом, утверждение о геодинамическом состоянии земной коры на основе коэффициента  $\mu_\sigma$  (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ) пригодно только при одноосном сжатии или растяжении (эллипсоид превращается в прямую линию), и в общем случае надо быть осторожным. Более того, по иронии природы, как было отмечено еще в работе [Введенская, 1969], в вышеуказанных случаях эллипсоида, однозначное определение полного напряженного состояния на основе ориентации главных осей напряжений, действующих в очагах, выполнено быть не может.

Мы решили привести изолинии этого коэффициента на рис. 4 нашей задачи для того, чтобы с одной стороны продемонстрировать, что крайние значения  $\mu_\sigma$  на нашем примере совершенно не соответствуют правилу (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ), а, скорее, подтверждают факт двухстороннего сжатия  $\mu_\sigma = -1$  и двухстороннего растяжения  $\mu_\sigma = +1$ ). И с другой стороны, с целью сопоставления результатов геодинамического состояния земной коры, полученных другим методом. А именно по тому методу, по которому сравниваются отношение вертикального напряжения  $\sigma_{ver}$  к горизонтальным наибольшим  $\sigma_1$  и наименьшим  $\sigma_2$  напряжениям, предложенным еще в работе [Anderson, 1951] и использованным при построении карты напряжений по всему миру [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018]. В этих работах выделяются три различных случая: 1) преобладает вертикальное напряжение  $\sigma_1 = \sigma_{ver}$ , когда гравитация вызывает нормальные разломы, создавая горизонтальную деформацию растяжения; 2) случай  $\sigma_2 = \sigma_{ver}$ , при котором разница между двумя горизонтальными напряжениями создает сдвиговую деформацию; 3) оба горизонтальные напряжения превышают вертикальное напряжение  $\sigma_3 = \sigma_{ver}$ , при котором деформация сжатия компенсируется за счет надвига или взброса. В отличие от работ [Zoback, 1992; Zoback, Zoback, 2007; Heidbach, 2018] мы используем правило знаков напряжений, принятое в классической механике, где считается, что сжимающие напряжения отрицательны, а растягивающие – положитель-



**Рис. 4.** Изолинии значений коэффициента Лоде–Надаи. Значения  $\mu_\sigma$  на нашем примере совершенно не соответствуют правилу (сжатия  $\mu_\sigma = +1$ , растяжения  $\mu_\sigma = -1$ ), а скорее, подтверждают факт двухстороннего сжатия  $\mu_\sigma = -1$  и двухстороннего растяжения  $\mu_\sigma = +1$ ). По горизонтали – восточная долгота, по вертикали – северная широта.

ны. В силу этого главные напряжения  $\sigma_1$  являются минимальными сжимающими, а  $\sigma_3$  – максимальными сжимающими. Вследствие этого случаи 1) и случаи 3) в нашем примере поменяются местами.

Значения главных горизонтальных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и максимальное касательное напряжение  $\sigma_{\max}$  вычисляется по нашим решениям  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{22}$ , по формулам:

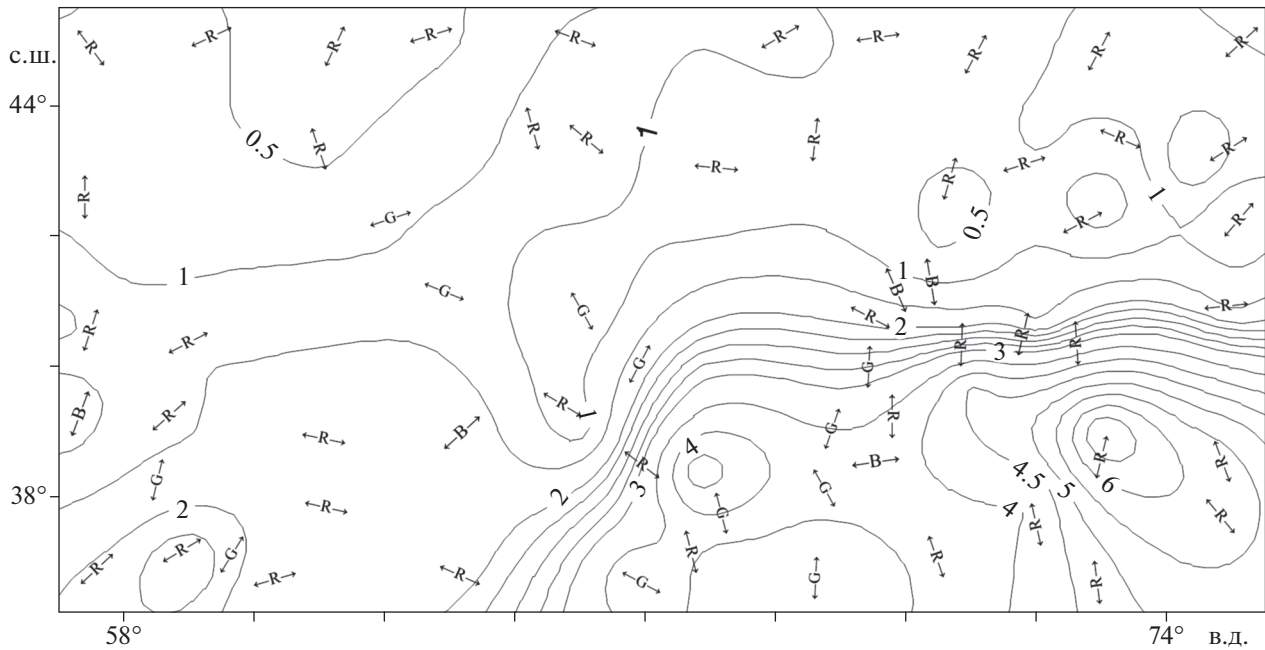
$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}\right)^2 + \sigma_{12}^2}, \quad (13)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2}. \quad (14)$$

Значения максимальных тангенциальных напряжений в 6–7 раз меньше, чем у наибольших напряжений  $\sigma_1$ . Ориентации  $\sigma_1$  показаны направленными отрезками, которые удовлетворительно согласуются с направлениями максимального горизонтального напряжения сжатия по данным сгенерированными на сайте WSMP 2016 г. для областей, ограниченных географическими координатами (36:39 с.ш., 56:60 в.д.) и (36:44 с.ш., 66:76 в.д.) [Мухамедиев, Галыбин, 2021], а также направлениями главных современных сжимающих напряжений, построенных по записям сильных землетрясений на территории СССР, приведенных в работе [Гзовский, 1964, с. 418]. При этом возможностям реализации вариантов 1)–3) при

землетрясениях соответствуют взброс ( $R$ ), сдвиг ( $G$ ) и сброс ( $B$ ). По результатам реконструкции проведенной численной моделью, преобладающим геодинамическим типом напряженного состояния для глубин земной коры 15 км является режим горизонтального двухстороннего сжатия. В зависимости от глубин направления максимального напряжения немного изменяются. Для глубин ниже 40 км значения  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , и  $\sigma_{\text{ver}}$  становятся почти одного порядка, и возможным механизмом осуществления землетрясений, с небольшим отклонением, становится сдвиг.

При проведении численных экспериментов по поиску граничных условий для краевой задачи мы опирались на установленные значения максимальных горизонтальных касательных напряжений на территориях Центральной Азии, приведенных в работах М.В. Гзовского и В.И. Уломова (см. выше). По их оценкам на глубинах 15–20 км значения горизонтальных касательных напряжений на равнинной части Центральной Азии не превышают 175–200 МПа, а на Тянь-Шане могут достигать 1200 МПа. При решении задачи мы искали граничные условия, которые дают такие напряжения. Поэтому наша модель соответствует значениям напряжений в указанных работах и верна настолько, насколько верны их расчеты. Наша модель также учитывает конкретные разломные зоны в качестве границ блоков, на которые разделена наша расчетная область. На кон-



**Рис. 5.** Наибольшее горизонтальное напряжение  $\sigma_1$  (сжатие) (в  $1 : 10^2$  МПа) для глубин 15 км. По горизонтали – восточная долгота, по вертикали – северная широта. Ориентация стрелок указывает направление  $\sigma_1$ . По классификации геодинамического состояния в случае землетрясения (*R*) указывает на возможность осуществления взброса, (*B*) – на сброс, (*G*) – на сдвиг.

тактах задавались непрерывность нормальных напряжений и касательные напряжения в виде трения. Надо отметить, что в наших расчетах получаются разные результаты, когда вся территория рассматривается как одна зона или делится на несколько зон. Только благодаря подбору различных упругих констант для различных блоков удалось получить те значения напряжений, которые соответствуют работам [Гзовский, 1964; Уломов, 1974]. Наши результаты вертикальных перемещений в Копетдаге соответствуют средним значениям за рассматриваемый период  $10^4$  год, принятый при выборе коэффициента вязкости в модели. Поэтому их можно использовать при рассмотрении относительно больших интервалов времени. Расхождения модельных и геодезических измерений за короткий период могут вполне не сойтись один к одному, как и нет соответствия между GPS и геодезическими измерениями [Кузьмин, 2017] Однако, используя полученные напряжения, мы можем построить локальные модели и сделать более конкретные расчеты для коротких периодов. В данной статье мы используем их в качестве статических напряжений для решения задачи о вариации напряжений при землетрясениях с предлагаемыми нами эквивалентными силами, полученными на основе моментной теории.

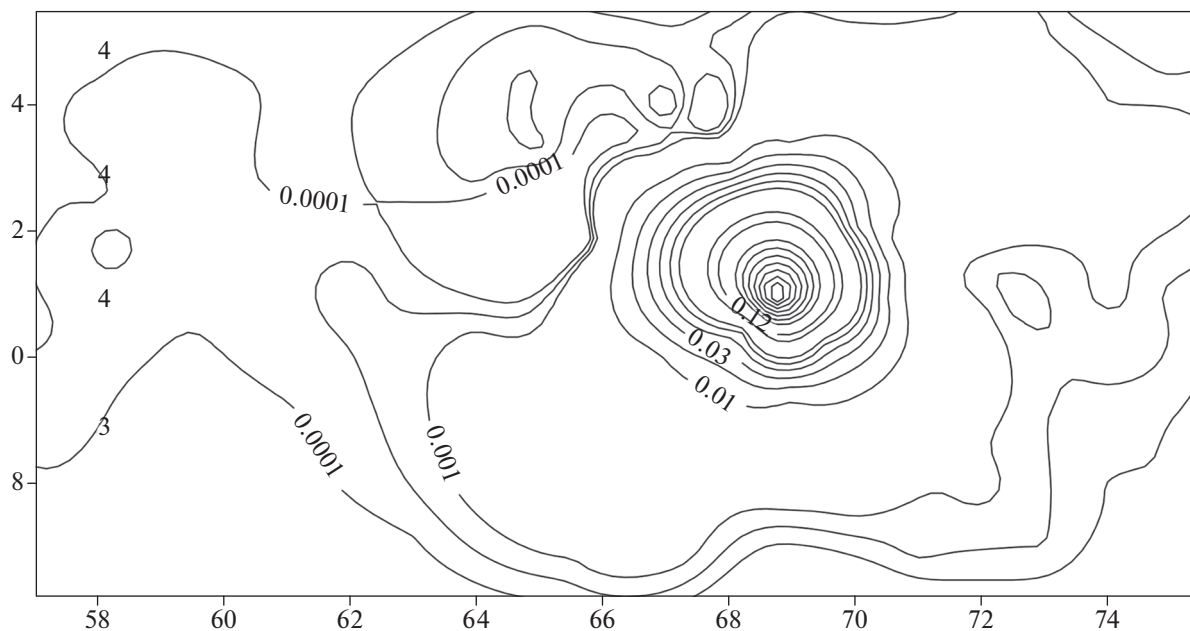
В географической системе координат тензор  $m_{ij}$  преобразуется в  $m'_{ij}$  через параметры нодальной плоскости к виду:

$$\begin{aligned}
 m'_{11} &= -m_{11}(\sin \delta \cos \lambda \sin 2\varphi + \sin 2\delta \sin \lambda \sin^2 \varphi), \\
 m'_{12} &= -m_{12}(\cos \delta \cos \lambda \sin \varphi - \cos 2\delta \sin \lambda \cos \varphi) = m'_{21}, \\
 m'_{13} &= -m_{13}(\cos \delta \cos \lambda \cos \varphi + \cos 2\delta \sin \lambda \sin \varphi) = m'_{31}, \\
 m'_{22} &= m_{22}(\cos \delta \cos \lambda \sin 2\varphi - \sin 2\delta \sin \lambda \cos^2 \varphi), \\
 m'_{32} &= m_{32}(\sin \delta \cos \lambda \cos 2\varphi + 1/2 \sin 2\delta \sin \lambda \sin 2\varphi) = m'_{23}, \\
 m'_{33} &= m_{33} \sin 2\delta \sin \lambda.
 \end{aligned}
 \tag{15}$$

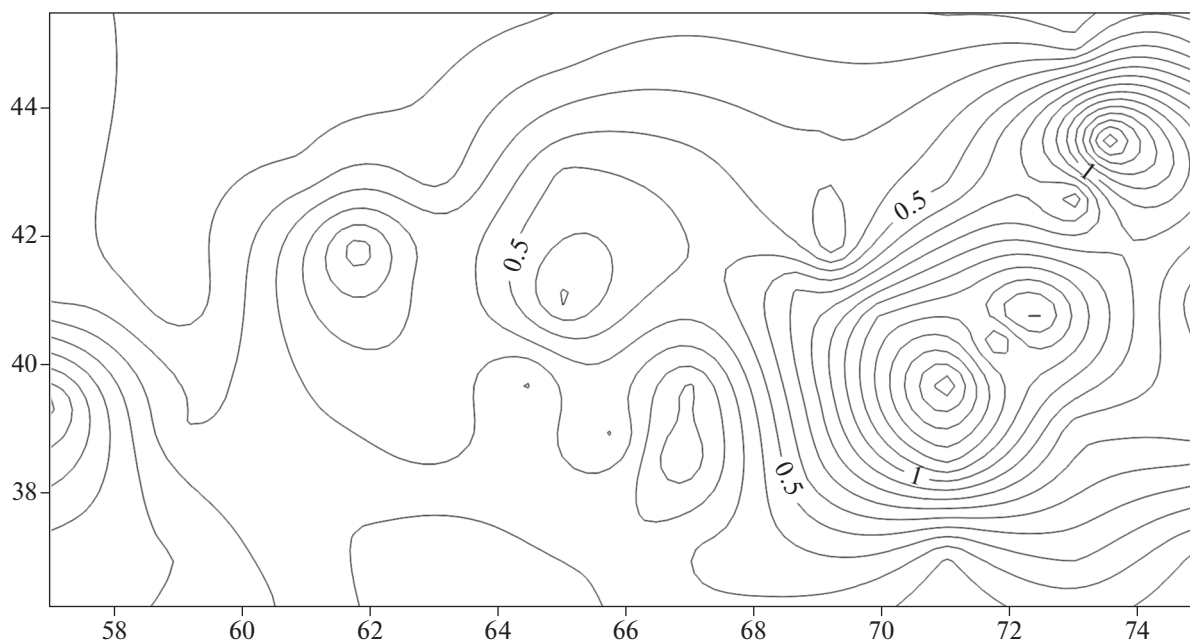
В случае примера с параметрами ( $\delta = 90^\circ, \lambda = 0^\circ, \varphi = 0^\circ$ ) в правую часть усредненных уравнений (1) прибавляются усредненные производные от  $m_{13,2}$  и  $m_{31,1}$ , имеющие следующий вид:

$$\begin{aligned}
 \bar{m}_{13,2} &= \bar{m}_{31,1} = \\
 &= -M \delta'(x_1 - x_{10}) \delta'(x_2 - x_{20}) / (h - H),
 \end{aligned}
 \tag{16}$$





**Рис. 6.** Изменения в максимальных касательных напряжениях (в %) после землетрясения в Ташкенте 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.) по модели механизма очага землетрясения формулой (13).



**Рис. 7.** Относительная разница напряжений в % по безмоментной и моментной теории упругости для Ташкентского землетрясения 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.).

$$M = \Delta\sigma/G \left( \frac{r_0}{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (x_i - x_{i0})^2}} \right)^{n_{eff}}. \quad (17)$$

Здесь:  $\Delta\sigma$  – сброшенное напряжение;  $r_0$  – радиус сферического объема очага землетрясения;  $n_{eff}$  –

коэффициент затухания, который определяется эмпирически [Ризниченко, 1974].

В качестве примера применения предлагаемого способа механизма очага землетрясения, введенного по формуле (16), приведен расчет вариации максимальных касательных напряжений по-

сле землетрясения в Ташкенте 1966 г. ( $69^{\circ}21'$  в.д.;  $41^{\circ}26'$  с.ш.) для упрощенного варианта расположения нодальной плоскости с параметрами  $\varphi = 90^{\circ}$ ,  $\delta = 90^{\circ}$ ,  $\lambda = 0^{\circ}$  (рис. 6). Согласно измеренным данным в работе [Ташкентское ..., 1971] объем землетрясения принят в виде сферы с объемом  $62 \text{ км}^3$  и сброшенное напряжение, равным  $\Delta\sigma = 6 \times 10^6 \text{ Па}$ .

На рис. 7 сопоставлены значения напряжений, получаемые по безмоментной [Atabekov, 2021] и по моментной теории упругости. Их относительные значения по всей территории не превышают 0.5%, не считая территории вокруг эпицентра.

Несмотря на то, что данный пример иллюстрирован для частного случая, расчеты и при других значениях этих параметров показали совершенно небольшую разницу вариации напряжений вне эпицентра землетрясения при моделировании механизма землетрясения по моделям на базе классической теории упругости и моментной теории упругости. Это означает, что расчет вариации напряжений вследствие землетрясений по всем известным формулам механизма очага землетрясений не приводит к большим ошибкам за пределами близкой зоны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена математическая модель механизма очага землетрясения на основе моментной теории упругости.

При анализе экспериментальных опытов при сложном напряженном состоянии подвергается сомнению метод геодинамической оценки напряжений земной коры (сжатие, растяжение, сдвиг) на основе коэффициента Надаи–Лоде.

Проведен геодинамический анализ напряженного состояния земной коры Центральной Азии по методу Андерсона, примененный ранее для оценки напряжений с помощью базы мировых данных.

Показано, что вариация напряжений в земной коре Центральной Азии, при учете механизма землетрясения моделью двойного диполя по моментной теории, за пределами эпицентра землетрясения сильно не отличается от результатов ранее установленных моделей без момента.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### ВЫДЕЛЕНИЕ РЕГИОНАЛЬНЫХ ГРАНИЦ ЛИТОСФЕРЫ

Рассматриваемая территория в неотектоническом структурном плане по типам глубинных разрезов подразделяется на две геоструктуры перво-

го порядка – Туранскую плиту и Памиро–Тянь-Шаньский ороген. В свою очередь, геоструктуры первого порядка неравноценно подразделяются на геоструктуры второго порядка. В пределах Туранской плиты по типу глубинных разрезов относительно слабо выделяются Чарджоуская и Бухарская тектонические ступени, западное окончание Южного Тянь-Шаня и Центральные Кызылкумы. На территории Памиро–Тянь-Шаньского орогена резкие отличия глубинного строения имеют Северный, Срединный и Южный Тянь-Шань, Ферганская и Афгано-Таджикская депрессии, Северный и Южный Памир. Восточная часть Памиро–Тянь-Шаньского орогена характеризуется более контрастными отличиями глубинных разрезов геоструктур второго порядка, чем западная плита. Особое место занимает структурная позиция Южного Тянь-Шанья, западная часть которого расположена в пределах Туранской плиты. Глубинные разрезы отражают регионально прослеживаемые субгоризонтальные геофизические слои и границы со средними значениями физических свойств с исключением локальных неоднородностей, выделяемых на геолого-геофизических профилях. По физическим свойствам земная кора каждой геоструктуры характеризуется тонкослоистым строением. Главными и хорошо выделяемыми границами раздела литосферы является раздел Мохоровича и поверхность кристаллического фундамента. Менее четко, но достаточно уверенно выделяется граница между верхней и нижней корой. В составе неконсолидированной коры выделяются мезозой–кайнозойский чехол и палеозойский складчатый комплекс. Консолидированная кора подразделяется по значениям скоростей на верхнюю ( $5.9\text{--}6.4 \text{ км/с}$ ) и нижнюю ( $6.7\text{--}7.6 \text{ км/с}$ ) части. В верхней коре всех рассматриваемых структур выделяются волноводные слои (на Памире их два) с относительно пониженными скоростями на  $0.1\text{--}0.3 \text{ км/с}$ , с низким электрическим сопротивлением  $4\text{--}30 \text{ Ом м}$  и плотностью  $2.6\text{--}2.7 \text{ г/см}^3$ . В низах нижней коры Туранской плиты и Южного Тянь-Шаня выделяются слои с повышенными скоростями до  $7.2 \text{ км/с}$  плотностью до  $3.0 \text{ г/см}^3$ . В пределах Срединного Тянь-Шаня и Ферганской депрессии имеются области градиентным слоем со скоростью  $7.3\text{--}7.6 \text{ км/с}$  и плотностью  $3.0\text{--}3.1 \text{ г/см}^3$ . На Памире переходная зона достигает максимальной мощности при средних значениях скоростей  $7.6 \text{ км/с}$  и плотностью  $3.1 \text{ г/см}^3$  и представлена коромантийной смесью при относительно не резкой границы Мохоровича. Термобарические условия с глубиной, наличие глубинных ксенолитов различных метаморфических пород (от зеленосланцевой до гранулитовой) и эклогитовой фацией свидетельствуют о

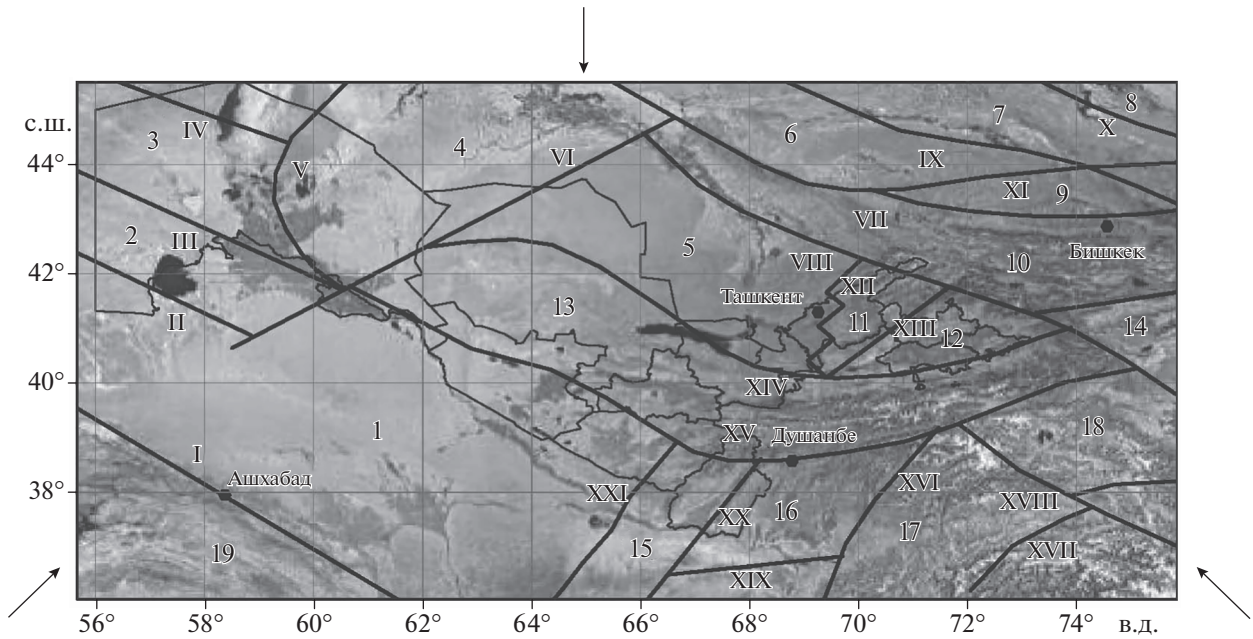


Рис. 8П1. Деление территории Центральной Азии по геолого-геофизическим параметрам на отдельные блоки.

том, что в земной коре и верхней мантии Памиро-Тянь-Шаньского региона преобладает нормальная метаморфическая зональность. На основе анализа многочисленных данных, опубликованных в научной литературе А.А. Абидовым и Ф.Г. Долгополовым, составлена геодинамическая схема взаимодействия литосферных блоков Центральной Азии в неоген-четвертичное время [Абидов, 2012]. Основой для разделения на блоки служили следующие тектонические разрывы: Копетдагский (I), Каракумский (II), Южно-Тянь-Шаньский (III), Устюртский (IV), Арало-Кустанайский (V), Западно-Тянь-Шаньский (VI), Линия Николаева (VII), Таласо-Ферганский (VIII), Южно-Джунгарский (IX), Джунгарский (X), Северо-Тянь-Шаньский (XI), Аксу-Майдантальский (XII), Северо-Ферганский (XIII), Букантау-Южно-Ферганский (XIV), Гиссаро-Коокшальский (XV), Вахш-Заалайский (XVI), Пандшерский (XVII), Поперечно-Памирский (XVIII), Дехканабадский (XIX), Караиль-Лангарский (XX), Поперечно-Тянь-Шаньский (XXI). В результате регион разделен на 19 блоков: 1 – Каракумский; 2 – Южно-Устюртский; 3 – Северо-Устюртский; 4 – Приаральский; 5 – Сырдарьинский; 6 – Муюнкумский; 7 – Прибалхашский; 8 – Балхашский; 9 – Чуйский; 10 – Северо-Тянь-Шаньский; 11 – Чаткало-Кураминский; 12 – Ферганский; 13 – Южно-Тянь-Шаньский; 14 – Атбашинский; 15 – Байсунский; 16 – Афгано-Таджикский; 17 – Западно-Памирский; 18 – Восточно-Памирский; 19 – Копетдагский, (рис. 8П-1).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ (1)

Уравнение (1) усредняется по формуле:

$$\bar{w}(x_1, x_2) = \frac{1}{(h-H)} \int_H^h w(x_1, x_2, x_3) dx_3, \quad (\text{П.1})$$

где: черта означает усреднение по  $x_3$ ;  $h = \text{const}$  – глубина подошвы литосферы;  $H = H(x_1, x_2)$  – рельеф поверхности земли. Интегрируем (П.1) по  $x_3$  и умножим на  $1/(H-h)$ . Выразим производные от средних через средние от производных, используя формулу дифференцирования по параметру. Например,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{h-H} \int_H^h \sigma_{ij} dx_3 \right) = \\ &= \frac{1}{(h-H)^2} \int_H^h \sigma_{ij} dx_3 + \frac{1}{h-H} \int_H^h \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_k} dx_3 + \\ &+ \frac{1}{(h-H)} \sigma_{ij} \Big|_{x_3=h} \frac{\partial h}{\partial x_k} - \frac{1}{(h-H)} \sigma_{ij} \Big|_{x_3=H} \left( \frac{\partial H}{\partial x_k} \right) = \quad (\text{П.2}) \\ &= \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}}{\partial x_k} + \frac{\sigma_{ij}(x_1, x_2, h)}{(h-H)} \frac{\partial h}{\partial x_k} + \\ &+ \frac{(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij}(x_1, x_2, H)) \partial H}{(h-H) \partial x_k}. \end{aligned}$$

В (П.2) присутствуют значения напряжения на подошве литосферы  $\sigma_{ij}(x_1, x_2, h)$  и на свободной поверхности  $\sigma_{ij}(x_1, x_2, H)$ . Поскольку нижнюю границу считаем постоянной, то один член авто-

матически выпадает. Для выражения второго члена анализируем известные эмпирические оценки напряжений для различных глубин земной коры, которые, надо отметить, довольно противоречивы. Согласно анализу, приведенному в работе [Уломов, 1974], значения вертикальных напряжений до определенных глубин по формуле А.Н. Динника превосходят значения горизонтальных, а по формуле N. Hast – наоборот. Для горизонтальных напряжений в складчатом и кристаллическом фундаментах земной коры в работе [Булин, 1971] на основании анализа эмпирических данных многих авторов, выведена формула в виде кг/см<sup>2</sup> (60 + 0.31z, где z – глубина в метрах). Наша модель ориентируется на известные оценки касательных напряжений на территории СССР, установленные опытным путем приблизительно для глубин 15–20 км. Поэтому отношение горизонтальных напряжений на поверхности по отношению к средним напряжениям возьмем в виде отношений напряжений на 2 км (с вычетом средней толщины осадочных пород) и 15 км:

$$\frac{\sigma_{ij}(x_1, x_2, H)}{\overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2)} = \frac{\sigma(2 \text{ км})}{\sigma(15 \text{ км})} \approx 0.15, \quad (\text{П.3})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2) - \sigma_{ij}(x_1, x_2, H) &= \\ = 0.85\overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2) &= p\overline{\sigma}_{ij}(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Это значение  $p$  примем для всех горизонтальных напряжений. В результате интегрирования (1) получим следующие уравнения относительно усредненных величин:

$$\overline{\sigma}_{12} = \frac{G}{2} \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} + \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right), \quad (\text{П.12})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{33} &= \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \\ &+ \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{(\lambda + 2G)}{(h-H)} u_3^h. \end{aligned} \quad (\text{П.13})$$

Здесь  $\lambda$  и  $G$  – упругие константы. Подставляя (П.10)–(П.13) в уравнения (П.5), (П.6) получим уравнения Ламе для усредненных перемещений  $u_1, u_2$ :

$$\Delta \overline{U} + \frac{1}{(1-2\nu)} \text{grad div } \overline{U} = \overline{F}, \quad (\text{П.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\sigma}_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{12}}{\partial x_2} &= \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{11} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_2} - k_a \rho g, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\sigma}_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{\sigma}_{22}}{\partial x_2} &= \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{21} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \\ &+ \frac{p}{(h-H)} \overline{\sigma}_{22} \frac{\partial H}{\partial x_2} - k_a \rho g. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

При выводе этих формул были использованы следующие усредненные соотношения:

$$\sigma_{33}|_H = 0, \quad \sigma_{13}|_H = 0, \quad \sigma_{23}|_H = 0, \quad (\text{П.7})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33}|_h &= \rho g(h-H), \quad \sigma_{13}|_h = k_a \sigma_{33}|_h, \\ \sigma_{23}|_h &= k_a \sigma_{33}|_h, \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

$$\overline{\frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3}} = \frac{1}{h-H} \int_H^h \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} dx_3 = \frac{1}{h-H} \sigma_{13}|_h^h. \quad (\text{П.9})$$

Коэффициент  $p$  принимаем также для относительно горизонтальных перемещений. Тогда по закону Гука средние напряжения выражаются через средние перемещения в следующем виде:

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{11} &= (\lambda + 2G) \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \\ &+ \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{\lambda}{(h-H)} u_3^h, \end{aligned} \quad (\text{П.10})$$

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_{22} &= \lambda \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p\overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + (\lambda + 2G) \times \\ &\times \left( \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p\overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) + \frac{\lambda}{(h-H)} u_3^h, \end{aligned} \quad (\text{П.11})$$

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{11} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_1} \times \\ &\times \left\{ \frac{p}{(1-H/h)} \left[ \left( \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_1 + \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_2 \right) \right] \right\} \times \\ &\times \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ \left( \frac{p}{(1-H/h)} G_0 \left[ \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_1 + \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_2 \right] \right) \right\} - \\ &- \frac{\nu}{(1-\nu)} \frac{\partial (u_3^h - u_3^H)}{\partial x_1} - \frac{k_a \rho g (h-H)}{2G_0}, \end{aligned} \quad (\text{П.15})$$

$$F_2 = \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{12} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{p}{(1-H/h)} \overline{\sigma}_{22} \frac{\partial H}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_1} \times$$

$$\times \left\{ \left( \frac{p}{(1-H/h)} G_0 \left[ \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_1 + \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_2 \right] \right) \right\} - \frac{\partial}{\partial x_2} \times$$

$$\times \left\{ \frac{p}{(1-H/h)} \left[ \left( \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_1} \overline{u}_1 + \frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \overline{u}_2 \right) \right] \right\} -$$

$$- \frac{\nu}{(1-\nu)} \frac{\partial (u_3^h - u_3^H)}{\partial x_2} - \frac{k_a \rho g (h-H)}{2G_0}, \quad (\text{П.16})$$

$$\overline{\sigma}_{33}(x_1, x_2) = \frac{\rho g (h-H)}{2G_0} = \frac{2\nu}{(1-2\nu)} \times$$

$$\times \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p \overline{u}_1}{(1-H/h)} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p \overline{u}_2}{(1-H/h)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) +$$

$$+ \frac{2(1-\nu)(u_3^h - u_3^H)}{(1-2\nu)(1-H/h)}. \quad (\text{П.17})$$

В этих уравнениях напряжения отнесены к среднему (поскольку отдельные составляющие области имеют различные упругие константы) модуля сдвига  $G_0$ , а линейные переменные к  $h$ . При расчетах для различных блоков модуль сдвига  $G$  и коэффициент Пуассона  $\nu$  выбираются по-разному:  $\overline{U}$  – двумерный вектор с компонентами усредненных горизонтальных перемещений;  $\Delta$  – двумерный оператор Лапласа;  $u_3^h, u_3^H$  – вертикальное перемещение на подошве астеносферы и на поверхности земной коры. При выводе уравнений также использованы соотношения, вытекающие из правила принятого усреднения:

$$\overline{\sigma}_{33} = \frac{1}{2}(\sigma_{33}|_h + \sigma_{33}|_H) = \frac{1}{2} \sigma_{33}|_h = \frac{1}{2} \frac{\rho g (h-H)}{G_0}, \quad (\text{П.18})$$

$$\overline{\sigma}_{i3} = \frac{1}{2}(\sigma_{i3}|_h + \sigma_{i3}|_H) = \frac{1}{2} k_a \frac{\rho g (h-H)}{G_0}, \quad (\text{П.19})$$

для  $i = 1, 2$ . С учетом (П.18), (П.19) усредненное третье уравнение равновесия принимает следующий вид:

$$\sigma_{33}(x_1, x_2, h) =$$

$$= - \frac{\rho g (h-H)}{G_0} \left[ 1 + \frac{k_a}{2} \left( \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) \right]. \quad (\text{П.20})$$

Формула (П.17) позволяет определить относительное изменение рельефа через средние горизонтальные перемещения:

$$u_3(x_1, x_2, H) - u_3(x_1, x_2, h) = (h-H) \frac{\nu}{2(1-\nu)} \times$$

$$\times \left( \frac{\partial \overline{u}_1}{\partial x_1} - \frac{p \overline{u}_1}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_1} + \frac{\partial \overline{u}_2}{\partial x_2} - \frac{p \overline{u}_2}{(h-H)} \frac{\partial H}{\partial x_2} \right) +$$

$$+ \frac{(1-2\nu) \rho g (h-H)}{4(1-\nu) G_0}. \quad (\text{П.21})$$

Функция  $H = H(x_1, x_2)$  в правых частях (П.15)–(П.17), (П.21) аппроксимирует рельеф поверхности. Предполагаемые средние напряжения являются априорными напряжениями для решения обратной задачи для стартового этапа. В их качестве использовано решение задачи о плоском напряженном состоянии (уравнения (1) при  $\sigma_{31} = \sigma_{32} = \sigma_{33} = 0$ ) с граничными условиями, которые соответствуют отношениям скоростей Индийской и Арабской плит за орогенный период, согласно работе [Абидов, 2012].

Система уравнений (П.14)–(П.16) решались методом последовательных приближений. За нулевое приближение принимались  $u_3^h = 0$ . В каждой итерации уравнения решались методом граничных интегральных уравнений.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Автор искренно благодарит докт. физ.-мат. наук А.Н. Галыбина за обсуждение вывода формулы усреднения и других анонимных рецензентов за ценные замечания. Автор также благодарит канд. геол.-мин. наук Ю. М. Садыкова и докт. геол.-мин. наук Ф.Г. Долгополова за консультацию по тектоническому строению литосферы Центральной Азии.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Министерства инновационного развития Республики Узбекистан (гранты № 8-007, № 20170918111).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Абидов А.А. Современные основы прогноза и поисков нефти и газа. Ташкент: изд-во Фан. 2012. 814 с.
- Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология. Т. 1. Изд-во: Мир. 1983. 520 с.
- Бреббия К., Телес Ж., Вробел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир. 1987. 524 с.
- Булин Н.К. Современное поле напряжений в верхних горизонтах земной коры // Геотектоника. 1971. № 3. С. 3–15.
- Введенская А.В. К дискуссии по поводу теоретической модели очага землетрясения // Изв. АН СССР. Сер. Геогр. №2. 1961. С. 261–263.
- Введенская А.В. Исследование напряжений и разрывов в очагах землетрясений при помощи теории дислокаций. М.: изд-во Наука. 1969. 136 с.
- Гзовский М.В. Основы тектонофизики. М.: изд-во Наука. 1964. 536 с.
- Гоцадзе О.Д., Кейлис-Борок В.И., Кириллова И.В. и др. Исследование механизма землетрясений. Труды Геофизического института. АН СССР. 1957. № 40(166). М.: изд-во АН СССР. 1957. 148 с.

- Ильюшин А.А.* Пластичность. Репринтное воспроизведение издания 1948 г. М.: изд-во Лотос. 2004. 388 с.
- Касахара К.* Механика землетрясений. М.: изд-во Мир. 1985. 264 с.
- Костров Б.В.* Теория очага тектонических землетрясений // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1970. № 4. С. 258–267.
- Костюк А.Д., Сычева Н.А., Юнга С.Л., Богомолов Л.М., Яги Ю.* Деформация земной коры Северного Тянь-Шаня по данным очагов землетрясений и космической геодезии // Физика Земли. 2010. № 3. С. 52–65.
- Кузьмин Ю.О.* Парадоксы сопоставительного анализа измерений методами наземной и спутниковой геодезии в современной геодинамике // Физика Земли. 2017. № 6. С. 24–39.  
<https://doi.org/10.7868/S0002333717060023>
- Кузьмин Ю.О.* Геодинамическая эволюция земной коры Центральной Азии и современная геодинамика Копетдагского региона (Туркменистан) // Физика Земли. 2021. № 1. С. 144–153.  
<https://doi.org/10.31857/S0002333721010051>
- Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 7. Теория упругости. М.: изд-во Наука. 1965. 248 с.
- Лукк А.А., Юнга С.Л.* Геодинамика и напряженно-деформированное состояние литосферы Средней Азии. Душанбе: изд-во Дониш. 1988. 236 с.
- Мухамедиев Ш.А.* Критический обзор идей и методов локальной реконструкции тектонических напряжений по данным о разрывных сдвигах // Физика Земли. 2019. № 3. С. 3–40.  
<https://doi.org/10.1134/S1069351319030078>
- Мухамедиев Ш.А., Галыбин А.Н.* Моделирование поля упругих напряжений земной коры Центральной Азии по данным об ориентациях осей главных напряжений // Физика Земли. 2021. № 1. С. 133–143.  
<https://doi.org/10.31857/S000233372101004X>
- Осокина Д.Н., Никонов А.А., Цветкова Н.Ю.* Моделирование локального поля напряжений системы разломов Сан-Андреас. Поля напряжений и деформаций в литосфере. М.: Наука. 1979а. С. 205–227.
- Осокина Д.Н., Гущенко О.И., Лыков В.И., Цветкова Н.Ю.* Моделирование локальных полей тектонических напряжений, обусловленных системами глубинных разломов (на примере двух районов Средней Азии). Поля напряжений и деформаций в литосфере. М.: Наука. 1979б. С. 185–204.
- Райс Дж.* Механика очага землетрясения. М.: изд-во Мир. 1982. 217 с.
- Ребецкий Ю.Л., Сим Л.А., Маринин А.В.* От зеркал скольжения к тектоническим напряжениям. Методы и алгоритмы. М.: изд-во ГЕОС. 2017. 234 с.
- Ризниченко Ю.В.* Энергетика макросейсмике // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1974. № 8. С. 3–10.
- Сычева Н.А., Мансуров А.Н.* Сравнение оценок деформации земной коры Северного и Центрального Тянь-Шаня, полученных на основе сейсмических и GPS-данных // Вестник КРСУ. 2016. Т. 16. № 1. С. 178–182.
- Уломов В.И.* Динамика земной коры и прогноз землетрясений. Ташкент: изд-во Фан. 1974. 215 с.
- Ташкентское землетрясение 26 апреля 1966г. Ташкент: изд-во Фан. 1971. 672 с.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: изд-во Наука. 1979. 285 с.
- Шерман С.И., Днепровский Ю.И.* Поля напряжений земной коры и геолого-структурные методы их изучения. Новосибирск: изд-во Наука. 1989. 157 с.
- Юнга С.Л.* Методы и результаты изучения сейсмостектонических деформаций. М.: изд-во Наука. 1990. 190 с.
- Anderson E.M.* The Dynamics of Faulting and Dyke Formation with Applications to Britain. Oliver and Boyd. Edinburgh. 1951. 206 p.
- Atabekov I.* Earth Core's stresses variation in Central Asian earthquake's region // Geodesy and Geodynamics. 2020. V. 11. Is. 4. P. 293–299.  
<https://doi.org/10.1016/j.geog.2019.12.005>
- Atabekov I.* Numerical Models of Earthquake's Mechanism // Geodesy and Geodynamics. 2021. V. 12. P. 148–154.  
<https://doi.org/10.1016/j.geog.2021.03.002>
- Byerlee J.D.* Friction of rock // Pure Appl. Geophys. 1978. V. 116. P. 615–626.
- Heidbach O., Rajabi M., Cui X., Fuchs K., Müller B., Reinecker J., Reiter K., Tingay M., Wenzel F., Xie F., Ziegler M.O., Zoback M.L., Zoback M.* The World Stress Map database release 2016: Crustal stress pattern across scales // Tectonophysics. 2018. V. 744. P. 484–498.  
<https://doi.org/10.1016/j.tecto.2018.07.007>
- Hodgson J.H.* (ed.) The Mechanics of Faults, with Special Reference to the Fault-Plain Works (A Symposium). Publ. Dominion Obs. Ottawa. 1959. V. 20. P. 23–418.
- Hodgson J.H.* (ed.) A Symposium on Earthquake Mechanism. Publ. Dominion Obs. Ottawa. 1961. V. 24. P. 301–97.
- Maruyama T.* On force equivalents of dynamic elastic dislocations with reference to the earthquake mechanism // Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ. 1963. V. 41. P. 467–486.
- Nikano H.* Notes on the nature of the forces, which give rise to the earthquake motions. // Seism. Centr. Met. Obs. 1923. Japan. № 1. P. 92–120
- Rebetsky Yu. L., Kuchai O.A., Sycheva N.A., Tatevossian R.A.* Development of inversion methods on fault slip data stress state in orogens of Central Asia // Tectonophysics. 2012. V. 581. P. 114–131.
- Zoback M.L.* First and Second Modern Pattern of Stresses in the Lithosphere: The World stress Map project // J. Geophysical Research. 1992. V.97. № B8. P. 11.707–11.728.
- Zoback M.L., Zoback M.* Lithosphere Stress and Deformation // Treatise on Geophysics. 2007. P. 255–271.  
<https://doi.org/10.1016/b978-0-444-53802-4.00115-9>

## Tectonic Earthquake Source Mechanism Model Based on Moment Theory

I. U. Atabekov\*

*Institute of Seismology, Tashkent, Uzbekistan*

*\*e-mail: atabekovi@mail.ru*

During the construction of strategic facilities, micro zoning is required to determine the peak values of terrain acceleration due to possible earthquakes. The acceleration of the soil in this case strongly depends not only on the power of the earthquake, but also on the earthquake source mechanism and the geodynamic state of the terrain. The known dislocation models of a single dipole with a moment and a pair of dipoles without a moment of the earthquake source mechanism satisfactorily describe the observed effects of the quadrant stress distribution on the Earth's surface during earthquakes. When carrying out calculations within the framework of the theory of elasticity, the actions of the dipoles are expressed through volumetric forces. There are two known models of replacing the moments with equivalent forces: one of them is based on the equilibrium equations for an infinitely elastic space (Landau and Lifshitz, 1965; Maruyama, 1963), and the other is based on the representation theorem for elastic bodies, by introducing a singular internal volume, at the boundary of which there are dislocations (Vvedenskaya, 1969; Aki and Richards, 1983). Although these models involve moment effects, they themselves are derived from the momentless theory of elasticity. In our work, we propose a double dipole effect without a moment based on the moment theory of elasticity. The proposed model of the earthquake source mechanism is applied to solve the problem of stress variations in the Earth's crust in Central Asia using the example of a particular earthquake with a simplified orientation of the rupture plane. Stress variation is understood as the difference in stresses in problems with and without an earthquake mechanism. Static stresses are obtained by solving the inverse elasticity problem with partially unknown boundary conditions. The lithosphere is a prismatic body consisting of several homogeneous blocks, the upper surfaces of which correspond to the relief of Central Asia. Verification of the results of the numerical solution is carried out by comparing the obtained stresses with previously established empirical values. As a priori stresses for solving the inverse problem, we used the solution of the elastic plane problem, the boundary conditions in which correspond to the lateral compression of the lithosphere of the region of the Indian and Arabian plates on the one hand, and the Eurasian plate on the other hand. The obtained solutions of the problem were used to analyze the geodynamic state of Central Asia. Based on the results of laboratory experiments, the unambiguity of the conclusions about the geodynamic state of the Earth's crust (compression, extension) according to the Lode-Nadai coefficient, which are currently used by many researchers, is questioned. It is shown, contrary to earlier statements, that the values  $\mu_{\sigma} = +1$  and  $\mu_{\sigma} = -1$  can correspond simultaneously to both tension and compression cases, depending on the spatial form (ellipsoid) of the stress state. Geodynamic analysis of the Earth's crust is carried out according to the Anderson method.

*Keywords:* Central Asia, geodynamics, tectonic stresses, dislocation, mechanism of earthquakes, numerical models