УДК 528:629.785:521.231

# ГРАВИТАЦИОННЫЕ МИССИИ СЛЕДУЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЫСОКОТОЧНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ГРАВИМЕТРИИ

© 2021 г. А. С. Жамков<sup>1</sup>, В. К. Милюков<sup>1, \*</sup>

<sup>1</sup>Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия \*E-mail: vmilyukov@yandex.ru Поступила в редакцию 12.03.2020 г. После доработки 04.07.2020 г.

После доработки 04.07.2020 г. Принята к публикации 04.07.2020 г.

В работе приводятся результаты анализа космических группировок, состоящих из двух пар космических аппаратов (далее KA), движущихся на разных орбитах — так называемых гравитационных миссий следующего поколения, в целях нахождения их оптимальных орбитальных параметров, удовлетворяющих требованиям высокого пространственного и временно́го разрешения гравитационного поля Земли. В результате численного моделирования были найдены элементы орбит KA, одновременно отвечающие требованиям наименьшего изменения межспутникового расстояния и наибольшей степени покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами KA. Оптимальные орбитальные параметры мультипарной группировки позволяют за 10-дневный интервал на 97% покрыть поверхность Земли подспутниковыми трассами с угловым разрешением  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ , соответствующим степени разложения геопотенциала  $n \approx 200$ , что в 4 раза больше в пространственном разрешении и в 3 раза больше во временно́м разрешении, чем при использовании только одной группировки типа "GRACE".

*Ключевые слова:* гравитационное поле Земли, мультипарные группировки космических аппаратов, орбитальные параметры.

DOI: 10.31857/S0002333721020137

### введение

Современная космическая гравиметрия занимает одно из центральных мест в космических исследованиях Земли, и, в первую очередь, это связано с использованием нового поколения низкоорбитальных спутников, оборудованных высокоточными системами слежения "земля спутник" и "спутник—спутник" и высокоточными системами измерения инерциальных ускорений (акселерометрами).

Миссия СНАМР (Challenging Minisatellite Payload, ESA) [Reigber et al., 2003] была первым успешным проектом по изучению глобального гравитационного поля Земли (ГПЗ). В миссии GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer, ESA) [Boboje, Drozyner, 2003], благодаря системе компенсации негравитационных ускорений (технология "спутник, свободный от сноса"), удалось поддерживать низкую орбиту (250 км) в течение всего полета. Низкая орбита позволила использовать для измерения параметров ГПЗ высокоточный гравитационный градиентометр, состоящий из трех пар идентичных электростатических акселерометров ONERA [Touboul et al., 1999], расстояние между которыми (база) было равно 50 см. По данным миссии GOCE были построены статические модели ГПЗ с пространственным разрешением 100 км и точностью 1 мГал. [Albertella et al., 2002; Drinkwater et al., 2003]. Однако модели ГПЗ, построенные по данным миссий CHAMP и GOCE, имеют существенный недостаток: они не содержат временных изменений гравитационного поля Земли.

Для повышения точности определения параметров ГПЗ, их изменений во времени и пространстве стали применяться кластеры связанных между собой микроволновой радиосвязью КА, образующих своеобразный "орбитальный градиентометр". Такая схема позволяет эффективно подавлять действующие на КА когерентные помехи и измерять расстояние между спутниками с точностью до микрон. Указанная точность реализована на геодезических спутниках GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment, NASA) [Reigber et al., 2005] и GRAIL (Gravity Recovery And Interior Laboratory, NASA) [Zuber et al., 2013a].

GRACE — специальная гравитационная миссия, предназначенная для картирования глобального ГПЗ с пространственным разрешением порядка 400 км для каждых 30 дней. Миссия GRACE состояла из двух спутников-близнецов, находившихся на почти круговой орбите с первоначальной высотой порядка 500 км и наклонением 89.0°, на расстоянии ~200 км друг от друга и связанных высокоточной межспутниковой микроволновой системой К/Ка-диапазона. Каждый КА, помимо микроволновой системы измерений межспутникового расстояния, был оснащен GPS-приемниками, датчиками высоты и прецизионными акселерометрами. Время жизни на орбите миссии GRACE — с марта 2002 г. по октябрь 2017 г.

Концепция миссии GRAIL и измерительная техника аналогична той, что использовалась в миссии GRACE. Два КА были выведены на одну и ту же орбиту вокруг Луны. Основными измеряемыми параметрами была разница в расстояниях двух спутников относительно поверхности Луны, а также расстояние между спутниками на орбите, которые пересчитывались в аномалии гравитационного поля Луны [Zuber et al., 2013b]. Активная фаза миссии началась в начале января 2012 г., когда оба спутника были выведены на полярную орбиту вокруг Луны со средней высотой 55 км. В декабре 2012 г. спутники были спущены на поверхность Луны, и миссия была закончена.

Миссия GRACE доказала свою эффективность не только в получении моделей ГПЗ высокого пространственного разрешения, но и впервые по данным миссии было начато построение ежемесячных моделей. Поэтому в продолжение миссии GRACE 22.05.2018 г. состоялся запуск двух спутников – близнецов GRACE Follow On [Flecther et al., 2014]. Научная фаза миссии началась 28.01.2019 г. Основной целью миссии является обеспечение поступления данных для ежемесячных глобальных моделей ГПЗ высокого разрешения, начатых в миссии GRACE, т.е. мониторинг временны́х вариаций гравитационного поля Земли, в том числе связанных с сильнейшими землетрясениями [Михайлов и др., 2014]. Параметры орбит спутников GRACE Follow On, а также микроволновая система К/Ка-диапазона те же самые, что и для спутников GRACE. Однако принципиальным моментом является то, что спутники также оснащены лазерной интерферометрической системой, которая позволит поднять точность измерений на нанометровый уровень. Ожидаемая среднеквадратическая ошибка лазерных измерений 80 нм/Гц<sup>1/2</sup> в диапазоне частот 0.2–100 мГц. [Sheard et al., 2012]. Первые данные обработки лазерных измерений показали их высокую точность, а также хорошее согласие с данными основной измерительной системы микроволнового диапазона [https://gracefo.jpl.nasa.gov/mission].

Однако несмотря на то, что миссия "GRACE" предоставила в длинноволновой части спектра уникальный набор данных для мониторинга изменений масс в геосферах Земли, проблемы дискретизации короткопериодических сигналов остаются нерешенными, что негативно сказывается на ежемесячных и более коротких решениях "GRACE". Исследование потенциальных возможностей миссии GRACE Follow On по увеличению точности пространственного и временного разрешения моделей ГПЗ показало, что в то время как использование лазерной интерферометрической системы увеличит точность измерения межспутникового расстояния более, чем в 30 раз по сравнению с микроволновыми измерениями, точность гравитационных моделей возрастет только на 30%. Этот результат объясняется особенностью распределения ошибок коэффициентов сферических гармоник. Следует ожидать возрастания точности определения не всех коэффициентов сферических гармоник, а только в области низких порядков и степеней, точность остальных коэффициентов остается без изменения [Flechtner et al., 2016].

Задачи, которые в настоящее время решаются с использованием моделей ГПЗ, требуют существенного повышения точности как пространственного, так и временно́го разрешения. Целью данной работы является развитие новых методов прецизионных гравитационных измерений с использованием космической группировки на околоземной орбите для повышения точности определения параметров ГПЗ, его изменений во времени и пространстве.

## ПРИНЦИПЫ ВЫСОКОТОЧНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ГРАВИМЕТРИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ОРБИТАЛЬНОЙ ГРУППИРОВКИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НА НИЗКОЙ ОКОЛОЗЕМНОЙ ОРБИТЕ

Математическая интерпретация несферичности ГПЗ дается следующим разложением:

$$R = (U - U_0) \approx \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{N_{\text{max}}} \sum_{m=0}^{n} \left( \frac{a_E}{r} \right)^n \overline{P}_{nm}(\sin \varphi) (\overline{C}_{nm} \cos m\lambda + \overline{S}_{nm} \sin m\lambda) \right], \tag{1}$$



**Рис. 1.** Достижения гравитационных миссий 1-го поколения: *1* – значения гармонических коэффициентов модели EGM2008; *2* – ошибки коэффициентов разложения статической модели CHAMP; *3* – то же, GRACE; *4* – то же, GOCE; *5* – ошибки коэффициентов разложения ежемесячных моделей GRACE; *6* – временные вариации гармонических коэффициентов (построено на основе [Pail, Gruber, 2015]).

где: GM — геоцентрическая гравитационная постоянная; r,  $\varphi$ ,  $\lambda$  — сферические координаты точки (или KA) в системе координат, жестко связанной с Землей;  $a_E$  — средний экваториальный радиус Земли;  $\overline{P}_{nm}(\sin \varphi)$  — нормированные присоединенные функции Лежандра степени n и порядка m;  $\overline{C}_{nm}, \overline{S}_{nm}$  — нормированные коэффициенты Стокса;  $N_{max}$  — максимальная степень разложения.

Из разложения (1) следует, что ГПЗ задается коэффициентами Стокса. Поэтому задача уточнения ГПЗ фактически сводится к определению и уточнению его коэффициентов. Эта задача была успешно решена в проекте GRACE, а также решается в настоящее время на новом уровне точности в проекте GRACE Follow On.

На рис. 1 представлены достижения гравитационных миссий первого поколения (СНАМР, GOCE и GRACE). Показан уровень точности (ошибки коэффициентов сферических гармоник) моделей гравитационного поля Земли, полученных по данным рассмотренных гравитационных миссий. Формально разложение имеет смысл, пока величина ошибки сферической гармоники не станет равной значению самой сферической гармоники (сплошная кривая, соответствующая значениям гармонических коэффициентов модели EGM2008). Согласно этому правилу, статическая модель GOCE содержит ~280 коэффициентов разложения (длина полуволны 71 км), что соответствует пространственному разрешению 0.64° × 0.64°. Статическая модель GGM05 (построена только по данным GRACE) содержит ~180 сферических гармоник (длина полуволны 110 км), что соответствует пространственному разрешению 1° × 1°. Соответственно, для статической модели СНАМР: количество сферических гармоник ~90, длина полуволны 220 км, разрешение  $2^{\circ} \times 2^{\circ}$ . Но важно не только количество гармоник разложения, но также и точность их определения. Точность гармоник высокого порядка модели GOCE, в силу низкой орбиты спутника, превосходит точность модели GRACE. Наоборот, в низкочастотной области спектра статическая модель GRACE точнее модели GOCE.

Значения гармонических коэффициентов модели EGM2008 для каждой степени рассчитаны по формуле  $\sigma_n = \sqrt{(2n+1)^{-1} \sum_{m=0}^{n} (\overline{C}_{nm}^2 + \overline{S}_{nm}^2)}$ , зна-



**Рис. 2.** Ошибки коэффициентов разложения статического решения гравитационного поля Земли (выраженные в величинах высот геоида), приводящие к эффекту "алиазинга" [Elsaka, 2010].

чение ошибок других моделей, представленных на рис. 1, рассчитаны по аналогичной формуле, где вместо самих коэффициентов Стокса стоят их ошибки.

На рис. 1 представлены также ежемесячные глобальные модели гравитационного поля, которые строятся на основе ежемесячных данных GRACE, что дает новое качество исследований во многих областях геофизики. Ошибки коэффициентов разложения задаются либо в относительных единицах, либо в высотах геоида, либо в гравитационных аномалиях. Для заданной точности ошибок сферических гармоник ≤2 × 10<sup>-12</sup> (ошибка высоты геоида  $\Delta h \approx 1$  мм) соответствующая модель гравитационного поля с временным разрешением 1 мес. содержит 50 сферических гармоник (длина полуволны 400 км), что соответствует пространственному разрешению ~3.6° × 3.6° (первая вертикальная линия на рис. 1). Как видно из рисунка, существуют модели сотого порядка и выше (кривая 5), однако ошибки высших гармоник таких моделей существенно больше. Чтобы получить на уровне точности  $2 \times 10^{-12}$  ежемесячные модели ГПЗ с пространственным разрешением 100 сферических гармоник, ошибки определения высокочастотных гармоник должны быть повышены на порядок (вторая вертикальная линия на рис. 1). Таков современный уровень точности пространственного разрешения ежемесячных моделей.

Спутниковая система GRACE является базовой при рассмотрении гравитационных орбитальных группировок следующих поколений, основанных на принципе измерения расстояния

"спутник-спутник". Подобная конфигурация позволяет измерить разницу первых производных геопотенциала между двумя КА, находящихся на небольшом расстоянии друг от друга (≈200 км). Выбор полярной орбиты спутников обеспечивает глобальное покрытие поверхности Земли, что позволяет наблюдать изменение масс в полярных областях. Однако такая конфигурация обладает рядом существенных недостатков. Различная плотность покрытия наблюдениями поверхности Земли в приполярных и экваториальных областях приводит к зависимости точности ежемесячных моделей от географической широты. Другой недостаток связан с эффектом "алиазинга" - наложением спектров высоких и низких частот, который проявляется в том, что при восстановлении карты ГПЗ ошибки коэффициентов Стокса из высокочастотной части спектра распределяются среди низкочастотных и наоборот.

Все это приводит к тому, что ошибки определения высот геоида имеют четко выраженную северо-южную ориентацию, что на картах представления пространственного разрешения ежемесячных моделей GRACE выглядит в виде характерных цветных полос, обозначающих разный уровень ошибок (рис. 2).

Еще один недостаток космических гравитационных группировок, состоящих из пары спутников, находящихся на одинаковых орбитах, связан с ограничениями пространственно-временно́го разрешения моделей ГПЗ, которые создаются по данным таких группировок. Если α — это "период замыкания" орбит спутника, т.е. количество дней, в течение которых спутник покрывает неповторяющимися треками поверхность Земли, а  $\beta$  – количество оборотов спутника за  $\alpha$  дней, то  $S_{space} = 2\pi/\beta$  – это угловое (пространственное) разрешение создаваемых моделей ГПЗ, а  $S_{time} = \alpha$  – временное разрешение.

Можно написать следующее соотношение, связывающее эти два параметра с периодом орбитального обращения спутника:

$$S_{space} \times S_{time} = \frac{2\pi\alpha}{\beta} = 2\pi T_{rev}.$$
 (2)

Для спутников на низкой круговой орбите период обращения практически не меняется,  $T_{rev} \approx \text{const}$ , поэтому можно считать, что:

$$S_{space} \times S_{time} = \text{const.}$$
 (3)

По аналогии с известным в квантовой механике принципом неопределенности Гейзенберга [Dirac, 1958], это соотношение называют "принципом Гейзенберга" для пространственно-временно́го разрешения спутников [Reubelt et al., 2008]. Если мы имеем достаточное пространственное разрешение данных на временном интервале в один месяц (например, в реальной миссии GRACE), то адекватное временное разрешение на более коротких интервалах (еженедельных, ежедневных) получить не удается, в силу эффекта алиазинга - наложения высокочастотных составляющих сигнала на низкочастотные, в результате чего восстановление сигнала во времени приводит к его искажениям. Напротив, гравитационная миссия с адекватным временным разрешением (например, одна неделя или 10 дней) обеспечивает худшее пространственное разрешение из-за недостаточного покрытия Земли спутниковыми треками.

Решением проблемы ограничения (3) может быть мультипарная конфигурация, которая позволяет одновременно покрывать треками существенно разные участки поверхности Земли. Например, использование двух пар спутников, находящихся на разных орбитах, может существенно улучшить пространственное и временно́е разрешения. Основная задача таких конфигураций – обеспечить более равномерное покрытие на различных широтах и бо́льшую изотропность измерений, что в конечном итоге обеспечит более высокую точность моделей ГПЗ.

## МУЛЬТИПАРНЫЕ КОСМИЧЕСКИЕ ГРУППИРОВКИ – ЭФФЕКТИВНОЕ РЕШЕНИЕ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Концепции мультипарных конфигураций для гравитационных миссий следующего поколения достаточно интенсивно разрабатываются в последнее время [Bender et al., 2008; Elsaka, 2010; Elsaka et al., 2012; 2014a; 2014b; Wiese et al., 2009; 2011; Iran Pour et al., 2013; Sneeuw, Schaub, 2005]. Рассматриваются сценарии различных конфигураций, начиная от "классической", состоящей из пары идентичных спутников, но находящихся на разных орбитах, и заканчивая более сложными конфигурациями, состоящими из нескольких спутников. Часть таких сценариев рассмотрена в работе [Милюков, 2018]. Общий вывод, следующий из этих исследований, заключается в том, что дополнительная информация, ожидаемая от будущей альтернативной конфигурации, отличающейся от конфигурации GRACE, однозначно обеспечит значительное улучшение в точности определения параметров ГПЗ.

Чтобы оценить плотность и равномерность покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами мультипарной орбитальной группировкой КА (оценка пространственного разрешения) при одновременном повышении временного разрешения до 10 дней (т.е. в 3 раза выше, чем в миссии GRACE), нами были рассмотрены различные мультипарные конфигурации. Основными орбитальными параметрами, влияющими на степень заполнения трассами КА поверхности Земли в случае группировки, состояшей из двух идентичных пар спутников, являются: большие полуоси орбит  $a_{1,2}$ , наклонения  $i_{1,2}$  и долготы восходящих узлов  $\Omega_{1,2}$ . Взаимное положение КА каждой орбитальной пары характеризуется их аргументами перигея  $\omega_{kl}$  и средними аномалиями  $M_{kl}$ , где k – номер орбиты в группировке, а *l* – номер спутника в орбитальной паре.

Для определения начального положения КА на орбите в однопарной группировке типа GRACE была выполнена процедура оптимизации. Орбитальные параметры  $\omega_{kl}$  и  $M_{kl}$  подбирались из условия минимизации изменения межспутникового расстояния на 10-дневном интервале измерений [Жамков, Жаров, 2018], т.е. не допускались сильное увеличение или уменьшение величины межспутникового расстояния от базового значения ≈220 км. В результате численной оптимизации, заключающейся в переборе начальных параметров, были определены начальные значения орбитальных параметров КА в группировке (табл. 1). Эти параметры в дальнейшем будут использоваться в качестве начальных параметров в мультипарных группировках.

Степень покрытия треками поверхности Земли будем оценивать из расчета нахождения хотя бы одной подспутниковой точки в области размером  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ . Т.е. если в каждой области на поверхности Земли размером  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  найдется хотя бы одна подспутниковая точка КА, то покрытие составит 100%.

Элемент	$KA_{k1}$	KA <sub>k2</sub>
Эксцентриситет е <sub>к</sub>	0.001	0.001
Аргумент перигея ω <sub>kl</sub>	110.009°	114.489°
Средняя аномалия <i>M<sub>kl</sub></i>	158.699°	$M_{k1}$ + 2 arcsin( $dr/2/R$ )

Таблица 1. Начальные значения неварьируемых орбитальных элементов каждой группировки

Примечания: k = 1, 2 – номер орбиты в группировке; l = 1, 2 – номер спутника в орбитальной паре; dr –расстояние между КА ( $\approx$ 220 км); R – геоцентрическое расстояние КА.

**Таблица 2.** Покрытие поверхности Земли мультипарной группировкой МГ1 (в %) в зависимости от долготы восходящего узла орбиты второй пары  $\Omega_2$  (в град) на интервале 10 дней

$\Omega_2$ , град	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
%	92	95	87	84	94	95	78	89	96	90	84	93	96	82	86	97	91	84

Примечание: Долгота восходящего угла орбиты первой пары фиксирована,  $\Omega_1 = 0^\circ$ .

Результаты моделирования, представленные в настоящей статье, получены с помощью численного интегрирования программой, написанной на языке Fortran с использованием чисел двойной точности. Программа имеет модульную структуру и позволяет подключать вклад различных факторов, действующих на движение КА помимо несферичности ГПЗ, а также оценить масштаб их воздействия. Среди таких факторов: притяжение Луны, Солнца и планет, сопротивление атмосферы Земли, воздействие излучения Солнца, океанические приливы, твердые приливы в теле Земли. Учет факторов как гравитационной, так и негравитационной природы выполняется программой в соответствии с рекомендациями IERS (International Earth Rotate Service) [Petit, Luzum, 2010]. В программе заложена возможность проведения расчетов с помощью интегратора Рунге-Кутты 4-го порядка, а также метода Эверхарта. Поскольку целью настоящей работы было получение качественных оценок по покрытию, не требующих высокой точности расчетов (≈100 км), то был выбран интегратор Рунге-Кутты 4-го порядка, совмещающий быстродействие расчетов и достаточно неплохую точность. Свои возможности по точностным характеристикам программа показала при расчете орбиты КА "Радиоастрон" [Жамков, Жаров, 2016], а также в сравнении с результатами проекта "GRACE" [Жамков, Жаров, 2018].

Для сравнения эффективности покрытия треками поверхности Земли мультипарными группировками вначале мы рассмотрели степень покрытия однопарной группировкой (ОГ) на том же 10-дневном временном интервале. Результаты приведены на рис. 3. Заполнение треками поверхности Земли такой группировкой в среднем составляет 70%.

#### Мультипарная группировка МГ1

Первая серия численного моделирования покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами мультипарной группировкой, состоящей из двух пар КА, выполнена при условии одинаковой высоты орбит КА  $h_{1,2} \approx 400$  км в разных орбитальных плоскостях и одинакового наклонения  $i_{1,2} = 89.5^{\circ}$ . Варьируемой величиной в данном случае была долгота восходящего узла. Долгота восходящего узла орбиты одной группировки относительно другой изменялась от  $\Delta\Omega_{1,2} = 10^{\circ}$  до  $\Delta\Omega_{1,2} = 180^{\circ}$  с шагом 10°. Шаг интегрирования  $\Delta t = 10$  с, период интегрирования T = 10 дней. В табл. 2 и на рис. 4 представлены результаты первой серии расчетов.

По результатам проведенного моделирования получено, что разность долгот восходящих узлов двух орбитальных плоскостей мультипарной группировки МГ1  $\Delta\Omega_{1, 2} \sim 160^{\circ}$  является наилучшей, позволяющей покрыть 97% поверхности Земли на интервале измерений 10 дней.

Из анализа рис. 3 и рис. 4 следует, что степень покрытия в случае мультипарной группировки МГ1 увеличилась в среднем в 1.4 раза, на отдельных широтах (29°, 50°, 78°) покрытие увеличилось почти в 2 раза. Равномерность покрытия также возросла: стандартное отклонение равномерности покрытия в случае мультипарной группировки МГ1 составило 2.9%, в случае одиночной ОГ – 11.1%.

### Мультипарная группировка МГ2

Вторая серия численного моделирования выполнена при условии одинаковой высоты орбит КА в разных орбитальных плоскостях  $h_{1,2} = 400$  км, наилучшей конфигурации взаимной долготы восходящего узла орбитальных плоскостей ( $\Omega_1 = 0^\circ$ ,  $\Omega_2 = 160^\circ$ ), полученной в результате первой серии



**Рис. 3.** (а) — Покрытие поверхности Земли группировкой, состоящей из одной пары КА (ОГ), на полярной орбите (*i* = 89.5°) на интервале 10 дней (полярные координаты); (б) — положение в пространстве группировки ОГ; (в) — процент покрытия поверхности Земли группировкой ОГ в зависимости от широты.



**Рис. 4.** (а) — Покрытие поверхности Земли мультипарной группировкой МГ1 для  $h_{1,2} \approx 400$  км,  $i_{1,2} = 89.5^{\circ}$  и  $\Delta\Omega_{12} = 160^{\circ}$  ( $\Omega_1 = 0^{\circ}, \Omega_2 = 160^{\circ}$ ) на интервале 10 дней; (б) — положение в пространстве группировки МГ1; (в) — процент покрытия поверхности Земли группировкой МГ1 в зависимости от географической широты.



**Рис. 5.** Положение в пространстве группировки МГ2, состоящей из двух орбитальных плоскостей с параметрами:  $h_{1,2} = 400$  км;  $i_1 = 89.5^\circ$ ,  $i_2 = 70^\circ$ ;  $\Omega_1 = 0^\circ$ ,  $\Omega_2 = 160^\circ$ .

расчетов, и различных взаимных наклонений  $\Delta i_{1,2}$ . В табл. 3 представлены результаты второй серии расчетов, на рис. 5 — положение в пространстве рассматриваемой конфигурации. Сравнение мультипарной конфигурации МГ2 с однопарной конфигурацией показывает, что степень покрытия земной поверхности конфигурацией МГ2 также выше.

**Таблица 3.** Процент покрытия поверхности Земли мультипарной группировкой МГ2 на интервале 10 дней ( $\Omega_1 = 0^\circ, \Omega_2 = 160^\circ$ ; наклонение орбиты первой пары фиксировано,  $i_1 = 89.5^\circ$ )

<i>i</i> <sub>1</sub>	89.5	89.5	89.5	89.5	89.5
$i_2$	50	60	70	80	90 91
%	85	86	89	8/	91

ФИЗИКА ЗЕМЛИ № 2 2021



**Рис. 6.** Положение в пространстве группировки МГЗ с орбитальными параметрами:  $h_{1,2} = 400$  км,  $i_{1,2} = 89.5^{\circ}$ ,  $\Omega_{1,2} = 0^{\circ}$ ,  $M_{11} = 0^{\circ}$ ;  $M_{21} = 180^{\circ}$ .

# Мультипарная группировка МГЗ

Третья серия численного моделирования выполнена при условии, что обе пары КА находятся в одной орбитальной плоскости наклонением  $i_{1,2}$  = 89.5°, но разнесенных по средней аномалии ведущих спутников в каждой группировке на угло-

**Таблица 4.** Покрытие поверхности Земли мультипарной группировкой МГЗ на интервале 10 дней

h <sub>1, 2</sub> , км	300	350	400	450	500
% покрытия	71	95	95	91	87

вое расстояние 180° ( $M_{11} - M_{21} = 180^{\circ}$ ). Поскольку плоскости орбит совпадают, то долгота восходящего узла такой "общей" орбиты может принимать любое значение. Моделирование в этом случае проводилось для вариации высоты общей орбиты в диапазоне от  $h_{1,2} = 300$  км до  $h_{1,2} = 500$  км с шагом 50 км. Результаты покрытия представлены в табл. 4 и на рис. 6.

# Мультипарная группировка МГ4

В этом случае обе орбиты также находятся в одной плоскости с наклонением  $i_{1,2} = 89.5^{\circ}$  и дол-



**Рис. 7.** Положение в пространстве группировки МГ4 с орбитальными параметрами  $i_{1,2} = 89.5^{\circ}$ ,  $h_1 = 400$  км,  $h_2 = 300$  км.

готой восходящего узла  $\Omega_{1,2} = 0^{\circ}$ . Высота первой орбиты оставалась неизменной  $h_1 = 400$  км, а высота второй орбиты варьировалась в диапазоне 300–500 км с шагом 50 км.

Таблица 5. Покрытие поверхности Земли мультипар-
ной группировкой МГ4 с орбитальными параметрами
на интервале 10 дней

<i>h</i> <sub>1</sub> , км	400	400	400	400
<i>h</i> <sub>2</sub> , км	300	350	450	500
% покрытия	87	90	87	89

Случай, когда оба аппарата двигаются на высоте  $h_{1,2} = 400$  км, уже рассмотрен в группировке МГЗ и здесь не повторяется. Результаты пятой серии численного моделирования представлены в табл. 5. На рис. 7 показано положение в пространстве группировки МГ4.

## ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для космических группировок, состоящих из двух пар КА, основными орбитальными параметрами, влияющими на плотность и равномерность покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами, являются большие полуоси орбит, наклонения и долготы восходящих узлов. Соответственно, был выполнен анализ космических группировок, в которых варьировались эти параметры с целью максимального покрытия поверхности Земли. В результате численного моделирования были найдены элементы орбит КА, одновременно отвечающие требованиям наименьшего тренда изменения межспутникового расстояния и наибольшей степени покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА.

Сравнение степени покрытия поверхности Земли мультипарной группировкой во всех рассмотренных случаях, выше, чем однопарной группировкой типа "GRACE".

Для 10-дневного интервала наблюдения (временно́го разрешения) оптимальной следует считать группировку МГ1, в которой обе пары спутников находятся на полярных круговых орбитах с равным наклонением 89.5°, долготы восходящих узлов которых отличаются на 160°. В этом случае покрытие составляет 97%. Отметим, что широко обсуждаемая в литературе мультипарная группировка BENDER [Bender et al., 2008] (в нашем обозначении МГ2), состоящая из орбит с наклонения 89.5° и ~70°, имеет покрытие только 89%.

Мультипарная группировка МГ1 позволяет за 10-дневный интервал покрыть 97% поверхности Земли подспутниковыми трассами с угловым разрешением  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ , что соответствует степени разложения геопотенциала  $n \approx 200$ . Это лучше в 4 раза в пространственном разрешении и в 3 раза во временном разрешении месячных моделей ГПЗ, нежели для разложений, построенных при использовании только одной группировки типа GRACE.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Космические гравитационные миссии первого поколения доказали свою высокую эффективность в создании глобальных моделей гравитационного поля Земли, не только статических, но и меняющихся во времени. По данным миссии GRACE начато создание моделей ГПЗ с пространственным разрешением  $\sim 3.6^{\circ} \times 3.6^{\circ}$  и временным разрешением в один месяц. Миссия GRACE Follow On продолжает эту работу. Тем не менее, современные потребности в точностных характеристиках моделей гравитационного поля Земли существенно выше.

Одиночная группировка типа GRACE эффективна для уточнения карты гравитационного поля Земли в нижне- и средневолновой части спектра, однако она имеет определенные ограничения в части одновременного увеличения пространственного и временного разрешения карты гравитационного поля Земли. В целях преодоления этого ограничения и одновременного повышения как пространственного, так и временного разрешения моделей ГПЗ рассматриваются гравитационное миссии, состоящие из нескольких группировок КА. так называемые гравитационные миссии следующего поколения (ГМСП). Важным фактором, определяющим пространственное разрешение карты ГПЗ, является плотность и равномерность покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами. В нашем исследовании было выполнено численное моделирование различных мультипарных конфигураций КА, в результате которого были найдены элементы орбит КА, одновременно отвечающие требованиям наименьшего тренда изменения межспутникового расстояния и наибольшей степени покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА. Мультипарная группировка, в которой обе пары спутников находятся на полярных круговых орбитах с равным наклонением 89.5°, долготы восходящих узлов которых отличаются на 160°, позволяет за 10-дневный интервал покрыть 97% поверхности Земли подспутниковыми трассами с угловым разрешением  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ , что соответствует степени разложения геопотенциала  $n \approx 200$ . Это в 4 раза лучше в пространственном разрешении и в 3 раза лучше во временном разрешении месячных моделей ГПЗ, построенных при использовании только одной группировки типа "GRACE".

Таким образом, мультипарная группировка с указанными параметрами может быть основой гравитационной миссии следующего поколения. Следует отметить, что такие миссии уже разрабатываются космическими агентствами ряда стран. В частности, в рамках проекта гравитационноволнового детектора на околоземной орбите TianQin [Luo et al., 2016], который разрабатывается в Китае, планируется в качестве второго этапа реализации проекта вывод на орбиту мультипарной конфигурации КА. Предполагаемые параметры группировки: высота орбит 350-450 км, межспутниковое расстояние 50-100 км. Низкие орбиты группировки предполагают использование системы компенсации инерциальных возмущений (технология "drag free") на уровне ~ $10^{-12}$  м/с<sup>2</sup>/ $\sqrt{\Gamma}$ ц. КА в каждой группировке связаны между собой лазерной связью (группировки типа GRACE Follow On). Точность измерения расстояния лазерной системой ~20 нм/√Гц. Ориентировочное время запуска: 2023–2024 гг. Отметим также, что KA TianQin Pathfinder с ключевым оборудованием на борту (системой компенсации инерциальных возмущений и лазерным интерферометром) был успешно выведен на околоземную орбиту 22.12.2019 г. для тестовых испытаний оборудования в условиях космоса.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Работа выполнена в рамках Междисциплинарной научно-образовательной школы МГУ "Фундаментальные и прикладные исследования космоса" и при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-29-11008.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Жамков А.С., Жаров В.Е. Уточнение орбиты КА "Спектр-Р" в проекте "Радиоастрон" с помощью радиодальномерных и доплеровских измерений // Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физика, Астрономия. 2016. № 3. С. 61–69.

Жамков А.С., Жаров В.Е. Моделирование движения двух информационно связанных КА в гравитационном поле Земли для решения гравиметрических задач // Вестник Моск. ун-та. Сер. 3. Физика, Астрономия. 2018. № 5. С. 70-76.

*Милюков В.К., Е.С.-Ц.* Космическая гравиметрия следующего поколения: задачи, концепции, пути реализации // Астрономический журн. 2018. Т. 95. № 12. С. 901–911.

Михайлов В.О., Panet I., Hayn M., Тимошкина Е. П., Bonvalot S., Ляховский В., Diament M., de Viron O. Сравнительный анализ временных вариаций глобального гравитационного поля по данным спутников Грейс в областях трех недавних гигантских землетрясений // Физика Земли. 2014. № 2. С. 29–40

*Albertella A., Migliaccio, F., Sansó, F.* GOCE: The Earth Gravity Field by Space Gradiometry // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2002. V. 83. P. 1–15.

*Bender P.L., Wiese D., Nerem R.S.* A possible dual-GRACE mission with 90 degree and 63 degree inclination orbits. Proceedings of the Third International Symposium on Formation Flying, Missions and Technologies, ESA/ESTEC, Noordwijk, April 23–25. The Netherlands. 2008. P. 1–6.

*Boboje A., Drozyner A.* Satellite orbit determination using satellite gravity gradiometry observations in GOCE mission perspective // Adv. Geosci. 2003. V. 1. P. 109–112.

*Dirac P.A.M.* The principles of quantum mechanics, 4th edition. The international series of monographs on physics 27, Oxford Science, Publications. Oxford University Press, Oxford, England. 1958. 324 p.

Drinkwater M.R., Floberghagen R., Haagmans R., Muzi D., Popescu A. GOCE: ESA's first Earth explorer core mission // Space Sci. Rev. 2003. V. 108(1). P. 419–432.

https://doi.org/10.1023/A:1026104216284

*Elsaka B.* Simulated Satellite Formation Flights for Detecting the Temporal Variations of the Earth's Gravity Field. Inaugural-Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur. Bonn. 2010. 167 p.

*Elsaka, B., Kusche, J. Ilk K.-H.* Recovery of the Earth's gravity field from formation-flying satellites: Temporal aliasing issues // Adv. Space Res. 2012. V. 50. P. 1534–1552. https://doi.org/10.1016/j.asr.2012.07.016

*Elsaka B., Raimondo J.-C, Brieden Ph., Reubelt T., Kusche J., Flechtner F., Iran Pour S., Sneeuw N., Müller J.* Comparing seven candidate mission configurations forn temporal gravity retrieval through full-scale numerical simulation // J. Geod. 2014a. V. 88(1). P. 31–43.

https://doi.org/10.1007/s00190-013-0665-9

*Elsaka B.* Feasible Multiple Satellite Mission Scenarios Flying in a Constellation for Refinement of the Gravity Field Recovery // Int. J. Geosci. 2014b. V. 5. P. 267–273. https://doi.org/10.4236/ijg.2014.53027

*Flechtner F., Morton P., Watkins M., Webb F.* Status of the GRACE Follow-On Mission. Gravity, Geoid and Height Systems. International Association of Geodesy Symposia. 2014. V. 141. P. 117–121.

*Flechtner F., Neumayer K.-H., Dahle C., Dobslaw H., Fagiolini E., Raimondo J.-C., Güntner A.* What can be expected from the GRACE-FO Laser Ranging Interferometer for Earth Science applications? // Surveys in Geophysics. 2016. V. 37(2). P. 453–470.

https://doi.org/10.1007/s10712-015-9338-y

Luo J., Chen L.-S., Duan H.-Z., Gong Y.-G., Shoucun H., Jianghui J., Liu Q., Mei J., Milyukov V., Sazhin M., Cheng-Gang S., Toth V., Hsien-Chi Y., Zharov V., Ze-Bing Z. Tian-Qin: a space-borne gravitational wave detector // Classical Quantum Gravity. 2016. V. 33  $\mathbb{N}^{\circ}$  3. P. 035010.

https://doi.org/10.1088/0264-9381/33/3/035010

*Pail R., Gruber T.* Future Gravity Missions: an integral component of the Global Geodetic Observing System. 12 Österreichischer Geodätentag. Velden. 2015.

*Petit G., Luzum B.* IERS Conventions (2010). IERS Technical Note № 36. IERS Conventional Centre. Verlag des Bundesamts fur Kartographie und Geodasie. Frankfurt am Main. 2010. 179 p. http://www.iers.org/iers/publications/tn/tn36/

*Pour S.I., Reubelt T., Sneeuw N.* Quality assessment of sub-Nyquist recovery from future gravity satellite missions // J. Adv. Space Res. 2013. V. 52(5). P. 916–929.

Reigher C., Balmino G., Schwintzer P., Biancale R., Bode A., Lemoine J.-M, Konig R., Loyer S., Neumayer H., Marty J.-C., Barthelmes F., Perosanz F., Zhu S.Y. Global gravity field recovery using solely GPS tracking and accelerometer data from CHAMP// Space Sci. Rev. 2003. V. 108. P. 55–66.

Reigber C., Schmidt R., Flechtner F., Konig R., Meyer U., Neumayer H., Schwintzer P., Zhu S.Y. An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S // J. Geodynamics. 2005. V. 39. P. 1–10. Reubelt T., Sneeuw N., Sharifi M. Future mission design options for spatio-temporal geopotential recovery. Gravity, Geoid and Earth Observation: IAG Commission 2: Gravity

Field. Chania. Crete. Greece. 2008. P. 163–170.

Sheard B.S, Heinzel G., Danzmann K., Shaddock D.A., Klipstein W.M., Folkner W.M. Intersatellite laser ranging instrument for the GRACE follow-on mission // J. Geodynamics. 2012. V. 86. P. 1083–1095.

*Sneeuw N., Schaub H.* Satellite clusters for future gravity field missions // Gravity, Geoid and Space Missions. 2005. V. 129. P. 12–17.

*Touboul P., Willemenot E., Foulon B., Josselin V.* Accelerometers for CHAMP, GRACE and GOCE space missions: synergy and evolution // Boll. Geof. Teor. Appl. 1999. V. 40. P. 321–327.

*Wiese D., Folkner W., Nerem R.* Alternative mission architectures for a gravity recovery satellite mission // J. Geodesy. 2009. V. 83. P. 569–581.

https://doi.org/10.1007/s00, 190-008-0274-1

Wiese D., Nerem R., Han S.-C. Expected improvements in determining continental hydrology, ice mass variations,

ФИЗИКА ЗЕМЛИ № 2 2021

ocean bottom pressure signals, and earthquakes using two pairs of dedicated satellites for temporal gravity recovery // J. Geophys. Res. 2011. V. 116. P. B11405. P. 1–17. https://doi.org/10.1029/2011JB008375

Zuber M.T., Smith D.E., Lehman D.H., Hoffman T.L., Asmar S.W., Watkins M.M. Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL): Mapping the Lunar Interior from Crust to Core // Space Sci. Rev. 2013a V. 178. P. 3–24. Zuber M. Smith D.E., Watkins M.M., Asmar S.W., Konopliv A.S., Lemoine F.G Gravity Field of the Moon from the Gravity Recovery and Interior Laboratory (GRAIL) Mission // Science. 2013b. V. 339. P. 668–671. https://doi.org/10.1126/science.1231507

*Elsaka B.* Feasible Multiple Satellite Mission Scenarios Flying in a Constellation for Refinement of the Gravity Field Recovery // Int. J. Geosci. 2014b. V. 5. P. 267–273. https://doi.org/10.4236/ijg.2014.53027

# Next Generation Gravity Missions to Address the Challenges of High-Precision Space Gravimetry

## A. S. Zhamkov<sup>*a*</sup> and V. K. Milyukov<sup>*a*,\*</sup>

<sup>a</sup>Sternberg Astronomical Institute, Moscow State University, Moscow, 119992 Russia \*e-mail: vmilyukov@yandex.ru

The paper presents the results of the analysis of satellite constellations consisting of two pairs of spacecraft (SC) moving in different orbits—the so-called next-generation gravity missions—aimed at establishing their optimal orbital parameters to provide high spatial and temporal resolution of the Earth's gravity. Based on the numerical modeling, the SC orbital elements that simultaneously satisfy the requirements of smallest change in the inter-satellite distance and largest coverage of the Earth's surface by the SC sub-satellite paths are determined. The optimal orbital parameters of multi-pair constellation provide 97% coverage of the Earth's surface by sub-satellite paths over a 10-day interval with angular resolution of  $1^{\circ} \times 1^{\circ}$  corresponding to the degree of geopotential decomposition  $n \approx 200$ , which is four times as high in terms of spatial resolution and three times as high in terms of temporal resolution than in the case of using only a single constellation of GRACE type.

Keywords: Earth's gravity field, multi-pair spacecraft constellations, orbital parameters